LOTERIA ESPORTIVA — UMA APLICAÇÃO DE TEORIA DA DECISÃO

*Paulo Henrique Soto Costa**

* Da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

1. INTRODUÇÃO

A loteria esportiva é um jogo de grande importância no Brasil. Ela exerce um imenso fascínio sobre o brasileiro e arrecada atualmente cerca de Cr$ 400 milhões por semana. Este fascínio pode ser explicado por muitos fatores, entre os quais podemos citar:

a) o fato de ela ser um jogo que envolve futebol, que, por si, já fascina o brasileiro;

b) a ilusão de que o sucesso depende do apostador: quando ele perde, a culpa é dele, que não soube marcar o cartão;

c) a ilusão dos grandes prêmios em jogo: com apenas Cr$ 10,00, o apostador pode ganhar Cr$ 100 milhões.

Neste artigo pretendemos estudar o problema da loteria esportiva como um problema de teoria da decisão, sugerindo uma estratégia racional para o apostador, que torne o jogo mais favorável para ele.

2. ANÁLISE DE ALGUMAS ESTRATÉGIAS COMUNS

Vamos definir *palpite* do apostador como sendo sua escolha de uma entre as três possibilidades que ele tem em um jogo: coluna um, coluna do meio e coluna dois. Vamos definir *aposta* do apostador em um teste da loteria esportiva como sendo um conjunto de 13 palpites, um para cada jogo.

Para simplicidade de exposição, vamos supor que fosse possível fazer apenas uma aposta em um teste; assim, supomos que o apostador possa marcar uma aposta em um cartão (sem palpites duplos ou triplos) e pagar Cr$ 5,00 (atualmente) por esta aposta. Caso deseje apostar mais, ele poderá fazer outras apostas, no mesmo cartão (através de palpites duplos e triplos) ou não. Assim, nossa *unidade* de trabalho é a *aposta* e não o cartão.

É comum encontrarmos apostadores com os mais diferentes *métodos* de apostar, entre os quais podemos citar:

1. Estragégia *A*: marcar o cartão aleatoriamente, ou segundo um esquema preestabelecido, mas sem saber quais são os jogos.

2. Estratégia *B*: escolher o palpite de cada jogo de acordo com o que se supõe ser o resultado mais provável do jogo.

3. Estratégia *C*: escolher, para alguns jogos, o palpite correspondente ao resultado mais provável, e, para os outros, o menos provável.

Entre os parâmetros fundamentais da teoria da decisão, podemos citar:

a) as conseqüências monetárias de uma decisão, que são as quantias que se pode ganhar ou perder em função desta decisão;

Rev. Adm. Emp., Rio de Janeiro, 20(2): 59-64, abr./jun. 1980

b) as probabilidades associadas a essas conseqüências. No caso específico de loteria esportiva, será necessário estimar a probabilidade de uma aposta ser vencedora (fazer 13 pontos), e também o prêmio que cabe a uma aposta, caso ela seja vencedora (função do número de apostas vencedoras do teste).

Analisando as três estratégias, temos:

1. Estratégia A: neste caso, já que há ausência total de informação sobre os jogos, a probabilidade de a aposta ser vencedora é $\pi = 1/1.594.323$[1], já que existem 1.594.323 resultados possíveis para o teste. O número de apostas vencedoras do teste, n, será 1/1.594.323 vezes o número total de apostas feitas no teste, N, ou seja:

$$n = \frac{N}{1.594.323}$$

Chamando de p o preço de uma aposta (atualmente $p = 5$), e de f a fração da arrecadação que é distribuída entre os acertadores (atualmente $f = 0,3150$), o "rateio" de um teste, r, que é o dinheiro total a ser distribuído entre os acertadores, é dado por:

$$r = f_p N$$

E o prêmio da nossa aposta será:

$$p = \frac{r}{n} = f_p N \times \frac{1.594.323}{N} = f_p \times \quad 1.594.323$$

Substituindo f e p pelos valores:

$$p = 0,3150 \times 5 \times 1.594.323 = \text{Cr\$ } 2.511.058,73$$

Ou seja, apostando segundo esta estratégia temos, para uma aposta, probabilidade $\pi = 1/1.594.323$ de ganhar prêmio p = Cr\$ 2.511.058,73, o que corresponde a um valor esperado

$$E = \pi P = 2.511.058,73/1.594.323 = \text{Cr\$ } 1,58$$

Isto significa que pagamos Cr\$ 5,00 por uma aposta de valor esperado bem menor.

Devemos notar que, para esta estratégia, como seria de se esperar, a razão entre o valor esperado do prêmio e o preço da aposta é igual a f, a fração da arrecadação que é distribuída entre os acertadores:

$$\frac{E}{P} = \frac{1,58}{5,00} = 0,315 = f$$

2. Estratégia B: Como a maioria dos apostadores tem o objetivo de "ganhar a loteria", sem se importar com o prêmio, esta estratégia corresponde ao comportamento da maioria. Comparada à estratégia anterior, esta apresenta maior probabilidade de fazer os 13 pontos (aumenta π) e também maior número de apostas vencendo o teste (aumenta n), conseqüentemente apresenta prêmio menor (diminui P). Em termos de valor esperado, $E = \pi P$, o aumento de π é relativamente menor que a diminuição de P, e o valor esperado do prêmio é menor ainda que o da estratégia A. Em outras palavras, a pessoa que *estuda* os jogos da loteria esportiva e procura apostar nos favoritos está apostando pior (em termos de valor esperado) que alguém que nunca ouviu falar em futebol. Nas próximas páginas discutiremos melhor este ponto.

3. Estratégia C: Com base no que foi dito acima, esta terceira estratégia seria a melhor, entre as três apresentadas: o apostador deve estudar os jogos e descobrir os favoritos, mas não deve apostar neles ou, pelo menos, não em todos eles. A explicação mais simples para este procedimento aparentemente ilógico é que, sendo a loteria esportiva um jogo muito desfavorável ao apostador, a única maneira que ele dispõe para tentar jogar melhor é jogar contra os demais apostadores, procurar fazer o contrário do que eles estão fazendo.

Comparada à estratégia A, esta apresenta menor probabilidade de ser vencedora (menor π) mas, se vencedora, apresenta prêmio mais alto (maior P). Em termos de valor esperado, a diminuição de π é mais que compensada pelo aumento de P, resultando um valor esperado mais alto.

3. O EQUACIONAMENTO

3.1 *Probabilidade*

Estamos interessados em determinar qual a probabilidade de uma aposta fazer 13 pontos na loteria esportiva, conhecidas as probabilidades dos resultados possíveis em cada um dos 13 pontos.[2]

Assim, chamaremos de c_{ij} *a probabilidade de resultado i* no jogo j, e também:

$i = 1 \rightarrow$ coluna um

$i = 2 \rightarrow$ coluna do meio

$i = 3 \rightarrow$ coluna dois

Com $j \in (1, 2, ..., 13)$

Evidentemente, para cada valor de j:

$$\sum_{i=1}^{3} c_{ij} = 1$$

Supondo que os resultados dos jogos são independentes, a probabilidade de uma aposta ser vencedora é o produto das probabilidades de acertar os 13 palpites que compõem a aposta. Por exemplo, a probabilidade de fazer 13 pontos com a aposta abaixo:

Jogo (j)	Coluna um ($i = 1$)	Coluna do meio ($i = 2$)	Coluna dois ($i = 3$)
1	X		
2	X		
3		X	
4			X
5		X	
6			X
7		X	
8	X		
9	X		
10	X		
11		X	
12		X	
13			X

é dada por:

$$\pi = c_{1,1} \cdot c_{1,2} \cdot c_{2,3} \cdot c_{3,4} \cdot c_{2,5} \cdot c_{3,6} \cdot c_{2,7} \cdot c_{1,8} \cdot c_{1,9} \cdot c_{1,10} \cdot c_{2,11} \cdot c_{2,12} \cdot c_{3,13}$$

3.2 *Prêmio*

Agora estamos interessados em determinar qual o prêmio que caberá a uma aposta, se ela for vencedora. Este prêmio é dado por:

$$p = \frac{r}{n} = \frac{f_p N}{n}$$

onde supomos conhecidos f, p, N. Resta então determinar n, número de apostas que fazem 13 pontos no teste, dados os resultados dos jogos. Para fazer isto, vamos supor conhecida a forma como se distribuem os palpites por jogo. Então chamaremos de d_{ij} a "demanda" pelo resultado i no jogo j; esta demanda vem a ser a relação entre o número de apostas com palpite i no jogo j e o número total de apostas.[3]

Exemplificando, imaginemos que, num certo teste, tivéssemos um total de 80 milhões de apostas, e que no jogo 4 (por exemplo Flamengo × São Cristóvão) tivéssemos 64 milhões de palpites na coluna um, 12,8 milhões na coluna do meio e 3,2 milhões na coluna dois. Neste caso, teríamos:

$$d_{1,4} = \frac{64}{80} = 0{,}80$$

$$d_{2,4} = \frac{12{,}8}{80} = 0{,}16$$

$$d_{3,4} = \frac{3{,}2}{80} = 0{,}04$$

Supondo que as demandas pelos resultados de um jogo são independentes das dos outros jogos, o número de apostas que vencem o teste, dados os resultados dos jogos, é igual ao produto do número total de apostas (N) pelo produto das 13 demandas pelos resultados dos jogos (D). Assim, se os resultados dos jogos fossem aqueles da aposta mostrada em 3.1, o número de apostas com 13 pontos seria:

$n = N D$, onde

$$D = d_{1,1} \cdot d_{1,2} \cdot d_{2,3} \cdot d_{3,4} \cdot d_{2,5} \cdot d_{3,6} \cdot d_{2,7} \cdot d_{1,8} \cdot d_{1,9} \cdot d_{1,10} \cdot d_{2,11} \cdot d_{2,12} \cdot d_{3,13}$$

Podemos agora calcular o prêmio:

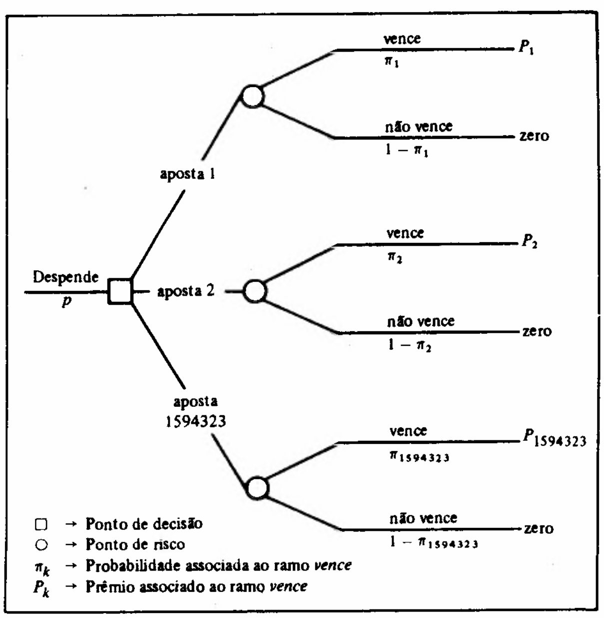
$$p = \frac{f_p N}{n} = \frac{f_p N}{N D} = \frac{f_p}{D}$$

Cabe observar que P independe de N e que o produto $f \cdot p$ é uma constante estabelecida pela administração da loteria esportiva (atualmente $f \cdot p = 1{,}575$). Concluímos então que o prêmio de uma aposta depende apenas das demandas, estando entretanto sujeito à restrição $p \leq r$, pois $P > r$ significaria número de acertadores menor que 1.

4. ESTRATÉGIA PROPOSTA

Já que podemos determinar a probabilidade de fazer 13 pontos com uma aposta, e também prêmio correspondente, podemos então formular o problema do apostador como uma árvore de decisão, composta de apenas um ponto de decisão, de onde partem 1.594.323 ramos, cada um correspondente a uma possível aposta, conforme a figura 1.

Figura 1



Este problema seria facilmente resolvido se conhecêssemos a função de utilidade do apostador para este tipo de jogo: escolheríamos a aposta de maior utilidade esperada ou, caso o apostador desejasse escolher n apostas (despendendo uma quantia $n \cdot p$) escolheríamos as n apostas de maior utilidade esperada.

Entretanto, convém ressaltar que a loteria esportiva é um jogo bastante específico, função dos altos prêmios e baixas probabilidades envolvidas. Assim, fica difícil explicitar as preferências do apostador com perguntas do tipo: "Você prefere ganhar Cr$ 10 milhões com probabilidade de 1 em 1 milhão, ou ganhar Cr$ 50 milhões com probabilidade de 1 em 4 milhões?" Por isto preferimos abordar o problema impondo restrições quanto à probabilidade e ao prêmio mínimos que uma aposta deve ter para ser jogada, ao invés de maximizar a utilidade esperada.

Exemplificando, imaginemos um apostador indiferente ao risco: ele alocará a quantia que se dispõe a jogar de maneira a maximizar o valor esperado. Porém, como já foi comentado anteriormente, as apostas de maior valor esperado são as menos prováveis (e de maior prêmio); então suponhamos que nosso apostador está disposto a jogar Cr$ 500 na loteria esportiva. Ele deverá escolher as 100 apostas de maior valor esperado; suponhamos que cada uma destas apostas tem $\pi = 1/5$ milhões e $p =$ Cr$ 50 milhões. Nosso apostador tem, portanto, probabilidade de 1/50 mil de ganhar Cr$ 50 milhões, com valor esperado igual a Cr$ 5 mil, para um jogo de Cr$ 500,00. Este é, sem dúvida, um jogo francamente favorável ao nosso apostador.

Outro apostador, avesso ao risco, poderia discordar desta estratégia, argumentando que 1/50 mil é uma probabilidade extremamente baixa, que corresponde a ganhar uma vez cada 50 mil semanas, ou seja, uma vez cada milênio. Ele poderia preferir, por exemplo, o seguinte esquema para apostar Cr$ 500,00: só interessam apostas com valor esperado maior que Cr$ 5,00 (o preço p da aposta) e com prêmio maior que Cr$ 5 milhões; então deve-se escolher as 100 apostas mais prováveis (de maior π) que satisfazem as restrições impostas.

Esta é a estratégia que propomos: consideramos que o apostador está preocupado com três variáveis interdependentes (prêmio, probabilidade e valor esperado), consegue especificar limites mínimos para duas delas e quer maximizar a terceira. Assim, especificados os limites mínimos para duas variáveis, ele deve escolher as apostas de mais alto valor da terceira, até esgotar o orçamento disponível. É interessante notar que esta estratégia contém todas aquelas citadas anteriormente, exceto a de jogar aleatoriamente. Podemos apostar de maneira a apenas maximizar a probabilidade de ganhar, não usando as restrições de prêmio e valor esperado, ou especificando $P \geq 0$ e também $E \geq 0$; se quisermos apenas maximizar valor esperado, podemos especificar $P \geq 0$ e $\pi \geq 0$.

Notemos também que, quando o apostador especifica as restrições que ele quer impor para seu jogo, ele o faz de acordo com sua aversão ao risco, sem que seja explicitada uma função de utilidade; por exemplo, se ele estiver maximizando valor esperado ou prêmio, quanto maior sua aversão ao risco, maior será o limite de probabilidade que ele especificará.

5. A APLICAÇÃO

5.1 *Generalidades*

Com o objetivo de aplicar as idéias aqui expostas, desenvolvemos programa de computador que lê as estimativas das probabilidades c_{ij}, e das demandas d_{ij} e, ainda, as restrições do apostador; o programa lista as apostas que satisfazem as restrições e fornece algumas informações complementares.

Em nossa aplicação, o orçamento do apostador é suficiente para 200 apostas por teste (atualmente Cr$ 1 mil): ele é maximizador de valor esperado, mas impõe restrições de probabilidade mínima. O máximo de pontos por teste, em 30 vezes que ele usou o modelo foi:

5 pontos — 2 vezes
6 pontos — 2 vezes
7 pontos — 6 vezes
8 pontos — 6 vezes
9 pontos — 4 vezes
10 pontos — 6 vezes
11 pontos — 4 vezes

No item 6 comentaremos esses resultados. No momento, interessa discutir as dificuldades encontradas na aplicação. Em primeiro lugar, as dificuldades de ordem prática: o tempo necessário para fazer a estimativa dos dados e processá-los no computador é significativo — no mínimo 4 horas; além disso, a saída do programa é uma lista de apostas (simples) que satisfazem às restrições, havendo, portanto, a necessidade de resolver o problema do palpite duplo obrigatório no cartão e, resolvido este problema, aparece o trabalho de preencher muitos volantes de quantias pequenas.

De interesse mais acadêmico são os problemas encontrados na estimativa de probabilidade e demanda.

5.2 *Probabilidade*

Não pretendemos discutir aqui a existência ou a natureza das probabilidades subjetivas. Admitimos que elas exprimam a *opinião* do apostador sobre as chances de cada resultado possível em um jogo. Por exemplo, se no jogo 4 (Flamento × São Cristóvão) atribuímos:

$$c_{1,4} = 80\%;\ c_{2,4} = 15\%;\ c_{3,4} = 5\%$$

estamos atribuindo acentuado favoritismo ao Flamengo, maior que aquele atribuído ao Coríntians no jogo 5 (Coríntians × Juventus), onde atribuímos:

$c_{1,5} = 40\%; c_{2,5} = c_{3,5} = 30\%$

Estes valores serão utilizados em equações para determinação de parâmetros que deverão atender a restrições do tipo maior ou igual (por exemplo, valor esperado $\geq$ Cr\$ 10,00). Portanto é importante que as probabilidades, além de representarem o grau relativo de favoritismo (num sentido ordinal, do tipo — o Flamengo é mais favorito que o Coríntians), representem também o grau *absoluto* de favoritismo (num sentido cardinal do tipo — é duas vezes mais fácil o Flamengo vencer o São Cristóvão do que o Coríntians vencer o Juventus).

5.3 *Demanda*

Uma tentativa de contornar as dificuldades de atribuir tais probabilidades é recorrer a séries históricas — Flamengo e São Cristóvão jogaram *N* vezes, com *M* vitórias do Flamengo. Estas séries são apenas uma das fontes de informação visto que *este* jogo Flamengo × S. Cristóvão é único, diferente de todos que foram jogados no passado. Devemos então procurar informações do tipo: O jogo é no campo de quem? Os times estão em fase boa ou ruim? Jogam completos ou desfalcados? E assim por diante. Estas informações, junto com a série histórica — que traduziria a tradição — determinariam as probabilidades.

Sabemos que, nos jogos mais equilibrados, as probabilidades de cada um dos resultados possíveis são da ordem de 1/3. Já nos jogos menos equilibrados, não temos indicação de valores para as probabilidades. Para *calibrar* as probabilidades atribuídas a estes jogos, temos usado um processo indireto.

Segundo amostragem que fizemos, um jogo com sete palpites triplos e quatro duplos (34.992 apostas) feito com objetivo de maximizar a probabilidade de fazer 13 pontos, vence a loteria uma vez em cada quatro a cinco semanas.

Partindo desse resultado, atribuímos as probabilidades de modo a permitir que a probabilidade de fazer os 13 pontos com o jogo de sete triplos e quatro duplos seja da ordem de 20 a 25%, num teste normal.

Como os apostadores irão comportar-se em cada jogo? Quantos arriscarão uma *zebra* no jogo 4? Sem dúvida, a única maneira correta de estimar as demandas por jogo é por meio de amostragem em casas lotéricas. Alguns jornais de São Paulo publicam resultados de amostragens deste tipo, mas não informam *como* elas foram feitas.

Em nossa aplicação não dispúnhamos de meios para fazer amostragens; escolhemos, portanto, um caminho indireto. Atribuímos valores às demandas de maneira subjetiva, de acordo com o que imaginamos ser o comportamento dos apostadores. No domingo, conhecidos os resultados dos jogos, temos condições de prever, a partir das demandas estimadas, o número de acertadores do teste. Na segunda-feira confrontamos nossa previsão com o número real de acertadores e podemos aferir *a posteriori* nossa capacidade de estimar as demandas.

É interessante observar que as demandas publicadas nos jornais servem de base à nossa estimação subjetiva, e que a previsão do número de acertadores feita com as demandas do jornal tem-se mostrado pior que aquela feita usando as demandas *subjetivas*.

Um ponto que tem importância conceitual é a questão da independência entre as demandas de jogo. Fizemos hipótese de que exista esta independência, mas o fato é que, quando o apostador preenche o seu volante, ao marcar o palpite em um jogo, ele leva em conta o que já marcou (ou vai marcar) nos outros.

Assim, imaginemos um teste onde tivéssemos dois jogos desequilibrados em que, para cada um deles, a demanda pelo resultado menos provável fosse 10%; ignorando os outros jogos, se em um dos dois jogos em questão ocorresse o resultado improvável, apenas 1/10 das apostas acertariam. Se no outro também ocorresse o resultado improvável teríamos, teoricamente, 1/100 das apostas acertando.

O ponto a questionar é: será que realmente 10% dos que marcaram o primeiro resultado improvável marcaram também o segundo? Parece-nos que não, pois o apostador que marcou o primeiro relutaria em marcar também o outro resultado improvável, pois estaria tornando sua aposta excessivamente improvável.

O mesmo tipo de raciocínio faz supor que, se algum dia o resultado de um teste for, em todos os jogos, a derrota do favorito, teremos dezenas de acertadores (os que jogam tudo ao contrário) ao invés de um ou nenhum.

Entretanto, por falta de alternativa teórica, fizemos nossa aplicação supondo que exista aquela independência.

6. CONCLUSÃO

De tudo que foi exposto, podemos tirar algumas conclusões. Em primeiro lugar, quanto à loteria esportiva, como jogo: ela é, possivelmente, o jogo mais desfavorável ao apostador que temos no Brasil, aí incluindo os jogos "fora da lei" como jogo do bicho, jogos de cassino, etc. Se pensarmos no apostador médio, que procura apostar nos favoritos, então o jogo é mais desfavorável ainda: por exemplo, no teste 438, segundo dados estimados por nós, a aposta mais provável tinha probabilidade de 1/15.831 de se tornar vencedora, e a ela corresponderia um prêmio de Cr\$ 9.706,15 (9.767 acertadores), com valor esperado igual a Cr\$ 0,61, correspondente a apenas 12% do preço da aposta.

Quanto à estratégia aqui proposta, não acreditamos que ela seja interessante para ser aplicada por um apostador comum. Isto porque, em primeiro lugar, ela exige uso de computador e algumas horas de trabalho intelectual, para se chegar à decisão de como apostar; em segundo lugar, porque dificilmente teremos lucro no curto prazo sem apostar quantias altas. Por exemplo, em nossa aplicação, apostando Cr$ 1 mil por semana, tínhamos probabilidade de 1/800 em cada teste, de ganhar cerca de Cr$ 4 milhões. Em termos de valor esperado é ótimo, mas a probabilidade de 1/800 significa ganhar uma vez em cada 16 anos. Talvez esta fosse uma boa estratégia para grupos de apostadores, que se reunisse para jogar *empresariamente* quantias elevadas.

Acreditamos, entretanto, que a abordagem do tema loteria esportiva sob o ângulo da teoria da decisão tenha algum interesse acadêmico. Este trabalho não tem a pretensão de esgotar o assunto; pelo contrário, ele deixa em aberto pontos importantes, como por exemplo a aplicação de funções de utilidade e a previsão do número de acertadores sem que se suponha independência entre as demandas por jogo.

[1] $1.594.323 = 3^{13}$.

[2] No item 5.2 discutiremos a determinação destas probabilidades.

[3] No item 5.3 discutiremos a determinação destas demandas.