

Um modelo heurístico baseado em localização-designação aplicado ao estacionamento rotativo

[An heuristic model based on localization-designation applied to a rotating parking lot]

Liliane Silva de Antikeira*, Elaine Corrêa Pereira, Catia Maria dos Santos Machado

Federal University of Rio Grande - Brazil

Submitted 3 Jun 2013; received in revised form 9 Sep 2013; accepted 6 Dec 2013

Resumo

O presente trabalho propõe um modelo heurístico de resolução para a melhoria do Serviço de Estacionamento Rotativo Regulamentado na cidade de Rio Grande-RS, baseado na formação de agrupamentos (clusters). Tem como objetivo, obter de forma eficaz e eficiente os setores e áreas de fiscalização no estacionamento rotativo. A metodologia apresentada utiliza técnicas da pesquisa operacional e divide o trabalho em três fases: na primeira é feita uma pesquisa de campo; na segunda são formados os setores de fiscalização e na terceira são formadas as áreas do estacionamento rotativo. Para a formação dos setores, foi utilizado comparativamente a heurística clássica Teitz e Bart e Busca Tabu definindo assim, as p-medianas necessárias para o problema. Estas medianas servem como "sementes" para a formação dos setores de fiscalização, obtidos através do algoritmo de designação de Gillett e Johnson. Um aplicativo dinâmico processa os dados georreferenciados tornando possível a informatização do atual sistema, bem como permite analisar os diferentes mapas que podem ser obtidos a partir da construção de cenários, quando os trechos de quadra são adicionados ou removidos ou ainda da contratação ou redução de pessoal.

Palavras-Chave: p-medianas, designação, estacionamento rotativo.

Abstract

The present work proposes a heuristic model of solution to improve the regulated Rotating Parking Lot Service situated in Rio Grande, Brazil, based on the formation of the clusters. It has as a goal to obtain an effective and efficient way the sectors and areas of inspection in the rotating parking lot. The methodology uses techniques of operational research and divides the work in three phases: first, a field research is performed; second, sectors of inspection are formed; and third, the areas of the rotating parking lot are formed. To the sectors formation, it was used comparatively the classic heuristic Teitz and Bart and Tabu Search defining that way the p-median needed to the problem. These medians are used as "seeds" to the formation of the inspection sector, obtained by the designation algorithm of Gillet and Johnson. A dynamic application processed the georeferenced data making possible the computerization of the current system, as well as allowing the analysis of the different maps that may be obtained from the building of scenarios, when the block stretches are added or removed or still from the recruitment or reduction of people.

Key words: p-medians, designation, rotating parking lot.

* Email: lilianeantikeira@furg.br.

Recommended Citation

Antikeira, L. S., Pereira, E. C. and Machado (2014) Um modelo heurístico baseado em localização-designação aplicado ao estacionamento rotativo. *Journal of Transport Literature*, vol. 8, n. 4, pp. 82-108.

Introdução

O presente trabalho tem como objetivo a aplicação da heurística de Localização-Designação na formação dos setores e áreas de fiscalização para a melhoria do Serviço de Estacionamento Rotativo Regulamentado na cidade de Rio Grande–RS, baseado na formação de agrupamentos (*clusters*).

Devido ao crescimento acelerado do número de automóveis e a falta de infraestrutura, os moradores da cidade do Rio Grande, em fevereiro de 2010, se depararam com a implementação do Estacionamento Rotativo Regulamentado (ERR), com o objetivo de aumentar a rotatividade das vagas disponíveis e amenizar o problema. Essas dificuldades começaram a atingir a cidade devido a grandes investimentos no setor naval, incluindo a construção de plataformas e cascos para navios, gerando cerca de 40 mil empregos diretos e indiretos em cinco anos. Em consequência disso, a frota de veículos em circulação iniciou um processo de crescimento e de acordo com os dados do Departamento Estadual de Trânsito do Rio Grande do Sul (DETRAN), o município possui cerca de 80 mil veículos e a estimativa é que, em 2020, estejam circulando mais de 160 mil automóveis. Esta situação gera um descompasso entre o aumento do número de carros e a falta de espaço, ocasionando um desequilíbrio entre a demanda e a oferta de vagas para estacionamento.

A área do ERR de Rio Grande abrange a maioria das ruas centrais da cidade, as quais estão agrupadas em 11 setores, sendo que o número de vagas atendidas pelos fiscais nos setores é desconhecido. Além disso, a empresa responsável não possui mapas que cobrem os setores e áreas de fiscalização.

Uma contribuição importante do trabalho, além de tornar possível o aprendizado no assunto, é a possibilidade de informatização do atual sistema permitindo a construção de cenários, os quais poderão ser obtidos quando trechos de quadra forem adicionados ou removidos, ou ainda da contratação ou redução de pessoal. Na literatura, os problemas de localização podem classificados como problemas de cobertura e problemas de localização de p-mediana. Em ambas, decisões são tomadas sobre onde localizar facilidades (centros que podem ser

substituídos por fábricas, depósitos, escolas, antenas, etc.), considerando os outros centros como clientes que devem ser servidos, de forma a otimizar um dado critério.

Segundo Arakaki e Lorena (2006), a heurística de localização-designação apresenta-se como um método promissor na busca de soluções a problemas combinatoriais de localização de facilidades, e em particular PPMC (Problema de P-Medianas Capacitado) e o problema PLMC (Problema de Localização de Máxima Cobertura). No Problema de Localização-Designação, várias facilidades são localizadas, que por sua vez são designadas aos seus clientes. No Problema das p-medias Capacitado, dado um conjunto de objetos com diferentes pesos, deseja-se particionar este conjunto em p agrupamentos, de tal forma que o peso total dos objetos em cada agrupamento seja menor ou igual a um dado valor, e ainda minimizar a dispersão total dos objetos em relação a uma mediana definida como centro do agrupamento. Os autores também mostram que a heurística de Localização-Designação pode ser aplicada ao Problema de Localização de Máxima Cobertura (PLMC).

A heurística de Localização-Designação foi inicialmente inspirada nos trabalhos de Cooper (1963) e Taillard (1996). A heurística de Cooper (1963) alternava entre a alocação da população aos centros e localização destes centros numa sequência até que houvesse uma convergência global. Na primeira iteração, uma região era subdividida em sub-regiões pela alocação dos pontos de demanda aos seus centros mais próximos, que eram escolhidos arbitrariamente. E a seguir, calculava-se a localização ótima de cada centro dentro da sub-região. Como exemplo de localização-designação pode-se citar o artigo de Yeh e Chow (1996) que aplica um modelo de p-medias numa área concreta em Hong Kong, integrando a um SIG. Mais detalhes, sobre trabalhos reais utilizando o tema podem ser encontrados em Pires (2002) e Gonçalves (2003).

Como técnica de solução para os problemas de localização, existem os métodos exatos utilizados em problemas de pequeno porte conforme Steiner (2003) e os métodos heurísticos como o clássico Algoritmo de Teitz e Bart (1968). Outras heurísticas como SimulatedAnnealing podem ser encontradas no trabalho de Chiyoshi e Galvão (2000), Algoritmos Genéticos propostos por Correa et al. (2001) e Busca Tabu discutido nas pesquisas de Glover (1986), Laguna (1991) e Bornsteein (2004).

Então, a partir da revisão bibliográfica e das ferramentas estudadas, este trabalho propõe a formação de novos setores e áreas de fiscalização através da determinação das medianas e, posteriormente, a designação dos demais pontos as medianas. O mesmo está organizado em cinco seções, sendo que na Seção 1 é apresentada a descrição do problema real, ressaltando a maneira como este serviço é feito atualmente; na Seção 2 encontra-se a formulação matemática para o problema das p-medianas; na Seção 3 descreve-se a metodologia composta de três etapas as quais são a pesquisa de campo, a formação dos setores e a formação das áreas; na Seção 4 é descrita a operacionalização do aplicativo desenvolvido, o qual possibilita a elaboração de mapas de cobertura e relatórios do sistema de forma eficiente. Na Seção 5 é feita uma análise dos resultados obtidos através da implementação dos algoritmos. Ao final são apresentadas as conclusões.

1. Descrição do problema real

O sistema de estacionamento rotativo da cidade de Rio Grande, também denominado de Zona Azul, foi implantado em fevereiro de 2010 e tem como objetivo aumentar a rotatividade das vagas disponíveis, sendo aproximadamente 1277 vagas destinadas a este sistema. São responsáveis pelo serviço a empresa Rek Parking juntamente com a Secretaria Municipal da Segurança, dos Transportes e do Trânsito (SMSTT) da Prefeitura Municipal.

Com relação ao número de funcionários, existem atualmente 24 monitores que percorrem os trechos de quadra¹ que lhes são atribuídos, verificam se os veículos permanecem estacionados dentro do tempo estipulado e anotam as ocorrências caso sejam necessárias. Dentre estes monitores, dois exercem a função de pivô, percorrendo os setores e auxiliando os demais para evitar a sobrecarga de trabalho. O sistema conta com dois supervisores, sendo um supervisor para cada 12 fiscais. Em 1º de agosto de 2011, teve a primeira ampliação do sistema contemplando aproximadamente 300 vagas.

A região em estudo é composta por trechos de quadra que estão agrupados em 11 setores. Tais setores não são utilizados pelos monitores e supervisores para a realização do serviço de campo, pois os funcionários são destinados de acordo com a distância de 70 metros em torno

¹ Para melhor entendimento, define-se trecho de quadra sendo um “pedaço” de rua entre duas retas transversais de um único lado.

de um parquímetro. Consequentemente, não possuem informações sobre a localização das ruas e dos trechos de quadra que deverão ser fiscalizados, percorrendo muitas vezes locais repetidos e outros ficando sem fiscalização. Ressalta-se também que, não há no regulamento da empresa dados referentes a quantidade de vagas existentes em cada um desses setores e as vagas que os fiscais atendem ao logo do seu turno. Por esta razão, não são consideradas o total de vagas que cada monitor percorre e isto pode acarretar em funcionários sobrecarregados, havendo a necessidade de uma análise da atual situação.

2. Formulação matemática do problema das p-medianas

Na visão da teoria dos grafos, Hakimi tornou simples a determinação de uma mediana. Considerando um grafo $G(V, E)$ onde V é o conjunto de vértices $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ e E é o conjunto de arestas $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. Em muitas aplicações ocorre que aos vértices estão associados valores que representam a importância de cada um, isto é, os vértices são ponderados. Para que a formulação do problema seja mais abrangente, consideramos os pesos como sendo respectivamente $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Através dessas informações é construída uma matriz, chamada distância-peso, onde as entradas ij são a distância mínima entre o vértice i e o vértice j multiplicado pelo peso do vértice j , ou seja, $w_j d_{ij}$. Para cada vértice $x_i \in V$, considerando a distância do vértice x_i ao vértice x_j representada por $d(x_i, x_j)$, definimos o número de transmissão pela equação:

$$\sigma(x_i) = \sum_{x_j \in V} v_j d(x_i, x_j) \quad (1)$$

Observe que na prática, o número de transmissão $\sigma(x_i)$ pode ser visto como a soma dos elementos da linha i da matriz distância-peso. Podemos então definir a Mediana de um grafo como o vértice \bar{x} o qual satisfaz a equação acima.

$$\sigma(\bar{x}) = \min_{x_i \in V} [\sigma(x_i)] \quad (2)$$

Para o caso de p-medianas, consideramos o subconjunto $V_p \subseteq V$ com p vértices do conjunto de vértices V . A distância do vértice x_j e o subconjunto de vértices V_p como sendo:

$$d(x_j, V_p) = \min_{x_i \in V_p} [d(x_j, x_i)] \quad (3)$$

Para o subconjunto V_p de V , define-se transmissão de V_p como:

$$\sigma(V_p) = \sum_{x_j \in V} v_j \cdot d(V_p, x_j) \quad (4)$$

O problema de p-medianas consiste em encontrar o subconjunto \bar{V}_p de cardinalidade p para o qual a transmissão $\sigma(\bar{V}_p)$ seja mínima, isto é:

$$\sigma(\bar{V}_p) = \min_{V_p \subseteq V} [\sigma(V_p)] \quad (5)$$

A formulação matemática para o problema de localização de p-medianas com a utilização de programação matemática inteira, de acordo com Pizzolato (1994), consiste em:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \cdot \xi_{ij} \quad (6)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^n \xi_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \xi_{ii} = p \quad (8)$$

$$\xi_{ij} \leq \xi_{ii} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\xi_{ij} \in \{0,1\} \quad (10)$$

Onde n é o número de vértices do grafo; p é o número de medianas a ser instalado, d_{ij} é o produto da distância entre os vértices x_i e x_j pelo peso v_j , sendo v_j a demanda de cada vértice x_j . $[\xi_{ij}]$ é a matriz de alocação, que será 1 se o vértice x_j é alocado ao vértice mediana x_i e 0 no caso contrário e ainda ξ_{ii} é considerado 1 se o vértice x_j for um vértice mediana e 0 caso contrário. A equação (6) é a função objetivo a ser minimizada sujeita a restrições: a equação (7) garante que apenas uma mediana seja instalada, a equação (8) garante a instalação das p medianas, a equação (9) afirma que um vértice i somente é alocado à um vértice j se este for um vértice mediana e a restrição de número (10) é a condição de integralidade.

3. Metodologia proposta

Para atender os objetivos deste trabalho, a metodologia foi organizada em três etapas contendo a estruturação do problema; a formação dos setores e por fim, a formação das áreas.

3.1 Pesquisa de campo

Nessa etapa, foi realizada uma saída de campo para a contagem do número de vagas em cada trecho de quadra das ruas que compõe o estacionamento rotativo, totalizando 126 trechos de quadra. Essa contagem foi necessária visto que a empresa responsável não possuía essa informação. O ponto médio de cada trecho de quadra também foi identificado, correspondendo um trecho de quadra a ser percorrido pelo fiscal.

Todos os pontos identificados foram cadastrados no mapa georreferenciado em coordenadas UTM (Universal Transverse Mercator) tendo como referencial o Fuso 22 e, com o auxílio do software AutoCAD (Computer Aided Design), foram obtidas as coordenadas de cada um dos pontos.

A taxa de ocupação de cada trecho de quadra também foi considerada, com o intuito de analisar as ruas que possuem maior, menor e média movimentação e ocupação de veículos. Foram consideradas as taxas: 100% (alta), 60% (média) e 30% (baixa), conforme Capri (2005).

3.2 Formação dos setores

Com o objetivo de melhorar a distribuição dos fiscais do ERR do município, essa etapa foi composta pela determinação do número p de medianas para a formação dos setores de fiscalização. O número p de medianas utilizado foi 20, de modo a não haver alterações no número atual de funcionários da empresa. Também em razão disso, houve uma proposta da existência de quatro pivôs para auxiliarem os demais fiscais em horários e locais de maior movimento, permanecendo os 24 fiscais no atual serviço. Cabe salientar que uma variação do p também poderá vir a ser considerada, desde que seja oportuno reduzir o número de setores e/ou fiscais.

No problema real, cada $x_i \in V$ corresponde a um trecho de quadra e cada $e_i \in E$ corresponde à distância $d(x_i, x_j)$ percorrida pelo fiscal entre dois trechos de quadra. A métrica utilizada foi a euclidiana multiplicada pelo fator de correção 1,35, conforme Novaes e Alvarenga (1994).

É importante destacar que muitas cidades não mantêm a mesma semelhança quanto à planaridade, por esse motivo, houve um ajuste no fator de correção. Foram escolhidos alguns trechos de quadra para realizar o cálculo das distâncias utilizando o fator de correção entre 1,33 e 1,36. No entanto, foi observado que a utilização do fator de correção 1,35 foi a melhor aproximação da distância real.

Para a resolução do PLF foi realizada a comparação dos resultados dos algoritmos Teitz e Bart e Busca Tabu, optando pelo algoritmo que resultou na solução de melhor qualidade.

3.2.1 Métodos heurísticos utilizados para o problema das p-medias

É interessante ressaltar que dependendo das especificidades do problema existe uma decisão entre utilizar um algoritmo preciso ou o mais rápido. Basicamente, os estudos comparam o desempenho dos métodos heurísticos em um conjunto de problemas utilizando alguma medida de desempenho. Esta medida de desempenho pode ser o número de iterações, ou número de cálculo de funções ou tempo de processamento em que o método usou para resolver o problema.

Motivados pelo trabalho de Honer (2009), que utilizou como medida de desempenho a qualidade da solução e o tempo de processamento dos algoritmos na resolução do problema das p-medias, a metodologia de *performance profile*, proposta por Dolan e Moré (2002), é que foi implementada as heurísticas de Teitz e Bart e Busca Tabu. O desempenho dos algoritmos foi avaliado em redes pequenas (até 100 nós), redes médias (200 a 700 nós) e em redes grandes (mais de 800 nós) e os melhores resultados em qualidade de solução foram obtidos pelos algoritmos Busca Tabu e Teitz e Bart em redes pequenas e de médio porte. Em redes de grande porte, o método de Teitz e Bart ainda apresentou soluções de qualidade, no entanto o tempo computacional não foi satisfatório. O método de Teitz e Bart é de fácil implementação e produz boas soluções. Nesse sentido, recentemente pesquisadores estudaram modificações na estrutura do método clássico de Teitz e Bart a fim de considerar o tempo

computacional satisfatório quando aplicado a redes de grande porte. Mais detalhes sobre essas modificações podem ser encontradas em Freitas (2012).

Sobre o método de Teitz e Bart, informalmente, consiste em partir de uma solução aleatória inicial e a partir dela comparar um a um os vértices que estão fora da solução atual, substituindo os vértices mais bem colocados na função objetivo.

O procedimento pode ser descrito da seguinte forma:

Passo 1: Selecionar um conjunto S de p vértices, formando uma aproximação inicial do conjunto ótimo \bar{V}_p . Chamar todos os vértices $x_j \notin S$ de vértices não testados e os $x_i \in S$ de testados;

Passo 2: Selecionar um vértice não testado $x_j \notin S$, compute a redução Δ_{ij} no número de transmissão, se x_i é substituído por x_j , isto é, compute a equação (11):

$$\Delta_{ij} = \sigma(S) - \sigma(S \cup \{x_j\} - \{x_i\}) \quad (11)$$

Passo 3: Encontre $\Delta_{i_0j} = \max_{x_i \in S} [\Delta_{ij}]$

- i) Se $\Delta_{i_0j} \leq 0$ rotule o vértice x_j como testado e volte ao passo 2;
- ii) Se $\Delta_{i_0j} > 0$ efetuar $S \leftarrow S \cup \{x_j\} - \{x_{i_0}\}$, rotular x_j como testado e volte ao passo 2.

Passo 4: Repetir 2 e 3 até que todos os vértices do conjunto de vértices V estejam rotulados como testados. Este procedimento é referido como ciclo. Se, durante o último ciclo nenhuma substituição foi feita no passo 3 (ii), vá para o passo 5. Caso contrário, se foi feita alguma substituição, rotule todos os vértices como não testados e retorne ao passo 2.

Passe 5: Pare. O conjunto S atual é o conjunto de p -medianas \bar{V}_p .

O Passo 1 do algoritmo consiste em selecionar um número p de trechos de quadra para fazerem parte da solução inicial do problema denominado conjunto $S = \{x_1, \dots, x_{20}\}$, considerando uma solução como uma aproximação do conjunto ótimo \bar{V}_{20} . Ainda neste passo

os nós que não fazem parte da solução inicial, os trechos de quadra $x_j \notin S$, são rotulados como “não testados”.

No Passo 2, é feita a seleção de um vértice $x_j \notin S$ qualquer para ser comparado aos vértices x_i que estão na solução. É feita a comparação com o vértice x_j entre todos os vértices x_i e são computadas as reduções, ou acréscimos, no número de transmissão ($\sigma(S)$), que é representado por Δ_{ij} .

O Passo 3 é responsável pela escolha da redução máxima Δ_{i_0j} . Se a redução máxima é positiva, o nó x_j é substituído e passa a fazer parte da nova solução, caso contrário, o nó x_j é rotulado como testado e volta-se ao passo 2.

O ciclo é caracterizado no passo 4. É nesta etapa que os passos 2 e 3 são repetidos até que não haja mais alterações durante o último ciclo completo. Caso isso ocorra, o passo 5 é responsável pelo fim do algoritmo e o conjunto solução \bar{V}_p é considerado a melhor aproximação do ótimo.

Com relação ao método Busca Tabu, este visa explorar o espaço de soluções movendo-se de uma solução para outra que seja seu melhor vizinho tendendo a evitar um mínimo local. Além disso, qualquer solução, ótima ou não, é denominada configuração e o movimento é o processo pelo qual se gera uma nova solução, onde um novo vértice ocupa o lugar de um vértice que é retirado da solução. O conjunto de movimentos candidatos é o conjunto de todas as possibilidades de movimentos excluindo-se a solução atual.

Os movimentos proibidos fazem parte de um conjunto denominado restrições tabu. É este conjunto que difere a Busca Tabu de outros métodos. Estes movimentos não permitidos, no caso do problema das p-mediana, podem ser um conjunto de vértices que foram recentemente visitados ou movimentos que não satisfizeram certos critérios. Para permitir exceções, o critério de aspiração permite que um movimento que esteja na lista de restrições tabu seja utilizado. Um critério de aspiração bastante comum é o de ignorar a restrição sempre que o valor da configuração (solução) resultante do movimento for melhor que a melhor solução encontrada até o momento.

Solução inicial: O Algoritmo de Busca Tabu também inicia com uma solução aleatória contendo exatamente p vértices. Neste caso, a solução inicial será a mesma utilizada no método de Teitz e Bart, a fim de comparar a qualidade de solução entre os métodos.

Movimentos: O método Busca Tabu permite durante a busca visitar soluções inviáveis. No caso do problema das p -medianas, o algoritmo pesquisa em soluções contendo $p-1$ ou $p+1$ medianas contando com dois movimentos básicos ADD e DROP que são responsáveis, respectivamente, pelos movimentos de acrescentar e retirar um vértice da solução. O algoritmo Busca Tabu, implementado no trabalho, possui ainda mais dois procedimentos: o procedimento SWAP e o procedimento ESCOLHA_MOVIMENTO. O procedimento SWAP realiza a substituição de um vértice, de modo análogo ao proposto por Teitz & Bart. No procedimento ESCOLHA_MOVIMENTO é definido o movimento que será executado.

Restrições Tabu: São aplicadas para prevenir que movimentos voltem para soluções recentemente visitadas. Assim, quando um determinado vértice passa a fazer parte da solução, ele entra também na lista tabu permanecendo por iterações, onde o vértice fica proibido de entrar na solução.

Critério de Aspiração: Existe para burlar a lista tabu, desta forma, uma lista de memória é elaborada onde é gravada a melhor solução até o momento. Se um vértice que pertence à lista tabu é testado e produz o resultado melhor que o contido na memória, este movimento é permitido e o vértice entra na solução.

Estratégia de Oscilação: O algoritmo permite aumentar ou diminuir o número de medianas, isso resulta em soluções inviáveis, mas permite que a busca “escape” de mínimos locais. Frequentemente, aumentando uma mediana ao problema, o valor da função objetivo diminui para além do mínimo encontrado até o momento, fazendo com que novas configurações sejam testadas.

O algoritmo conta com uma inicialização onde os parâmetros são definidos. Nesta inicialização, o número máximo de iterações é fixado como o dobro do número de vértices do problema. Outro parâmetro importante é o número de estabilidade, aqui fixado em 20%, ou seja, se em 20% do número máximo de iterações não houver melhora, o algoritmo pára.

O processo de Busca Tabu aplicado ao problema das p -medianas pode ser descrito como:

Passo 1 Entrar com a Solução Inicial utilizada no Método de Teitz e Bart;

Passo 2 Calcular o valor da função objetivo da solução;

Passo 3 Gerar a lista tabu;

Passo 4 Executar o procedimento ESCOLHA_MOVIMENTO;

Passo 5 Realizar o movimento escolhido;

Passo 6 Atualizar a função objetivo e a lista tabu;

Passo 7 Realizar o movimento SWAP;

Passo 8 Atualizar a função objetivo e a lista tabu;

Passo 9 Repetir os passos de 4 a 8 até que o número máximo de iterações seja alcançado.

Passo 10 Fim

Após a determinação das medianas pela solução de melhor qualidade entre os algoritmos de Teitz & Bart e Busca Tabu, foi realizada a designação de cada vértice (trecho de quadra) não mediana para a mediana mais próxima a ele, respeitando a capacidade de cada mediana. Assim, foram obtidos os 20 setores de fiscalização do estacionamento rotativo.

O cálculo da demanda (D_i) de cada trecho de quadra é obtido pela equação (12):

$$D_i = V_i \times T_i \quad (12)$$

Onde, V_i é o número de vagas de cada trecho de quadra e T_i a taxa de ocupação. É importante destacar que o problema das p-medianas tratado neste artigo é não-capacitado. Dessa forma a seguinte restrição foi acrescentada.

$$\sum_{i=1}^{106} x_{ij} D_i \leq C_j \text{ para } j = 1, 2, \dots, 20 \quad (13)$$

Essa restrição permitirá automatizar os mapas de cobertura, tornando o sistema de estacionamento rotativo dinâmico. Cada mediana j possui uma capacidade C_j que deve ser respeitada de acordo com a demanda D_i do trecho i .

A capacidade das medianas é obtida através da Equação (14):

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^{126} V_i \times T_i}{106} \times \frac{126}{20} \quad (14)$$

Esta capacidade poderá variar quando um trecho de quadra for adicionado ou retirado do sistema de estacionamento rotativo, pois C_j é calculada de acordo com a taxa de ocupação e o número de vagas de cada trecho de quadra. O objetivo do cálculo da capacidade é para que o número de vagas em cada setor seja aproximado, não havendo uma diferença significativa.

3.2.2 Formulação matemática e resolução do problema de designação

A formulação matemática utilizada para o problema de designação é dada por:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{j=1}^{20} \sum_{i=1}^{106} d_{ij} x_{ij} \quad (15)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{20} x_{ij} = 1 \text{ para } i = 1, 2, \dots, 106 \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{106} x_{ij} D_i \leq C_j \text{ para } j = 1, 2, \dots, 20 \quad (17)$$

$$x_{ij} = 1, \text{ se o trecho } i \text{ for designado para a mediana } j \text{ e } 0, \text{ caso contrário} \quad (18)$$

A função objetivo (15) designa os 106 trechos de quadra aos 20 setores de forma a minimizar a distância percorrida pelos fiscais dentre os trechos de cada setor. As restrições (16) garantem que cada trecho de quadra i seja designado a apenas um setor j . As restrições (17) garantem que a capacidade C_j de cada setor seja respeitada de acordo com a demanda D_i do trecho i . E por último, as restrições (18) que impõem a integralidade, ou seja, é variável binária, podendo assumir apenas os valores 1 ou 0.

O algoritmo utilizado é o de Gillett e Johnson adaptado (BODIN, 1983) e (CORRÊA, 2000). Trata-se de um procedimento heurístico para designar os trechos de quadra a mediana.

Os parâmetros utilizados são:

$t_{i,1}$ primeira mediana mais próxima

$t_{i,2}$ segunda mediana mais próxima

$c_{i,1}$ distância da primeira mediana mais próxima até o trecho de quadra i

$c_{i,2}$ distância da segunda mediana mais próxima até o trecho de quadra i

Os passos do algoritmo implementado estão descritos a seguir:

Passo 1 Calcular a distância entre cada trecho de quadra ainda não designado até cada uma das medianas correspondentes que ainda não estão com sua capacidade esgotada.

Passo 2 Para cada trecho de quadra i , obter $t_{i,1}$, $t_{i,2}$, $c_{i,1}$, $c_{i,2}$

Passo 3 Para todos os trechos de quadra i , calcular a diferença $d_i = c_{i,1} - c_{i,2}$

Passo 4 Ordenar os trechos de quadra i por d_i , em ordem decrescente;

Passo 5 Designar os trechos de quadra $i=1, 2, \dots$ até que $t_{i,1}$ seja atingida;

Passo 6: Enquanto existir algum trecho de quadra i não designado, volte ao passo 2; caso contrário pare, a solução quase ótima (ou eventualmente a ótima) foi obtida.

3.3 Formação das áreas

O objetivo desta etapa é formar duas áreas de fiscalização para os supervisores do atual sistema. Para isto, duas medianas dentre os 20 setores devem ser encontradas, utilizando os resultados do algoritmo que apresentar melhor solução.

Posteriormente, os 18 setores serão designados as duas medianas, formando duas áreas de fiscalização do estacionamento rotativo. Cada supervisor ficará responsável por uma área.

4. Operacionalização do aplicativo

Esta seção descreve o funcionamento do aplicativo desenvolvido que possibilita a generalização do problema em estudo, servindo como modelo para outras regiões e municípios que necessitam de uma ferramenta computacional para a elaboração de mapas a serem utilizados pelos funcionários dentro do serviço do estacionamento rotativo. Tais mapas

são organizados em setores e áreas com a finalidade de distribuir os funcionários na região em que existe o estacionamento rotativo, considerando o número de vagas que os mesmos atenderão.

Além disso, o aplicativo permite adicionar e remover trechos quando houver alterações no sistema, sendo possível mudar o mapa da região ou acrescentar bairros e ruas, conforme a necessidade. Todo o processo realizado manualmente pelas empresas responsáveis pode ser informatizado garantindo a automatização do serviço. Também é possível a criação de cenários a partir da variação do número de setores e/ou áreas.

Durante as simulações são efetuados os registros de todos os resultados obtidos pelos algoritmos e, após o término da simulação, o aplicativo apresenta os gráficos contendo os ciclos, função objetivo, tempo computacional e o número de iterações dos mesmos.

Com relação à implementação, utilizou-se a linguagem Pascal Gráfica orientada a objetos, pelo fato de existirem objetos gráficos, com suas propriedades manipuladas pela programação.

5. Experimentos computacionais

Esta seção é composta pela análise dos resultados referentes a formação dos setores e áreas do estacionamento rotativo de Rio Grande.

5.1 Formação dos setores

São apresentados os resultados referentes a implementação dos algoritmos Teitz & Bart e Busca Tabu e, a partir da comparação destes, a definição das medianas utilizadas para a designação e formação dos setores. Foi utilizado o computador Intel(R) Core (TM) 2 Duo, CPU T6600, 2.20GHz, 4 GB de memória RAM e Sistema Operacional Windows 7 Home Premium.

5.1.1 Método I - algoritmo Teitz & Bart

O algoritmo gera uma solução inicial aleatória e o número de transmissão desta solução. A partir das simulações foram obtidas 20 medianas, com o objetivo de encontrar o menor número de transmissão, sendo que os resultados apresentados na Tabela 1 foram selecionados dentre os 10 melhores resultados obtidos nas simulações realizadas.

Tabela 1 – Resultados obtidos pelo Método I

Simulação	Nº de transmissão (m)	Tempo computacional (s)	Reduções na função objetivo	Nº de iterações
1	7556,62942	2,4	140	71900
2	7552,82931	2,4	133	78120
3	7547,62293	2,3	110	79380
4	7544,13508	1,9	113	67600
5	7561,95125	2,0	97	67500
6	7547,01030	2,7	116	92820
7	7546,38275	2,2	101	76660
8	7553,72393	2,1	85	73780
9	7542,59678	2,3	102	76540
10	7560,41790	2,6	90	81780

Analisando a Tabela 1, o algoritmo de Teitz & Bart gerou números de transmissões muito próximos e a simulação 9, foi a que resultou na menor distância percorrida pelo fiscal. Além disso, nas 10 simulações realizadas, o tempo computacional ficou entre 1,9 e 2,6 segundos.

Para encontrar maior precisão nos resultados, foram analisadas as soluções de cada simulação do Método I e houve uma aproximação no conjunto de medianas obtido, com variações de 3 a 5 pontos. Isto aponta para o fato de que aumentando o número de simulações, os resultados são muito próximos, pois a localização das medianas se mantém praticamente a mesma, conforme apresentado na Tabela 1.

5.1.2 Método II - algoritmo Busca Tabu

Na inicialização do algoritmo é definido o Tempo Tabu, pois quando um vértice faz parte da solução, ele permanece na lista tabu por um determinado número de iterações, ficando proibido de entrar na solução.

Com relação ao número Máximo de Iterações, este é fixado como o dobro do número de nós do problema (Horner, 2009), neste caso tem-se 252 iterações. Outro parâmetro definido é a Estabilidade e corresponde ao número máximo de iterações sem melhoria.

Além disso, o Busca Tabu foi implementado utilizando em cada simulação, a mesma solução inicial do Método I, visto que o objetivo é a comparação entre os dois métodos. Da mesma forma, foram realizadas diversas simulações variando os parâmetros utilizados. A Tabela 2 representa as melhores soluções dentre as testadas.

Tabela 2 - Resultados obtidos pelo Método II

Simulação	Tempo Tabu (iterações)	Estabilidade (iterações)	Nº de transmissão (m)	Tempo computacional (s)	Total de Iterações	Melhor Iteração
1	5	10	7653,98779	1,1	48	38
2		20	7636,44111	1,6	53	33
3		40	7615,13282	2,8	128	88
4		70	7624,81136	3,3	117	47
5		100	7626,53037	4,3	149	49
6	20	10	7660,44796	0,9	30	20
7		20	7649,82886	1,2	42	22
8		40	7626,08712	2,4	95	55
9		70	7605,24144	4,5	153	83
10		100	7611,11563	5,7	207	107
11	50	10	7629,14615	1,4	54	44
12		20	7625,05300	1,6	73	53
13		40	7598,75050	3,7	135	95
14		70	7614,03450	7,1	252	245
15		100	7586,29547	5,9	213	113

Conforme exposto na Tabela 2, houve algumas variações nos parâmetros dentre as 15 simulações do algoritmo Busca Tabu. Ao fixar o Tempo Tabu igual a 5 iterações com uma variação da Estabilidade entre 10 e 100, os tempos computacionais aumentaram e o número de transmissão ficou estável, não tendo melhora significativa. O mesmo aconteceu com o Tempo Tabu igual a 20 e 50 iterações, pois quanto maior a Estabilidade, maior é a tentativa de melhorar a solução, com isso aumentando o tempo computacional.

Além disso, na simulação 14, o total foram 252 iterações, atingindo o critério de Iteração Máxima. Isso significa que mesmo ocorrendo um decréscimo na função objetivo e se a mesma não atinge a estabilidade em 252 iterações o aplicativo pára.

Também, nesta simulação, a função objetivo se manteve estável por 100 iterações sucessivas a partir da iteração 113. Por esta razão, o algoritmo parou na iteração 213 atendendo o critério de Estabilidade. Além disso, a simulação 15 teve o menor valor do número de transmissão entre os resultados testados.

A Tabela 3 destaca a comparação das duas soluções obtidas pelos Métodos I e II.

Tabela 3 – Comparação dos métodos

Método I (Teitz & Bart)	Simulação 09	7542,59678 m
Método II (Busca Tabu)	Simulação 15	7586,29547 m

Neste caso, a escolha foi pelo Método I, ambos apresentaram soluções de qualidade e uma diferença não significativa de aproximadamente 44 metros de distância. Desse modo, foi utilizado o conjunto de medianas obtido pelo Método I, tais medianas são os trechos de quadra [114-120-21-7-12-65-15-44-2-73-32-123-94-102-40-53-48-59-90-96] e serão os novos 20 setores do ERR.

Esta seção é finalizada com a implementação do algoritmo de designação para alocação dos 106 trechos de quadra às 20 medianas de forma a minimizar a distância percorrida pelos fiscais. A Demanda de cada trecho de quadra e a Capacidade das medianas são calculadas utilizando as taxas de 100%, 60% e 30% de ocupação e, respectivamente, pelas Equações (12) e (14).

A Figura 1 representa o mapa com os 106 trechos de quadra designados às 20 medianas formando os setores do estacionamento rotativo.

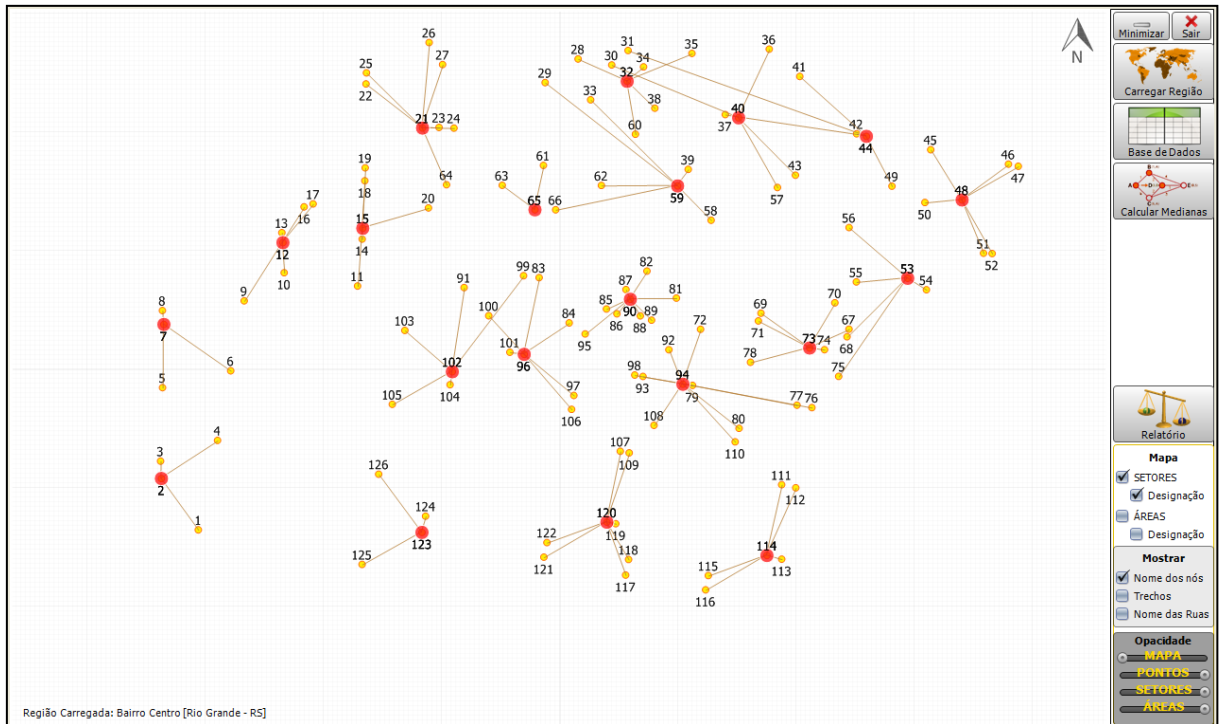


Figura 1 – Designação dos trechos de quadra às medianas

A Tabela 4, construída através da Figura 1, contém os trechos de quadra que foram atribuídos a cada mediana, o número de trechos atendidos e ainda, a demanda acumulada em cada setor. A Tabela 4 mostra que a distribuição das vagas atendidas pelos fiscais foi considerável e que a taxa de ocupação dos trechos de quadra foi respeitada. Além disso, a média obtida foi de 71 vagas atendidas em 12 setores [04-05-06-07-08-11-12-13-14-15- 16-17] e a média de 32 vagas nos setores restantes [01-02-03-09-10-18-19-20], isto é pelo fato da localização destes últimos estarem nas extremidades da região e não haver pontos próximos para serem designados a estes setores. Embora não se tenha realizado cenários com alterações no número de medianas, o aplicativo permite estas alterações e, também a possibilidade de junção de alguns setores, podendo resultar numa homogeneidade no número de vagas.

Tabela 4 – Formação dos setores

Setores	Ponto (Mediana)	Trechos designados	Vagas atendidas	Trechos atendidos	Demanda ²
1	2	01-02-03-04	21	04	18,30
2	7	05-06-07-08	39	04	20,70
3	12	09-10-12-13-16-17	32	06	26
4	15	11-14-15-18-19-20	72	06	59
5	21	21-22-23-24-25-26-27-64	73	08	65,10
6	32	28-32-34-35-38-60	70	06	66
7	40	30-36-40-43-57	81	05	65,80
8	44	31-37-41-42-44-49	60	06	54,10
9	48	45-46-47-48-50-51-52	41	07	37,90
10	53	53-54-55-56-68-75	28	06	21,60
11	59	29-33-39-58-59-62-66	74	07	65,20
12	65	61-63-65	75	03	66,0
13	73	67-69-70-71-73-74-78	69	07	65,60
14	90	81-82-85-86-87-88-89-90-95	70	09	63,00
15	94	72-76-77-79-80-92-93-94-98-108-110	74	11	64,50
16	96	83-84-96-97-100-101-106	75	07	65,20
17	102	91-99-102-103-104-105	61	06	49,0
18	114	111-112-113-114-115-116	20	06	16,80
19	120	107-109-117-118-119-120-121-122	37	08	30,60
20	123	123-124-125-126	40	04	31,40

Com relação ao número de trechos de quadra por setor, este variou de 03 a 11, porém isto não acarreta sobrecarga aos funcionários, pois as vagas estão distribuídas com pouca discrepância entre os setores. Essa observação pode ser comprovada analisando o setor 12, contendo 03 trechos e 75 vagas e o setor 15 com 11 trechos e o total de 74 vagas. Logo, a variação do número de trechos não foi significativa, uma vez que as vagas foram distribuídas de forma satisfatória nestes setores.

A partir destes resultados, é apresentada uma proposta de distribuição dos setores do ERR de Rio Grande como uma nova proposta de estruturar o atual serviço, apresentada através da Figura 2.

² Esta demanda está relacionada aos trechos de quadra que foram designados às medianas, ou seja, é o valor que não pode ultrapassar a capacidade da mediana.

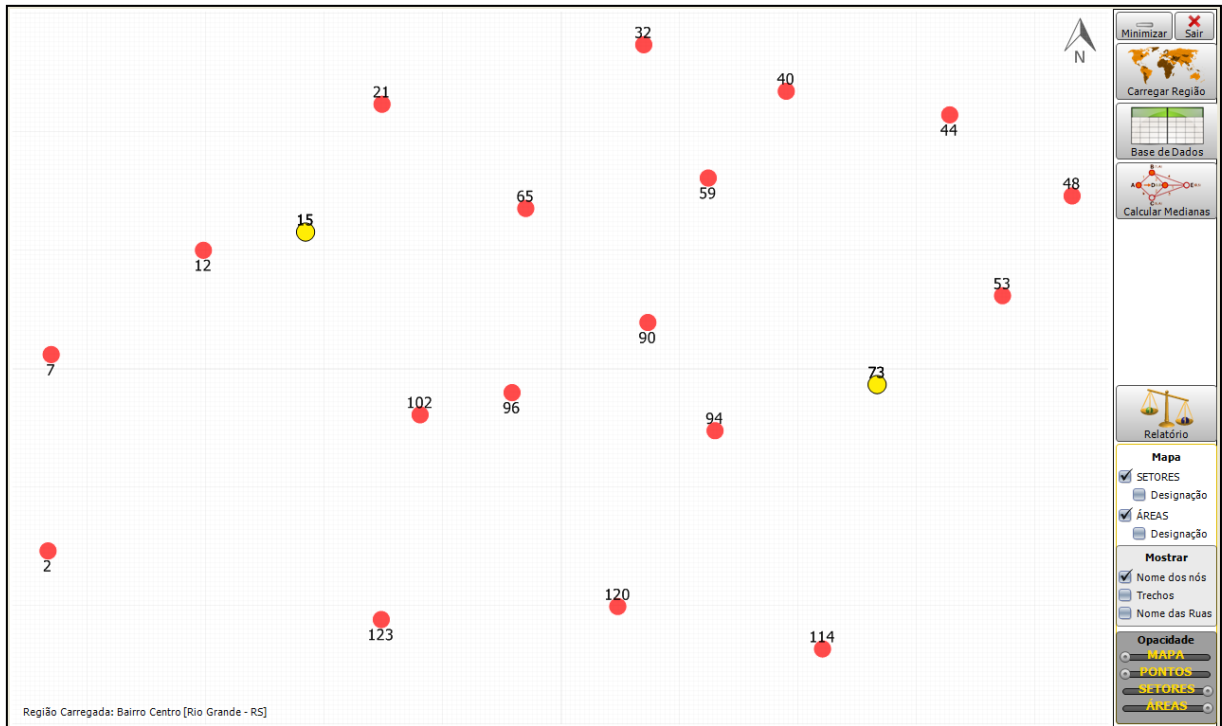


Figura 3 – Definição das medianas

A Figura 4 representa o mapa com os 18 setores designados as 2 medianas formando as áreas do ERR.

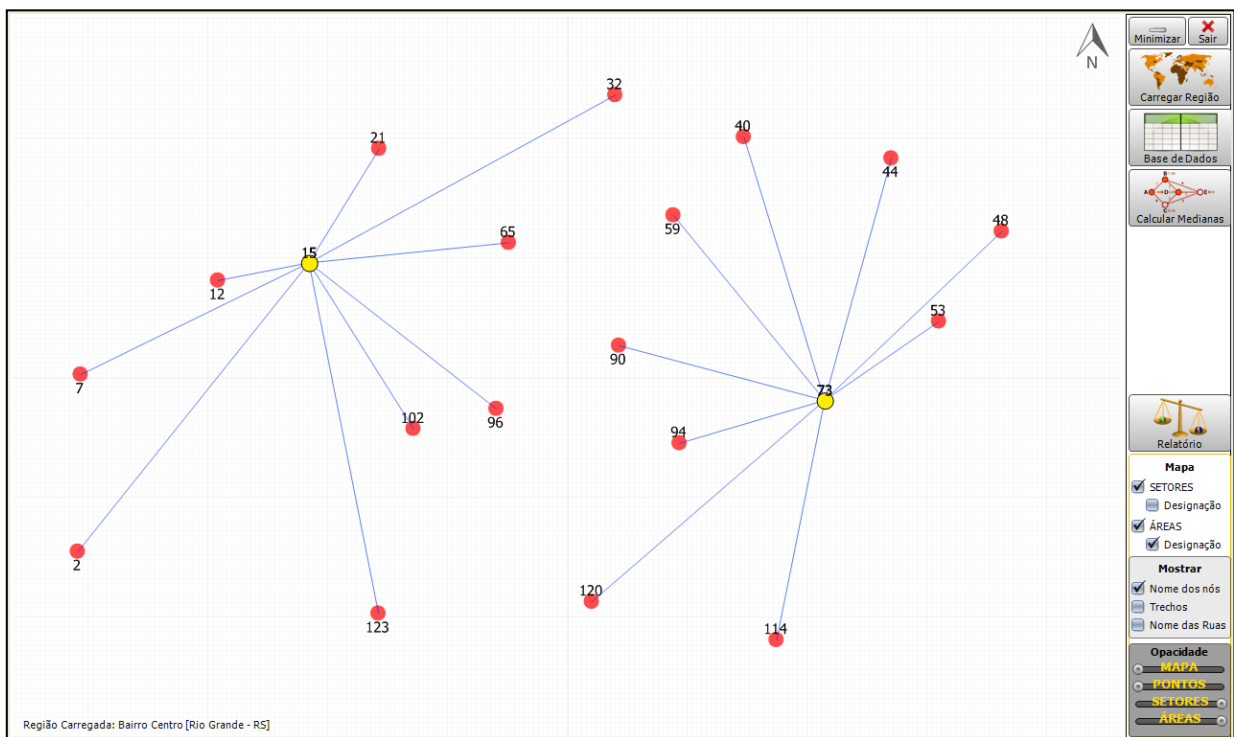


Figura 4 – Designação dos setores às medianas

A Figura 4 destaca que os 18 setores, juntamente com seus respectivos trechos de quadra, foram designados para cada uma das áreas. A seguir é apresentada a Tabela 5 com a formação destas áreas e os setores atribuídos.

Tabela 5 – Formação das áreas

Áreas	Ponto (Mediana)	Setores designados	Vagas atendidas	Setores atendidos	Demanda
1	15	02-07-12-15-21-32-65-96-102-123	558	10	407,70
2	73	40-44-48-53-59-73-90-94-114-120	554	10	419,50

A boa distribuição das vagas em cada área pode ser observada na Tabela 5, pois o supervisor da área 1 atenderá apenas 4 vagas mais que o supervisor da área 2. A Figura 5 destaca uma nova configuração das áreas do ERR de Rio Grande.

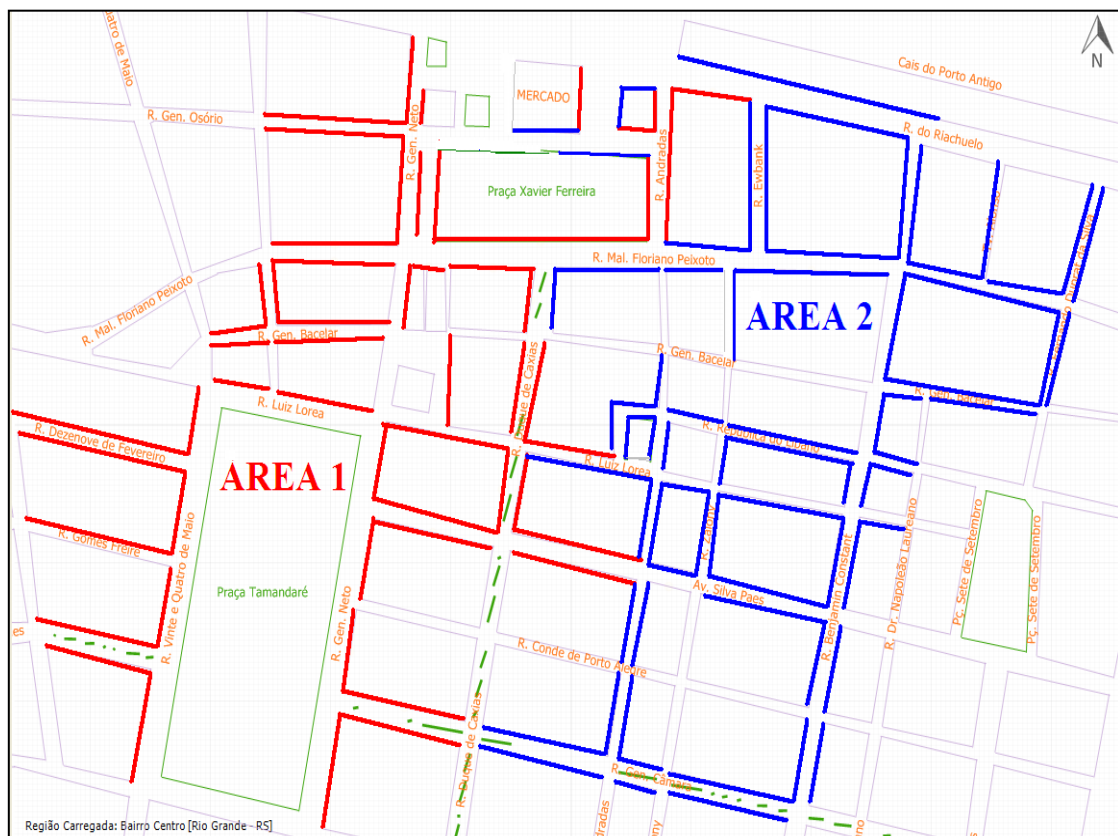


Figura 5 – Áreas

Conclusão

Neste trabalho apresentou-se uma heurística de localização-designação para o problema do estacionamento rotativo. Na formação dos setores e áreas (*clusters*) o modelo matemático revelou-se de fácil implementação, rápido e bastante eficiente. Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, pois, a partir de um mapa digitalizado da região e das coordenadas dos trechos de quadra, o aplicativo desenvolvido elabora todos os mapas de setores e áreas a serem fiscalizados, permitindo que qualquer alteração seja feita de forma automática sem causar maiores transtornos.

Na determinação das medianas, o trabalho de Hörner (2009) foi o motivador na escolha dos algoritmos. Na implementação do Método I, foi gerada uma solução inicial aleatória e no Método II, foram definidos parâmetros diferenciados e a mesma solução inicial do Método I. Ambos algoritmos implementados na determinação das medianas forneceram soluções de qualidade.

Na implementação do PD para a formação dos setores destaca-se a importância de simulações com variações no parâmetro p , pois através da Figura 1, fica evidente que se o número de setores fosse reduzido, talvez o número de vagas fosse melhor distribuído. Sendo assim, foi sugerida uma proposta de distribuição da região do estacionamento rotativo de forma a equilibrar o serviço dos 20 fiscais e dos 2 supervisores.

A partir da utilização de métodos matemáticos foi desenvolvida uma ferramenta computacional eficiente que permite a elaboração de mapas de setores e áreas a serem fiscalizados, bem como relatórios de forma rápida e eficiente. Dessa forma, contribui-se com uma distribuição equilibrada do serviço de fiscalização entre os funcionários de modo a não sobrecarregá-los, facilitando a rotina de trabalho de fiscais e supervisores.

O aplicativo desenvolvido também possibilita ao tomador de decisões a construção de cenários obtendo de forma eficiente os mapas para uma fiscalização de qualidade.

Salienta-se o aspecto dinâmico do aplicativo para qualquer problema de ERR em estudo, possibilitando que fiscais tenham acesso a mapas atualizados das ruas a serem percorridas, uma vez que no atual serviço estas informações são feitas de forma empírica e manual, como foi detectado na pesquisa realizada junto à empresa.

Embora, a heurística apresentada seja indicada para resolver os problemas PPMC (Problema de P-Medianas Capacitado) e PLMC (Problema de Localização de Máxima Cobertura), seria interessante para trabalhos futuros, que a heurística implementada fosse comparada com heurísticas desenvolvidas para o PPMC e PLMC. E ainda, considerar a possibilidade da realização do roteamento dos fiscais dentro de cada setor, minimizando a distância percorrida por eles.

Um levantamento estatístico deveria ser realizado com respeito às taxas de ocupação média dos trechos de quadra, levando em consideração, por exemplo, os horários de maior movimento no dia.

Uma das limitações do trabalho é o fato das distâncias entre os trechos de quadra analisados terem sido calculadas como distâncias euclidianas. Então, as distâncias apresentadas são apenas uma aproximação das distâncias reais.

Portanto, o trabalho aponta a possibilidade de melhorar o serviço de estacionamento rotativo na cidade de Rio Grande, propiciando melhores condições para os fiscais e supervisores que terão oportunidade de realizar seu trabalho com eficiência.

Finalmente, espera-se que o trabalho seja referência para estudos sobre o tema e venha auxiliar outras regiões que possuam ou venham a implantar o estacionamento rotativo.

Referências

- Antiqueira, L. S., Pereira, E. C. e Machado, C. S. (2012) Problema de Localização de Facilidades aplicado ao serviço de Estacionamento Rotativo. *Anais do XXXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção – ENEGEP*, Bento Gonçalves.
- Antiqueira, L. S., Pereira, E. C. e Machado, C. S. (2012) Modelagem do Serviço de Estacionamento Rotativo utilizando o algoritmo Teitz & Bart. *Anais da V Conferência Sul em Modelagem Computacional – MCSul*, Rio Grande.
- Arakaki, R. G. I e Lorena, L. A. N. (2006) Uma heurística de localização-alocação (HLA) para problemas de localização de facilidades. *Revista da Produção*, vol. 16, n. 2.
- Bornsteein, C. T. (2004) An ADD/DROP Procedure for the Capacitated Plant Location Problem. *Pesquisa Operacional*, vol. 24, n. 1, pp. 151-162.
- Barcelos, F. B. (2004) Localização de Escolas do Ensino Fundamental com Modelos Capacitado e não Capacitado: Caso de Vitória ES. *Pesquisa Operacional*, vol. 24, n. 1, pp. 133-149.
- Capri, M. A. V. (2005) Otimização no Serviço do Estacionamento Rotativo Regulamentado utilizando técnicas da Pesquisa Operacional. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR*.

- Chiyoshi, F. Y. e Galvão, R. D. (2000) A statistical analysis of simulated annealing applied to the p-median problem. *Annals of Operations Research*, vol. 96, pp. 61-74.
- Christofides, N. (1975) *Graph Theory: An algorithmic approach*. New York: Academic Press.
- Cooper, L. (1963) Location-allocation problems. *Operations Research*, vol. 11, pp. 331–343.
- Cornuéjols, G., Nemhauser, G. L. e Wolsey, L. A. (1990) The uncapacitated facility location problem. In: Mirchandani, P. B. e Francis, R. L. (eds.) *Discrete Location Theory*. New York: Wiley-Interscience, cap. 3, pp. 119-171.
- Correa, E. S., Steiner, M. T. A, Freitas, A. A. e Carnieri, C. (2001) A genetic algorithm for the p-median problem. *Genetic and Evolutionary Computation Conference*, Califórnia.
- Daskin, M. (1995) *Network and discrete location: models, algorithms and applications*. New York: Wiley Interscience.
- Dolan, E. D. e Moré, J. J. (2002) Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical Programming*, vol. 91, n. 2, pp. 201-213.
- Freitas, C. R. (2012) *Teoria espectral aplicada a problemas de localização*. 2012. 104 f. *Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional - Universidade Federal do Rio Grande*, Rio Grande.
- Freitas, C. R., Machado, C.M.S. e Retamoso, M. R. (2012) Um Método Baseado Na Substituição de Vértices e Teoria Espectral para o Problema De P- Medianas. In: *Anais da XVI CLAIO / XLIV SBPO*.
- Galvão, R. D. (2004) Uncapacitated facility location problems: contributions. *Pesquisa Operacional*, vol. 24, n. 1, pp. 7–38.
- Gamache, M., Soumis, F., Marquis, G. e Desrosiers, J. (1999) A column generations approach for large-scale aircrew rostering problems. *Operations Research*, vol. 47, n. 2, pp. 247-263.
- Glover, F. (1986) Future paths for integer programming links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, vol. 13, pp. 533-549.
- Gonçalves, S. M. (2003) Uma Metodologia para o Roteamento de Veículos – O Estudo de caso da Distribuição de Água Mineral em Itu- SP. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR*.
- Hakimi, S. L. (1964) Optimum location of switching centers and the absolute centers and the medians. *Operations Research*, vol. 12, pp. 450-459.
- Hale, T. S. e Moberg, C. R. (2003) Location science review. *Operations Research*, vol. 123, pp. 21-35.
- Hansen, P., Mladenovic, N. e Perez, D. (2001) Variable neighborhood decomposition search. *Journal of Heuristics*, vol. 7, pp. 335-350.
- Hoffman, K. L. e Padgerg, M. (1993) Solving airline crew scheduling problems by branch-and-cut. *Management Science*, vol. 39, n. 6, pp. 657-682.
- Horner, D. (2009) Resolução do problema das p-medianas não capacitado: comparação de algumas técnicas heurísticas. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina*.
- Koskosidis, Y. A. e Powell, W. B. (1992) Clustering algorithms for consolidation of customer orders into vehicle shipments. *Transportation Research*, vol. 26, n. 5, pp. 365–379.
- Laguna, M. (1991) Tabu Search for a single machine-scheduling problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 2, pp. 253-260.

- Marins, F. A. S. (2011) *Introdução à Pesquisa Operacional*. São Paulo: Editora Cultura Acadêmica.
- Novaes, A. G. e Alvarenga, A. C. (1994) *Logística Aplicada - Suprimento e Distribuição Física*. São Paulo: Pioneira.
- Passos, E. J. P. F. (2008) *Programação Linear como instrumento da Pesquisa Operacional*. São Paulo: Atlas.
- Pires, L. A. (2002) Algoritmo Genético aplicado na Localização de Escolas do Município de Coronel Vivida- PR. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós- Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia*, UFPR.
- Pirkul, H. (1986) An integer programming model for the allocation of databases in a distributed computer system. *European Journal of Operational Research*, vol. 26, n. 3, pp. 401-411.
- Pizzolato, N. D. (2004) Localização de Escolas Públicas: Síntese de Algumas Linhas de Experiências no Brasil. *Pesquisa Operacional*, vol. 24, n. 1, pp. 111-131.
- Pizzolato, N. D., Raupp, F. M. P. e Alzamora, E.G. (2012) Revisão de Desafios Aplicados em Localização com Base em Modelos da p-Mediana e suas Variantes. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, vol. 4, n. 1, pp. 13-42.
- Resende, M. G. C. e Werneck, R. F. (2002) A GRASP with path-relinking for the p-median problem. *AT&T Labs Research*.
- Steiner, M. T. (2003) Notas de aula. *Documento de trabalho – Universidade Federal do Paraná (não publicado)*.
- Sun, M. (2012) A tabu search heuristic procedure for the capacitated facility location problem. *Journal of Heuristics*, vol. 18, n. 1, pp. 91-118.
- Taillard, E. D. (2003) Heuristic methods for large centroid clustering problems. *Journal of Heuristics*, vol. 9, n. 1, pp. 51-73.
- Teitz, M. B. e Bart, P. (1968) Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph, *Operations Research*, vol. 16, pp. 955-961.
- Tragantalerngsak, S., Holt, J. e Ronnqvist, M. (1999) An exact method for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem. *European Journal of Operational Research*, Amsterdam, vol. 123, pp. 473-489.
- Yeh, A. G. e Chow, M. H. (1996) An integrated GIS and location-allocation approach to public facilities planning – an example of open space planning. *Computers, Environment And Urban Systems*, vol. 20, n. 4/5, pp. 339-350.