ANÁLISE DE INVESTIMENTOS E INFLAÇÃO

CLAUDE MACHLINE

"Acreditar que a experiência ou a intuição resolvam todos os problemas na emprêsa, não é mais justificado do que sustentar, ao contrário, que qualquer problema possa ser resolvido por métodos científicos. A análise e o estudo em profundidade dos mecanismos empresários tornam menos incerta a tomada de decisões, ou, pelo menos, removem muitas hesitações do dirigente nesse processo." — K. PENNYCUICK.

Análise de Investimentos — ou Engenharia Econômica — é o estudo da *taxa de retôrno* do capital investido. Existe considerável literatura sôbre o assunto. Em conseqüência, numerosos métodos, alguns aproximados, outros exatos, têm sido sugeridos para calcular e comparar a rentabilidade dos investimentos.

Porém, uma circunstância peculiar à nossa conjuntura econômica, a inflação, tem desencorajado os analistas a usarem em maior escala êsses valiosos instrumentos de seleção entre equipamentos. A perda do poder aquisitivo da moeda coloca o técnico que compara bens de capital na posição de um agrimensor cujo metro se encolhesse a cada passo que êle desse ao longo do terreno a ser medido. Evidentemente, uma Geometria especial, que levasse em conta a relatividade do poder de compra do cruzeiro, teria de ser criada para que se pudesse usar com tranqüilidade a metodologia da Engenharia Econômica.

Ora, os livros clássicos de Matemática Financeira e Engenharia Econômica silenciam quanto à influência da elevação de preços sôbre os conceitos de depreciação, juros compostos e rentabilidade. Ao que estamos informados,

---

CLAUDE MACHLINE — Professor-Adjunto e Chefe do Departamento de Administração da Produção da *Escola de Administração de Emprêsas de São Paulo*, da *Fundação Getúlio Vargas*.

um único autor[1], há alguns anos, tratou do assunto, mas entendemos que considerou apenas um caso especial que não reflete a situação que prevalece em nosso País, tal como veremos adiante.

Neste trabalho estudaremos a influência da inflação nos problemas e métodos de Engenharia Econômica. Veremos que ocorrem essencialmente duas situações. Na primeira a emprêsa acompanha, nos seus preços de venda, a alta generalizada dos preços. Na segunda a emprêsa não aumenta seus preços em proporção à inflação. No primeiro caso o poder aquisitivo da emprêsa não é substancialmente afetado pela inflação. No segundo o poder aquisitivo da emprêsa míngua, pois ela é colhida em cheio pela torrente da inflação, enquanto fica à margem de qualquer possibilidade de reajustar seus preços de venda.

O assunto que trazemos à balha requer, para maior inteligibilidade, cuidadosa revisão de certos conceitos fundamentais de Matemática Financeira, como os de juros compostos, descontos e rendas. Examinaremos depois três métodos, um aproximado e dois exatos, de Análise de Investimentos. Relembradas essas noções clássicas, poderemos mostrar como age a inflação e como levá-la em conta na comparação econômica dos equipamentos.

Chegaremos à conclusão de que para a maioria das emprêsas a inflação não invalida os métodos habituais de Engenharia Econômica. Para aquelas que não podem ajustar suas receitas ao aumento dos seus gastos, gerado pela inflação, correções relativamente simples permitem continuar a utilizar as fórmulas clássicas.

MÉTODO DE DEPRECIAÇÃO LINEAR E JUROS MÉDIOS

Quando se deve decidir entre várias alternativas as considerações de ordem funcional são as primeiras trazidas para exame, pois reduzem a um pequeno número os tipos

---

1) F. C. JELEN, *"Consider Inflation in Comparative Cost Analysis"*, *Chemical Engineering*, maio de 1956, págs. 165 a 169; *"Watch Your Cost Analysis"*, *Chemical Engineering"*, junho de 1956, págs. 247 a 252.

de equipamentos dos quais é possível valer-se. Mesmo com essas limitações, é quase certo que pelo menos duas ou três alternativas serão, tècnicamente falando, satisfatórias para realizar o trabalho desejado. O critério decisivo, quando houver empate entre as diversas soluções, do ponto de vista técnico, será de natureza econômica: ganhará a alternativa de menor custo total.

O método de depreciação linear consiste em calcular o custo anual de cada alternativa, custo anual êsse que é a soma de custos fixos e custos variáveis. Definiremos primeiro todos os custos que entram em jôgo. Exporemos, a seguir, os conceitos de depreciação e rentabilidade. Mostraremos, então, em que consiste o método, concluindo com o tratamento de um exemplo completo.

Custos Fixos e Custos Variáveis

Custos fixos são os que independem do volume de produção, enquanto que os custos variáveis crescem proporcionalmente ao número de unidades produzidas.

Os custos fixos são os seguintes:

1) depreciação do equipamento;
2) juros ou retôrno sôbre o capital empatado;
3) impostos que incidem sôbre o equipamento;
4) seguros que incidem sôbre o equipamento;
5) custo do espaço ocupado pelo equipamento;
6) despesas gerais de supervisão direta;
7) despesas gerais de administração;
8) despesas gerais de manutenção;
9) amortização de patentes.

Os custos variáveis são os seguintes:

1) custos de mão-de-obra direta, inclusive os encargos sociais;
2) despesas com fôrça e combustível;
3) despesas com lubrificantes;
4) custo de mão-de-obra direta de manutenção;

5) custo das peças sobressalentes e do material de manutenção;
6) custo dos suprimentos diversos;
7) custo das matérias-primas.

Daremos breve explicação sôbre êsses custos, detendo-nos sôbre os que requerem maiores comentários, especialmente a depreciação do equipamento e o retôrno sôbre o capital empatado. O custo das matérias-primas muitas vêzes não é considerado, por ser o mesmo nas diversas alternativas de equipamento estudadas.

Depreciação do Equipamento

Investimento inicial é o capital total empatado no equipamento. É a soma dos seguintes elementos:

1) preço de fatura do equipamento, "pôsto fábrica" (inclusive impôsto de consumo, frete, seguros de transporte e outras despesas);

2) custo da mão-de-obra e dos materiais de instalação: obras civis, modificações ocasionais nos prédios, rearranjo físico das demais máquinas que tenham de ser removidas; canalizações, rêde elétrica, pintura etc.;

3) custo dos acessórios: transformadores, motores, geradores, conversores, painéis de contrôle, armários, vigas, cabos, trilhos etc.;

4) custo dos sobressalentes;

5) custo das interrupções na produção decorretnes da instalação do equipamento;

6) custos do estudo do projeto, da execução das plantas, das viagens de estudo, das comissões necessárias para ultimar as transações de compra e de transporte.

As despesas de treinamento do pessoal, isto é, o custo de aprendizagem do uso do nôvo equipamento, são difíceis de computar e não costumam ser incluídas no custo inicial do equipamento. O capital de giro necessário para movimentar o investimento não é, tampouco, incluído.

O *valor residual* do equipamento é a quantia que se poderá apurar quando o equipamento fôr abandonado. Na maioria dos casos será um valor pequeno em relação ao custo inicial, ainda mais pelo fato de as despesas de remoção e venda do equipamento velho diminuírem apreciàvelmente êsse valor residual. Se o equipamento não fôr especializado (máquinas-ferramentas, caldeiras, camiões etc.), será possível estimar o valor de venda no mercado e esperar que não surjam dificuldades em encontrar comprador. Nos demais casos o valor residual será o de ferro velho, de modo que é freqüente considerar nulo o valor residual.

Existem três conceitos bem distintos de *depreciação:*

1) Para o *engenheiro* a depreciação é o desgaste físico da máquina. A depreciação anual é calculada, segundo êle, dividindo-se o valor inicial do equipamento pela sua duração provável em anos. Êle estima essa duração provável pela sua experiência com equipamentos análogos, ou com dados fornecidos pelo construtor.

2) Para o *contador* a depreciação anual é o rateio do investimento inicial sôbre certo número de anos, rateio destinado a fazer incidir eqüitativamente o custo inicial do equipamento sôbre um número adequado de períodos contábeis, em vez de debitá-lo todo num período único, o que diminuiria consideràvelmente o lucro fiscal nesse período. O número mínimo de anos nos quais se pode depreciar os equipamentos é fixado pela Lei do Impôsto de Renda. A lei brasileira[2] reza que os equipamentos podem ser depreciados em certo número de anos, o que resulta em taxa de depreciação anual bem determinada, conforme se vê a seguir:

	Taxa de Depreciação Anual
10 anos, se o equipamento funcionar 8 horas por dia:	10%
7 anos, se o equipamento funcionar 16 horas por dia:	15%
5 anos, se o equipamento funcionar 14 horas por dia:	20%

2) Outras leis fixam a taxa de depreciação de equipamentos especiais.

O Fisco estipula êsses prazos mínimos para impedir que a emprêsa, através de uma depreciação rápida, torne menores os lucros declarados em suas demonstrações anuais, o que equivaleria a adiar a arrecadação do impôsto de renda.[3]

Taxas aceleradas poderão ser conseguidas, em princípio, se a emprêsa provar ao Fisco que o desgaste físico real do equipamento é mais rápido do que o acima mencionado. Por exemplo, para camiões consegue-se, em geral, um período de depreciação de 4 anos, o que corresponde a uma *taxa de depreciação* de 25% a.a..

3) Para o *economista*, finalmente, — e é êsse o único conceito que devemos adotar em Análise de Investimentos — as considerações de ordem legal ou de desgaste físico não vêm ao caso, sendo a taxa de depreciação uma questão de diretriz a adotar quanto à velocidade desejada para a recuperação do capital empatado. O número de anos escolhido para depreciar o equipamento será, então, igual, no máximo, à duração física provável do equipamento, ou ao número de anos legalmente permitido, podendo ser bem menor, caso: a) haja risco de obsoletismo do processo; b) existam condições de instabilidade econômica que aconselhem prudência na aquisição de equipamentos e exijam a amortização rápida do capital investido;[4] c) haja grande risco técnico ou mercadológico no empreendimento.

Em suma, o economista, ao lançar a despesa anual de depreciação, não só constitui, como o contador, um fundo ou reserva que servirá para reposição do equipamento quando estiver desgastado, mas ainda cria recursos para modernizar o processo e recuperar o investimento inicial, mesmo antes da erosão física do equipamento.

Conhecida a taxa anual de depreciação do equipamento, a depreciação é calculada pela fórmula seguinte:

---

3) A lei permite a depreciação total do equipamento e não faz menção ao valor residual.

4) A palavra "amortização" refere-se à depreciação de um bem intangível (patente, fundo de comércio etc.). É também usada na expressão "amortização de uma dívida" para significar depreciação de uma quantia.

$$\text{Depreciação anual} = (C - L) \times \frac{1}{n} \qquad (1)$$

onde C é o investimento inicial,

L é o valor residual do equipamento,

n é o número de anos usado para depreciação

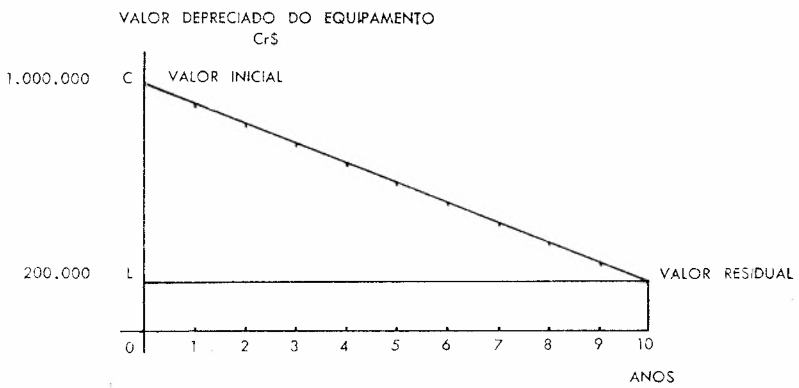
e $\frac{1}{n}$ é a taxa anual de depreciação.

Por exemplo, u'a máquina de valor inicial (C) = Cr$ 1.000.000 e valor residual (L) = Cr$ 200.000, depreciada em 10 anos, tem, como depreciação anual, a quantia: Cr$ $(1.000.000 - 200.000)\,\frac{1}{10} = 80.000$.

A fórmula (1) pressupõe que a depreciação seja uniforme em todos os períodos. O valor remanescente do equipamento decresce linearmente de ano para ano, conforme o mostra o Gráfico 1.

É freqüentemente necessário computar a depreciação econômica do equipamento, por hora de trabalho ou por unidade produzida (quilo, quilômetro, peça etc.), o que se

GRÁFICO 1: ***Depreciação Linear de um Equipamento de Valor Inicial C e Valor Residual L, em 10 anos.***



consegue dividindo-se a depreciação anual pelo número de horas trabalhadas num ano ou pelo número de unidades produzidas por ano. O custo do capital por peça produzida será, portanto, bem maior para o equipamento que opere num turno do que para o que funcione dia e noite. Mesmo que a máquina não trabalhe em determinado ano, ela deve ser depreciada — no conceito econômico — da mesma maneira que a máquina viva.

Lembremos certos pormenores relativos à depreciação:

1) Os terrenos não costumam ser depreciados, nem legalmente, nem do ponto de vista econômico, pois C — L = O, em geral, isto é, o seu valor se mantém constante ou até aumenta.[5]

2) Num problema de análise de investimentos é legítimo depreciar os edifícios, como qualquer outro investimento.[6] Aliás, hoje a lei brasileira já permite depreciar os edifícios em 2% ao ano.

3) Embora o Fisco não aceite fàcilmente essa idéia, o economista terá que depreciar as peças sobressalentes que devem ficar permanentemente em reserva, quer sejam chamadas a operar ou não. Assim, motores de socorro, geradores, bombas e material de combate ao fogo devem ser depreciados, embora possam nunca ser chamados a intervir.

4) Certos equipamentos são parcialmente comprados e parcialmente construídos na própria emprêsa. Sua construção pode levar um ou mais anos. Meses de experiência são, às vêzes, necessários, depois de ultimada a construção, até que o equipamento esteja apto a produzir industrialmente. É recomendável que todos êsses encargos e juros sejam capitalizados, durante o andamento das obras, e acrescidos ao custo do investimento, que será depreciado a partir da data de entrada em serviço das instalações.

---

5) Quando há inflação da moeda deve-se deflacionar o valor residual de modo a comparar os valôres inicial e residual em têrmos de moeda fixa.

6) O período de depreciação econômica dos edifícios pode ser considerado igual à sua duração física, ou seja, de 30 a 50 anos.

5) O período de depreciação econômica de grandes instalações (barragens, estradas de ferro, portos etc.), em geral, é de 30 a 50 anos. O de pequenas máquinas e implementos não deve ultrapassar 1 a 2 anos.

Retôrno sôbre o Capital Empatado

Ainda é ponto controvertido a inclusão, no cômputo dos custos, do retôrno sôbre o capital empatado. De fato, conforme argumentam os contadores, a lei só permite considerar como custo contábil a deduzir do lucro os juros sôbre capital de empréstimo, não sendo legalmente permitido deduzir do lucro os juros sôbre o capital próprio da emprêsa. Como quase sempre é impossível especificar qual seja o equipamento comprado com financiamentto de terceiros e qual seja o adquirido com os recursos próprios da emprêsa, não é justo debitar êsses juros ao equipamento.

Os engenheiros estão nesse ponto de acôrdo com os contadores e não costumam embaraçar-se com os cômputos dêsses juros, os quais não têm substrato material, diferentemente dos demais custos fixos e variáveis, aos quais corresponde uma realidade física tangível.[7]

A tese defendida pelos economistas é a que adotamos aqui. O dinheiro, argumentam êles, tem um preço, refletido no lucro ou retôrno potencial que seria possível obter aplicando-se essa soma em outro empreendimento; por exemplo, ao calcular o custo de um nôvo negócio, deve-se acrescentar ao capital que será nêle investido o lucro que se poderia obter, utilizando-se êsse mesmo capital na intensificação das operações industriais e comerciais às quais a emprêsa se esteja dedicando. Por virtual ou intangível que êsse custo seja, nem por isso deixa êle de existir. Em suma, o dinheiro tem um custo, e êsse custo deve aparecer como componente do custo total do equipamento proposto.

---

7) Sérgio Thenn de Barros, "Custo de Operação de Máquinas de Construção", *Engenheiro Moderno*, vol. I, n.º II, agôsto de 1965.

Como calcular a taxa de retôrno? Ela será, em geral, igual, no mínimo, à taxa de retôrno que a emprêsa desfruta em suas operações habituais. Se o empresário achar que as oportunidades de lucro elevado se estão esgotando, êle pode contentar-se, em determinado investimento, com uma taxa de retôrno inferior à que costuma obter. De qualquer maneira, êle é o único juiz da taxa de retôrno que deseja. Se o empresário achar o negócio seguro, poderá contentar-se com uma taxa de retôrno pequena, igual ou pouco superior à taxa de juros cobrada, na praça, para empréstimo de dinheiro. Se o empresário considerar o empreendimento arriscado, desejará uma taxa de retôrno bem mais elevada. A taxa de retôrno, em suma, depende das diretrizes financeiras da emprêsa; terá um valor eminentemente individual, variando com a conjuntura econômica, no momento de tomar a decisão de investir, e refletindo a personalidade e a atitude do empresário.

Taxa de Retôrno e Taxa de Inflação

Dissemos acima que a taxa de retôrno desejada é eminentemente subjetiva. Para certas pessoas, desejosas de não correr nenhum risco com suas economias, a taxa de retôrno que se pode obter é a do depósito bancário, digamos, atualmente, 5% a 6% a.a.. Qualquer taxa superior a essa, para um empreendimento de risco igualmente pequeno, será julgada aceitável por essas pessoas. Na realidade, essa taxa de retôrno é ilusória, pois o capital se deprecia bem mais ràpidamente do que se compõem os juros, com uma inflação da ordem de 5% ao mês, como a que vigora presentemente entre nós.

Apresentamos agora uma fórmula que relaciona a taxa de retôrno real *(i)*, a taxa de retôrno aparente ou nominal *(e)* e a taxa de inflação *(d)*.[8]

$$e = i + d + id \quad \text{ou} \quad i = \frac{e - d}{1 + d} \qquad (2)$$

8) A demonstração da fórmula (2) é dada adiante.

que ainda pode ser escrita: $\dfrac{1 + d}{1 + e} = \dfrac{1}{1 + i}$.

Por exemplo, a que taxa de juros nominal se deve emprestar dinheiro, se a taxa de retôrno real desejada fôr de 2% a.m. e a taxa de inflação fôr de 5% a.m.? De acôrdo com (2), a taxa de juros nominal deverá ser:

$$e = 2\% + 5\% + 2\% \times 5\% = 7{,}1\%.$$

Outro exemplo: se um banco oficial emprestar dinheiro à taxa nominal de 12% a.a. (legalmente permitida) e a inflação fôr de 60% a.a., qual será a taxa de retôrno real do beneficiário?

De acôrdo com (2), temos que a taxa de retôrno (negativa) do banco é:

$$i = \frac{12\% - 60\%}{1 + 60\%} = -\frac{48\%}{1{,}6} = -30\%$$ [9].

A taxa de retôrno real do beneficiado será, pois, de 30% a.a..

A fórmula (2) é demonstrada da seguinte maneira:

- na ausência de inflação e na vigência de uma taxa de retôrno (ou de juros) real *i*, a quantia inicial *C* se transformará em $C(1 + i)$ no fim de um período;
- na ausência de retôrno e na vigência de uma taxa de inflação *d*, a quantia inicial *C* equivalerá a $C(1 + d)$ no fim de um período;
- na vigência simultânea de retôrno e de inflação, a quantia inicial *C* equivalerá a $C(1 + i)\ (1 + d)$;
- a taxa de retôrno aparente é, pois, o valor e. Assim:

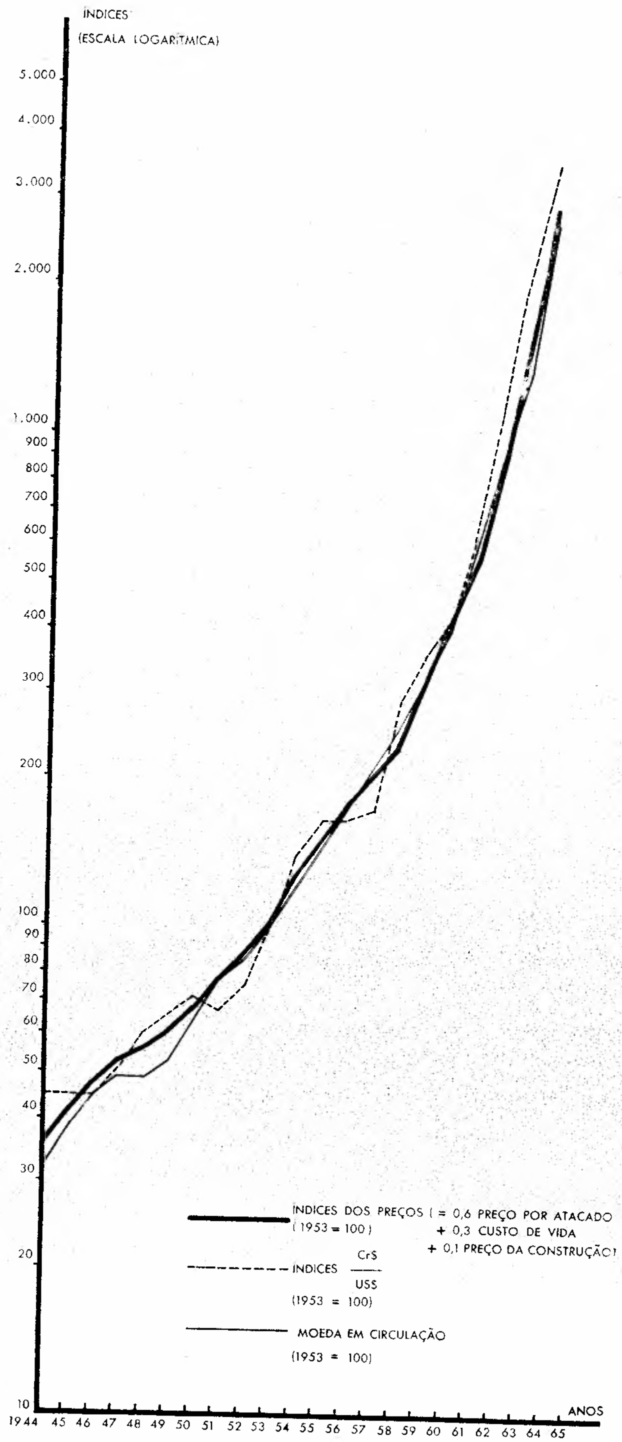
$$C\ (1 + e) = C\ (1 + i)\ (1 + d).$$

Donde se deduz que

$$e = i + d + id$$

9) As despesas decorrentes do empréstimo (avaliação, expediente, taxas diversas) fazem com que, na realidade, a taxa real de retôrno do beneficiado seja sempre menor do que a taxa nominal.

GRÁFICO 2: *Evolução da Inflação dos Preços, da Inflação do Câmbio e da Inflação Monetária.*



O têrmo *id* é o retôrno sôbre a inflação e poderá ser desprezado, em primeira aproximação, quando *i* e *d* forem pequenos (menores do que 10%).

Taxa Média de Retôrno

A taxa de retôrno incide sôbre um capital que decresce de ano para ano em valor real, isto é, recai, cada ano, sôbre o valor depreciado da máquina, em virtude de a quantia recuperada por operações realizadas com o equipamento tornar-se disponível cada ano, podendo ser investida em novas aplicações.

Êsse procedimento é análogo ao seguido na cobrança de juros sôbre uma dívida, cujo principal se extingue gradualmente, devendo-se calcular os juros sôbre a parte remanescente da dívida e não sôbre o valor inicial da quantia emprestada.

Por exemplo, a máquina de valor inicial C = Cr$ 1.000.000 e valor residual Cr$ 200.000, depreciada em 10 anos, que nos serviu de exemplo até agora, terá, para uma taxa de retôrno desejada de 30% a.a., o seguinte retôrno no primeiro ano:

$$\text{Cr\$ } 1.000.000 \times 30\% = \text{Cr\$ } 300.000.$$

No início do segundo ano, o valor depreciado da máquina será de Cr$ 920.000, e o retôrno será de:

$$\text{Cr\$ } 920.000 \times 30\% = \text{Cr\$ } 276.000.$$

No começo do décimo ano, o valor depreciado da máquina será de Cr$ 280.000, e o retôrno será de:

$$\text{Cr\$}280.000 \times 30\% = \text{Cr\$ } 84.000.$$

Costuma-se atribuir a cada ano um retôrno uniforme, a fim de evitar o inconveniente de haver um retôrno diferente de ano para ano. Êsse retôrno uniforme é a média dos retornos, que se prova fàcilmente ser a média aritmética do retôrno do primeiro e do último ano. Em nosso caso:

retôrno médio =

$$= \frac{\text{Cr\$ } 300.000 + 84.000}{2} = \text{Cr\$ } 192.000.$$

É fácil verificar que o retôrno médio é dado pela média aritmética do retôrno do primeiro e do último ano, ou seja, é igual a:

$$\frac{1}{2}\left[(C-L)i + (C-L)\frac{i}{n}\right] + Li =$$

$$= (C-L)\frac{i}{2} \cdot \frac{n+1}{n} + Li \qquad (3)$$

Em geral, não há valor residual e o retôrno médio reduz-se ao seguinte: $C \frac{i}{2} \cdot \frac{n+1}{n}$, que é a média aritmética do retôrno do primeiro ano *Ci* e do retôrno do último ano $\frac{C}{n}i$, quando sòmente a parcela $\frac{C}{n}$ do capital ainda não está amortizada.

A *taxa média de retôrno* i_m sôbre a parte depreciável do equipamento é definida pela fórmula:

$$i_m = \frac{i}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \qquad (4)$$

Aplicando a fórmula (4) ao nosso exemplo, encontramos a taxa média de retôrno de:

$$i_m = \frac{30\%}{2} \cdot \frac{10+1}{10} = 16{,}5\%.$$

A fórmula (3) fornece, então, o retôrno médio de: Cr\$ (1.100.000 — 200.000) 16,5% + 200.000 × 30% = = 132.000 + 60.000 = Cr\$ 192.000, idêntico ao encontrado anteriormente.

Taxa de Retôrno e Impôsto de Renda

Surge, òbviamente, a seguinte pergunta no espírito do leitor: a taxa de retôrno que se utiliza é a taxa bruta, antes do impôsto de renda, ou é a taxa líquida, depois do pagamento do impôsto de renda?

A rigor, como a análise de investimentos visa a comparar alternativas, será indiferente utilizar uma ou outra taxa, desde que o impôsto sôbre a renda seja considerado como um custo a acrescentar aos demais custos já mencionados. Porém, é costume usar nos estudos de Engenharia Econômica a taxa de retôrno *antes* do pagamento do impôsto de renda, pois o impôsto de renda é progressivo e incide sôbre o lucro social e o lucro da pessoa física.

As emprêsas federais, estatais, parestatais e municipais, que estão isentas do pagamento dêsse tributo, podem, pois, aplicar uma taxa de retôrno menor do que a usada pelas emprêsas privadas que operem no mesmo ramo.[10] As concessionárias de serviços públicos (energia elétrica, telefone etc.), ainda que a taxa de rentabilidade seja limitada por lei, devem utilizar, para efeito de decisão, uma taxa de retôrno realista, em geral superior à legalmente permitida. As emprêsas que estejam operando, há muitos anos, em situação deficitária, e que, portanto, estejam isentas do pagamento do impôsto de renda, podem, não obstante, avaliar as alternativas de novos investimentos, sob o pressuposto de que o impôsto de renda incidirá sôbre as operações em estudo.

As emprêsas que recebem financiamentos (de bancos de desenvolvimento, por exemplo) a juros muito baixos devem, ao considerar alternativas de investimento, adotar uma taxa de retôrno consentâneamente mais baixa, pois elas já obtêm lucro real sôbre o empréstimo.

---

10) Para investimentos públicos (escolas, estradas, portos, estações de tratamentos de águas e esgotos etc.) convém que o analista use uma taxa de retôrno igual, pelo menos, à taxa real de juros na praça.

Fixação de Tarifas, Custos para Terceiros e Custos Próprios

Os estudos de Engenharia Econômica destinam-se a facilitar a tomada de decisões. Às vêzes, são necessários estudos dessa natureza para outras finalidades. Assim, por exemplo, as companhias distribuidoras de combustíveis líquidos e gasosos são obrigadas a anualmente remeter ao Conselho Nacional do Petróleo dados sôbre o custo de suas operações de transporte, dados êsses que servirão como subsídios para a fixação de preços por parte daquela entidade. Nesses casos o estudo incluirá a depreciação do equipamento e os demais custos fixos e variáveis já mencionados; porém, òbviamente, a taxa de retôrno deverá ser a permitida por lei, ou poderá mesmo ser omitida na demonstração destinada aos órgãos oficiais. Êsses cálculos não poderão servir de base a uma decisão por parte dos dirigentes da emprêsa. De modo geral, os estudos de Engenharia Econômica se prestam melhor à comparação entre alternativas do que à fixação de tarifas ou preços de venda baseados em custos, pois nesses últimos casos é preferível não incluir no custo o retôrno sôbre o capital.

Objeções ao Método de Depreciação Linear mais Juros Médios

O método de depreciação linear mais juros médios é aproximado: a substituição de juros anuais por juros médios resulta num êrro tanto maior quanto mais extenso fôr o número de períodos n e quanto maior fôr a taxa de retôrno i. Considerando, entretanto, que as incertezas quanto aos valôres de n e de i são sempre grandes, o êrro resultante dêsse método não tem em geral maior importância. Mesmo em países nos quais os métodos de Engenharia Econômica se encontram mais divulgados, o método de depreciação linear mais juros médios é mais utilizado do que os métodos exatos que exporemos adiante.

Ainda são poucas entre nós as emprêsas que conhecem sua taxa de rentabilidade. Ela pode ser calculada estimando-se o valor real do investimento existente em determinado ano ao preço de venda no mercado, ou ao preço de reposição no estado, e dividindo-se por êsse valor o lucro total obtido no ano em foco, antes do pagamento do impôsto sôbre a renda. Por exemplo, se uma emprêsa avaliar seu investimento médio real em Cr$ 500.000.000 em determinado ano e se o lucro bruto anual tiver sido de Cr$ 100.000.000, a taxa de retôrno terá sido de 20%. Essa taxa de retôrno pode servir de ponto de partida para novos investimentos no mesmo ramo, devendo-se corrigi-la por meio de fatôres proporcionais ao risco técnico e comercial e às condições social-econômicas vigentes.

Outros Custos Fixos e Variáveis

Referir-nos-emos aos demais custos fixos e variáveis já mencionados.

Exemplos de *impostos que incidem sôbre o equipamento:*

- licenciamento de veículos automotivos;
- licenciamento de elevadores e monta-cargas industriais;
- impôsto predial;
- taxa de água e esgotos.

Exemplos de *seguros que incidem sôbre o equipamento:*

- seguro contra incêndio — a taxa de seguro contra incêndio é função da periculosidade do próprio equipamento ("tipo de ocupação"), da vizinhança de outros equipamentos perigosos ("isolamento dos riscos"), da natureza do prédio, da localização em zonas suburbanas ou isoladas, das instalações de prevenção e combate ao incêndio e da existência de uma turma treinada de bombeiros;
- seguros contra fogo, roubo, colisão e de responsabilidade civil para veículos;

- seguros pessoais, devidos à periculosidade ou insalubridade do equipamento.

Como a importância a ser paga em impostos e seguros é aproximadamente proporcional ao valor depreciado do equipamento, calcula-se a taxa média de impostos e seguros de modo inteiramente idêntico ao usado para calcular a taxa de retôrno.

Quanto ao custo do espaço ocupado pelo equipamento, em se tratando de uma área especialmente alugada para abrigar o equipamento, o custo do espaço é explícito; também o será se fôr necessário construir um prédio, ou parte de um prédio, para abrigar o equipamento. Quando se trata de prédio já existente, com espaço antes inutilizado, e que não foi destinado a êsse ou a outro equipamento, não há necessidade de atribuir custo de espaço ao equipamento. O custo do espaço deve incluir não sòmente o ocupado pela máquina pròpriamente dita, mas o das passagens de circulação e o dos estoques de matérias-primas e de produtos acabados.

As *despesas gerais de supervisão direta* são exemplificadas pelos salários dos engenheiros, mestres e chefes de turma.

As *despesas gerais de administração da fábrica* compreendem os custos dos departamentos de serviços, como compras, relações industriais, engenharia, contrôle de qualidade, pesquisas etc.. As despesas gerais de administração incluem ainda os salários da diretoria, dos departamentos de vendas, finanças e contabilidade, as despesas de escritório e de administração dos prédios etc.. Todos êsses custos devem ser debitados ao equipamento, numa base conveniente de rateio, como, por exemplo, na proporção de homens ocupados, de kw. de carga ou de espaço ocupado.

As *despesas gerais de manutenção* correspondem ao custo das oficinas mecânica, elétrica, de funilaria, carpintaria e de serviços. Serão rateados entre equipamentos numa das bases mencionadas.

A *amortização de patentes* faz-se por um processo semelhante ao usado para a depreciação do equipamento. O número de anos usado será, em geral, menor do que o legalmente autorizado.

Os *custos variáveis*, que incluem mão-de-obra direta, matérias-primas e suprimentos, são fáceis de levantar e, como se trata de conceitos familiares aos leitores, é desnecessário estender-nos sôbre o assunto.

Exemplo de Seleção de Equipamento

Exemplo 1. Uma fábrica de artefatos de papel planeja construir um armazém destinado a estocar bobinas de papel. Para descarregar as bobinas dos caminhões de entrega, empilhá-las no armazém e transportá-las até as máquinas, três sistemas de transporte são tècnicamente viáveis:

A. Uma plataforma-elevadora manual, operada por dois homens, em conjugação com carrinhos de mão, operados por quatro homens.

B. Uma empilhadeira motorizada, com dispositivo especial, para abraçar bobinas e empilhá-las. Executa todo o serviço com apenas um motorista.

C. Uma ponte rolante, manobrada por um guindasteiro e um ajudante, em conjugação com carrinhos de mão operados por quatro homens.

São dados os seguintes elementos para o cálculo dos custos anuais (valôres de 1963):

a) custo da mão-de-obra braçal (inclusive encargos sociais): Cr$ 480.000 por ano;

b) custo da mão-de-obra de motorista de empilhadeira ou de guindasteiro: Cr$ 600.000 por ano;

c) número de turnos de trabalho: dois turnos de 8 horas.

QUADRO 1: *Elementos de Custo Necessários à Solução do Exemplo 1*

	Sistema A	*Sistema B*	*Sistema C*
	Plataforma elevadora manual com carrinhos	Empilhadeira motorizada	Ponte rolante com carrinhos
	Cr$	Cr$	Cr$
Custo inicial total do equipamento (C)	750.000	10.000.000	15.000.000
Valor residual do equipamento (L)	50.000	1.000.000	2.000.000
Taxa de retôrno anual desejado (i)	20%	20%	20%
Taxa de impostos e seguros	2%	2%	2%
Despesas anuais gerais	30.000	100.000	50.000
Fôrça e combustível	—	250.000	100.000
Lubrificantes	10.000	25.000	15.000
Mão-de-obra de manutenção	20.000	100.000	50.000
Peças sobressalentes para manutenção, revisão e reparos	100.000	500.000	200.000
Suprimentos diversos	10.000	30.000	20.000
Vida estimada do equipamento	10 anos	8 anos	20 anos
Tempo de depreciação legalmente permitida	7 anos	7 anos	7 anos

O Quadro 1 contém os demais elementos de custos necessários à solução do problema. Tôdas as despesas referem-se a dois turnos de trabalho.

Todos os pagamentos são feitos à vista. Ficou decidido depreciar os equipamentos em 5 anos, período considerado razoável pela direção da emprêsa para a recuperação do capital investido, em equipamentos dessa natureza, considerando-se a conjuntura político-econômica existente e à vista dos riscos relativamente pequenos, inerentes a êsse empreendimento; não se levaram em conta nem a vida estimada do equipamento, porquanto maior do que 5 anos, nem o tempo legal de depreciação.

A taxa média de retôrno é, de acôrdo com a fórmula (4):

$$\frac{20\%}{2} \cdot \frac{5+1}{5} = 12\% .$$

A taxa média de impostos e seguros é a de 1,2%, também de acôrdo com a Fórmula 4.

O Quadro 2 reproduz os cálculos para obtenção dos custos anuais totais de cada proposta. Vê-se que, com os pressupostos feitos, a alternativa mais econômica é a empilhadeira motorizada.

Influência da Inflação no Método de Depreciação Linear

Vimos até agora, com certos pormenores, o funcionamento do método de depreciação linear mais juros médios quando a moeda é estável. A fim de examinar como êsse método se comporta em tempo de inflação devemos observar que existem dois tipos de desembolsos na operação de todo o equipamento: *(a)* os desembolsos iniciais, correspondentes às despesas de capital; e *(b)* os desembolsos dos anos subseqüentes, correspondentes às despesas com mão-de-obra, suprimentos e demais custos variáveis já arrolados.

Ao dividir, de acôrdo com a fórmula (1), o desembôlso inicial $C - L$ pelo número n de anos, obteremos a depreciação anual em cruzeiros, em têrmos de moeda de hoje, isto é, do dia da compra; essa depreciação anual não é afetada pelo que possa acontecer com o valor nominal da moeda no futuro. O valor residual L, que será recuperado ao fim de n anos, também deve vir expresso em cruzeiros de hoje e não em cruzeiros desvalorizados que terão curso daqui a n anos.

Por exemplo, a máquina mencionada acima, de valor inicial Cr$ 1.000.000 e valor residual (em moeda de hoje) Cr$ 200.000, depreciada em 10 anos, tem, como depreciação anual, a quantia de Cr$ 80.000, em têrmos de moeda de hoje, independentemente da existência de inflação no futuro. Evidentemente, se daqui a dez anos se disser

QUADRO 2: *Cálculos dos Custos Anuais do Exemplo 1*

	Sistema A Plataforma-elevadora manual, com carrinhos	*Sistema B* Empilhadeira motorizada	*Sistema C* Ponte rolante com carrinhos
Depreciação do equipamento $\frac{C - L}{n}$	Cr$ 140.000	Cr$ 1.800.000	Cr$ 2.600.000
Retôrno sôbre o capital empatado $(C - L)\frac{i}{2}\frac{n+1}{n} + Li$	94.000	1.280.000	1.960.000
Custos do capital	234.000	3.080.000	4.560.000
Impostos e seguros $(C - L)\frac{i}{2}\frac{n+1}{n} + Li$	9.400	128.000	196.000
Despesas gerais de supervisão, administração e manutenção	30.000	100.000	50.000
Total dos custos fixos	273.400	3.308.000	4.806.000
Mão-de-obra direta	5.760.000	1.200.000	6.000.000
Fôrça e combustível	—	250.000	100.000
Lubrificantes	10.000	25.000	15.000
Mão-de-obra direta de manutenção	20.000	100.000	50.000
Peças sobressalentes	100.000	500.000	200.000
Suprimentos diversos	10.000	30.000	20.000
Total dos custos variáveis	5.900.000	2.105.000	6.385.000
Total dos custos anuais	6.173.400	5.413.000	11.191.000

que a depreciação anual da máquina em foco tenha sido de Cr$ 80.000, essa importância parecerá muito pequena; mas será necessário lembrar que ela se expressará em têrmos de cruzeiros da década anterior.

Da mesma maneira, o retôrno médio anual é computado em têrmos da moeda inicial, de forma que a existência da inflação não invalida o uso da fórmula (4). Notemos atentamente que a taxa de retôrno que deve ser usada na fórmula é a taxa real *i* e não a taxa aparente e. Em outras palavras, se a taxa de inflação vigorante fôr de 30% a.a. e a taxa de juros na praça fôr de 50% a.a., a taxa de retôrno *i*, que servirá de base ao cálculo do retôrno anual, deve ser, conforme a expressão (2):

$$i = \frac{e-d}{1+d} = \frac{50\%-30\%}{1+30\%} = \frac{20\%}{1{,}30} = 15{,}3\%.$$

Já os custos variáveis de mão-de-obra e suprimentos sobem de ano a ano, em virtude da inflação. Parece, portanto, à primeira vista, que o método exposto nas páginas anteriores não possa ser usado, pois o custo anual está subindo de ano a ano e o método pressupõe que os custos anuais permaneçam constantes, uma vez que está baseado na soma dos custos de um ano qualquer, conforme exemplifica o Quadro 2. Entretanto, se forem convertidos à moeda inicial os desembolsos efetuados em qualquer ano, êles serão sempre expressos pelo mesmo valor, desde que tôdas as despesas de mão-de-obra e materiais acompanhem *por igual* o ritmo de elevação de preços, o que, em geral, ocorre.

Portanto, todos os elementos do custo anual continuam sendo expressos, pela mesma quantia, haja ou não inflação no futuro. Em conseqüência, o método de depreciação linear mais juros médios pode ser usado em tempo de elevação de preços.

Outra demonstração em apoio dessa tese é a seguinte: o analista pode converter os diversos custos de investimento, retôrno e despesas variáveis em moeda fixa, por exemplo, dólares. Os custos variáveis sobem, em cruzeiros, de ano para ano, mas em dólares seu valor permanece sensìvelmente constante, desde que a elevação dos preços afete por igual todos os fatôres de produção, como geralmente acontece. Assim, por exemplo, um salário de Cr$ 66.000 com o dólar a Cr$ 1.850 equivale a um salário de Cr$ 79.187 com o dólar a Cr$ 2.220. Ambos os salários equivalem a US$ 35,67, que é um custo independente da inflação.

MATEMÁTICA FINANCEIRA E INFLAÇÃO

É conveniente revermos agora algumas noções básicas de Matemática Financeira, a fim de entendermos melhor os métodos exatos de Engenharia Econômica. Deveremos também estender os métodos clássicos da Matemática Financeira a situações inflacionárias.

Problemas Fundamentais de Matemática Financeira

Alguns conhecimentos de Matemática Financeira são indispensáveis para resolver com exatidão não sòmente os problemas de comparação de alternativas, mas também os de compras a crédito, tão freqüentes nas aquisições de equipamentos. A Matemática Financeira tem três temas básicos:

1) Conversão de uma quantia atual em seu equivalente futuro e, vice-versa, conversão em seu valor atual de uma quantia que deverá ser paga no futuro. É o tópico dos juros compostos e do seu inverso, o desconto.
2) Conversão de uma quantia atual em uma série regular de pagamentos periódicos e, vice-versa, de uma série de prestações em um valor atual total. É assunto fundamental para as operações de crediário, nas vendas a prestações.
3) Conversão de uma quantia que deverá ser paga no futuro em uma série regular de pagamentos periódicos e, vice-versa, de uma série de prestações em seu valor futuro. É o problema do fundo de amortização.

O único conhecimento matemático necessário à solução dessas questões é a fórmula que fornece a soma S dos $n+1$ têrmos de uma progressão geométrica de razão q e têrmo inicial a:

$$a \quad aq \quad aq^2 \quad aq^3 \quad \ldots \quad aq^n$$

Esta soma é:

$$S = a + aq + aq^2 + aq^3 + \ldots + aq^n \qquad (5)$$

Fazendo-se:

$$Sq = aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + \ldots + aq^{n+1},$$

subtraindo-se membro a membro essas equações, e dividindo-se por q—1, resulta:

$$S = a \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \qquad (6)$$

Juros Compostos e Desconto Composto

O capital de C Cr$ colocado à taxa de juros i por período, valerá no fim do primeiro período:

$$C + Ci = C\ (1 + i)$$

Por exemplo, Cr$ 100 capitalizados em um ano à taxa de juros de 5%, valerão no fim do ano:

$$100 + 100 \times 0{,}05 = 100\ (1 + 0{,}05) =$$
$$= 100 \times 1{,}05 = \text{Cr\$ } 105.$$

No fim do segundo período os C(1+i) Cr$ transformar-se-ão em:

$$C(1+i) + C(1+i)i = C(1+i)\ (1+i) = C(1+i)^2$$

Ao cabo de n períodos, os C Cr$ transformar-se-ão em:

$$M = C\ (1+i)^n \qquad (7)$$

Essa é a fórmula dos juros compostos, que relaciona entre si o montante M, o capital inicial C, a taxa de juros i e o número n de períodos de capitalização. Conhecido o montante calcula-se o capital por meio da expressão (4), inversa da precedente:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n} \qquad (8)$$

As tabelas apresentadas no final do artigo permitem determinar o montante *M*, conhecidos *i* e *n*, para um capital $C = 1$ Cr$.

A primeira coluna dessas tabelas, encabeçada pelo título "Juros Compostos", fornece os valôres $(1+i)^n$ para diversos valôres de *i* e de *n*, desde 1 até 100 períodos.

A segunda coluna fornece o fator "Descontos Compostos", inverso do precedente. Valôres de *i* e de *n*, não incluídos nas tabelas, podem ser interpolados e extrapolados linearmente. Faz-se a extrapolação com base na conhecida propriedade das potências:

$$(1 + i)^{m + n} = (1 + i)^m \ (1 + i)^n.$$

Uma expressão muito importante é a de conversão de taxas mensais em taxas anuais e vice-versa. O leitor não terá dificuldades para verificar que a taxa anual i_a é ligada à taxa mensal i_m pelas relações:

$$i_a = (1 + i_m)^{12} - 1 \qquad (9)$$

$$i_m = (1 + i_a)^{1/12} - 1 \qquad (10)$$

Por exemplo, uma taxa mensal de 2% corresponde a uma taxa anual de:

$$i_a = (1{,}02)^{12} - 1 = 1{,}268 - 1 = 0{,}268 \text{ ou } 26{,}8\%.$$

Utilizando-nos das tabelas, recorrendo à interpolação e à extrapolação e valendo-nos das fórmulas (5) e (6), não teremos dificuldades para calcular os juros e o desconto compostos para qualquer período.

Taxas de Inflação e de Desvalorização da Moeda

Já nos referimos à taxa de inflação. Mas, convém agora definir com rigor êsse conceito. A medida natural da inflação é o *índice de custo de vida,* pois é freqüentemente publicado, fàcilmente compreendido e muito usado na prática para reajuste de preços e de salários. Se um bem custa, na época base, Cr$ 100, e um ano mais tarde, Cr$ 140, diz-se que o índice de custo de vida é, neste último ano, 140.

Chamemos I_1 e I_2 os índices de custo de vida nos anos A_1 e A_2 respectivamente; seja A_1 o ano base.

Define-se a *taxa de inflação d* do ano A_2 em relação ao ano A_1 como sendo:

$$d = \frac{I_2 - I_1}{I_1} .$$

Por exemplo:

$$d = \frac{140 - 100}{100} = \frac{40}{100} = 0{,}40 \text{ ou } 40\%.$$

Define-se a taxa de desvalorização *D* do ano A_2 em relação ao ano A_1 como sendo: $D = 1 - \frac{I_1}{I_2}$.

Por exemplo:

$$D = 1 - \frac{100}{140} = 1 - 0{,}714 = 0{,}286 \text{ ou } 28{,}6\%,$$

isto é, a moeda perdeu 28,6% do seu poder de compra.

Vê-se que $D = \frac{d}{1+d}$. Com a taxa de inflação *d* constante, a quantia inicial *C* será equivalente, ao cabo de *n* anos, ao valor *M*, em dinheiro desvalorizado:

$$M = C\ (1 + d)^n$$

A comparação dessa última expressão com a fórmula (7) mostra-nos que a taxa de inflação se comporta como uma taxa de juros.

Combinando os efeitos dos juros e da inflação, que atuam independentemente, temos:

$$M = C(1+i)^n \, (1+d)^n = C[(1+i)\,(1+d)]^n =$$
$$= C(1+i+d+id)^n \qquad (11)$$

Aplicando-se a fórmula(2) à Fórmula f(11), esta última pode ser assim simplificada:

$$M = C\,(1+e)^n \qquad (12)$$

onde e é a taxa aparente de juros.

Vejamos algumas aplicações das fórmulas precedentes.

Exemplo 2. Uma pessoa adquiriu em 1960 um terreno por Cr$ 5.000.000. Se o vendeu em 1964 por Cr$ 45.000.000, qual terá sido a sua taxa de retôrno anual real, sabendo-se que a inflação foi de 50% a.a.? Calcule o seu retôrno ou lucro real.

Solução: A expressão 12 fornece:

$$45.000.000 = 5.000.000\,(1+e)^4$$

$$(1+e)^4 = \frac{45.000.000}{5.000.000} = 9,$$

$$(1+e) = \sqrt[4]{9} = 1,732$$

$$e = 0,732; \; i(d+1) = 0,732 - 0,500 = 0,232$$

$$i = \frac{0,232}{1,5} = 15,5\% \text{ a.a..}$$

Em moeda original, os Cr$ 45.000.000 equivalem a:

$$\frac{45.000.000}{(1,50)^4} = \frac{45.000.000}{5,0625} = \text{Cr\$ } 8.888.889.$$

O lucro real foi, pois, em moeda original:

$$\text{Cr\$ } 8.888.889 - 5.000.000 = \text{Cr\$ } 3.888.889.$$

O lucro percentual foi de: $\dfrac{3.888.889}{5.000.000} = 77{,}78\%$.

A taxa de retôrno total foi de 0,7778 para os quatro anos. Aplicando expressão semelhante à equação (10), achamos para a taxa de retôrno real percentual anual *i:*

$$i = (1+0{,}7778)^{1/4} - 1 = \sqrt[4]{1{,}7778} - 1 =$$
$$= \sqrt{1{,}333} - 1 = 1{,}1546 - 1 = 15{,}5\%.$$

Exemplo 3. João empresta a Pedro Cr$ 2.000.000, à taxa de juros mensal de 7%; a inflação é de 5% a.m.. Quanto deverá pagar Pedro, se a dívida fôr por 90 dias? Qual é a taxa de juros real?

Solução: Pedro deverá pagar:

$$\text{Cr\$ } 2.000.000(1{,}07)^3 = 2.000.000 \times 1{,}225 =$$
$$= \text{Cr\$ } 2.450.000.$$

A taxa de juros real é: $i = \dfrac{0{,}07 - 0{,}05}{1{,}05} =$

$$= 0{,}019 \text{ ou } 1{,}9\% \text{ a.m..}$$

Exemplo 4. No ano 1960 o índice de custo de vida era 180. Em 1965 o índice era 1.040. Calcule a taxa de inflação anual.

Solução: $1.040 = 180\ (1 + d)^5$

Usando logaritmos, encontramos $d = 0{,}42 = 42\%$ a.a..

A taxa de inflação que vigorou entre 1960 e 1965 foi de:

$$d = \frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{1.040 - 180}{180} = 478\%.$$

A taxa de desvalorização no período foi de:

$$D = 1 - \frac{I_1}{I_2} = 1 - \frac{180}{1.040} = 82{,}7\%.$$

Exemplo 5. Um fundo de investimentos publica o seguinte anúncio: "Baseado no reinvestimento de dividendos, um investimento inicial de Cr$ 100.000, efetuado em fevereiro de 1957, valia Cr$ 705.580 em 30 de junho de 1963. Nesse mesmo período, o índice de custo de vida elevou-se de 100 a 464". Calcule a taxa de retôrno real que se obtém nesse fundo.

Solução: Admitiremos, como período, 6 anos e 5 meses = 77 meses. A taxa mensal *d* de inflação é dada pela equação: $(1 + d)^{77} = 4{,}64$; *d* é igual a 2%, tal como se pode calcular pelo uso de logaritmos ou pela inspeção da tabela de fatôres de juros compostos de 2%. A taxa aparente de retôrno e proporcionada pelo fundo é dada pela equação:

$(1 + e)^{77} = 7{,}06$; e é igual a 2,57%.

A taxa real de retôrno mensal *i* é dada pela equação

$$i = \frac{e - d}{1 + d} = \frac{0{,}0257 - 0{,}0200}{1{,}02} =$$

$$= \frac{0{,}0057}{1{,}02} = 0{,}0056 = 0{,}56\% \text{ a.m., ou seja, um}$$

pouco menos de 7% a.a..

Pagamento de uma Dívida em Prestações

Para extinguir uma dívida é comum efetuar uma série de pagamentos consecutivos iguais no final de períodos determinados, meses ou anos, por exemplo. A equivalência entre um pagamento inicial *C* e uma série de prestações *P*, pagas em final de período, é obtida convertendo-se essas prestações no seu valor atual:

$$C = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{P}{(1+i)^n} \quad (13)$$

Observemos atentamente que o primeiro pagamento se efetua no final do primeiro período, o segundo no final do segundo período, o "enésimo" no final do "enésimo" período. A fórmula (13) é a soma dos *n* têrmos de uma projeção geométrica de razão $q = \frac{1}{1+i}$. De acôrdo com (6):

$$C = p \frac{1}{i} \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} \qquad (14)$$

A expressão (14) fornece o valor atual *C* de uma série de *n* pagamentos iguais de valor *P*, descontados à taxa *i*. O valor $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$ encontrase tabulado nas tabelas do final do artigo, para diversos valôres de *i* e de *n*. Dá-se-lhe o nome de *"fator de valor presente"* (FVP)[11]: é o valor, no momento presente, de uma série de *n* prestações de um cruzeiro.

Da expressão (14) deduz-se:

$$P = C \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \qquad (15)$$

A fórmula (15) fornece a prestação *P* que deve ser paga ao fim de cada período, para extinguir a dívida C. O valor $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ encontra-se tabulado no final do artigo para diversos valôres de *i* e de *n*. Dá-se-lhe o nome de *"fator de recuperação do capital"* (FRC)[12]: é a prestação correspondente a uma dívida de um cruzeiro, à taxa de juros *i*, a ser paga durante n períodos. Êsse fator tem sido popularizado nas chamadas "tabelas *Price*". É, também, a *renda* que se poderia obter, durante *n* períodos, do capital C. Chama-se ainda *"fator de amortização"*.

Com uma inflação constante de taxa *d*, cada prestação será efetuada em moeda progressivamente desvalorizada. Por exemplo a parcela *P*, paga no fim do enésimo, vale,

11) Em inglês, PWF (*present worth factor*).
12) Em inglês, CRF (*capital recovery factor*).

em têrmos da moeda atual: $\dfrac{P}{(1+d)^n}$, e, por causa do desconto composto, vale realmente: $\dfrac{P}{(1+i)^n\,(1+d)^n}$. Isso, supondo-se que os recursos do pagador aumentem na mesma proporção que a inflação; se todo o dinheiro que êle possuir estiver guardado, em moeda original, num cofre, é claro que as parcelas *P* continuarão a ter para êle o valor nominal. Exceto para as pessoas ou entidades que não esperam ver seu retôrno acompanhar o ritmo da inflação, as prestações pagas mais tarde acusam realmente uma perda de substância, e o valor atual de uma série de prestações *P* é:

$$C = \frac{P}{(1+i)\,(1+d)} + \frac{P}{(1+i)^2\,(1+d)^2} + \frac{P}{(1+i)^3\,(1+d)^3} + \ldots + \frac{P}{(1+i)^n\,(1+d)^n} \qquad (16)$$

Fazendo-se $1 + e = (1+i)\,(1+d)$, a expressão (16) se transforma em:

$$C = P\,\frac{1}{e}\,\frac{(1+e)^n - 1}{(1+e)^n} \qquad (17)$$

idêntica à expressão (14) anterior, com $e = i + d + id$.

A expressão $P = C\,\dfrac{e(1+e)^n}{(1+e)^n - 1}$ (18)

permite calcular a prestação *P* necessária para saldar a dívida *C* em *n* períodos, com a taxa de juros aparente *e*.

Exemplo 6. Uma agência de peças cobra Cr$ 100.000 por um equipamento vendido a vista. A taxa de juros que cobra para vendas a prazo em 10 meses é de 2% a.m., com uma entrada de 20%. Qual o valor da prestação a ser paga? Sabendo-se que a inflação é de 1% a.m., qual a taxa real de juros cobrada?

Solução: Apliquemo a fórmula (18). Procurando na tábua de 2%, encontramos o FRC para 2% e $n = 10$.

É igual a: 0,11133. Portanto, a prestação procurada é:

$$P = 80.000 \times 0{,}11133 = \text{Cr\$ } 8.836{,}40.$$

A taxa real de juros é dada pela fórmula (2):

$$i = \frac{e - d}{1 + d} = \frac{0{,}02 - 0{,}01}{1{,}01} = 0{,}0099 = 0{,}01.$$

Exemplo 7. A que prestação mensal pode ser vendida u'a máquina em 10 pagamentos iguais, sendo o primeiro no ato da venda, sabendo-se que a taxa de inflação é de 26% a.a. e a taxa de juros real desejada é de 12% a.a.? O preço desejado a vista é Cr$ 100.000.

Solução: Damos êsse problema para realçar o fato de que as fórmulas vistas nesta seção sòmente se aplicam quando tôdas as prestações são pagas no final do respectivo período. Temos de separar, portanto, a primeira prestação, paga no ato da venda, das nove outras, pagas ao fim de período. Calculemos primeiro a taxa e de juros aparente. É igual a:

$$e = 26\% + 12\% + 26\% \times 12\% = 41{,}12\% = 0{,}41.$$

Vemos que a taxa de juros aparente mensal é quase 3%, pois as tábuas nos dão $(1{,}03)^{12} = 1{,}426$.

Escrevemos que a prestação P deve satisfazer à igualdade:

$$\begin{aligned} 100.000 &= P + P\,(\text{FVP} - 3\% - 9) = \\ &= P + P \times 7{,}786 = P \times 8{,}786. \end{aligned}$$

Portanto, a prestação procurada é:

$$P = \frac{100.000}{8{,}786} = \text{Cr\$ } 11.380.$$

Fundo de Amortização ou Montante de uma Série de Prestações

O terceiro problema de Matemática Financeira que o analista de investimentos deve conhecer é o do fundo de amortização.

A soma de *n* parcelas iguais, de valor nominal *P*, pagas no fim do respectivo período e colocadas à taxa de juros *i*, constitui, no final do último pagamento, um montante chamado "fundo de amortização".

A última parcela não rende juros, valendo, pois, *P*. A penúltima parcela rende juros durante um período e vale $P(1+i)$. A primeira parcela rende juros durante *n-1* períodos e vale $P(1+i)^{n-1}$.

O montante *M* é, pois:

$$M = P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + P(1+i)^{n-3} + \\ + \ldots + P(1+i)^2 + P(1+i) + P.$$

Aplique-se a expressão (6):

$$M = P\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (19)$$

O fator $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ é chamado *"fator de acumulação composta"* ou *"fator de capitalização"* e é representado pela sigla FAC[13]. De (19) vem:

$$P = M\,\frac{i}{(1+i)^n - 1} \qquad (20)$$

O fator $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ é chamado *"sinking-fund factor"* ou *"fator de fundo de amortização"* e é representado pela sigla SFF. Também se poderia provar a expressão (19) a partir de (7) e (14), pois:

13) Em inglês, CAF (*compound amount factor*).

$$M = C(1+i)^n = P\,\frac{1}{i}\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}\,(1+i)^n =$$

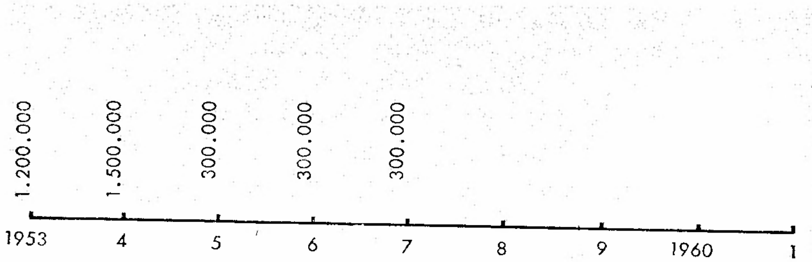
$$= P\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Com inflação de taxa *d*, a primeira parcela de valor nominal *P* vale, em têrmos de moeda inicial, no momento do último pagamento:

$$P\,(1+d)^{n-1}\,(1+i)^{n-1} = P\,(1+e)^{n-1}.$$

Exemplo 8. Empatou-se numa fábrica em 1953 a quantia Cr$ 1.200.000. Foram gastos em 1954 mais Cr$ 1.200.000 em beneficiamentos diversos. De 1954 a 1957 foram gastos Cr$ 300.000 por ano. De 1958 em diante, os investimentos foram sensìvelmente compensados pelos lucros. Por quanto se deveria vender a fábrica em 1961 para obter um retôrno anual real de 8% sôbre o investimento? A inflação média durante êsse período foi de 20% a.a..

Solução: Desenhemos um esquema do período em foco, mostrando as despesas realizadas:



A despesa de Cr$ 1.200.000, realizada em 1953, equivale hoje a: $1.200.000\ (1+0{,}08)^8\ (1+0{,}20)^8 =$
$= 1.200.000\ (1{,}30)^8 = 1.200.000 \times 8{,}157 =$
$=$ Cr$ 9.800.000.

A despesa de Cr$ 1.200.000, realizada em 1954, equivale hoje a: $1.200.000\ (1+0{,}08)^7\ (1+0{,}20)^7 =$
$= 1.200.000\ (1{,}30)^7 = 1.200.000 \times 6.275 =$
$=$ Cr$ 7.550.000.

Finalmente, a série de gastos anuais de Cr$ 300.000 equivale a: $300.000 \times$ (FAC — 4 anos — 30%) $\times$
$\times\ (1{,}30)^4 = 300.000 \times 6{,}187 \times 2{,}856 =$
$=$ Cr$ 5.300.000.

A resposta é:

Cr$ 9.800.000 + 7.550.000 + 5.300.000 =
= Cr$ 22.650.000.

OS MÉTODOS EXATOS DE ENGENHARIA ECONÔMICA

Os métodos exatos de Engenharia Econômica que examinaremos aqui são os de *custo anual* e do *valor atual.* Discutiremos, depois de expô-los, a influência da inflação sôbre êles.

Método do Custo Anual

O método do custo anual é semelhante ao de "depreciação linear mais taxa média de retôrno" no que se refere aos custos variáveis, bem como às despesas gerais; porém, os custos fixos do investimento e o retôrno são obtidos pela decomposição do investimento inicial em parcelas iguais, levando-se em conta os juros exatos, compostos, isto é, entendendo-se cada parcela anual do custo de investimento como sendo a necessária à amortização do capital inicial à taxa *i,* ou seja:

$$P = C\,\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \qquad (15)$$

Quando existe valor residual *L,* êle é subtraído do valor inicial *C* do equipamento, e os juros simples sôbre *L* são adicionados, sendo, então, os custos anuais do capital iguais a:

$$P = (C - L) \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} + L\,i. \qquad (21)$$

Resolvamos o Exemplo 1 pelo método do custo anual.

O cômputo dos seguros e impostos, bem como das despesas gerais e das despesas variáveis de operação, é idêntico ao visto anteriormente. Os custos do capital são, de acôrdo com (21):

- Alternativa A: 700.000 × 0,33438 + + 50.000 × 0,20 = 244.066.
- Alternativa B: 9.000.000 × 0,33438 + + 1.000.000 × 0,20 = 3.209.420.
- Alternativa C: 13.000.000 × 0,33438 + + 2.000.000 × 0,20 = 4.746.940.

Temos, então, os custos totais seguintes:

	Sistema A	*Sistema B*	*Sistema C*
Custo do capital	244.066	3.209.420	4.746.940
Impostos e seguros	9.400	128.000	196.000
Despesas gerais	30.000	100.000	50.000
Total dos custos fixos	283.466	3.437.420	4.992.940
Total dos custos variáveis	5.900.000	2.105.000	6.385.000
Total dos custos anuais	6.183.466	5.542.420	11.377.940

O método do custo anual indica que a melhor solução é o sistema *B*. O método, lembremos, é exato e deve ser usado de preferência ao de depreciação, que é aproximado. Quando o número de anos é pequeno ($n < 10$) e a taxa de retôrno *i* não é superior a 20% o método de depreciação, mais simples e conhecido, pode ser utilizado sem causar grandes erros. O método do custo anual é usado com vantagem, de preferência aos métodos descritos adiante, quando os custos variáveis (em moeda-padrão) não variam de ano para ano.

Influência da Inflação no Método do Custo Anual

Como no caso do método de depreciação linear, a desvalorização da moeda não invalida a fórmula (21). O custo anual *P* obtido é o que corresponde, em valor nominal, ao primeiro ano de uso. Os custos variáveis do primeiro ano são computados nesse mesmo valor nominal; os custos variáveis dos anos subseqüentes serão nominalmente maiores, por causa da desvalorização do dinheiro, mas, em relação à moeda-padrão, são iguais aos do primeiro ano. As considerações feitas quando estudamos o método de depreciação linear mais juros médios aplicam-se igualmente aqui.

O Método do Valor Atual

O método do valor atual é o mais conveniente quando os custos anuais variam de ano para ano: é o caso, por exemplo, de equipamentos que sofrem reformas cada *m* anos, como caminhões, cujos motores são retificados a cada 100.000 km, ou estruturas metálicas que recebem pintura nova de dois em dois anos. Êsse método consiste em transferir todos os custos para o momento presente, descontando-os à taxa de rentabilidade desejada, em função do período no qual incidem, de maneira que os custos mais afastados no tempo sejam mais intensamente descontados.

O método do valor atual é exato e dá sempre o mesmo resultado que o do custo anual, pois ambos são baseados em idêntico sistema de cômputo dos juros compostos, isto é, o valor atual, repartido sôbre os *n* anos, dá exatamente o custo anual do equipamento; e os custos anuais, trazidos para o valor presente, dão exatamente o valor atual da alternativa considerada.

Quando é necessário comprar equipamentos que duram um número diferente de anos é preciso estabelecer o mínimo múltiplo comum de anos das alternativas consideradas. Êsse caso será ilustrado no Exemplo 9.

Uma variante do método do valor atual consiste em calcular a quantia necessária para renovar e operar perpètuamente os equipamentos; essa modalidade recebeu o nome de "método do custo capitalizado". Veremos adiante um exemplo (Exemplo 10) de sua aplicação.

A fórmula fundamental utilizada para calcular o valor atual de uma série de pagamentos futuros já foi vista: é a expressão (14). Atente-se ao fato de que os pagabentos das despesas operacionais devem ser efetuados no fim do período.

Temos de computar os valôres atuais dos investimentos iniciais *C*, dos valôres residuais *L* e dos custos anuais operacionais *M*.

1) Vejamos, inicialmente, o valor atual de instalação inicial e de uma série de *p-1 renovação* renovações, efetuadas cada *m* anos, isto é, que durarão: $mp = n$ anos.

$$(V.A.) \text{ renovaçções } = C + \frac{C}{(1+i)^m} + \frac{C}{(1+i)^{2m}} + \frac{C}{(1+i)^{3m}} + \ldots + \frac{C}{(1+i)^{(p-1)m}} \qquad (22')$$

Aplicando a fórmula (6), com $q = \frac{1}{(1+i)^m}$, temos:

$$(V.A.) \text{ renovações } = C \frac{(1+i)^{mp}. - 1}{(1+i)^{m(p-1)} [(1+i)^{m-1}]} \qquad (22)$$

2) O valor atual das despesas operacionais anuais *M* é, para $n = mp$ anos.

(V.A.) despesas anuais =

$$= \frac{M}{1+i} + \frac{M}{(1+i)^2} + \frac{M}{(1+i)^3} + \frac{M}{(1+i)^{mp}} = \qquad (23')$$

$$= M \frac{1}{i} \frac{(1+i)^{mp} - 1}{(1+i)^{mp}} \qquad (23)$$

3) Devemos agora subtrair de 1) + 2) o valor atual dos valôres residuais dos equipamentos *L*.

(V.A.) Valôres residuais =

$$= \frac{L}{(1+i)^m} + \frac{L}{(1+i)^{2m}} + \frac{L}{(1+i)^{3m}} +$$

$$+ \dots + \frac{L}{(1+i)^{mp}} = L \frac{(1+i)^{mp} - 1}{(1+i)^{mp}\,[(1+i)^m - 1]} \quad (24)$$

O valor atual total do equipamento em aprêço é: 1) + 2) — 3).

Obteríamos o mesmo resultado — e o leitor poderá verificá-lo a título de exercício — decompondo primeiro *C*, segundo a tabela de recuperação de capital; *L*, segundo a tabela de fundo de amortização, e calculando, a seguir, o valor atual do total de custos anuais.

Como a expressão do valor atual, soma de (22), (23) e (24), é difícil de memorizar, em geral é mais fácil reproduzir o raciocínio diretamente sôbre os dados que estejam sendo tratados, conforme faremos no Exemplo 9.

Exemplo 9. Resolver o Exemplo 1 pelo método do valor atual, admitindo agora que os diversos equipamentos sejam depreciados por um período igual à sua duração física, isto é, respectivamente por 10, 8 e 20 anos.

Solução: O mínimo multiplicador comum de 10, 8 e 20 é 40. Calculemos sucessivamente os valôres atuais das alternativas A, B e C.

1) *Alternativa A*

Investimento inicial: 750.000 750.000

1.ª Renovação : $\frac{750.000}{1,20^{10}} = 750.000$

$\times\ 0,1615 =$ 121.125

2.ª Renovação : $\dfrac{750.000}{1,20^{20}} = 750.000$

$\times\ 0,0261 =$ 19.575

3.ª Renovação : $\dfrac{750.000}{1,20^{30}} = 750.000$

$\times\ 0,0042 =$ 3.150

Valor atual do investimento inicial e das renovações	893.850
Valor residual do investimento inicial $= 50.000 \times 0,1615 =$	8.075
Valor residual da 1.ª renovação: $50.000 \times 0,0261 =$	1.305
Valor residual da 2.ª renovação: $50.000 \times 0,0042 =$	210
Valor residual da 3.ª renovação: $50.000 \times 0,0007 =$	35
Valor atual total das renovações:	9.625

Valor atual dos custos anuais de operação:
5.939.400 × (FVP — 20% — 40 anos) =
= 5.939.400 × 4.997 = 29.679.180

Valor atual total da alternativa A:
Cr$ 893.850 + 29.679.180 — 9.625 =
= Cr$ 30.563.400.

2) *Alternativa B*

Usando procedimento semelhante ao utilizado para a alternativa A, achamos o valor atual da alternativa B = 13.029.000 + 11.658.000 — 302.900 = = Cr$ 24.384.100.

3) O leitor poderá conferir o valor atual da alternativa C = 15.402.000 + 33.135.107 — 52.340 = = Cr$ 48.484.767.

Conclusão: apesar da extensão do tempo de duração, a alternativa B continua a ser a mais econômica.

Exemplo 10. Resolver o Exemplo 9 pelo método do custo capitalizado.

Solução: O custo capitalizado é o valor atual dos custos anuais de um número infinito de anos. Fazendo *P* tender para o infinito nas expressões (22), (23) e (24), obtém-se a expressão do custo capitalizado:

Custo capitalizado =

$$= C \frac{(1+i)^m}{(1+i)^m - 1} + \frac{M}{i} - L \frac{1}{(1+i)^m - 1} =$$

$$= C + (C - L) \frac{1}{(1+i)^m - 1} + \frac{M}{i} \qquad (25)$$

A fórmula do custo capitalizado tem a vantagem de ser muito simples. O quadro seguinte resume os cálculos necessários à solução do nosso exemplo, com $m = 5$.

Item	*Símbolo*	*Sistema A*	*Sistema B*	*Sistema C*
Valor inicial	C	750.000	10.000.000	15.000.000
Valor atual das renovações	$(C-L)\frac{1}{(1+i)^m-1}$	470.335	6.047.100	8.734.790
Valor atual das despesas operacionais	$\frac{M}{i}$	29.697.000	11.665.000	33.155.000
		30.917.335	27.712.100	56.889.790

O sistema *B* é o mais econômico.

Influência da Inflação no Método do Valor Atual

Referindo-nos à fórmula (22'), temos que, em caso de inflação anual constante de taxa *d* ao ano, a instalação inicial e as *p-1* renovações custarão:

$$C + C\,(1+d)^m + C\,(1+d)^{2m} + \ldots + C\,(1+d)^{(p-1)m}$$

O valor atual dessas importâncias é obtido dividindo-se cada parcela pelo fator de desconto. Para obter êsse fator de desconto, devemos saber quanto vale o dinheiro, em valor nominal para a emprêsa, ou seja, qual a sua taxa de retôrno. Suponhamos que a taxa de retôrno anual aparente seja e durante todo o período considerado. Então

o valor atual é $C + c\left(\frac{1+d}{1+e}\right)^{m} + C\left(\frac{1+d}{1+e}\right)^{2m} +$

$$+ \ldots + C\left(\frac{1+d}{1+e}\right)^{(p-1)m} \qquad (22")$$

Agora, se a emprêsa fôr capaz de aumentar seus preços na mesma proporção que a inflação, então a taxa anual aparente de retôrno e permanecerá constantemente ligada à taxa de inflação *d* pela relação:

$$e = i + d + id, \qquad (2)$$

onde *i* é a taxa de retôrno real.

Por exemplo, se $i = 20\%$ e $d = 40\%$, a taxa aparente anual de retôrno e será: $20\% + 40\% + 8\% = 68\%$, isto é, a inflação é de 40% a.a., mas a emprêsa consegue sempre obter um retôrno real anual de 20%, ou seja, um retôrno anual aparente de 68% em moeda depreciada.

Como a expressão (2) pode ser escrita sob a forma

$$\frac{1+d}{1+e} = \frac{1}{1+i}$$

a série (22") torna-se simplesmente igual a:

$$C + \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^{2m}} + \ldots + \frac{C}{(1+i)^{(p-1)m}} \qquad (22')$$

que é a expressão encontrada anteriormente, válida quando não há inflação.

Da mesma maneira, o valor atual das despesas operacionais anuais, expresso pela série (23'), não se altera porque embora cada parcela seja multiplicada, por causa da inflação, pelo coeficiente $1+d$ em relação à parcela anterio, cada parcela é dividida pelo fator de desconto $\frac{1}{1+e}$, em relação à parcela anterior, em vista de a emprêsa ser capaz de manter uma taxa de retôrno aparente sempre igual a *e*, ligada à taxa de inflação pela relação:

$$e = 1 + d + id.$$

Em virtude da permanência das fórmulas (22), (23) e (24), vê-se que, assim como os demais métodos anteriormente examinados, o método do valor atual pode ser usado em tempo de inflação, tomando-se apenas o cuidado de utilizar nessas fórmulas, para a taxa de retôrno, o valor real *i*, e não a taxa aparente de retôrno *e*.

Outra maneira de chegar à conclusão de que a inflação não influi quando a emprêsa é capaz de aumentar o volume de suas receitas é observar que os pagamentos efetuados nos períodos sucessivos e de valor nominal crescente serão efetuados com moeda progressivamente desvalorizada, e isso faz com que os pagamentos sejam iguais entre si em têrmos de uma moeda fixa.

Existem, entretanto, situações nas quais a inflação deve ser levada em conta: quando, por exemplo, os custos dos equipamentos ou das despesas operacionais sobem, devido à elevação dos preços, enquanto que a renda da firma não pode subir, ou sobe em proporção menor do que os preços dos demais produtos. Eis alguns casos nos quais essa ocorrência se verifica:

- O custo de determinada matéria-prima sobe, em virtude de escassez ou maior demanda, muito mais ràpidamente que o dos demais fatôres de produção.
- O preço das matérias-primas e dos equipamentos sobe ràpidamente, mas o industrial não pode reajustar seu preço de venda ou por causa da concorrência, ou porque

teme uma reação desfavorável da freguesia, porque está num ramo industrial "pobre", no qual, tradicionalmente, os preços sobem mais lentamente do que os dos demais produtos, ou, finalmente, porque no ramo no qual opera é prática aumentar os preços de venda apenas uma vez por ano, senão mais raramente ainda.

- O preço dos itens comprados sobe, mas a emprêsa está impedida de aumentar seus preços de venda, em virtude de um contrato; é o caso das emprêsas contratantes de serviços, amarradas por tarifas; das emprêsas e dos governos, que, por motivos tributários ou aduaneiros, faturam numa moeda fraca e têm de comprar em moeda forte; das emprêsas e pessoas cuja fonte de recursos é dinheiro guardado em banco ou em conta corrente proveniente de empréstimos ou doações. Seriam os casos, por exemplo, de uma fundação, cuja receita fôsse uma verba que não crescesse proporcionalmente à inflação; de uma pessoa aposentada que guarda seu dinheiro em títulos ou em notas; de um proprietário cuja fonte de recursos é o aluguel proveniente de seus imóveis, aluguel êsse que a lei do inquilinato proíbe aumentar. O caso das emprêsas que aderiram à Portaria 71 também serve como exemplo dessa situação.

Nessas últimas condições u'a máquina que custa hoje C cruzeiros custará, devido à inflação, C $(1+d^m)$ cruzeiros dentro de m períodos, sendo d a taxa de inflação. Se e fôr a taxa de retôrno aparente permitida, o valor atual dessa quantia será: $C\dfrac{(1+d)^m}{(1+e)^m}$, sendo que o retôrno real i será agora muito pequeno ou mesmo negativo, e diferente da taxa i que existiria caso não houvesse inflação. O valor atual de uma série de p-1 renovações é obtido substituindo-se $1+i$ por $\dfrac{1+e}{1+d}$ na expressão (22):

(V.A.) renovações =

$$= C \frac{(1+e)^{mp} - (1+d)^{mp}}{(1+e)^{m(p-1)} [(1+e)^{m} - (1+d)^{m}]} \qquad (26)$$

O valor atual de uma série de $n = mp$ pagamentos anuais de despesas operacionais é obtido substituindo-se $1+i$ por $\frac{1+e}{1+d}$ na expressão (23):

(V.A.) despesas anuais =

$$= M \frac{1+d}{e-d} \frac{(1+e)^{mp} - (1+d)^{mp}}{(1+e)^{mp}} \qquad (27)$$

As fórmulas (26) e (27) são idênticas às fórmulas (22) e (23), das quais foram obtidas, substituindo-se $1+i$ por $\frac{1+e}{1+d}$. Porém, está explícito nelas que vigora inflação de taxa *d* e que a taxa aparente de retôrno da emprêsa é *e*. Só podem ser usadas, relembremos, quando a emprêsa reajusta seus preços até obter a taxa aparente de retôrno *e*, quando a inflação é constante e quando sua taxa *d* pode ser prevista. Êsse é o caso especial estudado pelo autor mencionado na nota 1. Embora as fórmulas matemáticas sejam as mesmas do caso mais geral, notemos que, nesse último, a inflação — qualquer que seja a irregularidade do seu ritmo e mesmo que não possa ser prevista — não influi, podendo ser usadas as expressões (22) e (23), nas quais nem sequer figura a taxa de inflação.

Exemplo 11. Que é mais vantajoso: comprar determinada roupa de proteção industrial de marca "X", que custa Cr$ 5.000 e irá durar um ano, ou outra, de marca "Y", de qualidade superior, que custa Cr$ 9.500 e irá durar dois anos? A) Suponha primeiro que não haja inflação e que a taxa de retôrno desejada seja de 20% a.a. B) Suponha que haja inflação de 30% a.a. e que a taxa de retôrno desejada real seja de 20% a.a. sendo que a emprêsa pode aumentar seus preços. C) Suponha que a emprêsa seja uma concessionária de energia elétrica, cujas tarifas foram congeladas pelos próximos anos e cuja taxa de retôrno real, nessas condições, é de 1% a.a., sendo que a inflação é de 30% a.a. D) Suponha que a inflação seja de 30% a.a; porém, que a emprêsa tenha como única fonte de recursos um depósito bancário que renda 5% a.a.

Solução:

a) Usando o método do valor atual, temos:

Valor atual de X = 5.000 + 5.000 × (FVP — — 20% — 1 ano) = 5.000(1+0,833) = Cr$ 9.165. Valor atual de Y = Cr$ 9.500. A alternativa X é superior.

b) A taxa aparente de retôrno é: 20% + 30% + + 20% × 30 = 56%.

O valor atual de X é de $5.000 + 5.000 \times \frac{1{,}30}{1{,}56} =$
$= 5.000\ (1 + 0{,}833) =$ Cr$ 9.165.
Valor atual de Y = Cr$ 9.500.
A inflação não influiu. A alternativa X continua superior.

c) A taxa aparente de retôrno é: 1% + 30% + 1% × × 30% = 31,3%.

O valor atual de X é, pois: $5.000 + 5.000 \times$
$\times \frac{1{,}30}{1{,}313} = 5.000 + 4{,}950 =$ Cr$ 9.950.
Agora a alternativa Y, de valor atual Cr$ 9.500, é superior à alternativa X.

d) Valor atual de X: $5.000 + 5.000 \times \frac{1{,}30}{1{,}05} = 5.000 +$
$+ 6.190 =$ Cr$ 11.190.

A alternativa Y é superior.

Exemplo 12. Compare as estruturas A e B. A primeira tem custo inicial de Cr$ 6.000, valor residual previsto nulo, ao fim de sua vida estimada em 10 anos, e desembôlso anual esperado de Cr$ 1.100.000 correspondente a despesas de conservação; a estrutura *B* tem custo inicial de Cr$ 20.000.000, valor remanescente previsto de Cr$ 5.000.000, valor residual nulo, ao fim de sua vida estimada em 25 anos, e desembôlso anual de Cr$ 600.000. A emprêsa é concessionária de serviços públicos; prevê que suas tarifas, determinadas por convênio com o Govêrno, lhe permitirão obter anualmente 8% de retôrno real sôbre seu investimentos efetivo; prevê uma inflação constante de 30% ao ano nos próximos anos.

Solução: Usando as fórmulas (26) e (27) e notando que $e = 8\% + 30\% + 2{,}4\% = 40\%$, obteremos, para a estrutura *A*, por um período de $mp = 10 \times 5 = 50$ anos:

(V.A.) renovações:

$$6.000.000 \times \frac{(1{,}4)^{50} - (1{,}3)^{50}}{(1{,}4)^{40}\,[(1{,}4)^{10} - (1{,}3)^{10}]} =$$

$$= 6.000.000 \,\frac{1{,}08^{50} - 1}{(1{,}08)^{40}\,[(1{,}08)^{10} - 1]} =$$

$$= 6.000.000 \,\frac{46{,}902 - 1}{21{,}725\,(2{,}159 - 1)} = \text{Cr\$ } 10.938.000.$$

(V.A.) despesas:

$$1.100.000 \times \frac{1{,}3}{0{,}1}\;\frac{(1{,}4)^{50} - (1{,}3)^{50}}{(1{,}4)^{50}} =$$

$$= 1.100.000 \times \frac{1}{0{,}8} \times \frac{(1{,}08)^{50} - 1}{(1{,}08)^{50}} =$$

$$= 1.100.000 \times \frac{1}{0{,}8} \times \frac{46{,}902 - 1}{46{,}902} =$$

$$= \text{Cr\$ } 13.453.000.$$

Valor atual da alternativa *A:* Cr$ 24.391.000.

Para a estrutura *B*, obtemos:

(V.A.) renovações:

$$20.000.000 \times \frac{(1,4)^{50} - (1,3)^{50}}{(1,4)^{25}\,[(1,4)^{25} - (1,3)^{25}]} =$$

$$= 20.000.000 \frac{(1,08)^{50} - 1}{(1,08)^{25}\,[(1,08)^{25} - 1]} =$$

$$= 20.000.000 \frac{46,902 - 1}{6,848\ (6,848 - 1)} = \text{Cr\$ } 22.920.000.$$

(V.A.) despesas $= 600.000 \times$

$$\times \frac{1,3}{0,1} \frac{(1,4)^{50} - (1,3)^{50}}{(1,4)^{50}} = \text{Cr\$ } 7.338.000.$$

Valor atual da alternativa *B:* Cr$ 30.258.000.
Conclusão: a alternativa *A* é superior.

CONCLUSÃO

Análise de Investimentos — ou Engenharia Econômica — é o estudo da rentabilidade comparada de alternativas. Serve sobretudo para escolher, entre diversos investimentos, o de menor custo total.

O objetivo dêsse artigo foi estudar a influência da elevação dos preços na metodologia clássica da Análise de Investimentos a fim de descobrir se os métodos habituais de comparação de alternativas, desenvolvidos com o pressuposto da estabilidade da moeda, são ainda viáveis em tempo de inflação.

Os conceitos de custos e as noções de Matemática Financeira, que constituem a base dos métodos mais conhecidos da Análise de Investimentos, foram por nós examinados no contexto de uma economia inflacionária. Distinguimos duas situações: na primeira — a mais comum — a emprêsa pode manter sua rentabilidade real, de ano para ano, mesmo havendo inflação. Nesse caso os métodos normais de Análise de Investimentos podem ser seguidos sem que se tenha de levar em conta a inflação. Na segunda situação a emprêsa não pode aumentar seus preços de venda: todo o numerário que ela fôr recebendo terá sempre menos valor real, e será necessário sempre mais dinheiro para enfrentar a elevação dos custos dos materiais, mão-de-obra e equipamentos. Nesse caso convém utilizar para comparar investimentos o método do valor atual, com certas modificações nas fórmulas clássicas. No primeiro caso a emprêsa não está nem em melhor nem em pior situação do que se não existisse inflação; ela simplesmente acompanha a elevação do nível geral dos preços; cada ano sai mais dinheiro, mas também o fluxo dos fundos que entram é maior, na mesma proporção. No segundo caso a emprêsa deve levar em conta que a mesma quantidade de numerário entrado deve servir para pagar bens sempre mais caros.

Partindo da premissa de que a grande maioria das emprêsas acompanha a ascenção geral dos preços, chegamos à conclusão de que a existência da inflação não constitui, qualquer que seja a irregularidade do seu ritmo, um obstáculo à utilização dos métodos de Análise de Investimentos. Êsse resultado é auspicioso, pois essa matéria, que até há poucos anos recebia pequena atenção por parte dos nossos dirigentes, técnicos e economistas, é essencial para o planejamento sadio das inversões tanto nos setores públicos quanto nos privados. A escolha entre usinas termelétricas, hidrelétricas e nucleares, entre um caminhão a óleo Diesel e outro a gasolina, entre um túnel e uma ponte, enfim, entre inúmeras máquinas, equipamentos e projetos competitivos, sòmente pode ser feita satisfatòriamente recorrendo-se aos métodos da Engenharia Econômica, que não são obliterados pelo efeito da inflação.

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 1%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1.010	0.9901	1.00000	1.01000	1.000	0.990	1
2	1.020	0.9803	0.49751	0.50751	2.010	1.970	2
3	1.030	0.9706	0.33002	0.34002	3.030	2.941	3
4	1.041	0.9610	0.24628	0.25628	4.060	3.902	4
5	1.051	0.9515	0.19604	0.20604	5.101	4.853	5
6	1.062	0.9420	0.16255	0.17255	6.152	5.795	6
7	1.072	0.9327	0.13863	0.14863	7.214	6.728	7
8	1.083	0.9235	0.12069	0.13069	8.286	7.652	8
9	1.094	0.9143	0.10674	0.11674	9.369	8.566	9
10	1.105	0.9053	0.09558	0.10558	10.462	9.471	10
11	1.116	0.8963	0.08645	0.09645	11.567	10.368	11
12	1.127	0.8874	0.07885	0.08885	12.683	11.255	12
13	1.138	0.8787	0.07241	0.08241	13.809	12.134	13
14	1.149	0.8700	0.06690	0.07690	14.947	13.004	14
15	1.161	0.8613	0.06212	0.07212	16.097	13.865	15
16	1.173	0.8528	0.05794	0.06794	17.258	14.718	16
17	1.184	0.8444	0.05426	0.06426	18.430	15.562	17
19	1.196	0.8360	0.05098	0.06098	19.615	16.398	18
18	1.196	0.8360	0.04805	0.05805	20.811	17.226	19
20	1.220	0.8195	0.04542	0.05542	22.019	18.046	20
21	1.232	0.8114	0.04303	0.05303	23.239	18.857	21
22	1.245	0.8034	0.04086	0.05086	24.472	19.660	22
23	1.257	0.7954	0.03889	0.04889	25.716	20.456	23
24	1.270	0.7876	0.03707	0.04707	26.973	21.243	24
25	1.282	0.7798	0.03541	0.04541	28.243	22.023	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 1%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	1.295	0.7720	0.03387	0.04387	29.526	22.795	26
27	1.308	0.7644	0.03245	0.04245	30.821	23.560	27
28	1.321	0.7568	0.03112	0.04112	32.129	24.316	28
29	1.335	0.7493	0.02990	0.03990	33.450	25.066	29
30	1.348	0.7419	0.02875	0.03875	34.785	25.808	30
31	1.361	0.7346	0.02768	0.03768	36.133	26.542	31
32	1.375	0.7273	0.02667	0.03667	37.494	27.270	32
33	1.389	0.7201	0.02573	0.03573	38.869	27.990	33
34	1.403	0.7130	0.02484	0.03484	40.258	28.703	34
35	1.417	0.7059	0.02400	0.03400	41.660	29.409	35
40	1.489	0.6717	0.02046	0.03046	48.886	32.835	40
45	1.565	0.6391	0.01771	0.02771	56.481	36.095	45
50	1.645	0.6080	0.01551	0.02551	64.463	39.196	50
55	1.729	0.5785	0.01373	0.02373	72.852	42.147	55
60	1.817	0.5504	0.01224	0.02224	81.670	44.955	60
65	1.909	0.5237	0.01100	0.02100	90.937	47.627	65
70	2.007	0.4983	0.00993	0.01993	100.676	50.169	70
75	2.109	0.4741	0.00902	0.01902	110.913	52.587	75
80	2.217	0.4511	0.00822	0.01822	121.672	54.888	80
85	2.330	0.4292	0.00752	0.01752	132.979	57.078	85
90	2.449	0.4084	0.00690	0.01690	144.863	59.161	90
95	2.574	0.3886	0.00636	0.01636	157.354	61.143	95
100	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 2%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1.020	0.9804	1.00000	1.02000	1.000	0.980	1
2	1.040	0.9612	0.49505	0.51505	2.020	1.942	2
3	1.061	0.9423	0.32675	0.34675	3.060	2.884	3
4	1.082	0.9238	0.24262	0.26262	4.122	3.808	4
5	1.104	0.9057	0.19216	0.21216	5.204	4.713	5
6	1.126	0.8880	0.15853	0.17853	6.308	5.601	6
7	1.149	0.8706	0.13451	0.15451	7.434	6.472	7
8	1.172	0.8535	0.11651	0.13651	8.583	7.325	8
9	1.195	0.8368	0.10252	0.12252	9.755	8.162	9
10	1.219	0.8203	0.09133	0.11133	10.950	8.983	10
11	1.243	0.8043	0.08218	0.10218	12.169	9.787	11
12	1.268	0.7885	0.07456	0.09456	13.412	10.575	12
13	1.294	0.7730	0.06812	0.08812	14.680	11.348	13
14	1.319	0.7579	0.06260	0.08260	15.974	12.106	14
15	1.346	0.7430	0.05783	0.07783	17.293	12.849	15
16	1.373	0.7284	0.05365	0.07365	18.639	13.578	16
17	1.400	0.7142	0.04997	0.06997	20.012	14.292	17
18	1.428	0.7002	0.04670	0.06670	21.412	14.992	18
19	1.457	0.6864	0.04378	0.06378	22.841	15.678	19
20	1.486	0.6730	0.04116	0.06116	24.297	16.351	20
21	1.516	0.6598	0.03878	0.05878	25.783	17.011	21
22	1.546	0.6468	0.03663	0.05663	27.299	17.658	22
23	1.577	0.6342	0.03467	0.05467	28.845	18.292	23
24	1.608	0.6217	0.03287	0.05287	30.422	18.914	24
25	1.641	0.6095	0.03122	0.05122	32.030	19.523	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 2%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	1.673	0.5976	0.02970	0.04970	33.671	20.121	26
27	1.707	0.5859	0.02829	0.04829	35.344	20.707	27
28	1.741	0.5744	0.02699	0.04699	37.051	21.281	28
29	1.776	0.5631	0.02578	0.04578	38.792	21.844	29
30	1.811	0.5521	0.02465	0.04465	40.568	22.396	30
31	1.848	0.5412	0.02360	0.04360	42.379	22.938	31
32	1.885	0.5306	0.02261	0.04261	44.227	23.468	32
33	1.922	0.5202	0.02169	0.04169	46.112	23.989	33
34	1.961	0.5100	0.02082	0.04082	48.034	24.499	34
35	2.000	0.5000	0.02000	0.04000	49.994	24.999	35
40	2.208	0.4529	0.01656	0.03656	60.402	27.355	40
45	2.438	0.4102	0.01391	0.03391	71.893	29.490	45
50	2.692	0.3715	0.01182	0.03182	84.579	31.424	50
55	2.972	0.3365	0.01014	0.03014	98.587	33.175	55
60	3.281	0.3048	0.00877	0.02877	114.052	34.761	60
65	3.623	0.2761	0.00763	0.02763	131.126	36.197	65
70	4.000	0.2500	0.00667	0.02667	149.978	37.499	70
75	4.416	0.2265	0.00586	0.02586	170.792	38.677	75
80	4.875	0.2051	0.00516	0.02516	193.772	39.745	30
85	5.383	0.1858	0.00456	0.02456	219.144	40.711	85
90	5.943	0.1683	0.00405	0.02405	247.157	41.587	90
95	6.562	0.1524	0.00360	0.02360	278.085	42.380	95
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 3%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1.030	0.9709	1.00000	1.03000	1.000	0.971	1
2	1.061	0.9426	0.49261	0.52261	2.030	1.913	2
3	1.093	0.9151	0.32353	0.35353	3.091	2.829	3
4	1.126	0.8885	0.23903	0.26903	4.184	3.717	4
5	1.159	0.8626	0.18835	0.21835	5.309	4.580	5
6	1.194	0.8375	0.15460	0.18460	6.468	5.417	6
7	1.230	0.8131	0.13051	0.16051	7.662	6.230	7
8	1.267	0.7894	0.11246	0.14246	8.892	7.020	8
9	1.305	0.7664	0.09843	0.12843	10.159	7.786	9
10	1.344	0.7441	0.08723	0.11723	11.464	8.530	10
11	1.384	0.7224	0.07808	0.10808	12.808	9.253	11
12	1.426	0.7014	0.07046	0.10046	14.192	9.954	12
13	1.469	0.6810	0.06403	0.09403	15.618	10.635	13
14	1.513	0.6611	0.05853	0.08853	17.086	11.296	14
15	1.558	0.6419	0.05377	0.08377	18.599	11.938	15
16	1.605	0.6232	0.04961	0.07961	20.157	12.561	16
17	1.653	0.6050	0.04595	0.07595	21.762	13.166	17
18	1.702	0.5874	0.04271	0.07271	23.414	13.754	18
19	1.754	0.5703	0.03981	0.06981	25.117	14.324	19
20	1.806	0.5537	0.03722	0.06722	26.870	14.877	20
21	1.860	0.5375	0.03487	0.06487	28.676	15.415	21
22	1.916	0.5219	0.03275	0.06275	30.537	15.937	22
23	1.974	0.5067	0.03081	0.06081	32.453	16.444	23
24	2.033	0.4919	0.02905	0.05905	34.426	16.936	24
25	2.094	0.4776	0.02743	0.05743	36.459	17.413	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 3%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	2.157	0.4637	0.02594	0.05594	38.553	17.877	26
27	2.221	0.4502	0.02456	0.05456	40.710	18.327	27
28	2.288	0.4371	0.02329	0.05329	42.931	18.764	28
29	2.357	0.4243	0.02211	0.05211	45.219	19.188	29
30	2.427	0.4120	0.02102	0.05102	47.575	19.600	30
31	2.500	0.4000	0.02000	0.05000	50.003	20.000	31
32	2.575	0.3883	0.01905	0.04905	52.503	20.389	32
33	2.652	0.3770	0.01816	0.04816	55.078	20.766	33
34	2.732	0.3660	0.01732	0.04732	57.730	21.132	34
35	2.814	0.3554	0.01654	0.04654	60.462	21.487	35
40	3.262	0.3066	0.01326	0.04326	75.401	23.115	40
45	3.782	0.2644	0.01079	0.04079	92.720	24.519	45
50	4.384	0.2281	0.00887	0.03887	112.797	25.730	50
55	5.082	0.1968	0.00735	0.03735	136.072	26.774	55
60	5.892	0.1697	0.00613	0.03613	163.053	27.676	60
65	6.830	0.1464	0.00515	0.03515	194.333	28.453	65
70	7.918	0.1263	0.00434	0.03434	230.594	29.123	70
75	9.179	0.1089	0.00367	0.03367	272.631	29.702	75
80	10.641	0.0940	0.00311	0.03311	321.363	30.201	80
85	12.336	0.0811	0.00265	0.03265	377.857	30.631	85
90	14.300	0.0699	0.00226	0.03226	443.349	31.002	90
95	16.578	0.0603	0.00193	0.03193	519.272	31.323	95

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 4%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n-1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n-1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	
1	1.040	0.9615	1.00000	1.04000	1.000	0.962	1
2	1.082	0.9246	0.49020	0.53020	2.040	1.886	2
3	1.125	0.8890	0.32035	0.36035	3.122	2.775	3
4	1.170	0.8548	0.23549	0.27549	4.246	3.630	4
5	1.217	0.8219	0.18463	0.22463	5.416	4.452	5
6	1.265	0.7903	0.15076	0.19076	6.633	5.242	6
7	1.316	0.7599	0.12661	0.16661	7.898	6.002	7
8	1.369	0.7307	0.10853	0.14853	9.214	6.733	8
9	1.423	0.7026	0.09449	0.13449	10.583	7.435	9
10	1.480	0.6756	0.08329	0.12329	12.006	8.111	10
11	1.539	0.6496	0.07415	0.11415	13.486	8.760	11
12	1.601	0.6246	0.06655	0.10655	15.026	9.385	12
13	1.665	0.6006	0.06014	0.10014	16.627	9.986	13
14	1.732	0.5775	0.05467	0.09467	18.292	10.563	14
15	1.801	0.5553	0.04994	0.08994	20.024	11.118	15
16	1.873	0.5339	0.04582	0.08582	21.825	11.652	16
17	1.948	0.5134	0.04220	0.08220	23.698	12.166	17
18	2.026	0.4936	0.03899	0.07899	25.645	12.659	18
19	2.107	0.4746	0.03614	0.07614	27.671	13.134	19
20	2.191	0.4564	0.03358	0.07358	29.778	13.590	20
21	2.279	0.4388	0.03128	0.07128	31.969	14.029	21
22	2.370	0.4220	0.02920	0.06920	34.248	14.451	22
23	2.465	0.4057	0.02731	0.06731	36.618	14.857	23
24	2.563	0.3901	0.02559	0.06559	39.083	15.247	24
25	2.666	0.3751	0.02401	0.06401	41.646	15.622	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 4%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	2.772	0.3607	0.02257	0.06257	44.312	15.983	26
27	2.883	0.3468	0.02124	0.06124	47.084	16.330	27
28	2.999	0.3335	0.02001	0.06001	49.968	16.663	28
29	3.119	0.3207	0.01888	0.05888	52.996	16.984	29
30	3.243	0.3083	0.01783	0.05783	56.085	17.292	30
31	3.373	0.2965	0.01686	0.05686	59.328	17.588	31
32	3.508	0.2851	0.01595	0.05595	62.701	17.874	32
33	3.648	0.2741	0.01510	0.05510	66.210	18.148	33
34	3.794	0.2636	0.01431	0.05431	69.858	18.411	34
35	3.946	0.2534	0.01358	0.05358	73.652	18.665	35
40	4.801	0.2083	0.01052	0.05052	95.026	19.793	40
45	5.841	0.1712	0.00826	0.04826	121.029	20.720	45
50	7.107	0.1407	0.00655	0.04655	152.667	21.482	50
55	8.646	0.1157	0.00523	0.04523	191.159	22.109	55
60	10.520	0.0951	0.00420	0.04420	237.991	22.623	60
65	12.799	0.0781	0.00339	0.04339	294.968	23.047	65
70	15.572	0.0642	0.00275	0.04275	364.290	23.395	70
75	18.945	0.0528	0.00223	0.04223	448.631	23.680	75
80	23.050	0.0434	0.00181	0.04181	551.245	23.915	80
85	28.044	0.0357	0.00148	0.04148	676.090	24.109	85
90	34.119	0.0293	0.00121	0.04121	827.983	24.267	90
95	41.511	0.0241	0.00099	0.04099	1.012.785	24.398	95

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 5%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n-1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n-1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	
1	1.050	0.9524	1.00000	1.05000	1.000	0.952	1
2	1.103	0.9070	0.48780	0.53780	2.050	1.859	2
3	1.158	0.8638	0.31721	0.36721	3.153	2.723	3
4	1.216	0.8227	0.23201	0.28201	4.310	3.546	4
5	1.276	0.7835	0.18097	0.23097	5.526	4.329	5
6	1.340	0.7462	0.14702	0.19702	6.802	5.076	6
7	1.407	0.7107	0.12282	0.17282	8.142	5.786	7
8	1.477	0.6768	0.10472	0.15472	9.549	6.463	8
9	1.551	0.6446	0.09069	0.14069	11.027	7.108	9
10	1.629	0.6139	0.07950	0.12950	12.578	7.722	10
11	1.710	0.5847	0.07039	0.12039	14.207	8.306	11
12	1.796	0.5568	0.06283	0.11283	15.917	8.863	12
13	1.886	0.5303	0.05646	0.10646	17.713	9.394	13
14	1.980	0.5051	0.05102	0.10102	19.599	9.899	14
15	2.079	0.4810	0.04634	0.09634	21.579	10.380	15
16	2.183	0.4581	0.04227	0.09227	23.657	10.838	16
17	2.292	0.4363	0.03870	0.08870	25.840	11.274	17
18	2.407	0.4155	0.03555	0.08555	28.132	11.690	18
19	2.527	0.3957	0.03275	0.08275	30.539	12.085	19
20	2.653	0.3769	0.03024	0.08024	33.066	12.462	20
21	2.786	0.3589	0.02800	0.07800	35.719	12.821	21
22	2.925	0.3418	0.02597	0.07597	38.505	13.163	22
23	3.072	0.3256	0.02414	0.07414	41.430	13.489	23
24	3.225	0.3101	0.02247	0.07247	44.502	13.799	24
25	3.386	0.2953	0.02095	0.07095	47.727	14.094	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 5%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS — JUROS COMPOSTOS: Dado C, calcular M $(1+i)^n$	PAGAMENTOS ÚNICOS — DESCONTOS COMPOSTOS: Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — S. F. F.: Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. R. C.: Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. A. C.: Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. V. P.: Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	n
26	3.556	0.2812	0.01956	0.06956	51.113	14.375	26
27	3.733	0.2678	0.01829	0.06829	54.669	14.643	27
28	3.920	0.2551	0.01712	0.06712	58.403	14.898	28
29	4.116	0.2429	0.01605	0.06605	62.323	15.141	29
30	4.322	0.2314	0.01505	0.06505	66.439	15.372	30
31	4.538	0.2204	0.01413	0.06413	70.761	15.593	31
32	4.675	0.2099	0.01328	0.06328	75.299	15.803	32
33	5.003	0.1999	0.01249	0.06249	80.064	16.003	33
34	5.255	0.1904	0.01176	0.06176	85.067	16.193	34
35	5.516	0.1813	0.01107	0.06107	90.320	16.374	35
40	7.040	0.1420	0.00828	0.05828	120.800	17.159	40
45	8.985	0.1113	0.00626	0.05626	159.700	17.774	45
50	11.467	0.0872	0.00478	0.05478	209.348	18.256	50
55	14.636	0.0683	0.00367	0.05367	272.713	18.633	55
60	18.679	0.0535	0.00283	0.05283	353.584	18.929	60
65	23.840	0.0419	0.00219	0.05219	456.798	19.161	65
70	30.426	0.0329	0.00170	0.05170	588.529	19.343	70
75	38.833	0.0258	0.00132	0.05132	756.654	19.485	75
80	49.561	0.0202	0.00103	0.05103	971.229	19.596	80
85	63.254	0.0158	0.00080	0.05080	1.245.087	19.684	85
90	80.730	0.0124	0.00063	0.05063	1.594.607	19.752	90
95	103.035	0.0097	0.00049	0.05049	2.040.694	19.806	95

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 6%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1.060	0.9434	1.00000	1.06000	1.000	0.943	1
2	1.124	0.8900	0.48544	0.54544	2.060	1.833	2
3	1.191	0.8396	0.31411	0.37411	3.184	2.673	3
4	1.262	0.7921	0.22859	0.28859	4.375	3.465	4
5	1.338	0.7473	0.17740	0.23740	5.637	4.212	5
6	1.419	0.7050	0.14336	0.20336	6.975	4.917	6
7	1.504	0.6651	0.11914	0.17914	8.394	5.582	7
8	1.594	0.6274	0.10104	0.16104	9.897	6.210	8
9	1.689	0.5919	0.08702	0.14702	11.491	6.802	9
10	1.791	0.5584	0.07587	0.13587	13.181	7.360	10
11	1.898	0.5268	0.06679	0.12679	14.972	7.887	11
12	2.012	0.4970	0.05928	0.11928	16.870	8.384	12
13	2.133	0.4688	0.05296	0.11296	18.882	8.853	13
14	2.261	0.4423	0.04758	0.10758	21.015	9.295	14
15	2.397	0.4173	0.04296	0.10296	23.276	9.712	15
16	2.540	0.3936	0.03895	0.09895	25.673	10.106	16
17	2.693	0.3714	0.03544	0.09544	28.213	10.477	17
18	2.854	0.3503	0.03236	0.09236	30.906	10.828	18
19	3.026	0.3305	0.02962	0.08962	33.760	11.158	19
20	3.207	0.3118	0.02718	0.08718	36.786	11.470	20
21	3.400	0.2942	0.02500	0.08500	39.993	11.764	21
22	3.604	0.2775	0.02305	0.08305	43.392	12.042	22
23	3.820	0.2618	0.02128	0.08128	46.996	12.303	23
24	4.049	0.2470	0.01968	0.07968	50.816	12.550	24
25	4.292	0.2330	0.01823	0.07823	54.865	12.783	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 6%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS — JUROS COMPOSTOS: Dado C, calcular M $(1+i)^n$	PAGAMENTOS ÚNICOS — DESCONTOS COMPOSTOS: Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — S. F. F.: Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. R. C.: Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. A. C.: Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. V. P.: Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	n
26	4.549	0.2198	0.01690	0.07690	59.156	13.003	26
27	4.822	0.2074	0.01570	0.07570	63.706	13.211	27
28	5.112	0.1956	0.01459	0.07459	68.528	13.406	28
29	5.418	0.1846	0.01358	0.07358	73.640	13.591	29
30	5.743	0.1741	0.01265	0.07265	79.058	13.765	30
31	6.088	0.1643	0.01179	0.07179	84.802	13.929	31
32	6.453	0.1550	0.01100	0.07100	90.890	14.084	32
33	6.841	0.1462	0.01027	0.07027	97.343	14.230	33
34	7.251	0.1379	0.00960	0.06960	104.184	14.368	34
35	7.686	0.1301	0.00897	0.06897	111.435	14.498	35
40	10.286	0.0972	0.00646	0.06646	154.762	15.046	40
45	13.765	0.0727	0.00470	0.06470	212.744	15.456	45
50	18.420	0.0543	0.00344	0.06344	290.336	15.762	50
55	24.650	0.0406	0.00254	0.06254	394.172	15.991	55
60	32.988	0.0303	0.00188	0.06188	533.128	16.161	60
65	44.145	0.0227	0.00139	0.06139	719.083	16.289	65
70	59.076	0.0169	0.00103	0.06103	967.932	16.385	70
75	79.057	0.0126	0.00077	0.06077	1.300.949	16.456	75
80	105.796	0.0095	0.00057	0.06057	1.746.600	16.509	80
85	141.579	0.0071	0.00043	0.06043	2.342.982	16.549	85
90	189.465	0.0053	0.00032	0.06032	3.141.075	16.579	90
95	253.546	0.0039	0.00024	0.06024	4.209.104	16.601	95
						[illegible]	100

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 7%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n-1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n-1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	
1	1.070	0.9346	1.00000	1.07000	1.000	0.935	1
2	1.145	0.8734	0.48309	0.55309	2.070	1.808	2
3	1.225	0.8163	0.31105	0.38105	3.215	2.624	3
4	1.311	0.7629	0.22523	0.29523	4.440	3.387	4
5	1.403	0.7130	0.17389	0.24389	5.751	4.100	5
6	1.501	0.6663	0.13980	0.20980	7.153	4.767	6
7	1.606	0.6227	0.11555	0.18555	8.654	5.389	7
8	1.718	0.5820	0.09747	0.16747	10.260	5.971	8
9	1.838	0.5439	0.08349	0.15349	11.978	6.515	9
10	1.967	0.5083	0.07238	0.14238	13.816	7.024	10
11	2.105	0.4751	0.06336	0.13336	15.784	7.499	11
12	2.252	0.4440	0.05590	0.12590	17.888	7.943	12
13	2.410	0.4150	0.04965	0.11965	20.141	8.358	13
14	2.579	0.3878	0.04434	0.11434	22.550	8.745	14
15	2.759	0.3624	0.03979	0.10979	25.129	9.108	15
16	2.952	0.3387	0.03586	0.10586	27.888	9.447	16
17	3.159	0.3166	0.03243	0.10243	30.840	9.763	17
18	3.380	0.2959	0.02941	0.09941	33.999	10.059	18
19	3.617	0.2765	0.02675	0.09675	37.379	10.336	19
20	3.870	0.2584	0.02439	0.09439	40.995	10.594	20
21	4.141	0.2415	0.02229	0.09229	44.865	10.836	21
22	4.430	0.2257	0.02041	0.09041	49.006	11.061	22
23	4.741	0.2109	0.01871	0.08871	53.436	11.272	23
24	5.072	0.1971	0.01719	0.08719	58.177	11.469	24
25	5.427	0.1842	0.01581	0.08581	63.249	11.654	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 7%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	5.807	0.1722	0.01456	0.08456	68.676	11.826	26
27	6.214	0.1609	0.01343	0.08343	74.484	11.987	27
28	6.649	0.1504	0.01239	0.08239	80.698	12.137	28
29	7.114	0.1406	0.01145	0.08145	87.347	12.278	29
30	7.612	0.1314	0.01059	0.08059	94.461	12.409	30
31	8.145	0.1228	0.00980	0.07980	102.073	12.532	31
32	8.715	0.1147	0.00907	0.07907	110.218	12.647	32
33	9.325	0.1072	0.00841	0.07841	118.933	12.754	33
34	9.978	0.1002	0.00780	0.07780	128.259	12.854	34
35	10.677	0.0937	0.00723	0.07723	138.237	12.948	35
40	14.974	0.0668	0.00501	0.07501	199.635	13.332	40
45	21.002	0.0476	0.00350	0.07350	285.749	13.606	45
50	29.457	0.0339	0.00246	0.07246	406.529	13.801	50
55	41.315	0.0242	0.00174	0.07174	575.929	13.940	55
60	57.946	0.0173	0.00123	0.07123	813.520	14.039	60
65	81.273	0.0123	0.00087	0.07087	1.146.755	14.110	65
70	113.989	0.0088	0.00062	0.07062	1.614.134	14.160	70
75	159.876	0.0063	0.00044	0.07044	2.269.657	14.196	75
80	224.234	0.0045	0.00031	0.07031	3.189.063	14.222	80
85	314.500	0.0032	0.00022	0.07022	4.478.576	14.240	85
90	441.103	0.0023	0.00016	0.07016	6.287.185	14.253	90
95	618.670	0.0016	0.00011	0.07011	8.823.854	14.263	95

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 8%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n-1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n-1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	
1	1.080	0.9259	1.00000	1.08000	1.000	0.926	1
2	1.166	0.8573	0.48077	0.56077	2.080	1.783	2
3	1.260	0.7938	0.30803	0.38803	3.246	2.577	3
4	1.360	0.7350	0.22192	0.30192	4.506	3.312	4
5	1.469	0.6806	0.17046	0.25046	5.867	3.993	5
6	1.587	0.6302	0.13632	0.21632	7.336	4.623	6
7	1.714	0.5835	0.11207	0.19207	8.923	5.206	7
8	1.851	0.5403	0.09401	0.17401	10.637	5.747	8
9	1.999	0.5002	0.08008	0.16008	12.488	6.247	9
10	2.159	0.4632	0.06903	0.14903	14.487	6.710	10
11	2.332	0.4289	0.06008	0.14008	16.645	7.139	11
12	2.518	0.3971	0.05270	0.13270	18.977	7.536	12
13	2.720	0.3677	0.04652	0.12652	21.495	7.904	13
14	2.937	0.3405	0.04130	0.12130	24.215	8.244	14
15	3.172	0.3152	0.03683	0.11683	27.152	8.559	15
16	3.426	0.2919	0.03298	0.11298	30.324	8.851	16
17	3.700	0.2703	0.02963	0.10963	33.750	9.122	17
18	3.996	0.2502	0.02670	0.10670	37.450	9.372	18
19	4.316	0.2317	0.02413	0.10413	41.446	9.604	19
20	4.661	0.2145	0.02185	0.10185	45.762	9.818	20
21	5.034	0.1987	0.01983	0.09983	50.423	10.017	21
22	5.437	0.1839	0.01803	0.09803	55.457	10.201	22
23	5.871	0.1703	0.01642	0.09642	60.893	10.371	23
24	6.341	0.1577	0.01498	0.09498	66.765	10.529	24
25	6.848	0.1460	0.01368	0.09368	73.106	10.675	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 8%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS: JUROS COMPOSTOS — Dado C, calcular M $(1+i)^n$	PAGAMENTOS ÚNICOS: DESCONTOS COMPOSTOS — Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES: S. F. F. — Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES: F. R. C. — Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES: F. A. C. — Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES: F. V. P. — Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	n
26	7.396	0.1352	0.01251	0.09251	79.954	10.810	26
27	7.988	0.1252	0.01145	0.09145	87.351	10.935	27
28	8.627	0.1159	0.01049	0.09049	95.339	11.051	28
29	9.317	0.1073	0.00962	0.08962	103.966	11.158	29
30	10.063	0.0994	0.00883	0.08883	113.283	11.258	30
31	10.868	0.0920	0.00811	0.08811	123.346	11.350	31
32	11.737	0.0852	0.00745	0.08745	134.214	11.435	32
33	12.676	0.0789	0.00685	0.08685	145.951	11.514	33
34	13.690	0.0730	0.00630	0.08630	158.627	11.587	34
35	14.785	0.0676	0.00580	0.08580	172.317	11.655	35
40	21.725	0.0460	0.00386	0.08386	259.057	11.925	40
45	31.920	0.0313	0.00259	0.08259	386.506	12.108	45
50	46.902	0.0213	0.00174	0.08174	573.770	12.233	50
55	68.914	0.0145	0.00118	0.08118	848.923	12.319	55
60	101.257	0.0099	0.00080	0.08080	1.253.213	12.377	60
65	148.780	0.0067	0.00054	0.08054	1.847.248	12.416	65
70	218.606	0.0046	0.00037	0.08037	2.720.080	12.443	70
75	321.205	0.0031	0.00025	0.08025	4.002.557	12.461	75
80	471.955	0.0021	0.00017	0.08017	5.886.935	12.474	80
85	693.456	0.0014	0.00012	0.08012	8.655.706	12.482	85
90	1018.915	0.0010	0.00008	0.08008	12.723.939	12.488	90
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	18.701.507	12.492	95

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 10%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1.100	0.9091	1.00000	1.10000	1.000	0.909	1
2	1.210	0.8264	0.47619	0.57619	2.100	1.736	2
3	1.331	0.7513	0.30211	0.40211	3.310	2.487	3
4	1.464	0.6830	0.21547	0.31547	4.641	3.170	4
5	1.611	0.6209	0.16380	0.26380	6.105	3.791	5
6	1.772	0.5645	0.12961	0.22961	7.716	4.355	6
7	1.949	0.5132	0.10541	0.20541	9.487	4.868	7
8	2.144	0.4665	0.08744	0.18744	11.436	5.335	8
9	2.358	0.4241	0.07364	0.17364	13.579	5.759	9
10	2.594	0.3855	0.06275	0.16275	15.937	6.144	10
11	2.853	0.3505	0.05396	0.15396	18.531	6.495	11
12	3.138	0.3186	0.04676	0.14676	21.384	6.814	12
13	3.452	0.2897	0.04078	0.14078	24.523	7.103	13
14	3.797	0.2633	0.03575	0.13575	27.975	7.367	14
15	4.177	0.2394	0.03147	0.13147	31.772	7.606	15
16	4.595	0.2176	0.02782	0.12782	35.950	7.824	16
17	5.054	0.1978	0.02466	0.12466	40.545	8.022	17
18	5.560	0.1799	0.02193	0.12193	45.599	8.201	18
19	6.116	0.1635	0.01955	0.11955	51.159	8.365	19
20	6.727	0.1486	0.01746	0.11746	57.275	8.514	20
21	7.400	0.1351	0.01562	0.11562	64.002	8.649	21
22	8.140	0.1228	0.01401	0.11401	71.403	8.772	22
23	8.954	0.1117	0.01257	0.11257	79.543	8.883	23
24	9.850	0.1015	0.01130	0.11130	88.497	8.985	24
25	10.835	0.0923	0.01017	0.11017	98.347	9.077	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 10%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	11.918	0.0839	0.00916	0.10916	109.182	9.161	26
27	13.110	0.0763	0.00826	0.10826	121.100	9.237	27
28	14.421	0.0693	0.00745	0.10745	134.210	9.307	28
29	15.863	0.0630	0.00673	0.10673	148.631	9.370	29
30	17.449	0.0573	0.00608	0.10608	164.494	9.427	30
31	19.194	0.0521	0.00550	0.10550	181.943	9.479	31
32	21.114	0.0474	0.00497	0.10497	201.138	9.526	32
33	23.225	0.0431	0.00450	0.10450	222.252	9.569	33
34	25.548	0.0391	0.00407	0.10407	245.477	9.609	34
35	28.102	0.0356	0.00369	0.10369	271.024	9.644	35
40	45.259	0.0221	0.00226	0.10226	442.593	9.779	40
45	72.890	0.0137	0.00139	0.10139	718.905	9.863	45
50	117.391	0.0085	0.00086	0.10086	1163.909	9.915	50
55	189.059	0.0053	0.00053	0.10053	1880.501	9.947	55
60	304.482	0.0033	0.00033	0.10033	3034.816	9.967	60
65	490.371	0.0020	0.00020	0.10020	4893.707	9.980	65
70	789.747	0.0013	0.00013	0.10013	7887.470	9.987	70
75	1271.895	0.0008	0.00008	0.10008	12708.954	9.992	75
80	2048.400	0.0005	0.00005	0.10005	20474.002	9.995	80
85	3298.969	0.0003	0.00003	0.10003	32979.690	9.997	85
90	5313.023	0.0002	0.00002	0.10002	53120.226	9.998	90

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 20%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1,2000	0,8333	1,00000	1,20000	1,000	0,833	1
2	1,4400	0,6944	0,45454	0,65454	2,200	1,528	2
3	1,7280	0,5787	0,27473	0,47473	3,640	2,106	3
4	2,0736	0,4823	0,18629	0,38629	5,368	2,589	4
5	2,4883	0,4019	0,13438	0,33438	7,442	2,991	5
6	2,9860	0,3349	0,10071	0,30070	9,930	3,326	6
7	3,5832	0,2791	0,07742	0,27742	12,916	3,605	7
8	4,2991	0,2326	0,06061	0,26061	16,450	3,838	8
9	5,1598	0,1938	0,04807	0,24803	20,799	4,031	9
10	6,1917	0,1615	0,03852	0,23851	25,959	4,192	10
11	7,4301	0,1346	0,03110	0,23108	32,150	4,327	11
12	8,9161	0,1122	0,02526	0,22522	39,580	4,439	12
13	10,6993	0,0935	0,02062	0,22062	48,497	4,533	13
14	12,8392	0,0779	0,01689	0,21689	59,196	4,611	14
15	15,4070	0,0649	0,01388	0,21388	72,035	4,675	15
16	18,4880	0,0541	0,01144	0,21144	87,440	4,730	16
17	22,1865	0,0451	0,00944	0,20944	105,932	4,775	17
18	26,6233	0,0376	0,00781	0,20781	128,116	4,812	18
19	31,9479	0,0313	0,00646	0,20646	154,740	4,843	19
20	38,3375	0,0261	0,00536	0,20536	186,688	4,870	20
21	46,0050	0,0217	0,00444	0,20444	225,025	4,891	21
22	55,2060	0,0181	0,00369	0,20369	271,030	4,909	22
23	66,2472	0,0151	0,00306	0,20306	326,236	4,924	23
24	79,4966	0,0126	0,00255	0,20255	392,483	4,937	24
25	95,3960	0,0105	0,00212	0,20212	471,980	4,948	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 20%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS — JUROS COMPOSTOS: Dado C, calcular M $(1+i)^n$	PAGAMENTOS ÚNICOS — DESCONTOS COMPOSTOS: Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — S. F. F.: Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. R. C.: Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. A. C.: Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. V. P.: Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	n
26	114,4751	0,0087	0,00176	0,20176	567,376	4,956	26
27	137,3702	0,0073	0,00147	0,20146	681,851	4,964	27
28	164,8442	0,0061	0,00122	0,20122	819,221	4,970	28
29	197,8130	0,0051	0,00102	0,20102	984,065	4,975	29
30	237,3755	0,0042	0,00085	0,20085	1.181,877	4,979	30
31	284,8507	0,0035	0,00070	0,20070	1.419,253	4,982	31
32	341,8207	0,0029	0,00059	0,20059	1.704.103	4,985	32
33	410,1848	0,0024	0,00049	0,20049	2.045,924	4,988	33
34	492,2218	0,0020	0,00041	0,20041	2.456,109	4,990	34
35	590,6660	0,0017	0,00034	0,20034	2.948,330	4,992	35
40	1.469,7655	0,0007	0,00014	0,20014	7.343,827	4,997	40
45	3.657,2443	0,0003	0,00005	0,20005	18.281,221	4,999	45
50	9.100,3899	0,0001	0,00002	0,20002	45.496,950	4,999	50
55	22.644,6715	......	0,00001	0,20001	113.218,358	4,999	55
60	56.347,1595	......	....	0,20000	281.730,798	4,999	60
65	140.209,6868	......	....	0,20000	701.043,435	4,999	65
70	348.886,3454	......	....	0,20000	1.744.426,725	4,999	70
75	868.140,4000	......	....	0,20000	4.340.697,000	4,999	75
80	2.160.209,9502	......	....	0,20000	10.801.044,751	4,999	80
85	5.375.290,8415	......	....	0,20000	26.876.449,207	4,999	85
90	13.375.438,8660	......	....	0,20000	66.877.189,330	4,999	90
95	33.282.352,4904	......	....	0,20000	166.411.757,452	4,999	95
100	[illegible]	......	....	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 30%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n - 1}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1,300	0,7692	1,00000	1,30000	1,000	0,769	1
2	1,690	0,5917	0,43478	0,73478	2,300	1,361	2
3	2,197	0,4552	0,25063	0,55063	3,990	1,816	3
4	2,856	0,3501	0,16163	0,46163	6,187	2,166	4
5	3,713	0,2693	0,11058	0,41058	9,043	2,436	5
6	4,827	0,2072	0,07839	0,37839	12,756	2,643	6
7	6,275	0,1594	0,05687	0,35687	17,583	2,802	7
8	8,157	0,1226	0,04191	0,34192	23,858	2,925	8
9	10,604	0,0943	0,03123	0,33124	32,015	3,019	9
10	13,786	0,0725	0,02346	0,32346	42,619	3,092	10
11	17,922	0,0558	0,01773	0,31773	56,405	3,147	11
12	23,298	0,0429	0,01345	0,31345	74,327	3,190	12
13	30,288	0,0330	0,01024	0,31024	97,625	3,223	13
14	39,374	0,0279	0,00782	0,30782	127,913	3,249	14
15	51,186	0,0195	0,00598	0,30598	167,287	3,268	15
16	66,542	0,0150	0,00458	0,30458	218,473	3,283	16
17	86,504	0,0116	0,00381	0,30351	285,014	3,295	17
18	112,456	0,0089	0,00269	0,30269	371,519	3,304	18
19	146,192	0,0068	0,00207	0,30207	483,974	3,311	19
20	190,050	0,0053	0,00159	0,30159	630,167	3,316	20
21	247,065	0,0040	0,00122	0,30122	820,217	3,320	21
22	321,185	0,0031	0,00094	0,30094	1.067,282	3,323	22
23	417,540	0,0024	0,00072	0,30072	1.388,467	3,325	23
24	542,802	0,0018	0,00055	0,30055	1.806.008	3,327	24
25	705,643	0,0014	0,00043	0,30043	2.348,810	3,329	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 30%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n - 1}$	Dado M, Calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, Calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
26	917,336	0,0011	0,00033	0,30033	3.054,453	3,330	26
27	1.192,537	0,0008	0,00025	0,30025	3.730,512	3,331	27
28	1.550,298	0,0006	0,00019	0,30019	5.164,327	3,331	28
29	2.015,388	0,0005	0,00015	0,30015	6.714,625	3,332	29
30	2.620,004	0,0004	0,00012	0,30012	8.730,014	3,332	30
31	3.406,006	0,0003	0,00009	0,30009	11.350,021	3,332	31
32	4.427,808	0,0002	0,00007	0,30007	14.756,028	3,333	32
33	5.756,151	0,0002	0,00005	0,30005	19.183,837	3,333	33
34	7.482,998	0,0001	0,00004	0,30004	24.939,994	3,333	34
35	9.727,897	0,0001	0,00003	0,30003	32.422,990	3,333	35
40	36.119,027	......	0,00001	0,30001	120.393,422	3,333	40
45	134.107,476	......	....	0,30000	447.021,587	3,333	45
50	497.931,995	......	....	0,30000	1.659.769,985	3,333	50
55	1.848.787,569	......	....	0,30000	6.162.621,897	3,333	55
60	6.864.422,468	......	....	0,30000	22.881.404,943	3,333	60
65	25.487.136,150	......	....	0,30000	84.957.117,167	3,333	65
70	94.632.000,000	......	....	0,30000	315.439.996,667	3,333	70
75	351.362.166,531	......	....	0,30000	1.171.207.218,437	3,333	75
80	1.384.583.959,1	......	....	0,30000	4.348.613.193,667	3,333	80
85	4.843.831.473,2	......	....	0,30000	6.146.138.240,667	3,333	85
90	17.984.815.734,0	......	....	0,30000	59.949.385.776,667	3,333	90
95	66.776.400.000,0	......	....	0,30000	222.587.999.996,667	3,333	95
100	247.936.244.292,0			0,30000	[illegible]	[illegible]	100

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 40%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, calcular M $(1+i)^n$	Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	Dado P, calcular C $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	
1	1,400	0,7142	1,00000	1,40000	1,000	0,714	1
2	1,960	0,5102	0,41666	0,81666	2,400	1,224	2
3	2,744	0,3644	0,22935	0,62935	4,360	1,588	3
4	3,841	0,2603	0,14079	0,54079	7,102	1,849	4
5	5,378	0,1859	0,09136	0,49136	10,945	2,035	5
6	7,529	0,1328	0,06126	0,46126	16,322	2,167	6
7	10,541	0,0948	0,04192	0,44192	23,852	2,262	7
8	14,757	0,0677	0,02907	0,42907	34,392	2,330	8
9	20,661	0,0484	0,02034	0,42034	49,152	2,378	9
10	28,925	0,0345	0,01432	0,41432	69,812	2,413	10
11	40,495	0,0246	0,01012	0,41012	98,737	2,438	11
12	56,693	0,0176	0,00718	0,40718	139,232	2,455	12
13	79,371	0,0125	0,00510	0,40510	195,927	2,468	13
14	111,120	0,0089	0,00363	0,40363	275,300	2,477	14
15	155,568	0,0064	0,00258	0,40258	386,420	2,483	15
16	217,795	0,0045	0,00184	0,40184	541,987	2,488	16
17	304,913	0,0032	0,00131	0,40131	759,782	2,491	17
18	426,878	0,0023	0,00093	0,40093	1.064,695	2,494	18
19	597,630	0,0016	0,00067	0,40067	1.491,575	2,495	19
20	836,682	0,0011	0,00047	0,40047	2.089,205	2,497	20
21	1.171,355	0,0008	0,00034	0,40034	2.925,887	2,497	21
22	1.639,897	0,0006	0,00024	0,40024	4.097,242	2,498	22
23	2.295,856	0,0004	0,00017	0,40017	5.737,140	2,498	23
24	3.214,199	0,0003	0,00012	0,40012	8.032,997	2,499	24
25	4.499,879	0,0002	0,00008	0,40008	11.247,197	2,499	25

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 50%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS — JUROS COMPOSTOS: Dado C, calcular M $(1+i)^n$	PAGAMENTOS ÚNICOS — DESCONTOS COMPOSTOS: Dado M, calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — S. F. F.: Dado M, Calcular P $\frac{i}{(1+i)^n-1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. R. C.: Dado C, Calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. A. C.: Dado P, calcular M $\frac{(1+i)^n-1}{i}$	SÉRIES ANUAIS UNIFORMES — F. V. P.: Dado P, Calcular C $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	n
1	1,500	0,6666	1,00000	1,50000	1,000	0,666	1
2	2,250	0,4444	0,40000	0,90000	4,000	1,111	2
3	3,375	0,2962	0,21052	0,71052	4,750	1,407	3
4	5,062	0,1975	0,12309	0,62309	8,124	1,604	4
5	7,592	0,1316	0,07583	0,57583	13,186	1,736	5
6	11,390	0,0877	0,04812	0,54812	20,780	1,824	6
7	17,085	0,0585	0,03109	0,53108	32,170	1,882	7
8	25,628	0,0390	0,02030	0,52030	49,256	1,921	8
9	38,443	0,0260	0,01335	0,51335	74,886	1,947	9
10	57,665	0,0173	0,00882	0,50882	113,330	1,965	10
11	86,497	0,0115	0,00584	0,50584	170,994	1,976	11
12	129,746	0,0077	0,00388	0,50388	257,492	1,984	12
13	194,619	0,0051	0,00258	0,50258	387,238	1,989	13
14	291,929	0,0034	0,00171	0,50171	581,858	1,993	14
15	437,893	0,0022	0,00114	0,50114	873,786	1,995	15
16	656,840	0,0015	0,00076	0,50076	1.311,680	1,996	16
17	985,261	0,0010	0,00050	0,50050	1.968,522	1,997	17
18	1.477,800	0,0006	0,00033	0,50033	2.953,782	1,998	18
19	2.216,800	0,0004	0,00022	0,50022	4.431,674	1,999	19
20	3.325,200	0,0003	0,00015	0,50015	6.648,512	1,999	20
21	4.987,8	0,0002	0,00010	0,50010	9.973,770	1,999	21
22	7.481,8	0,0001	0,00006	0,50006	14.961,650	1,999	22
23	11.222,7	......	0,00004	0,50004	22.443,480	1,999	23
24	16.834,1		0,00002	0,50002	33.666.220	1,999	24

FATÔRES DE JUROS COMPOSTOS
TAXA: 60%

n	PAGAMENTOS ÚNICOS		SÉRIES ANUAIS UNIFORMES				n
	JUROS COMPOSTOS	DESCONTOS COMPOSTOS	S. F. F.	F. R. C.	F. A. C.	F. V. P.	
	Dado C, Calcular M $(1+i)^n$	Dado M, Calcular C $\frac{1}{(1+i)^n}$	Dado M, calcular P $\frac{i}{(1+i)^n-1}$	Dado C, calcular P $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	Dado P, Calcular M $\frac{(1+i)^n-1}{i}$	Dado P, Calcular C $\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	
1	1,600	0,6250	1,00000	1,60000	1,000	0,625	1
2	2,560	0,3906	0,38462	0,98461	2,600	1,016	2
3	4,096	0,2441	0,19380	0,79380	5,160	1,260	3
4	6,554	0,1256	0,10803	0,70803	9,257	1,412	4
5	10,486	0,0953	0,06325	0,66325	15,810	1,508	5
6	16,777	0,0596	0,03803	0,63803	26,295	1,567	6
7	26,843	0,0372	0,02322	0,62321	43,072	1,604	7
8	42,949	0,0233	0,01430	0,61430	69,915	1,628	8
9	68,718	0,0145	0,00886	0,60886	112,863	1,642	9
10	109,949	0,0091	0,00551	0,60550	181,582	1,651	10
11	175,917	0,0057	0,00343	0,60343	291 528	1,657	11
12	281,467	0,0036	0,00214	0,60214	467,445	1,661	12
13	450,347	0,0022	0,00133	0,60133	748,912	1,663	13
14	720,553	0,0014	0,00083	0,60083	1.199,255	1,664	14
15	1.152,882	0,0009	0,00052	0,60052	1.919,803	1,665	15
16	1.844,608	0,0005	0,00033	0,60032	3.072,680	1,666	16
17	2.951,365	0,0003	0,00020	0,60020	4.917,275	1,666	17
18	4.722,174	0,0002	0,00013	0,60013	7.868,623	1,666	18
19	7.555,462	0,0001	0,00008	0,60008	12.590,770	1,666	19
20	12.088,712	0	0,00005	0,60005	20.146,187	1,667	20
21	19.341,893	0	0,00003	0,60003	32.243,822	1,667	21
22	30.946,959	0	0,00002	0,60002	51.576,598	1,667	22
23	49.515,028	0	0,00001	0,60001	82.523,380	1,667	23
24	79.223,861	0	0	0,60001	132.038,102	1,667	24
25	126.757.893	0	0	0,60000	211.261,488	1,667	25

BIBLIOGRAFIA

* LIVROS

1) C. E. BULLINGER, *Engineering Economic Analysis*, Nova Iorque; *McGraw--Hill Book Co., Inc.*, 1950.

2) E. L. GRANT, *Principles of Engineering Economy*, Nova Iorque: *The Ronald Press Company*, 1950.

3) *Mapi Replacement Manual*, Chicago: *Machine and Allied Products Institute*, 1950.

4) GEORGE TERBORGH, *Dynamic Equipment Policy*, Nova Iorque: *McGraw--Hill Book Company*, Inc., 1949.

5) H. G. THUSEN, *Engineering Economy*, Nova Iorque: *Prentice-Hall, Inc.*, 1950.

6) E. H. BOWMAN e R. B. FETTER, *Analysis for Production Management*, Homewood, Ilinóis: *Richard D. Irwin*, Inc., 1957.

* ARTIGOS

1) SIDNEY STEELE, *"An Engineer's View of the Dollar", Chemical Engineering*, fevereiro de 1953, págs. 157 a 161.

2) FREDERIC JELEN, *"Next Time Use Capitalized Costs", Chemical Engineering*, fevereiro de 1954, págs. 199 a 203.

3) *Idem, "Replacement Problems How Can You Get the Best Answers by Using Capitalized Costs, Chemical Engineering*, agôsto de 1955, págs. 181 a 188.

4) *Idem, "Consider Inflation in Comparative Cost Analysis"*, maio de 1956, págs. 165 a 169.

5) *Idem, "Watch Your Cost Analysis", Chemical Engineering*, junho de 1956, págs. 247 a 252.

6) RAY I. REUL, *"Newest Way to Figure Payoff (...)", Factory Management and Maintenance*, outubro de 1955, págs. 64 a 68.

7) ROGER B. ORENSTEEN, *"Fastest Way to Figure Whether to Buy that New Machine", Factory Management and Maintenance*, págs. 34 a 37.

8) MORRIS SANDEL, *"Re-evaluate Your Capital Investments", Chemical Engineering*, novembro de 1957, págs. 231 a 234.

9) LUÍS CINTRA DO PRADO, "Competitividade entre Fontes de Energia Elétrica, *Engenharia*, Ano 23, n.º 264, junho de 1965.

10) SÉRGIO THENN DE BARROS, "Custo de Operação de Máquinas de Construção", *Engenheiro Moderno*, Vol. I, N.º 11, agôsto de 1965.

11) KARL KAEFER, "Cálculo de Investimentos", *Revista de Administração de Emprêsas*, Vol. 2, N.º 5, maio de 1962.

12) ADOLF E. GRUENEWALD, "Métodos de Avaliação para Inversões de Capital", *Revista de Administração de Emprêsas*, Vol. 3, N.º 7, abril de 1963.