G&P

GESTÃO & PRODUÇÃO

v.4, n.3, p. 296-304, dez. 1997

AVALIAÇÃO BAYESIANA DE INSPETORES NO CONTROLE ESTATÍSTICO DE ATRIBUTOS

Roberto da Costa Quinino
Departamento de Engenharia de Produção
Escola Politécnica - USP
Departamento de Estatística - ICEX - UFMG
e-mail: roberto@est.ufmg.br

Pedro Rodrigues Bueno Neto
Departamento de Engenharia de Produção
Escola Politécnica - USP

Resumo

Nos testes para atributos é importante avaliar a eficiência dos inspetores que julgam a qualidade do produto. Este trabalho apresenta um método bayesiano para avaliação de inspetores em testes de conformidade e não-conformidade. Avaliações em que não se encontram disponíveis a real classificação dos produtos também são discutidas.

Palavras-chave: *controle da qualidade, inspeção por amostragem, atributos, erros de classificação, avaliação de inspetores, inferência bayesiana.*

1. Introdução

Um dos grandes problemas em estabelecer um sistema de controle para produtos com qualidade definida de forma qualitativa está na falta de informações sobre a eficiência dos inspetores relacionada à classificação de itens em conformes ou não-conformes. Dois tipos de erros de classificação são possíveis: o erro tipo I que classifica um produto como conforme, sendo na realidade não-conforme; o erro tipo II que classifica um produto como não-conforme, sendo na realidade conforme.

HARRIS & CHANEY (1969) e JOHNSON, KOTZ & WU (1991) apresentam numerosos estudos que verificam que os erros de classificação podem comprometer seriamente o processo de inferência estatística e, conseqüentemente, o processo de controle estatístico da qualidade. Sendo assim, torna-se evidente que a avaliação da qualidade tem considerável dependência com a eficiência de classificação feita pelos inspetores no controle de qualidade de atributos.

OHTA, KASE & ASAO (1980) apresentam um modelo probabilístico para classificar inspetores em qualificados e não qualificados. Neste modelo, os autores assumem que os erros são completamente especificados e válidos para todos inspetores. Estes são fatos que comprometem seriamente a validade e operacionalização do modelo, pois não é fácil especificar completamente os erros de classificação assim como também é incorreto considerá-los idênticos para todos inspetores.

No modelo de Ohta, Kase & Asao há ainda a necessidade do conhecimento das seguintes informações quantitativas amostrais: a) número de produtos conformes classificados como conformes; b) número de produtos conformes classificados como não-conformes; c) número de produtos não-conformes classificados como não-conformes; d) número de produtos não-conformes classificados como conformes. Neste contexto, os autores não consideram situações em que não se encontram disponíveis todas informações amostrais sobre os erros de classificação.

A proposta deste trabalho é apresentar um procedimento probabilístico capaz de classificar um inspetor em qualificado ou não qualificado para situações que existam ou não informações amostrais sobre os erros de classificação. O esquema proposto utiliza a distribuição de probabilidade dos erros de classificação, o que evita a sua especificação exata, além de incorporar a variação entre inspetores.

Assim, serão discutidos três casos freqüentes em situações reais de análise. O primeiro, denominado caso básico, contém todas as informações quantitativas amostrais em relação aos erros de classificação. O segundo, o caso 1, apresenta informações quantitativas amostrais somente para aqueles produtos que foram classificados como não-conformes. O último, o caso 2, não apresenta informações quantitativas amostrais em relação aos erros de classificação.

Na seção 2 deste trabalho constam os modelos probabilísticos associados aos erros de classificação, enquanto as funções de verossimilhança, para os modelos probabilísticos propostos, estão descritas na seção 3. Já na seção 4, a avaliação da eficiência dos inspetores é formulada como um teste de hipóteses bayesiano. Um exemplo ilustrativo é descrito na seção 5 e, finalmente, na seção 6 estão apresentadas as conclusões.

2. Modelos Probabilísticos

Considere uma amostra aleatória de tamanho n retirada de uma população com proporção de itens conformes (p) desconhecida. Cada membro da amostra é classificado como pertencente a um dos grupos: conforme ou não-conforme.

Seja e_1 a probabilidade de um elemento conforme ser classificado erradamente como não-conforme, e_2 a probabilidade de um elemento não-conforme ser classificado como conforme.

As probabilidades de um elemento ser classificado como conforme corretamente, conforme erradamente (erro tipo I), não-conforme corretamente ou não-conforme erradamente (erro tipo II) são respectivamente:

$$\begin{aligned} & p(1-\mathrm{e}_1) = p_{11} \\ & (1-\mathrm{p})\mathrm{e}_2 = p_{12} \\ & (1-p)(1-\mathrm{e}_2) = p_{13} \\ & p\mathrm{e}_1 = 1 - p_{11} - p_{12} - p_{13} = p_{14} \end{aligned} \tag{2.1}$$

ou seja, na verificação de n produtos o número de classificados como conforme corretamente, conforme erradamente, não-conforme corretamente e não-conforme erradamente seguem uma distribuição multinomial com parâmetros p_{11}, p_{12}, p_{13} e *n*.

As probabilidades de um produto ser classificado como conforme, não-conforme corretamente, não-conforme erradamente (erro tipo II), são respectivamente:

$$\begin{aligned} p(1-\mathrm{e}_1)+(1-p)\mathrm{e}_2 &= p_{21} \\ (1-p)(1-\mathrm{e}_2) &= p_{22} \\ p\mathrm{e}_1 = 1-p_{21}-p_{22} &= p_{23} \end{aligned} \tag{2.2}$$

O número de produtos classificados como conforme, não-conforme corretamente e não-conforme erradamente seguem uma distribuição multinomial com parâmetros p_{21}, p_{22} e *n*.

As probabilidades de um elemento ser registrado como conforme e não-conforme, são respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathrm{p}(1-\mathrm{e}_1)+(1-\mathrm{p})\mathrm{e}_2 &= p_{31} \\ \mathrm{pe}_1+(1-\mathrm{p})(1-\mathrm{e}_2) = 1-p_{31} &= p_{32} \end{aligned} \tag{2.3}$$

O número de produtos classificados como conforme e não-conforme seguem uma distribuição multinomial (Binomial) com parâmetros p_{31} e *n*.

3. Função de Verossimilhança

Para uma amostra aleatória de *n* elementos, considere x_1 o número de produtos conformes classificados como conformes, x_2 o número de produtos conformes classificados como não-conformes; x_3 o número de produtos não-conformes classificados como não-conformes e x_4 o número de produtos não-conformes classificados como conformes.

A função de verossimilhança adequada ao processo de inferência depende da disponibilidade da informação amostral $[\tilde{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)]$. Se os valores de x_1, x_2, x_3 e x_4 são conhecidos (caso básico), a função de verossimilhança pode ser expressa como

$$\begin{aligned} \mathrm{L}(x_1, x_2, x_3, x_4 / n, p, e_1, e_2) &\propto p_{11}^{x_1}\, p_{13}^{x_3}\, p_{12}^{x_4}\, p_{14}^{x_2} \\ &\propto [\,p(1-e_1)]^{x_1}[(1-p)(1-e_2)]^{x_3}[(1-p)e_2]^{x_4}[\,pe_1]^{x_2} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Se a informação disponível for $r = x_1 + x_4$; x_2 e x_3 (caso 1) então a função de verossimilhança adequada é dada por

$$\begin{aligned} \mathrm{L}(r, x_3, x_4 / n, p, e_1, e_2) &\propto p_{21}^{r}\, p_{22}^{x_3}\, p_{23}^{x_2} \\ &\propto [\,p(1-e_1)+(1-p)e_2\,]^{r}\, [(1-p)(1-e_2)]^{x_3}[\,pe_1]^{x_2} \end{aligned} \tag{3.2}$$

A equação (3.2) pode ser reescrita, utilizando o binômio de Newton, como se segue:

$$L(r, x_3, x_4 / n, p, e_1, e_2) \propto \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} p^{r-j+x_2}(1-p)^{j+x_3} e_1^{x_2}(1-e_1)^{r-j} e_2^{j}(1-e_2)^{x_3} \tag{3.3}$$

Se a informação disponível for $r = x_1 + x_4$; $s = n - r = x_2 + x_3$ (caso 2) então a função de verossimilhança adequada é dada por

$$\mathrm{L}(r, s / n, p, e_1, e_2) \propto p_{31}^{r}\ p_{32}^{s}$$
$$\propto [\ p(1 - e_1) + (1 - p)e_2)]^r\ [pe_1 + (1 - p)(1 - e_2)]^s \tag{3.4}$$

Toda incerteza introduzida por via dos parâmetros relativos aos erros pode ser vista mais claramente reescrevendo a função (3.4), utilizando o binômio de Newton, como se segue:

$$L(r, s / n, p, e_1, e_2) \propto \sum_{j=0}^{r} \sum_{t=0}^{n-r} \binom{r}{j} \binom{n-r}{t} p^{n-j-t} (1-p)^{j+t} e_1^{n-r-t} (1-e_1)^{r-j} e_2^{j} (1-e_2)^{t} \tag{3.5}$$

Na equação (3.5) os valores de e_1 e e_2 são desconhecidos. Em conseqüência disso a função de verossimilhança é função de três parâmetros: p, e_1, e_2. Neste caso o estimador de máxima verossimilhança não é único, ou seja, a função de verossimilhança é maximizada para todos os pontos (p, e_1, e_2) tal que $p(1 - e_1) + (1 - p)e_2 = r / n$ (GABA & WINKLER, 1992). Neste caso, a inferência clássica torna-se de difícil solução dado a impossibilidade de avaliar e_1 e e_2.

Uma alternativa, apresentada em GABA & WINKLER (1992), é utilizar uma análise bayesiana para evitar os problemas da maximização da função de verossimilhança. Julgamentos prévios, incorporados em uma distribuição *a priori*, proporcionam a informação necessária para evitar problemas de identificação, como o ocorrido na maximização da função de verossimilhança.

4. Análise Bayesiana

Uma análise bayesiana possibilita julgamentos prévios e, por meio dos dados amostrais, fornece informação necessária para avaliação da eficiência dos inspetores.

Considere uma distribuição *a priori* que pode ser expressa da seguinte maneira:

$$f(p, e_1, e_2) = f_\beta(p / \alpha, \beta)\, f_\beta(e_1 / \alpha_1, \beta_1)\, f_\beta(e_2 / \alpha_2, \beta_2) \tag{4.1}$$

onde $f_\beta(a / c, d) = a^{c-1}(1 - a)^{d-1} / B(c; d)$ representa uma função densidade Beta com parâmetros *(c e d);* $B(c; d) = \Gamma(c)\Gamma(d) / \Gamma(c + d)$; $\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2$, e β_2 assumem somente valores positivos e p, e_1, e_2 são independentes. A equação (4.1) é um produto de funções densidades Beta. As distribuições Betas são capazes de representar inúmeros tipos de informações com respeito a uma proporção e são usadas, freqüentemente, em modelos bayesianos envolvendo proporções (BERGER, 1985).

A função densidade conjunta *a posteriori* de e_1, e_2 e p é obtida quando se multiplica a função de verossimilhança pela função densidade *a priori* e uma constante de proporcionalidade, como requerido pelo teorema de Bayes. Considerando as equações (3.1), (3.2) e (3.4) a função densidade conjunta *a posteriori* de e_1, e_2 e p pode ser expressa como:

$$f(p,e_1,e_2/\tilde{x}) = \begin{cases} f_\beta(p/x_1+x_2+\alpha;x_3+x_4+\beta)\,f_\beta(e_1/x_2+\alpha_1;x_1+\beta_1) \\ \qquad\qquad \times f_\beta(e_2/x_4+\alpha_2;x_3+\beta_2)\text{, } \textit{para o caso básico} \\ \sum_{j=0}^{r} w_j \;\; f_\beta(p/r-j+x_2+\alpha;j+x_3+\beta)\,f_\beta(e_1/x_2+\alpha_1;r-j+\beta_1) \\ \qquad\qquad \times f_\beta(e_2/j+\alpha_2;x_3+\beta_2)\text{, } \textit{para o caso 1} \\ \sum_{j=0}^{r}\sum_{t=0}^{n-r} w_{jt}\, f_\beta(p/n-j-t+\alpha;j+t+\beta)\,f_\beta(e_1/n-r-t+\alpha_1;r-j+\beta_1) \\ \qquad\qquad \times f_\beta(e_2/j+\alpha_2;t+\beta_2)\text{, } \textit{para o caso 2} \end{cases} \tag{4.2}$$

onde

$$w_j = \frac{a_j}{\sum_{j=0}^{r} a_j};$$

$$w_{jt} = \frac{a_{jt}}{\sum_{j=0}^{r}\sum_{t=0}^{n-r} a_{jt}};$$

com

$$a_j = \binom{r}{j} B(r-j+x_2+\alpha;j+x_3+\beta)B(x_2+\alpha_1;r-j+\beta_1)B(j+\alpha_2;x_3+\beta_2);$$

$$a_{jt} = \binom{r}{j}\binom{n-r}{t} B(n-j-t+\alpha;j+t+\beta)B(n-r-t+\alpha_1;r-j+\beta_1)B(j+\alpha_2;t+\beta_2).$$

Aqui o objetivo principal é verificar a eficiência dos inspetores. Neste caso as funções densidades marginais *a posteriori* de e_1 e e_2 são de particular interesse. A função densidade marginal conjunta *a posteriori* de e_1 e e_2 se obtém integrando a função densidade conjunta *a posteriori* de e_1, e_2 e p, com respeito a p, no intervalo de variação [0;1] e, considerando que p é independente dos erros de classificação, ela é expressa por:

$$f(e_1,e_2/\tilde{x}) = \begin{cases} f_\beta(e_1/x_2+\alpha_1;x_1+\beta_1)\,f_\beta(e_2/x_4+\alpha_2;x_3+\beta_2)\text{,} \\ \qquad\qquad \textit{para o caso básico} \\ \sum_{j=0}^{r} w_j \;\; f_\beta(e_1/x_2+\alpha_1;r-j+\beta_1)\,f_\beta(e_2/j+\alpha_2;x_3+\beta_2)\text{,} \\ \qquad\qquad \textit{para o caso 1} \\ \sum_{j=0}^{r}\sum_{t=0}^{n-r} w_{jt}\, f_\beta(e_1/n-r-t+\alpha_1;r-j+\beta_1)\,f_\beta(e_2/j+\alpha_2;t+\beta_2)\text{,} \\ \qquad\qquad \textit{para o caso 2} \end{cases} \tag{4.3}$$

Deve-se observar que a função densidade marginal *a posteriori* de e_1 e e_2 proporciona uma representação completa da incerteza sobre e_1 e e_2 segundo a amostra e a informação *a priori*. O modelo bayesiano produz, assim, uma ferramenta eficaz para avaliação dos inspetores.

Observa-se também que a função densidade marginal *a posteriori* de e_1 e e_2, para o caso 1 e 2, é uma mistura de distribuições da mesma forma que a função densidade marginal *a posteriori* para o caso básico. O peso w_{jt} pode ser interpretado como a probabilidade *a posteriori* de que $x_3 = t$ e $x_4 = j$, quando se tem como informação disponível $r = x_1 + x_4$ *e* $s = x_2 + x_3$. O peso w_j pode ser interpretado como a probabilidade *a posteriori* de que $x_4 = j$, quando se tem como informação disponível $r = x_1 + x_4$, x_2 e x_3.

No caso básico, a distribuição *a posteriori* de e_1 e e_2 independe da distribuição *a priori* de *p*, ou seja não é necessário avaliar α e β, sendo suficiente a informação x_1, x_2, x_3 e x_4. Nos casos 1 e 2, como não se sabe perfeitamente o que foi classificado corretamente e incorretamente, é necessário ter noção *a priori* sobre *p.*

Considere que um inspetor é qualificado se $e_1 \leq a_1$ e $e_2 \leq a_2$. Neste caso, trata-se de realizar um teste de hipótese bayesiano no qual as alternativas são:

$$\begin{cases} H_0 : e_1 \leq a_1 \; e \; e_2 \leq a_2 \quad \textit{(inspetor qualificado)} \\ H_1 : \textit{caso contrário} \;\; \textit{(inspetor não qualificado)} \end{cases}$$

Se $P(H_0 / \tilde{x}) > P(H_1 / \tilde{x})$ então H_0 deve ser aceita como hipótese mais plausível. O valor $P(H_0 / \tilde{x}) = 1 - P(H_1 / \tilde{x})$ pode ser calculado como:

$$P(H_0 / \tilde{x}) = \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} f(e_1, e_2 / \tilde{x}) de_1 de_2 \, , \tag{4.4}$$

onde $f(e_1, e_2 / \tilde{x})$ é dada pela equação (4.3) para o caso básico, caso 1 e caso 2. A relação $P(H_0 / \tilde{x}) / P(H_1 / \tilde{x})$, denominada razão de chances *a posteriori*, é bastante útil para tomada de decisão final. Quanto maior for a razão, mais plausível é H_0 em relação a H_1.

5. Exemplo Ilustrativo

Uma empresa de azulejos deseja avaliar a eficiência de três inspetores (inspetor I, II e III). A característica de qualidade observada pelos inspetores é a cor do produto azulejo. Os azulejos amostrados são classificados como conformes ou não-conformes. A empresa considera um inspetor eficiente se $e_1 \leq 0{,}05$ e $e_2 \leq 0{,}05$.

Cada inspetor classificou 50 azulejos (*n*) escolhidos aleatoriamente da produção. A informação disponível para o inspetor I foi *r* = 45 e *s* = 5 (caso 2); o inspetor II *r* = 45; $x_2 = 1$ e $x_3 = 4$ (caso 1) e o inspetor III apresentou $x_1 = 44$; $x_2 = 1$; $x_3 = 4$ e $x_4 = 1$ (caso básico).

Técnicos da empresa concluíram que a Distribuição Beta poderia representar satisfatoriamente a informação *a priori* dos parâmetros e_1, e_2, p e estes poderiam, por sua vez, serem considerados independentes. Adotou-se então uma função densidade conjunta *a priori* $f(p, e_1, e_2) = f_\beta(p / \alpha, \beta) f_\beta(e_1 / \alpha_1, \beta_1) f_\beta(e_2 / \alpha_2, \beta_2)$, com constantes desconhecidas α, β, α_1, β_1, α_2, β_2.

Para os cálculos das referidas constantes desconhecidas pode-se aplicar o Método Delfhos (WINKLER, 1967) conjuntamente com o método gráfico (SPETZLER & HOLSTEIN, 1975). O método gráfico consiste em solicitar a cada técnico que realize sucessivas subdivisões subjetivas do intervalo, que abranjam todos os possíveis resultados da variável aleatória em partes eqüiprováveis. Isto torna possível realizar, ou selecionar de um conjunto, um gráfico da função densidade Beta, associado aos respectivos parâmetros que melhor representem os pensamentos subjetivos dos técnicos. Tabelas relacionando percentis com a respectiva função densidade Beta podem facilitar esta etapa. Tais tabelas são encontradas em PEARSON (1968).

No Método Delfhos é obtido o consenso entre os técnicos. Ele consiste em apresentar a todos as funções densidade de probabilidade, estimadas pelo método gráfico pelos demais componentes, sem sua respectiva identificação. As soluções são discutidas e questionadas. O processo se repete, com novas estimações gráficas, até acontecer um consenso.

Admita, por exemplo, que os valores [$\alpha = 50$; $\beta = 5$; $\alpha_1 = 2$; $\beta_1 = 60$; $\alpha_2 = 2$; $\beta_2 = 60$] foram os valores consensuais dos técnicos. As figuras 5.1 e 5.2 representam respectivamente as distribuições *a priori* Beta de e_1 e p. As distribuições *a priori* de e_1 e e_2 foram consideradas idênticas. Observe que os técnicos associam *a priori* probabilidades desprezíveis para erro de classificação (e_1 e e_2) superior a 0,15 e proporção de azulejos conformes (p) inferior a 0,7.

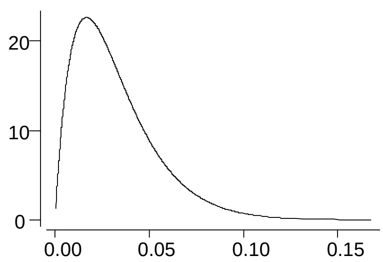

Figura 5.1: Distribuição Beta para e_1 [$f_\beta(e_1 / 2;60)$]

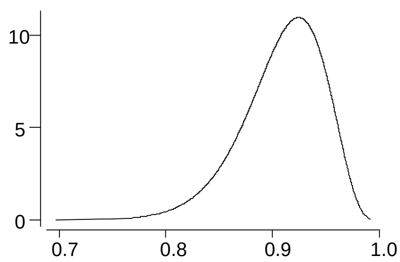

Figura 5.2: Distribuição Beta para p [$f_\beta(p / 50;5)$]

Neste caso, trata-se de realizar testes de hipóteses bayesianos em que as alternativas são:

$$\begin{cases} H_0 : e_1 \le a_1 = 0{,}05 \text{ e } e_2 \le a_2 = 0{,}05 & \textit{(inspetor qualificado)} \\ H_1 : \textit{caso contrário} & \textit{(inspetor não qualificado)} \end{cases}$$

Se $P(H_0 / \tilde{x}) > 0{,}5$ então H_0 deve ser aceita como hipótese mais plausível.

Por conta disso, foi implementada uma rotina computacional, interativa com o usuário, por meio do programa MINITAB, com objetivo de calcular $P(H_0 / \tilde{x})$ para os inspetores I, II e III e apresentar o resultado do teste de hipóteses. A rotina encontra-se disponível aos interessados mediante solicitação direta com os autores.

A Tabela 5.1 apresenta os valores de $P(H_0 / \tilde{x})$ para os inspetores I, II e III. Pode-se observar que para todos os inspetores avaliados, a decisão mais plausível foi considerá-los eficientes em relação à exigência da empresa ($e_1 \le a_1 = 0{,}05$ e $e_2 \le a_2 = 0{,}05$).

Tabela 5.1 : Resultado dos testes bayesianos para os inspetores I, II e III.

INSPETOR	INFORMAÇÃO AMOSTRAL ($\tilde{x}$)	$P(H_0 / \tilde{x})$	RAZÃO DE CHANCES	DECISÃO
I	$r = 45$ e $s = 5$	0,692	2,23	Aceitar H_0
II	$r = 45$; $x_2 = 1$ e $x_3 = 4$	0,738	2,82	Aceitar H_0
III	$x_1 = 44$; $x_2 = 1$; $x_3 = 4$ e $x_4 = 1$	0,585	1,41	Aceitar H_0

O valor de $P(H_0 / \tilde{x})$, para o inspetor II (caso 1), pode ser interpretado como uma média ponderada (com peso dado por w_j) dos valores de $P(H_0 / \tilde{x})$ calculados para *r+1* testes, do tipo do caso básico, originados pelos possíveis valores de x_1 e x_4 que satisfaçam a relação $x_1 + x_4 = r$. A interpretação de $P(H_0 / \tilde{x})$ para o inspetor I (caso 2) é similar, considerando (*r*+1)× (*n*-*r*+1) testes, do tipo do caso básico, originados pelos possíveis valores de x_1, x_2, x_3 e x_4, que satisfaçam as relações $r = x_1 + x_4$ e $s = x_2 + x_3$, com peso dado por w_{jt}. Isto torna evidente a maior precisão do teste realizado para o inspetor III (caso básico) uma vez que este não apresenta a necessidade de avaliar possíveis resultados amostrais (cálculo de w_j e w_{jt}).

6. Conclusão e Considerações Finais

Em controle de qualidade para atributos, os erros de classificação dos inspetores podem causar um significativo impacto nas conclusões sobre o processo. Por isso mesmo, antes de analisar o processo de produção deve-se avaliar a capacidade dos inspetores em distinguir produtos conformes e não-conformes com o padrão. Associada a esta questão, e até por conseqüência dela, surge a necessidade de treinamentos intensivos ou não dos inspetores.

Neste trabalho, o procedimento bayesiano permitiu considerar a avaliação dos inspetores sob três possibilidades de disponibilidade de informação. A primeira possibilidade, que foi denominada de caso básico, contém todas as informações quantitativas amostrais em relação aos erros de classificação. A segunda, chamada de caso 1, apresenta informações quantitativas somente para aqueles produtos que foram classificados como não-conformes. A última, o caso 2, não apresenta informações quantitativas amostrais em relação aos erros de classificação.

Conforme este trabalho, o caso básico apresenta-se como a análise mais informativa e precisa nas atividades de classificação com possibilidade de erros. Por isso, deve ser utilizado na medida do possível. Os casos 1 e 2 apresentam-se como modelos que podem ser interpretados como uma média ponderada de possíveis testes, do tipo do caso básico, originados pela informação quantitativa amostral parcial ou ausente dos erros de classificação. A maior contribuição deste trabalho localiza-se no cálculo dos pesos da média ponderada.

Por sua grande flexibilidade, o modelo também sugere aplicação ao estudo de cenários e em treinamentos de novos inspetores. Trata-se, portanto, de uma alternativa operacional e padronizada que é capaz de avaliar a eficiência de inspetores em testes de conformidade e não-conformidade.

Referências Bibliográficas:

BARRY, C.B.: "Bayesian evaluation of inspectors in sensory tests". *Journal of Quality Technology*, 13(2), p.120-24, 1981.

BENSON, P.G. & OHTA, H.: "Classifying sensory inspectors with heterogeneous inspection-error probabilities". *Journal of Quality Technology*, 18(2), p.79-90, 1986.

BERGER, J.O.: *Statistical decision theory and bayesian analysis*. New York, Springer-Verlag, 1985.

BONETT, G.D.: "Estimating the number of defects under imperfect inspection". *Journal of Applied Statistics*, 15(1), p. 63-7, 1988.

BURKE, J.R. *et alli:* "The effect of inspector errors on the true fraction non-conforming: an industrial experiment". *Quality Engineering*, 7(3), 543-550, 1995.

CHRISTER, A.H.: "Modeling the Quality of Automatic Quality Checks". *Journal of the Operational Research Society*, 45(7), p.806-16, 1994.

GABA, A. & WINKLER, R.L.: "Implications of errors in survey data: a bayesian model". *Management Science*, 38(7), p.913-25, 1992.

GABA, A.: "Inferences with an unknown noise level in a bernoulli process". *Management Science*, 39(10), p.1227-37, 1993.

GRAFF, L.E. & ROELOFFS, R.: "A group testing procedure in the presence of test error". *Journal of the American Statistical Association*, 69, p.1549-63, 1974.

HARRIS, D.H. & CHANEY, F.B.: *Human Factors in Quality Assurance*. John Wiley & Sons, Inc., 1969.

JOHNSON, N.L.; KOTZ, S. & RODRIGUEZ, R.N.: "Inspection errors in link sampling". *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 13, p. 1203-13, 1984.

JOHNSON, N.L.; KOTZ, S. & WU, X.: *Inspection errors for attributes in quality control*, London, Chapman & Hall, 1991.

KOTZ, S.; JOHNSON, N.L. & KEMP, A.W.: *Univariate discrete distributions*. New York. 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., 1992.

OHTA, H.; KASE, S. & ASAO, M.: "Evaluation of inspectors in sensory tests – qualification by geometrical method and classification by bayesian diagnosis rule". *Journal of Quality Technology*, 12(1), p.19-24, 1980.

PEARSON, K.: *Tables of the incomplete beta-function*. Cambridge. 2nd ed., Cambridge University Press, 1968.

SPETZLER, C.A. & STAËL Von HOLSTEIN, C.A.S.: "Probability encoding in decision analysis". *Management Science*, 22, p.340-58, 1975.

WINKLER, R.L.: "The assessment of prior distributions in bayesian analysis". *Journal of the American Statistical Association*, 74, p.776-800, 1967.

BAYESIAN EVALUATION OF INSPECTORS IN STATISTICAL ATTRIBUTES CONTROL

Abstract

When testing for attributes, it is important to assess the inspectors' efficiency as they judge the product quality by classifying it as conforming or non-conforming. This work presents a bayesian method for evaluating sensory inspectors, including discussions about situations in which classifications are made for which the real state of the product is not known.

***Key words:** quality control; attribute sampling; classification error; evaluation of inspectors; bayesian inference.*