

ANÁLISE MATEMÁTICA E BIOLÓGICA DOS MODELOS DE ESTIMATIVA DE PERDAS DE RENDIMENTO NA CULTURA DEVIDO À INTERFERÊNCIA DE PLANTAS DANINHAS¹

Mathematical and Biological Analysis of the Models for Estimating Culture Yield Losses Due to Weed Interference

ADATI, C.², OLIVEIRA, V.A.³ e KARAM, D.⁴

RESUMO - As plantas daninhas acarretam reduções no rendimento das culturas agrícolas. Os modelos matemáticos de estimativa de perda de rendimento na cultura devido à interferência dessas plantas podem ser instrumentos úteis à tomada de decisão de manejo. Se for possível prever as perdas de rendimento, será possível decidir se é viável ou não a aplicação de uma medida de controle. Há na literatura vários modelos matemáticos empíricos de regressão lineares, não-lineares e polinomiais usados para estimar as perdas de rendimento devido às plantas daninhas. O presente trabalho teve como objetivo apresentar uma análise dos modelos matemáticos presentes na literatura utilizados para estimar as perdas de rendimento que as plantas daninhas acarretam à cultura, considerando o ajuste matemático às observações e a descrição biológica do comportamento dessas perdas.

Palavras-chave: modelos matemáticos, perdas de rendimento, plantas daninhas.

ABSTRACT - *The presence of weeds in any production system involving plants causes crop yield losses. Mathematical models for crop yield loss estimation due to the interference of weeds can be useful tools for decision-making management strategies. If it is possible to predict crop yield loss, it will be possible to decide whether it is viable to apply control measures. There are several empirical models in the literature used to estimate crop yield loss due to the presence of weeds, which are linear, non linear and polynomial. The goal of this work is to present an analysis of the existing mathematical models used to estimate crop yield loss due to weeds by considering both their mathematical fit and biological behavior.*

Keywords: mathematical models, yield loss, weeds.

INTRODUÇÃO

As culturas agrícolas estão sujeitas a uma série de fatores do ambiente que influenciam o crescimento, o desenvolvimento e a produtividade econômica. A interferência de plantas daninhas acarreta reduções nos rendimentos

das culturas agrícolas; por exemplo, no Brasil as perdas estimadas na cultura de milho devido à competição com plantas daninhas têm sido descritas como sendo da ordem de 10%, e em casos nos quais não tenha sido feito nenhum método de controle essa redução pode atingir 85% da produção (Karam & Cruz, 2004).

¹ Recebido para publicação em 27.6.2005 e na forma revisada em 24.2.2006.

² Aluna de pós-graduação em Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, USP; ³ Prof.^a do Dep. de Engenharia Elétrica, EESC, USP, Av. Trabalhador São-carlense 400, 13566-590 São Carlos-SP. ⁴ Embrapa – Milho e Sorgo, 35701-970 Sete Lagoas-MG.



Os modelos para perdas de rendimento encontrados na literatura podem ser de regressão linear, não-linear e polinomial. Os modelos não-lineares possuem formas sigmóide e hiperbólica, e os de regressão polinomial, quadrática e cúbica. O ajuste dos parâmetros destes modelos não tem um fim em si, pois os parâmetros podem ser utilizados para prever respostas, a partir de observações, desde que as espécies infestantes e as condições ambientais e de manejo sejam semelhantes. Assim, modelos matemáticos podem ser instrumentos úteis para descrever, estimar e simular os impactos causados pela interferência de plantas daninhas em uma certa cultura, podendo contribuir para a escolha das decisões de manejo e, conseqüentemente, reduzir o uso de herbicidas. Essa redução possui a finalidade de minimizar os custos de produção e os impactos ambientais e amenizar o processo de seleção natural, que tornam as plantas daninhas cada vez mais resistentes.

Os modelos empíricos para estimativa das perdas de rendimento presentes na literatura têm sido desenvolvidos predominantemente em outros países, mas é possível encontrar modelos ajustados para as áreas brasileiras de cultivo (Chemale & Fleck, 1982; Rizzardi et al., 2003a, b; Rizzardi & Fleck, 2004).

O ajuste de dados amostrais aos modelos matemáticos tem considerado o valor do coeficiente de determinação R^2 para a verificação da eficácia do ajuste (Chemale & Fleck, 1982; Spitters, 1983; Ngoujio et al., 1999; Florez et al., 1999; Rizzardi & Fleck, 2004; Rizzardi et al., 2003a, b; Kropff et al., 1992). Esse coeficiente varia entre zero e um; os valores mais próximos de um apresentam melhores ajustes. O procedimento para avaliar o ajuste utilizando este coeficiente é estatisticamente correto, porém é necessário também verificar se a resposta obtida com o ajuste matemático é adequada a situações reais.

Neste artigo é feita uma revisão dos modelos matemáticos presentes na literatura para estimativa da perda de rendimento na cultura ocasionada por plantas daninhas. É feita também uma análise dos modelos do ponto de vista biológico e matemático.

MATERIAL E MÉTODOS

Considerando uma situação em que os dados consistem de respostas Y que dependem de n variáveis x_i , e que pode ser representada pelo modelo de regressão:

$$Y | f(x_i, \chi) \pm \kappa_i, i | 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

em que $f(x_i, \chi)$ = função de regressão (ou função resposta); x_i = variáveis independentes; $\chi = (\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_p)$ = parâmetros desconhecidos; κ_i = erros aleatórios do modelo; e n = número de observações. Supondo que $Y = (y_1, \dots, y_n)$ representa a perda de rendimento relativa na cultura causada pela interferência de plantas daninhas, a função de regressão $f(x_i, \chi)$ pode ser encontrada na literatura em termos de funções lineares, não-lineares e polinomiais. As observações de perda de rendimento não podem ser medidas diretamente; assim, os valores de perdas são obtidos em termos do rendimento da cultura, como segue:

$$y_i | \frac{R_0 - R_i}{R_0}, i | 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

em que R_0 = rendimento máximo da cultura livre da infestação por plantas daninhas e R_i = rendimento da cultura em competição com as espécies infestantes.

Há vários modelos lineares propostos na literatura para representar a perda de rendimento que as plantas daninhas ocasionam à cultura (Chemale & Fleck, 1982; Cousens, 1985a; Bauer & Mortensen, 1992; Harvey, 1997; González-Andújar et al., 2001). Em Chemale & Fleck (1982), o modelo de regressão linear, com uma variável independente e dois parâmetros, é ajustado para estimar o rendimento na cultura em competição com uma espécie daninha. Em termos de perda de rendimento, $f(x_i, \eta)$ é dada por:

$$f(x_i, \eta) | \eta_0 - \eta_1 x_i, i | 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

em que x_i = densidade de plantas daninhas; e η_0 e η_1 = parâmetros do modelo. Segundo Chemale & Fleck (1982), o melhor ajuste ($R^2 = 0,76$) do modelo linear afim aos dados de cultivares de soja infestada por *Euphorbia heterophylla* (leiteira) está ilustrado na Figura 1.

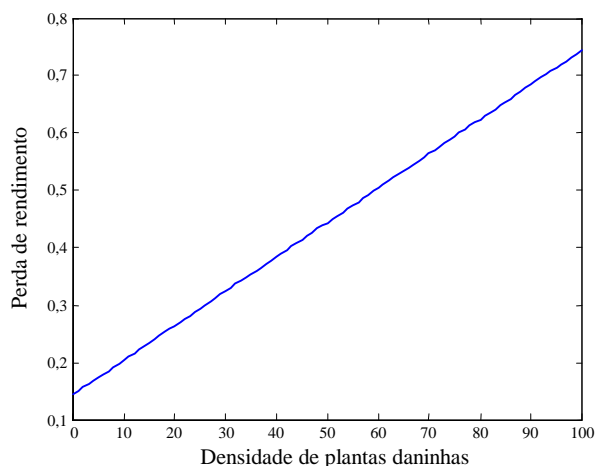


Figura 1 - Modelo de regressão linear para estimativa de perda de rendimento na cultura devido à interferência de plantas daninhas.

O modelo linear, com uma variável independente e um parâmetro, sugerido por Spitters (1983) para representar a estimativa da perda de rendimento na cultura no início da interferência por plantas daninhas é dado por:

$$f(x_i, \zeta) | \zeta x_i \quad (4)$$

em que ζ é um parâmetro do modelo que indica a perda de rendimento da cultura quando a densidade de plantas daninhas tende a zero; e x_i = como definido anteriormente. Dessa forma, quando houver ausência de plantas daninhas, a perda de rendimento devido a estas será nula.

Bauer & Mortensen (1992) consideraram que, para estimar as perdas de rendimento em função da aplicação do herbicida, o modelo (4) poderia representar situações em que não ocorreram aplicações de herbicidas. Para situações em que ocorreram aplicações de herbicidas, a estimativa das perdas de rendimento é descrita por:

$$f(x_i, \zeta) | \zeta x_i (1 - \kappa_h) \quad (5)$$

em que κ_h = eficiência do herbicida ($0 \leq \kappa_h \leq 1$); e ζ e x_i = já definidos.

Em Harvey (1997) foi apresentado o seguinte modelo linear, com uma variável independente e um parâmetro, para estimar as perdas de rendimento causadas por diferentes níveis de infestação de plantas daninhas:

$$f(z_i, \bullet) | \bullet z_i \quad (6)$$

em que \bullet = parâmetro do modelo; e z_i = estimativa da porcentagem de plantas daninhas e cultura, com $0 \leq z_i \leq 100$ – o valor zero representa a ausência de plantas daninhas e o valor 100 representa infestação de toda a área considerada.

Dois outros modelos lineares para estimativa de perda de rendimento em termos da severidade de infestação foram propostos (González-Andújar et al., 2001). O primeiro, com uma variável e um parâmetro, considera que a distribuição das plantas daninhas é homogênea. Assim, a estimativa de perda de rendimento devido a estas plantas é dada por:

$$f(I_i, t) | 100 I_i t \quad (7)$$

em que I_i representa a severidade da infestação por plantas daninhas (plantas m^{-2}), o qual foi estabelecido por González-Andújar et al. (2001) em três intervalos: $I_i = 0, 0 \leq I_i \leq 1$ ou $I_i \geq 1$, com $I_i \leq 1$, representando o nível de dano econômico, e t é um parâmetro adotado como $t = 0,124$ (González-Andújar et al., 2001). Assim, para valores de perda acima de 12,4%, alguma decisão de manejo deve ser tomada. O segundo modelo, com duas variáveis independentes e um parâmetro, considera que a distribuição espacial de plantas daninhas é heterogênea e, dessa forma, a estimativa da perda de rendimento para cada área é dada por:

$$f(I_i, t) | A_i I_i t \quad (8)$$

em que A_i representa a porcentagem de área para cada valor de I_i . A perda de rendimento estimada para toda a área é obtida com o somatório das perdas correspondentes a cada A_i .

A importância de considerar a heterogeneidade da distribuição espacial das plantas daninhas é que seria possível tolerar mais tempo sem aplicar herbicidas, em relação à distribuição homogênea. Isso porque as plantas daninhas possuem tendência de se agrupar, formando reboleiras, deixando assim áreas livres de infestação. Nos agrupamentos, há uma competição mais intensa entre as plantas daninhas (competição intra-específica) e, conseqüentemente, as perdas de rendimento na cultura tendem a se estabilizar.



Modelo Quadrático

Em Chemale & Fleck (1982), o modelo quadrático polinomial com uma variável de segunda ordem é ajustado para estimar o rendimento nos cultivares de soja infestada por *Euphorbia heterophylla* (leiteira). O modelo quadrático em termos de perda de rendimento é representado por:

$$f(x_i, \zeta) = \zeta_0 + \zeta_1 x_i + \zeta_2 x_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

em que ζ_0 , ζ_1 e ζ_2 são parâmetros do modelo, como definido anteriormente.

Segundo esses autores, o modelo quadrático (9) se ajustou melhor aos dados experimentais obtidos do que o modelo linear (3), pois, com o aumento da população de plantas daninhas, inicia-se a competição intra-específica. A perda de rendimento, de acordo com o modelo (9), está representada na Figura 2.

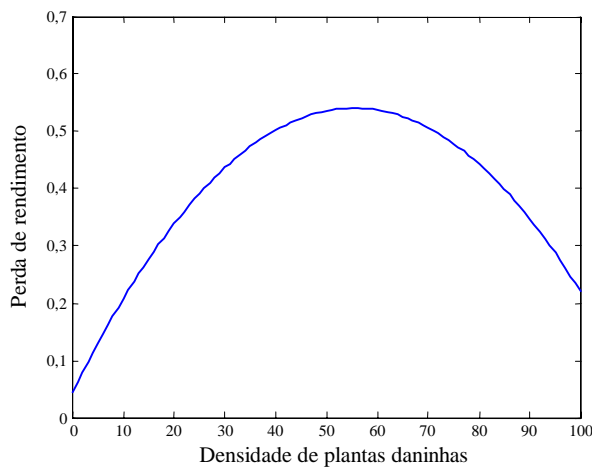


Figura 2 - Modelo quadrático para estimativa de perda de rendimento na cultura devido à interferência de plantas daninhas.

Modelo Cúbico

O modelo cúbico com uma variável de terceira ordem para estimativa de perda de rendimento possui a forma cúbica como segue (Harvey, 1994):

$$f(z_i, \xi) = \xi_1 z_i + \xi_2 z_i^2 + \xi_3 z_i^3, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

em que ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 = parâmetros; e z_i = como já definido. O modelo cúbico ajustado por Harvey (1994) para a cultura de soja está ilustrado na Figura 3.

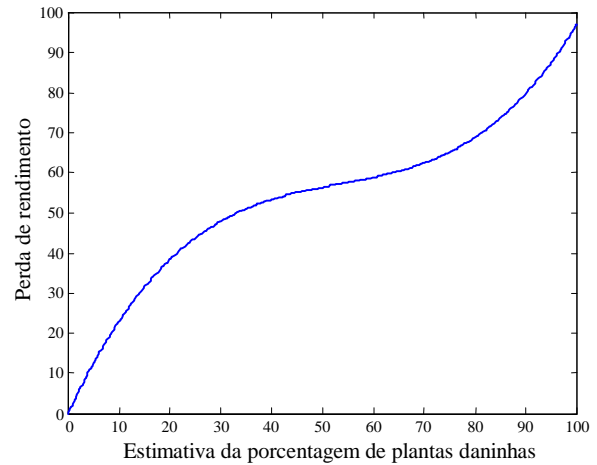


Figura 3 - Modelo cúbico para estimativa de perda de rendimento na cultura devido à interferência de plantas daninhas.

Modelos Sigmoidais

Em Swinton & Lyford (1996) é proposto modelo sigmóide de rendimento em termos da densidade de plantas daninhas. Em se tratando de perda de rendimento, o modelo é dado por:

$$f(x_i, v) = \frac{R_0 v_1 (14 v_2 x_i^{v_3}) + R_0 / v_1 (2 x_i^{v_3})}{R_0 v_1 (14 v_2 x_i^{v_3}) + R_0 / v_1 (2 x_i^{v_3})}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

em que v_1 , v_2 e v_3 = parâmetros que representam a curvatura inferior da sigmóide, o rendimento mínimo (ou assíntota, quando a densidade de plantas daninhas tende ao infinito) e a curvatura superior da sigmóide, respectivamente; e R_0 e x_i = como já definidos.

O modelo sigmóide para perdas de rendimento em termos da área foliar relativa de plantas daninhas, denotada A_{Frd} , é dado por (Ngouajio et al., 1999):

$$f(A_{Frd,i}, v) = \frac{R_0 v_1 (14 (A_{Frd,i})^{v_3}) + v_2 (A_{Frd,i})^{v_3}}{R_0 (v_1 (14 A_{Frd,i})^{v_3} + 2 (A_{Frd,i})^{v_3})} \quad (12)$$



O modelo (12) foi reparametrizado para reduzir os efeitos de não-linearidade nos parâmetros (Ngouajio et al., 1999). A versão reparametrizada introduz um novo parâmetro ψ para designar v , como segue:

$$f(A_{Frd,i}, v) = 14 \frac{R_0 2 v_4 \psi^{v_5}}{TM R_0 (14 (\psi^{v_5}))} \quad (13)$$

em que $\psi = \frac{A_{Frd,i}}{14 A_{Frd,i} v}$, v_4, v_5 e v são parâmetros.

A Figura 4 ilustra a forma de um modelo sigmóide de perda de rendimento em função da área foliar relativa de plantas daninhas.

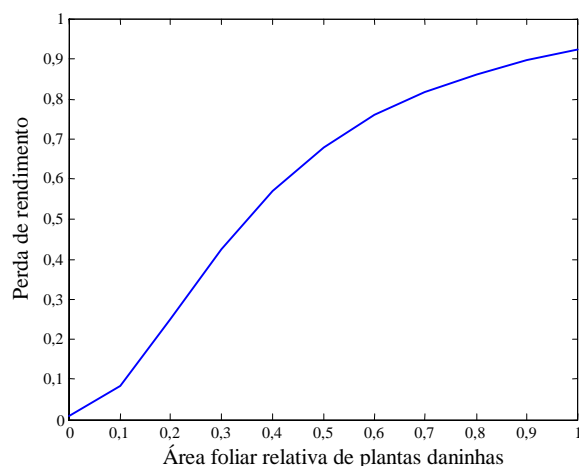


Figura 4 - Modelo sigmóide para estimativa de perda de rendimento na cultura devido à interferência de plantas daninhas.

Modelos Hiperbólicos

Os modelos hiperbólicos de perda de rendimento possuem diferentes variáveis independentes. O modelo hiperbólico em função da variável densidade foi utilizado por diversos autores (Spitters, 1983; Cousens, 1985a, b; Cousens et al., 1987; Rizzardi et al., 2003a; Conley et al., 2003).

Incorporando o efeito do aumento da densidade de plantas daninhas no modelo linear (4), obtém-se (Spitters, 1983):

$$f(x_i, \zeta) = \frac{\zeta_1 x_i}{12 \zeta_2 x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

em que ζ = perda de rendimento quando a densidade de daninhas tende a zero e x_i = já definido.

Para o desenvolvimento do modelo (14), Cousens (1985b) introduziu um parâmetro que limita a perda de rendimento:

$$f(x_i, \zeta) = \frac{\zeta_1 x_i}{12 \frac{\zeta_1}{\zeta_2} x_i} \quad (15)$$

em que ζ_2 = parâmetro que representa a perda de rendimento quando a densidade de plantas daninhas tende ao infinito; ζ_1 e x_i = já definidos anteriormente. Assim, o limite de $f(x_i, \zeta)$ quando $x_i \rightarrow \infty$ é ζ_2 , ou seja:

$$\lim_{x_i \rightarrow \infty} f(x_i, \zeta) = \lim_{x_i \rightarrow \infty} \frac{\zeta_1 x_i}{12 \frac{\zeta_1}{\zeta_2} x_i} = \zeta_2 \quad (16)$$

Os parâmetros ζ_1 e ζ_2 em (15) são ambos influenciados por outras variáveis, como a densidade da cultura, o tempo relativo de emergência entre plantas daninhas e cultura, o tipo de solo, entre outras. Os valores desses parâmetros podem ser usados para comparar a competitividade entre cultura e plantas daninhas em experimentos sob diferentes condições (Cousens, 1985b). Vários autores têm considerado os modelos de perda de rendimento como quantificadores da competição entre plantas (Cousens, 1985a; Deen et al., 2003; Florez et al., 1999; Kim et al., 2002; Kropff & Laar, 1993; Kropff et al., 1992; Murphy et al., 2002; Park et al., 2003).

A diferença entre os modelos (14) e (15) está na inclusão da assíntota em (15), que limita a perda de rendimento a um valor máximo. O modelo hiperbólico de perda de rendimento está ilustrado na Figura 5.

O modelo de perda de rendimento em função da densidade de plantas daninhas (15) considera a densidade da cultura como sendo fixa. Para considerar as variações nas densidades da cultura, em Cousens (1985b) é apresentado um modelo incluindo esta variável. Intuitivamente, o parâmetro ζ_1 em (15)



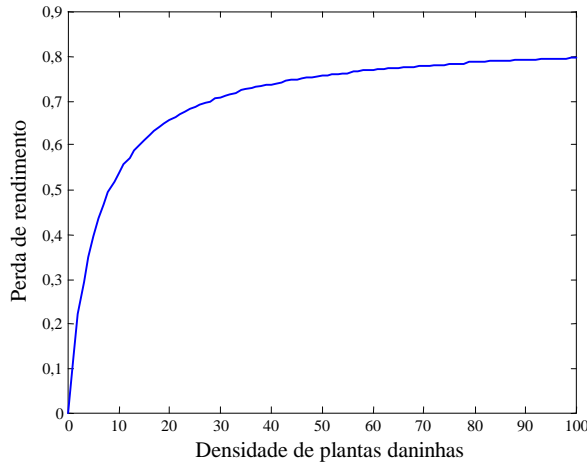


Figura 5 - Modelo hiperbólico para estimativa de perda de rendimento na cultura devido à interferência de plantas daninhas.

decrece com o aumento da densidade da cultura. Assim, para descrever esse comportamento, este parâmetro foi modificado para:

$$\zeta_1 \mid \frac{v_1}{12 v_2 x_{c,i}} \quad (17)$$

em que x_c é a densidade de plantas da cultura e v_1 e v_2 são parâmetros. Dessa forma, substituindo ζ_1 dado em (17) no modelo (15), obtém-se:

$$f(x_i, v) \mid \frac{v_1 x_i}{12 v_2 x_{c,i} \left(\frac{\textcircled{R} v_1}{\textcircled{C} \zeta_2} \right) x_i} \quad (18)$$

Segundo Cousens (1985b), o modelo hiperbólico (15) proposto foi o que melhor descreveu os dados, quando comparados com muitos outros presentes na literatura. Uma crítica ao modelo (15) é de que este não considera o tempo de emergência de plantas daninhas, que influencia muito as perdas de rendimento da cultura (Lotz et al., 1994). Nesse sentido, os parâmetros do modelo podem se alterar quando os valores de tempo de emergência de plantas daninhas diferem. Por essa razão, Cousens et al. (1987) incluíram uma nova constante em (15), a qual quantifica os diferentes tempos relativos de emergência entre plantas daninhas e plantas da cultura. Assim, para descrever a relação entre as perdas

de rendimento e época relativa de emergência de plantas daninhas e cultura, o seguinte modelo foi proposto (Cousens et al., 1987):

$$f(x_i, \zeta) \mid \frac{\zeta_1 x_i}{e^{\zeta_3 t} 2 \left(\frac{\textcircled{R} \zeta_1}{\textcircled{C} \zeta_2} \right) x_i} \quad (19)$$

em que t = tempo relativo de emergência entre as plantas daninhas e a cultura; ζ_1, ζ_2 = já foram definidos; e ζ_3 = taxa de variação na competitividade de plantas daninhas, dependendo do tempo em que estas emergem. O modelo (19) apresentado em Cousens et al. (1987) permitiu a inclusão da época de emergência das plantas daninhas, melhorando assim o modelo de perda de rendimento. Contudo, para que seu uso seja possível, são necessários dados precisos de época de emergência das plantas daninhas, em relação ao estágio de desenvolvimento da cultura. A obtenção desses dados é difícil ou até impossível, pois as plantas daninhas costumam emergir em fluxos distintos e sucessivos. Para superar essa limitação, o significado da constante t foi alterado (Rizzardi et al., 2003b). Esta passa a ser a época de semeadura da cultura em relação à data da dessecação da cobertura vegetal preexistente na área, e o modelo (19) pode ser reescrito como:

$$f(x_i, \zeta) \mid \frac{\zeta_1 x_i}{e^{4\zeta_3 t_n} 2 \left(\frac{\textcircled{R} \zeta_1}{\textcircled{C} \zeta_2} \right) x_i} \quad (20)$$

em que t_{max} = temperatura diária máxima do ar; t_{min} = temperatura mínima do ar; t_b = a temperatura-base (temperatura mínima na qual a cultura cessa seu crescimento); e a constante t_n é expressa em unidades calóricas e pode ser calculada de acordo com

$$t_n \mid \left(\frac{t_{max} - 2 t_{min}}{2} - 4 t_b \right). \text{ Uma limitação ao uso da}$$

densidade como variável independente nos modelos hiperbólicos é que esta não considera as diferenças nas alturas das plantas daninhas, que pode ser decorrente de diferentes fluxos de emergência, competição entre espécies distintas, fertilidade do solo, temperatura e condições ambientais (Kim et al., 2002). Dessa

forma, a utilização da biomassa como variável independente no modelo pode ser mais adequada para casos em que essa situação ocorra.

O modelo de perda de rendimento em função da biomassa de plantas daninhas pode ser representado pelo modelo (15), substituindo a densidade de plantas daninhas pela sua biomassa, como segue (Kim et al., 2002):

$$f(b_i, \zeta) \mid \frac{\zeta_1 b_i}{12 \left. \begin{matrix} \textcircled{R} \zeta_1 \\ \textcircled{C} \zeta_1 \\ \text{TM} \zeta_2 \end{matrix} \right\} b_i} \quad (21)$$

em que b é a biomassa de plantas daninhas (unidade de massa em m^2). Outra variável independente, o índice de área foliar, para superar a limitação imposta pelo modelo de densidade foi proposta em Kropff & Spitters (1991). Segundo esses autores, a área foliar pode refletir tanto diferenças de densidade quanto a época relativa de emergência entre as plantas daninhas e a cultura.

A estimativa da perda de rendimento em função do índice de área foliar relativo de plantas daninhas, denotado por I_{AF} , proposto por Kropff & Spitters (1991) é:

$$f(I_{AFd,i}, I_{AFc,i}, \dots) \mid \frac{\dots \left. \begin{matrix} \textcircled{R} I_{AFd,i} \\ \textcircled{C} I_{AFc,i} \\ \text{TM} I_{AFc,i} \end{matrix} \right\} }{12 \dots \left. \begin{matrix} \textcircled{R} I_{AFd,i} \\ \textcircled{C} I_{AFc,i} \\ \text{TM} I_{AFc,i} \end{matrix} \right\} } \quad (22)$$

em que I_{AFd} é o índice de área foliar das plantas daninhas; e I_{AFc} = índice de área foliar ocupada pela cultura. A estimativa de I_{AF} é dada por:

$$I_{AF} \mid DA_F \quad (23)$$

em que A_f = média da área foliar por planta; e D = densidade de plantas.

Um parâmetro que pode ser mais fácil de estimar do que a relação entre os índices de área foliar é a área foliar relativa de plantas daninhas, denotada por A_{Frd} :

$$A_{Frd,i} \mid \frac{A_{Fd,i}}{A_{Fd,i} 2 A_{Fc,i}} \quad (24)$$

em que A_{Fd} = área foliar de plantas daninhas; e A_{Fc} = área foliar da cultura (área da superfície da folha da planta). Assim, o modelo (22) pode ser reformulado para expressar a perda de rendimento da cultura como uma função da área relativa de plantas daninhas:

$$f(A_{Frd,i}, \dots) \mid \frac{\dots A_{Frd,i}}{12 \left. \begin{matrix} \textcircled{R} \dots \\ \textcircled{C} 4 \\ \text{TM} 1 \end{matrix} \right\} A_{Frd,i}} \quad (25)$$

em que ... é um parâmetro do modelo.

O modelo (25) relaciona a perda de rendimento da cultura com a área foliar das plantas daninhas em relação à da própria cultura, usando um único parâmetro (...) no modelo. Este parâmetro representa um índice da competitividade das plantas daninhas sobre a cultura, isto é, quanto maior for seu valor, mais competitiva é a planta daninha sobre a cultura, ocasionando, conseqüentemente, maior perda de rendimento da cultura provocada pela planta daninha (Kropff & Spitters, 1991). Se ... = 1, as plantas da cultura e as plantas daninhas têm características fisiológicas e morfológicas parecidas; se ... > 1, as plantas daninhas são mais competitivas que as plantas da cultura; e se ... < 1, as plantas da cultura é que são mais competitivas (Kropff & Spitters, 1991).

Em Lotz et al. (1992), outro parâmetro foi incluído no modelo (25). A inclusão deste parâmetro tem como objetivo limitar a perda máxima de rendimento e fornece uma assíntota para a curva hiperbólica. O modelo de perda de rendimento na cultura pela observação na área foliar relativa de plantas daninhas proposto por Lotz et al. (1992) com a inclusão da assíntota é dado por:

$$f(A_{Frd,i}, \dots) \mid \frac{\dots 1 A_{Frd,i}}{12 \left. \begin{matrix} \textcircled{R} \dots 1 \\ \textcircled{C} 4 \\ \text{TM} \dots 2 \end{matrix} \right\} A_{Frd,i}} \quad (26)$$

em que ... é o parâmetro que indica o limite superior de perda de rendimento. A cobertura foliar relativa de plantas daninhas foi sugerida como uma variável alternativa à área foliar relativa de plantas daninhas (Florez et al., 1999; Kropff et al., 1992; Lotz et al., 1992). A cobertura foliar de plantas daninhas é definida



como a proporção de área do solo ocupada pela projeção vertical da parte aérea de uma espécie (Rizzardi & Fleck, 2004). A estimativa da cobertura foliar relativa proposta por Vitta & Quintanilla (1996) é dada por:

$$C_{Frd,i} \mid \frac{C_{Fd,i}}{C_{Fd,i} 2 C_{Fc,i}} \quad (27)$$

em que C_{Frd} = cobertura foliar relativa de plantas daninhas; C_{Fd} = cobertura foliar da planta daninha m^{-2} ; e C_{Fc} = cobertura foliar da cultura m^{-2} .

O modelo de perda de rendimento proposto por Lotz et al. (1996) é da forma:

$$f(C_{Frd,i}, \dots) \mid \frac{\dots_1 C_{Frd,i}}{12 \left(\frac{\text{R}}{\text{C}} \right)^{\dots_1} 41 \left(\frac{\text{TM}}{\dots_2} \right)} C_{Frd,i} \quad (28)$$

em que C_{Frd} = cobertura foliar relativa; \dots_1 = parâmetro que representa o dano relativo; e \dots_2 = parâmetro que representa a perda máxima de rendimento.

O modelo (28) pode ser representado excluindo o parâmetro \dots_2 , caso o modelo com um único parâmetro \dots_1 seja adequado para uma dada situação. Se a cobertura foliar relativa de plantas daninhas não for avaliada em estágios recentes de crescimento, uma limitação para o uso dessa variável estaria associada aos diferentes níveis de cobertura. Assim, o volume foliar relativo de plantas daninhas pode ser uma variável alternativa para o modelo hiperbólico.

O volume da planta pode assumir várias formas. O volume cilíndrico é determinado pelo produto entre a altura da planta e a área do dossel (Bussler et al., 1995). Segundo esses autores, o volume relativo de plantas daninhas, denotado por V_{Frd} , pode ser melhor do que a densidade em quantificar a interferência entre plantas daninhas e cultura. As medidas de volume quantificam as diferenças entre o tempo de emergência e a variação na taxa de crescimento. Esta variável pode ser quantificada através da equação descrita por Conley et al. (2003):

$$V_{Frd,i} \mid \frac{V_{d,i}}{V_{d,i} 2 V_{c,i}} \quad (29)$$

em que V_d é o volume de plantas daninhas e V_c é o volume da cultura. O volume por m^2 de cada espécie foi estimado multiplicando a média de volume pela densidade de cada espécie (Conley et al., 2003). Assim, o modelo hiperbólico de perda de rendimento em termos de volume foliar relativo de plantas daninhas pode ser dado por (Moechning et al., 2003; Conley et al., 2003):

$$f(V_{Frd,i}, \dots) \mid \frac{\dots_1 V_{Frd,i}}{12 \left(\frac{\text{R}}{\text{C}} \right)^{\dots_1} 41 \left(\frac{\text{TM}}{\dots_2} \right)} V_{Frd,i} \quad (30)$$

Perda de rendimento e sementes de plantas daninhas

A perda de rendimento pode ser descrita em termos da densidade de plântulas daninhas. Esta pode ser estimada a partir do número de sementes de plantas daninhas no banco de sementes no solo, da seguinte forma (Cousens & Mortimer, 1995):

$$W_p \mid g S_t \quad (31)$$

em que W_p = densidade de plântulas daninhas; g = taxa de germinação; e S_t = número de sementes de plantas daninhas existentes no banco de sementes do solo.

Modelos matemáticos para descrever a dinâmica do banco de sementes de plantas daninhas foram apresentados em Cousens & Mortimer (1995), Sakai (2001) e Wu (2001). Segundo Cousens & Mortimer (1995), o número de sementes de plantas daninhas na próxima geração pode ser dado por:

$$S_{t+1} \mid \pi S_t \quad (32)$$

em que S_{t+1} = número de sementes de plantas daninhas no próximo ciclo; π = taxa de aumento de sementes em baixas densidades de plantas; e S_t = como definido anteriormente. Com o aumento da densidade de plântulas ocorre aumento na competição, o que ocasiona redução na produção de sementes por plantas daninhas. Assim, o modelo (32) pode ser reescrito como:

$$S_{t+1} \mid \frac{\pi S_t}{(12 d S_t)^{\dots}} \mid \lambda S_t \quad (33)$$

em que d representa a taxa de declínio de λ com o aumento da densidade de plântulas e ... representa os efeitos das alterações nas densidades de plântulas.

Em Sakai (2001), o número de sementes de plantas daninhas no próximo ciclo é descrito por:

$$S_{t+1} | gfpS_t 2 (14 g)S_v S_t \quad (34)$$

em que g, f e p = taxas de germinação, floração e produtividade, respectivamente; e S_v = número de sementes viáveis no solo.

Considerando a aplicação de herbicidas, em baixas densidades, o número de sementes de plantas daninhas pode ser dado como (Cousens & Mortimer, 1995):

$$S_{t+1} | \pi(14 \rho)S_t \quad (35)$$

em que k é a proporção de plantas daninhas mortas pelo herbicida. Em altas densidades de plantas, (35) é dado por (Cousens & Mortimer, 1995):

$$S_{t+1} | \frac{\pi(14 \rho)S_t}{(12 dS_t)^{\dots}} \quad (36)$$

Em Wu (2001), o número de sementes no início do ciclo seguinte, considerando o efeito do herbicida, é descrito por:

$$S_{t+1} | (14 g)S_t 2 vW_{tps} \quad (37)$$

em que o = parâmetro do modelo; e W_{tps} = número de plântulas daninhas sobreviventes à aplicação de herbicidas no tempo t , sendo dado por:

$$W_{tps} | gS_t e^{4ZH_t} \quad (38)$$

Para simplificar, Wu (2001) supôs que todas as sementes germinam ($g=1$) ou que todas morrem ($S_t=0$); dessa forma, o modelo (37) pode ser escrito como:

$$S_{t+1} | vW_{tps} | ogS_t e^{4ZH_t} . \quad (39)$$

Finalmente, a perda de rendimento pode ser descrita em termos de W_p ou W_{tps} . Utilizando o modelo hiperbólico, obtém-se:

$$f(W_{p,i}, \zeta) | \frac{\zeta_1 W_{p,i}}{12 \left(\frac{\text{R}}{\text{C}} \zeta_1 \right) \left(\frac{\text{T}}{\text{M}} \zeta_2 \right) W_{p,i}}, \quad i | 1, 2, \dots, n \quad (40)$$

ou

$$f(W_{tps,i}, \zeta) | \frac{\zeta_1 W_{tps,i}}{12 \left(\frac{\text{R}}{\text{C}} \zeta_1 \right) \left(\frac{\text{T}}{\text{M}} \zeta_2 \right) W_{tps,i}} . \quad (41)$$

DISCUSSÃO

Os modelos matemáticos para perda de rendimento foram desenvolvidos para descrever e também estimar os efeitos das plantas daninhas na cultura, uma vez que estes podem ser utilizados para prever novas respostas a partir de um conjunto de observações realizadas em experimentos com espécies daninhas, condições ambientais e de manejo semelhantes.

Na literatura, esses modelos são de regressão linear, não-linear e polinomial. Os de regressão não-linear são sigmóide e hiperbólico, e os de regressão polinomial, quadrático e cúbico. Dependendo do conjunto de dados amostrais, uma das formas citadas pode representar melhor o que ocorre biologicamente e se ajustar melhor matematicamente aos dados.

A forma linear para o modelo matemático de perda de rendimento sugere que as perdas aumentam com o nível de infestação. Se o modelo possuir um coeficiente angular inferior ao coeficiente angular da reta representada pela bissetriz do primeiro quadrante, as perdas de rendimento são inferiores, quando comparadas com coeficientes angulares superiores aos da reta bissetriz. Os modelos lineares para perda de rendimento são mais adequados para representar situações de baixo nível de infestação por plantas daninhas, pois, com o aumento da densidade, as plantas começam a se sobrepor. Devido à competição intra-específica, as perdas de rendimento tendem a se estabilizar. Assim, no início da interferência entre as plantas daninhas e a cultura, a competição interespecífica por água e nutrientes



acarreta reduções crescentes nas perdas de rendimento. Em um certo ponto dessa interferência, as plantas começam a competir por luz e espaço e, dessa forma, inicia-se a competição intra-específica, e a forma do modelo para perda de rendimento não deve ser mais a linear. Por sua vez, a forma hiperbólica para descrever a perda de rendimento reflete o efeito da competição intra-específica com o aumento do nível de infestação. Biologicamente, o modelo hiperbólico representa o incremento das perdas de rendimento com o aumento inicial do nível de infestação e a conseqüente competição interespecífica (no início da interferência, a forma hiperbólica se aproxima de uma forma linear); e, com o aumento do nível de infestação e conseqüente competição intra-específica, as perdas de rendimento tendem a se estabilizar.

Em Chemale & Fleck (1982), a mesma análise biológica dada em Cousens (1985a) é feita, porém o modelo matemático quadrático (9) para perdas de rendimento não descreve a estabilização das perdas, sugerindo que no ponto de inflexão deste modelo as perdas de rendimento tendem a uma redução quando o nível de infestação aumenta. Assim, o modelo (9), apesar de apresentar um bom ajuste matemático aos dados dos cultivares de soja infestada por *Euphorbia heterophylla* (leiteira) segundo Chemale & Fleck (1982), não reflete o comportamento biológico descrito pelos autores, como comentado anteriormente.

O modelo cúbico (10) para estimar as perdas de rendimento sugere que no início da interferência a perda se aproxima da forma de regressão linear. Este modelo possui dois pontos de inflexão, sugerindo que em altas densidades de plantas daninhas as perdas de rendimento tendem a aumentar (segundo ponto de inflexão da curva).

O modelo sigmóide de perda de rendimento parte da suposição de que, em baixas densidades de plantas daninhas, as perdas de rendimento não são significativas. Este modelo pode ser mais adequado quando as espécies de plantas daninhas infestantes são menos competitivas ou para situações onde haja boas condições ambientais em baixos níveis de infestação. Esse comportamento biológico é representado no modelo sigmóide, o qual possui

um ponto de inflexão, que representa um limite inferior para a perda, e a estabilização, que representa um limite superior para a perda de rendimento. Segundo Ngouajio et al. (1999), os modelos hiperbólicos descrevem um rendimento assintótico para altos níveis de infestações de plantas daninhas, o que pode resultar em uma superestimação do impacto dessas plantas.

A forma mais freqüentemente encontrada na literatura para o modelo matemático de perda de rendimento tem sido a hiperbólica, pois, do ponto de vista biológico, a maioria das espécies daninhas apresenta elevado grau de competitividade, englobando, assim, a maioria das espécies infestantes. Outro fato é que nem sempre as condições ambientais são propícias, ocorrendo estresse por déficit hídrico, quantidade limitada de nutrientes do solo, espaço e luz limitados, o que pode tornar o modelo hiperbólico mais abrangente.

Embora os modelos para perdas de rendimento encontrados na literatura – cujas formas são lineares, quadrática, cúbica, sigmóide e hiperbólica – apresentem bons ajustes matemáticos aos dados experimentais, a descrição biológica é fundamental para decidir se o modelo é adequado ou não para representar uma situação real.

Em resumo, o uso do modelo linear é restrito, uma vez que geralmente as densidades de plantas daninhas são elevadas. O modelo quadrático é inadequado, pois biologicamente este modelo sugere que o aumento na densidade de plantas provoca redução nas perdas de rendimento. No modelo cúbico, no início da competição entre plantas, as perdas de rendimento aumentam quase linearmente, como no modelo hiperbólico; posteriormente, atingem um patamar para em seguida começarem a aumentar novamente, sem que ocorra a estabilização delas em altas densidades de plantas. Assim, os modelos mais adequados são o sigmóide e hiperbólico, pois refletem situações que podem ocorrer biologicamente, sendo o último mais abrangente, como descrito anteriormente.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

LITERATURA CITADA

- BAUER, T. A.; MORTENSEN, D. A. A comparison of economic optimum thresholds for two annual weeds in soybeans. **Weed Technol.**, v. 6, n. 1, p. 228-235, 1992.
- BUSSLER, B. H.; MAXWELL, B. D.; PUETTMANN, K. J. Using plant volume to quantify interference in corn (zea mays) neighborhoods. **Weed Sci.**, v. 43, n. 4, p. 586-594, 1995.
- CHEMALE, V. M.; FLECK, N. G. Avaliação de cultivares de soja (*Glycine max (L) Merrill*) em competição com *Euphorbia heterophylla* L. sob três densidades e dois períodos de ocorrência. **Planta Daninha**, v. 5, n. 2, p. 36-45, 1982.
- CONLEY, S. P.; STOLTENBERG, D. E.; BINNING, L. K. Predicting soybean yield loss in giant foxtail (*Setaria faberi*) and common lambsquarters (*Chenopodium album*) communities. **Weed Sci.**, v. 51, n. 3, p. 402-407, 2003.
- COUSENS, R. A simple model relating yield loss to weed density. **Ann. Appl. Biol.**, v. 107, n. 3, p. 239-252, 1985a.
- COUSENS, R. An empirical model relating crop yield to weed crop density and a statistical comparison with other models. **J. Agric. Sci.**, v. 105, n. 3, p. 513-521, 1985b.
- COUSENS, R. et al. The use biologically realistic equations to describe the effects of weed density and relative time of emergence on crop yield. **Weed Sci.**, v. 35, n. 5, p. 720-725, 1987.
- COUSENS, R.; MORTIMER, M. **Dynamics of weed populations**. Cambridge: University Press, 1995. 332 p.
- DEEN, W. et al. An evaluation of four crop: weed competition models using a common data set. **Weed Res.**, v. 43, n. 2, p. 116-129, 2003.
- FLOREZ, J. A.; FISCHER, A. J.; RAMIREZ, H.; DUQUE, M. C. Predicting rice yield losses caused by multispecies weed competition. **Agron. J.**, v. 91, n. 1, p. 87-92, 1999.
- GONZÁLEZ-ANDÚJAR, J. L. et al. Spatial distribution and mapping of crenate broomrape infestations in continuous broad bean cropping. **Weed Sci.**, v. 49, n. 6, p. 773-779, 2001.
- HARVEY, R. G.; WAGNER, C. R. Using estimates of weed pressure to establish crop yield loss equations. **Weed Technol.**, v. 8, n. 1, p. 114-118, 1994.
- HARVEY, R. G. **A simple technique for predicting future weed problems and choosing the best weed management**. IRome: Plant Production Division Food and Protection Agricultural Organization of the United States Nation, FAO, 1997. p. 33-39.
- KARAM, D.; CRUZ, M. B. Sem concorrentes - manter o terreno limpo, sem invasoras é o primeiro passo para garantir o desenvolvimento. **Cultivar Grandes Culturas**, v. 6, n. 63, p. 1-10, 2004.
- KIM, D. S. et al. Modeling herbicide dose and weed density effects on crop: weed competition. **Weed Res.**, v. 42, n. 1, p. 1-13, 2002.
- KROPFF, M. J.; SPITTERS, C. J. T. A simple model of crop loss by weed competition from early observations on relative leaf area of the weeds. **Weed Res.**, v. 31, n. 2, p. 97-105, 1991.
- KROPFF, M. J.; WEAVER, S. E.; SMITS, M. A. Use of ecophysiological models for crop-weed interference: relations amongst weed density, relative time of weed emergence, relative leaf area, and yield loss. **Weed Sci.**, v. 40, n. 2, p. 296-301, 1992.
- KROPFF, M. J.; LAAR, H. H. **Modelling crop-weed interactions**. London: CAB International, 1993. 274 p.
- LOTZ, L. A. P. et al. Prediction of yield loss based on relative leaf cover of weeds; **Proc. First Inter. Weed Control Congress**, v. 2, p. 290-292, 1992.
- LOTZ, L. A. P. et al. Techniques to estimate relative leaf area and cover of weeds in crops for yield loss prediction. **Weed Res.**, v. 34, n. 3, p. 167-175, 1994.
- LOTZ, L. A. P. et al. Prediction of the competitive effects of weeds on crop yields based on the relative leaf area of weeds. **Weed Res.**, v. 36, n. 1, p. 93-101, 1996.
- MOECHNING, M. J.; STOLTENBERG, D. E.; BINNING, L. K. Empirical corn yield loss estimation from common lambsquarters (*Chenopodium album*) and giant foxtail (*Setaria faberi*) in mixed communities. **Weed Sci.**, v. 51, n. 3, p. 386-393, 2003.
- MURPHY, C. et al. Use of density to predict crop yield loss between variable seasons. **Weed Res.**, v. 42, n. 5, p. 377-384, 2002.
- NGOUJIO, M.; LEROUX, G. D.; LEMIEUX, C. A flexible model relating crop yield to weed relative leaf cover and its comparison with nested models, **Weed Research**, v. 39, n. 4, p. 329-343, 1999.
- PARK, S. E.; BENHAMIN, L. R.; WATKINSON, A. R. The theory and application of plant competition models: an agronomic perspective. **Ann. Bot.**, v. 92, n. 6, p. 741-748, 2003.
- RIZZARDI, M. A. et al. Previsão da perda de rendimento de grãos de soja causada pela infestação de plantas daninhas utilizando variáveis foliares relativas. **Planta Daninha**, v. 21, n. 1, p. 45-54, 2003a.
- RIZZARDI, M. A. et al. Ajuste de modelo para quantificar o efeito de plantas daninhas e época de semeadura no rendimento de soja. **Pesq. Agropec. Bras.**, v. 38, n. 1, p. 35-43, 2003b.



RIZZARDI, M. A.; FLECK, N. G. Métodos de quantificação da cobertura foliar da infestação de plantas daninhas e da cultura de soja. **Ci. Rural**, v. 34, n. 1, p. 13-18, 2004.

SAKAI, K. **Nonlinear dynamics and chaos in agricultural systems**. The Netherlands: Elsevier, 2003. p. 47-56.

SPITTEERS, C. J. T. An alternative approach to the analysis of mixed cropping experimenters. 1. Estimation of competition effects, **Neth. J. Agric. Sci.**, v. 31, n. 2, p. 1-11, 1983.

SWINTON, S. M.; LYFORD, C. P. et al. A test for choice between hyperbolic and sigmoidal models of crop yield response to weed density. **J. Agric. Biol. Environ. Statistics**, v. 44, n. 1, p. 97-106, 1996.

VITTA, J. I.; QUINTANILLA, C. F. Canopy measurements as predictors of weed competition. **Weed Sci.**, v. 44, n. 3, p. 511-516, 1996.

WU, J. Optimal weed control under static and dynamic decision rules. **Agric. Econ.**, v. 25, n. 1, p. 119-130, 2001.