

1. *Introdução;*
2. *Conceito e classificação das taxas de juros;*
3. *Taxas equivalentes e proporcionais;*
4. *Juros pagos antecipadamente;*
5. *Conclusão.*

*José Dutra Vieira Sobrinho\**

## TAXA DE JUROS: NOMINAL, EFETIVA OU REAL?

### 1. INTRODUÇÃO

No mercado financeiro brasileiro, mesmo entre os técnicos e executivos, reina muita confusão no que se refere aos conceitos de taxas de juros nominal, efetiva e real.

O desconhecimento generalizado desses conceitos tem dificultado o fechamento de negócios pela conseqüente falta de entendimento entre as partes.

Dentro dos programas dos diversos cursos de matemática financeira existe uma verdadeira "poluição" de taxas de juros. Além das mencionadas, tem-se ainda a simples (ou linear), composta (ou exponencial), equivalente, proporcional, aparente, antecipada, etc., sem se falar nas taxas de desconto "por fora" (ou comercial ou bancário) e "por dentro" (ou racional), simples e compostos.

As causas de confusão reinante são antigas e numerosas, em cujo mérito não entraremos. Preferimos concentrar nas medidas que entendemos necessárias para amenizar e, se possível, solucionar o problema existente. E a medida principal reside justamente numa conceituação simples e clara das taxas mencionadas, o que nos propomos a fazer.

### 2. CONCEITO E CLASSIFICAÇÃO DAS TAXAS DE JUROS

77

A taxa de juros pode ser definida como a relação entre os juros pagos (ou recebidos) no final do período e o capital inicialmente tomado (ou aplicado). Assim, se uma pessoa aplica Cr\$ 1.000,00 recebe Cr\$ 1.300,00 no final de um certo período de tempo, a taxa de juros é de 30% nesse período, ou seja, é a relação entre os juros de Cr\$ 300,00 recebidos no vencimento do prazo combinado e o capital de Cr\$ 1.000,00 inicialmente aplicado.

Entendemos que as taxas de juros podem ser classificadas:

- a) quanto ao regime de capitalização: simples (ou linear) e composta (ou exponencial);
- b) quanto ao valor do capital inicial tomado como base de cálculo: nominal, efetiva e real.

Como se verifica mais adiante, essas duas classificações não são mutuamente excludentes, isto é uma taxa pode ser nominal linear ou nominal exponencial, efetiva linear ou efetiva exponencial e real linear ou real exponencial.

#### 2.1 *Classificação quanto ao regime de capitalização*

Como foi mencionado, as taxas de juros quanto ao seu regime de capitalização podem ser simples ou compostas.

\* Economista, Superintendente de Controle Financeiro do Grupo Unibanco, São Paulo.

A taxa de juros é simples (ou linear) quando o valor total dos juros é resultante da sua incidência somente sobre o capital inicial, ou seja, a taxa não incide sobre o valor dos juros acumulados periodicamente.

*Exemplo:*

Seja um capital de Cr\$ 100.000,00 aplicado por seis meses, à taxa de 4% ao mês.

*Solução:*

$$J = C \times i \times n = 100.000,00 \times 0,04 \times 6 = 24.000,00$$

O quadro 1 nos mostra os saldos mensais de capital + juros, no início e fim de cada mês.

Quadro 1

| N | Saldo inicial (Cr\$) | Juros (Cr\$) | Juros acumulados (Cr\$) | Saldo final (Cr\$) |
|---|----------------------|--------------|-------------------------|--------------------|
| 1 | 100.000              | 4.000        | 4.000                   | 104.000            |
| 2 | 104.000              | 4.000        | 8.000                   | 108.000            |
| 3 | 108.000              | 4.000        | 12.000                  | 112.000            |
| 4 | 112.000              | 4.000        | 16.000                  | 116.000            |
| 5 | 116.000              | 4.000        | 20.000                  | 120.000            |
| 6 | 120.000              | 4.000        | 24.000                  | 124.000            |

78

A taxa de juros é dita composta (ou exponencial) quando o valor total dos juros é resultante da sua incidência sobre o capital inicial e também sobre o valor dos juros acumulados periodicamente. Assim, para o mesmo exemplo acima, teremos a seguinte solução:

$$\text{Montante} = M = C(1 + i)^n = 100.000,00 (1,04)^6 = 100.000,00 \times 1,26532 = 126.532,00$$

$$J = M - C = 126.532,00 - 100.000,00 = 26.532,00$$

Os juros mensais e acumulados, bem como os saldos iniciais e finais de capital mais juros, são mostrados no quadro 2.

Quadro 2

| N | Saldo inicial (Cr\$) | Juros (Cr\$) | Juros acumulados (Cr\$) | Saldo final (Cr\$) |
|---|----------------------|--------------|-------------------------|--------------------|
| 1 | 100.000              | 4.000        | 4.000                   | 104.000            |
| 2 | 104.000              | 4.160        | 8.160                   | 108.160            |
| 3 | 108.160              | 4.326        | 12.486                  | 112.486            |
| 4 | 112.486              | 4.500        | 16.986                  | 116.986            |
| 5 | 116.986              | 4.679        | 21.665                  | 121.665            |
| 6 | 121.665              | 4.867        | 26.532                  | 126.532            |

Através dos exemplos podemos verificar que os juros acumulados, e respectivos montantes de capital mais juros, crescem linearmente num regime de capitalização simples e exponencialmente num regime de capitalização composta. O cálculo do primeiro, por

ser extremamente simplificado, continua sendo amplamente utilizado no mercado, embora apresente distorções que se agravam em função do crescimento do prazo.

## 2.2 Classificação quanto ao valor do capital inicial tomado como base de cálculo

Na maior parte dos compêndios de matemática financeira, quer de autores nacionais ou estrangeiros, as taxas são classificadas como nominal ou efetiva em função da divisão de certo período (normalmente um ano), em subdivisões de períodos de capitalização (mensal, trimestral, semestral), segundo uma conceitualização extremamente confusa e cuja dificuldade de entendimento pode comprovar ao longo da minha experiência como professor e como homem ligado ao mercado financeiro. Vejamos um exemplo típico: "Calcular a taxa efetiva anual de juros correspondente à taxa nominal de 10% ao ano, capitalizada mensalmente."

A solução pretendida é a seguinte:

$$1. \text{ Taxa mensal} = i = \frac{\text{taxa nominal anual}}{n} = \frac{0,10}{12}$$

= 0,008333, em que  $n$  representa o número de períodos de capitalização.

$$2. \text{ Taxa equivalente anual} = (1 + i)^n - 1 = (1,008333)^{12} - 1 = 0,10471 \text{ ou } 10,471\%$$

Se esse problema fosse "calcular a taxa efetiva anual de juros, correspondente à taxa nominal de 10% ao ano, capitalizada trimestralmente", a solução seria:

$$i = \frac{0,10}{4} = 0,025$$

$$\text{taxa equivalente anual} = (1,025)^4 - 1 = 10,381\%$$

Observa-se que, de acordo com os conceitos difundidos, a solução do problema implica a utilização de cálculos feito segundo regimes distintos de capitalização, isto é, simples e composto. E, segundo nos parece, a grande confusão reinante é, em boa parte, consequência dessa mistura de regimes.

No mundo financeiro atual, em que somente faz sentido o raciocínio em termos de capitalização composta, a utilização da taxa nominal de juros, tal como conceituada, é totalmente inadequada, visto as distorções que apresenta quando se consideram diferentes períodos de capitalização. Para ilustrar, vamos admitir que um banco fixe em 60% ao ano a sua taxa nominal de juros, válida para qualquer plano de pagamento (mensal, trimestral, semestral ou anual) escolhido pelo cliente. Procedendo-se de acordo com o conceito corrente de taxa nominal e considerando que o banco calcula suas taxas efetivas com base no regime de capitalização composta, teremos o quadro 3.

### Quadro 3

| Plano | Periodicidade de pagamento | Taxa do período (%) | Taxa efetiva anual (%) |
|-------|----------------------------|---------------------|------------------------|
| A     | Mensal                     | 5                   | 79,585                 |
| B     | Trimestral                 | 15                  | 74,900                 |
| C     | Semestral                  | 30                  | 69,000                 |
| D     | Anual                      | 60                  | 60,000                 |

Através do quadro podemos observar que a adoção de uma taxa nominal faz com que as operações com pagamentos de menor periodicidade tenham uma taxa efetiva mais elevada. Isso acontece com operações do BNH, como já aconteceu com operações da Finame.

Por tudo isso, entendemos que a taxa deve ser classificada como nominal, efetiva ou real, em função do capital inicial tomado como base de cálculo, como veremos a seguir.

#### 2.2.1 Taxa nominal e taxa efetiva

Uma taxa é nominal quando o valor do capital inicial tomado como base de cálculo não representa o valor *efetivamente* recebido ou desembolsado. Trata-se, na verdade, de uma taxa aparente. Exemplo:

1. Um cliente obtém um empréstimo de Cr\$ 100.000,00 para ser liquidado, no final de um ano, em um único pagamento de Cr\$ 130.000,00, garantido por uma nota promissória. Entretanto, o banco solicita a esse cliente que mantenha 20% do valor recebido como saldo médio.

A taxa nominal no período considerado é a seguinte:

$$\text{Taxa nominal} = \frac{\text{Juros pagos}}{\text{Capital inicial}} =$$

$$\frac{130.000,00 - 100.000,00}{100.000,00} = 0,30 \text{ ou } 30\%$$

Portanto, a taxa nominal é de 30% no período (no caso, um ano), e que corresponde normalmente à taxa contratual. Entretanto, o valor do capital inicial não corresponde ao valor *efetivamente* colocado à disposição do cliente, que é de Cr\$ 80.000,00. O cálculo da taxa de juros, com base neste valor, nos dá a taxa efetiva de juros no período.

$$\text{Taxa de juros} = \frac{\text{Juros pagos}}{\text{Capital inicial efetivo}} = \frac{30.000,00}{80.000,00}$$

$$= 37,5\%$$

Ou seja, tudo se passa como se o empréstimo fosse de Cr\$ 80.000,00 e o seu valor de resgate de Cr\$ 110.000,00 (o valor da nota promissória de Cr\$ 130.000,00 será complementado pelos Cr\$ 20.000,00 já existentes na conta do cliente).

2. Um agiota empresta Cr\$ 20.000,00 para receber Cr\$ 30.000,00 no final de seis meses. Entretanto, no ato, paga a um intermediário uma comissão de 5% sobre o valor emprestado, ou seja, Cr\$ 1.000,00.

As taxas, no período, são as seguintes:

$$\text{Taxa nominal} = \frac{30.000,00 - 20.000,00}{20.000,00} =$$

$$\frac{10.000,00}{20.000,00} = 0,50 \text{ ou } 50\%$$

$$\text{Taxa efetiva} = \frac{30.000,00 - 21.000,00}{21.000,00} =$$

$$\frac{9.000,00}{21.000,00} = 0,42857 \text{ ou } 42,857\%$$

#### 2.2.2 Taxa real

A taxa real é calculada a partir da taxa efetiva, considerando-se os efeitos inflacionários no período. Para ilustrar, vamos tomar o segundo exemplo do item anterior, analisando a taxa de rendimento do ponto de vista do prestador, e admitindo que a taxa de inflação, no período correspondente ao prazo do empréstimo (seis meses), tenha sido de 25%.

A taxa real é obtida como segue:

$$\text{Taxa real} = \frac{1 + \text{taxa efetiva}}{1 + \text{taxa de inflação}} - 1 = \frac{1,42857}{1,25} - 1$$

$$\text{Taxa real} = 0,14286 \text{ ou } 14,286\%$$

Nota: Para se calcular a taxa real no período há uma tendência generalizada de se subtrair a taxa de inflação da taxa efetiva, obtendo no nosso caso, uma taxa real de 17,857%, o que é errado.

A taxa real obtida está coerente com a nossa conceituação de que as taxas são nominal, efetiva ou real em função do capital inicial tomado como base de cálculo. Assim, no caso do nosso exemplo, o capital inicial efetivo de Cr\$ 21.000,00 tem que ser inflacionado para que se possa obter o rendimento real.

$$\text{Capital inicial efetivo corrigido} = 1,25 \times 21.000,00 = 26.500,00$$

$$\text{Taxa real} = \frac{30.000,00 - 26.250,00}{26.250,00} = \frac{3.750,00}{26.250,00} =$$

$$0,14286 \text{ ou } 14,286\%$$

O conhecimento da taxa real é de fundamental importância tanto para aplicadores como para tomadores de dinheiro. De acordo com os índices de preços calculados e publicados pela Fundação Getúlio Vargas, a inflação brasileira no período de julho de 1979 a julho de 1980 atingiu a 106,96%. Um aplicador que tivesse adquirido uma letra de câmbio em julho de

1979 por Cr\$ 100.000,00 (valor de emissão) para ser resgatada por Cr\$ 155.000,00 um ano depois, teve o seguinte rendimento real:

$$\text{— Imposto de renda pago na fonte} = 0,09 \times 55.000,00 = 4.950,00$$

$$\text{— Valor pago pelo título} = 100.000,00 + 4.950,00 = 104.950,00$$

$$\text{— Taxa bruta (nominal)} = \frac{155.000,00}{100.000,00} - 1 = 55\%$$

$$\text{— Taxa líquida (efetiva)} = \frac{155.000,00}{104.950,00} - 1 =$$

$$= 47,689\%$$

$$\text{— Taxa real} = \frac{1 + \text{taxa efetiva}}{1 + \text{taxa de inflação}} - 1 = \frac{1,47689}{2,0696}$$

$$- 1 = (28,6\%)$$

ou seja, o aplicador teve um prejuízo de 28,6% em termos reais. E como numa transação financeira o prejuízo de uma das partes significa lucro para a outra, o tomador de recursos seguramente teve um rendimento real nesse período.

Finalmente, cabe observar que as três taxas mencionadas podem ser coincidentes. Assim, se não houver nenhum pagamento, recebimento ou retenção extra, a taxa nominal é igual à efetiva. E, na hipótese de inflação zero, a taxa real será igual à taxa efetiva.

### 3. TAXAS EQUIVALENTES E PROPORCIONAIS

#### 3.1 *Taxas equivalentes*

A conceituação de equivalência de taxas estabelece que duas taxas, referentes a períodos distintos de capitalização, são equivalentes quando produzem o mesmo montante, no final de um determinado tempo, pela aplicação de um capital inicial de mesmo valor. Em outros termos, isso significa que se um capital  $C$  aplicado à taxa mensal  $i_m$ , durante 12 meses, produz um montante  $M$ , e se esse mesmo capital  $C$  aplicado a uma taxa anual  $i_a$ , por prazo idêntico, produz o mesmo montante  $M$ , diz-se que as taxas  $i_m$  (mensal) e  $i_a$  (anual) são equivalentes.

A partir dessa colocação, entendemos que o conceito de taxas equivalentes é válido para os dois regimes de capitalização existente, isto é, simples e composta. Assim, podemos afirmar que, num regime de capitalização simples, a taxa de juros de 2% ao mês equivale a 24% ao ano, e que 48% ao ano equivalem a 12% ao trimestre ou a 4% ao mês; já num regime de capitalização composta, 2% ao mês equivalem a 26,824% ao ano, e 48% ao ano equivalem a 10,297% ao trimestre ou 3,321% ao mês.

Os diversos autores, e o mercado em geral, ao mencionarem taxas equivalentes, estão-se referindo implicitamente à capitalização composta.

#### 3.2 *Taxas proporcionais*

O conceito de taxas proporcionais é utilizado somente para capitalização simples, no sentido de que o valor dos juros é linearmente proporcional ao tempo. Assim, a taxa proporcional de 3% ao mês, para 10 meses, é de 30%; a de 12% ao ano, para três meses, é de 4%, e assim sucessivamente.

A proporcionalidade linear é uma característica da capitalização simples. Por isso, entendemos que o fato de “taxas proporcionais” serem apresentadas em destaque, como parte de um programa de matemática financeira, apenas confunde o aluno ou o leitor, que pensa tratar-se de mais um tipo de taxas de juros.

### 4. JUROS PAGOS ANTECIPADAMENTE

É muito comum, em determinadas operações de empréstimo ou financiamento, a cobrança “antecipada de juros”. A operação típica, e que é muito comum em nosso mercado, é a seguinte:

“Uma pessoa solicita um empréstimo de Cr\$ 10.000,00 a um capitalista, o qual cobra juros antecipados de 4% ao mês. Sendo o prazo de seis meses, o capitalista desconta juros correspondentes a 24% do valor pedido, entregando ao solicitante um valor líquido de Cr\$ 7.600,00.”

Efetivamente, do ponto de vista teórico, dizer que os juros são antecipados se constitui uma blasfêmia, visto que os mesmos somente existem em função de tempo decorrido. No caso do nosso exemplo, o valor efetivamente emprestado é de Cr\$ 7.600,00, e a taxa de juros, para o período de seis meses, é a calculada como segue:

$$\text{Taxa efetiva de juros} = \frac{\text{juros no período}}{\text{capital inicial}} =$$

$$\frac{2.400,00}{7.600,00} = 0,31579 \text{ ou } 31,579\%$$

A taxa mensal correspondente é de 5,263% (de acordo com o regime de capitalização simples) ou de 4,680% (de acordo com o regime de capitalização composta). Na verdade, todas as operações de desconto bancário se enquadram dentro deste enfoque.

### 3. CONCLUSÃO

No campo da matemática financeira existem dois regimes distintos de capitalização, o simples e o composto, com características próprias bem definidas, e que não podem e não devem ser misturados. Assim, antes de falar-se em taxa nominal, efetiva ou real, é

fundamental que se defina qual o critério de capitalização considerado.

Segundo nosso entendimento, podemos ter taxas nominais, efetivas ou reais tanto no regime exponencial, como no linear, visto que o fator determinante é o capital inicial tomado como base de cálculo. Para maior clareza, vamos voltar ao segundo exemplo dado no subitem 2.2.1, em que as taxas encontradas para o período de seis meses foram:

- a) nominal: 50,000%;
- b) efetiva: 42,857%;
- c) real: 14,286%.

Admitindo-se o regime de capitalização simples teremos as seguintes taxas, equivalentes mensais (dentro do nosso conceito de taxas equivalentes):

$$\begin{aligned} \text{— taxa nominal mensal} &= \frac{50,000\%}{6} = 8,333\% \\ \text{— taxa efetiva mensal} &= \frac{42,857\%}{6} = 7,143\% \\ \text{— taxa real mensal} &= \frac{14,286\%}{6} = 2,381\% \end{aligned}$$

Se quisermos as taxas trimestrais respectivas, bastará dividirmos por 2 as taxas correspondentes ao período de seis meses.

Considerando-se agora um regime de capitalização composta, as taxas equivalentes mensais seriam obtidas como segue:

$$\begin{aligned} \text{— taxa nominal mensal} &= (1,50)^{1/6} - 1 = 0,06991 \\ &\text{ou } 6,991\% \\ \text{— taxa efetiva mensal} &= (1,42857)^{1/6} - 1 = 0,06125 \\ &\text{OU } 6,125\% \\ \text{— taxa real mensal} &= (1,14286)^{1/6} - 1 = 0,02251 \\ &\text{ou } 2,251\% \end{aligned}$$

As taxas equivalentes trimestrais seriam obtidas da mesma forma, somente substituindo, na fórmula, o expoente 6 pelo 2.

Seguindo-se a mesma linha de raciocínio, teríamos, no caso do primeiro exemplo do subitem 2.2.1, as seguintes taxas equivalentes mensais:

- a) capitalização simples (linear):

$$\begin{aligned} \text{— taxa nominal} &= \frac{30\%}{12} = 2,500\% \\ \text{— taxa efetiva} &= \frac{37,5\%}{12} = 3,125\% \end{aligned}$$

- b) capitalização composta (exponencial):

$$\begin{aligned} \text{— taxa nominal} &= (1,30)^{1/12} - 1 = 0,02210 \\ &\text{ou } 2,210\% \\ \text{— taxa efetiva} &= (1,375)^{1/12} - 1 = 0,02689 \\ &\text{ou } 2,689\% \end{aligned}$$

No mundo dos negócios, principalmente dentro das médias e grandes empresas, o regime de capitalização composta, por ser o correto, é o mais utilizado nos estudos que envolvem cálculos financeiros e econômicos. No mercado de capitais brasileiro, mormente entre aplicadores e tomadores de dinheiro, pessoas físicas, o critério mais popular, por ser o mais prático, é da capitalização linear. Assim, no caso da aquisição de um título de renda fixa, com um ano de prazo e rendimento de 48% pago no vencimento, o aplicador facilmente verifica que a taxa de rendimento mensal é de 4% (capitalização linear); mas esse mesmo aplicador certamente não seria capaz de calcular a taxa equivalente mensal segundo o critério de juros compostos (que no caso é de 3,321%), visto que, além de conhecimento, o mesmo necessitaria de uma tabela específica ou de uma calculadora científica.

O grande inconveniente da capitalização simples é a distorção crescente que a taxa de juros apresenta, à medida que o prazo aumenta, se comparada com a taxa de juros composta, que, como já mencionamos, é a correta. Para maior clareza vamos analisar o quadro 4.

Quadro 4

| Prazo (meses) | Taxa no período (%) | Taxa mensal equivalente (%) |        |
|---------------|---------------------|-----------------------------|--------|
|               |                     | Exponencial                 | Linear |
| 6             | 21,655              | 3,321                       | 3,609  |
| 12            | 48,000              | 3,321                       | 4,000  |
| 18            | 80,050              | 3,321                       | 4,447  |
| 24            | 119,040             | 3,321                       | 4,960  |
| 30            | 166,474             | 3,321                       | 5,549  |
| 36            | 224,179             | 3,321                       | 6,227  |

Os números do quadro falam por si. Em termos de capitalização composta, as taxas mensais equivalentes, relativas às taxas dos períodos considerados de 6 a 36 meses, são todas iguais, ou seja, de 3,321%. Já as taxas mensais, calculadas de acordo com o regime de capitalização simples, crescem com o prazo, chegando, no prazo de 36 meses, a ter um valor de quase duas vezes a taxa mensal exponencial. Essas distorções, que são relevantes, desaconselham totalmente a utilização do critério linear para prazos relativamente longos.

Se de um lado a utilização generalizada dos chamados juros simples, pelos leigos e semileigos, tem suas justificativas, a utilização de taxas de descontos nas operações com LTN, quer pelos especialistas do mercado, quer pelo Banco Central, não tem o menor sentido. De fato, a taxa de desconto é totalmente inadequada como referência para se determinar a rentabilidade ou custo de qualquer operação financeira. Para exemplificar, vamos admitir que num determinado leilão de LTN os papéis de 91, 182 e 365 dias de prazo (que são os atualmente existentes) fossem adquiridos, ou subscritos, a uma taxa de desconto de 20% ao ano. As taxas efetivas de juros correspondentes a es-

ses dados, num regime de capitalização composta, são as seguintes:

- a) para a LTN de 91 dias: 1,725% ao mês ou 22,781% ao ano;
- b) para a LTN de 182 dias: 1,773% ao mês ou 23,473% ao ano;
- c) para a LTN de 365 dias: 1,880% ao mês ou 25,047% ao ano.

Para que as rentabilidades das LTN's nos três prazos sejam iguais à rentabilidade da LTN de 365 dias, considerados juros compostos, teremos as seguintes taxas de descontos correspondentes:

- a) para a LTN de 91 dias: 21,731% de desconto ao ano;
- b) para a LTN de 182 dias: 21,134% de desconto ao ano;
- c) para a LTN de 365 dias: 20,000% de desconto ao ano.

Portanto, as taxas de descontos não permitem uma idéia imediata das taxas efetivas de rentabilidade. Recomendamos às autoridades monetárias que passem a adotar e divulgar a taxa efetiva de juros, de preferência exponencial, para indicar o rendimento dos títulos sob sua tutela, visto ser esse critério o tecnicamente correto.

82

Assim, visualizaríamos, de imediato, se uma LTN de 91 dias de prazo proporciona maior ou menor rentabilidade, em termos de taxa mensal ou anual, que uma outra de 182 dias ou 365 dias.