

1. *Descrição do modelo;*
2. *Exemplo de aplicação;*
3. *Conclusão e sumário.*

Dayr Américo dos Reis *

* Professor do Departamento de
Administração da Produção e
Operações Industriais (POI).

APLICAÇÕES DA FUNÇÃO DE PROGRESSO DA PRODUÇÃO

Em artigo anterior foram abordados o desenvolvimento histórico e aspectos teóricos da função de progresso da produção.¹

O primeiro modelo de função de progresso surgiu na indústria aeronáutica americana (Wright-1936). A partir de então, outras indústrias começaram a utilizá-lo, mormente em virtude de subcontratos que mantinham com os principais fabricantes de aeronaves e material aeronáutico em geral.

Superada a fase de importação de conhecimento, essas indústrias desenvolveram modelos próprios, vindo a empregar o conceito de melhoria da produção segundo as características que lhes fossem peculiares.

No presente trabalho o autor pretende descrever e exemplificar algumas aplicações da função de progresso em planejamento e controle de recursos.

1. DESCRIÇÃO DO MODELO

Nesta seção serão descritas as seguintes aplicações da função de progresso da produção: *a)* determinação do *custo de introdução* de um produto novo ou de modificações a serem efetuadas em produtos já existentes; *b)* *planejamento e controle* das necessidades de mão-de-obra, espaço, esforços de engenharia e administração, durante a fase de implementação de novos produtos ou de modificações em produtos anteriormente existentes.

1.1 *Forma da função de progresso*

Na presente exposição a função de progresso será da forma:

$$y = ax^{-b} \quad (1)$$

onde:

y : número de homens-hora despendido na produção da *x*-ésima unidade fabricada sem sofrer solução de continuidade.

x : número de unidades produzidas consecutivamente.

b : parâmetro que depende do tipo de atividade considerado, do seu grau de complexidade e de outros fatores.

a : número de homens-horas despendido na produção da *primeira* unidade.

1.2 *Determinação do custo de introdução*

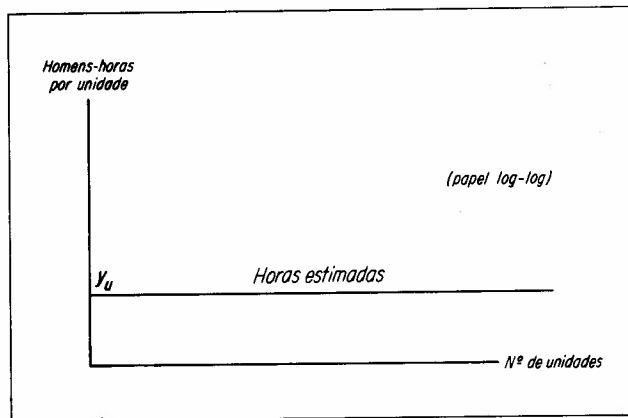
O método tratado a seguir depende do conhecimento dos valores de x_u (isto é, a unidade de produção em que teria início o platô na curva de progresso) e y_u (isto é, o valor da mão-de-obra correspondente a x_u), e do parâmetro *b* (a razão ou ritmo de progresso), valores esses determinados

para as várias atividades que irão constituir o processo produtivo (fabricação de peças e componentes, submontagem, montagem final, etc.). Supõe-se aqui que a empresa interessada já disponha dos referidos dados ou que possa vir a obtê-los. A metodologia de pesquisa que conduz à estimação dos valores mencionados já foi exposta no artigo citado.²

Seja estimar o custo de introdução de um *produto novo, recém-projetado e testado*, (ou de modificações importantes a serem introduzidas em produtos que já vêm sendo fabricados). O significado deste custo será melhor compreendido adiante. As curvas de progresso para as diversas atividades podem ser obtidas conforme segue.

O setor especializado, em geral a engenharia de custos, elabora estimativas da mão-de-obra relativa a cada uma das atividades que integram o processo de produção do produto considerado. Para tal finalidade, empregam-se tabelas de tempos predeterminados. Tem-se, destarte, e para cada atividade, o valor da mão-de-obra (y_u), referente àquela unidade de produção (x_u) a partir da qual o número de homens-horas por unidade começa a nivelar-se.³

Figura 1



18

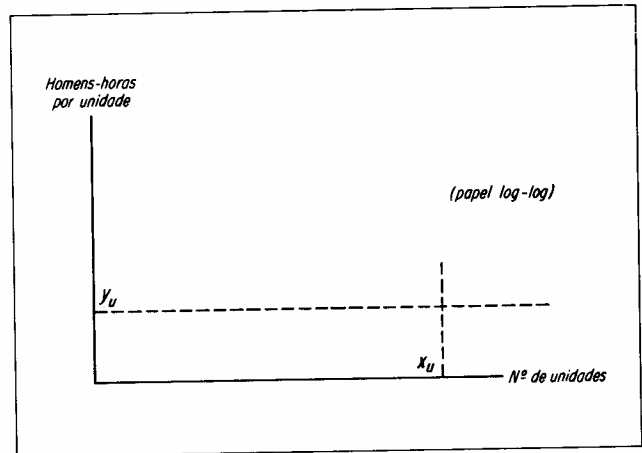
O próximo passo será determinar, em unidades de produção, quando a *curva* de progresso deverá nivelar-se. Para tanto, compara-se o produto estudado com produtos anteriormente (ou atualmente) fabricados, dos quais já se conheçam as razões de progresso.

Convém recordar que a determinação de x_u baseia-se em três fatores, a saber: *a*) grau relativo de *complexidade* ou dificuldade das operações de produção; *b*) grau de *semelhança* do produto considerado, quando comparado com produtos anteriores ou atuais; *c*) produção mensal durante o mês em que teria início o platô na curva de progresso.

Da pesquisa já referida resultaram tabelas que fornecem o valor de x_u atinente a um produto específico (máquinas de processamento de dados) e em função dos fatores mencionados.⁴

Uma vez estimado x_u para cada uma das atividades em que se dividiu o processo produtivo, poder-se-á localizar o ponto (x_u, y_u), conforme se vê na figura 2.

Figura 2



A inclinação da reta de progresso (em papel log-log) é igual a $(-b)$ e corresponde à tangente trigonométrica do ângulo ϕ . Convém recordar que as "inclinações" percentuais de Wright e as tangentes trigonométricas estão relacionadas pela equação a seguir:

$$\text{"inclinação" (de Wright)} = 2^{-b} \quad (2)$$

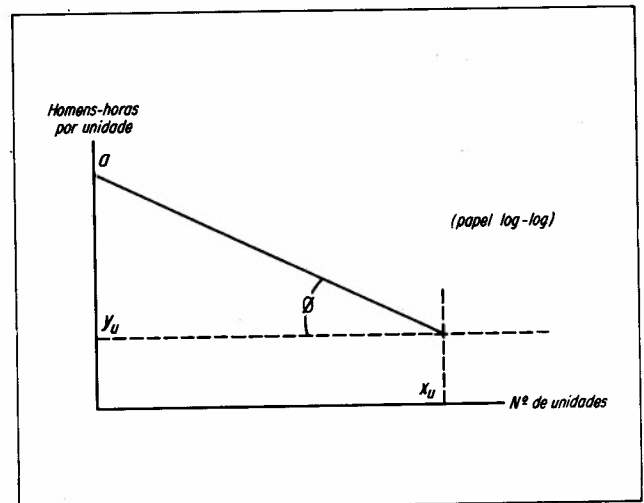
Daí, será possível calcular os ângulos ϕ para cada uma das atividades de produção, mediante a fórmula seguinte:

$$\phi = \text{tg}^{-1}(-b) = \text{tg}^{-1} \frac{(\log \text{"inclinação" de Wright})}{\log 2} \quad (3)$$

As "inclinações" seriam fornecidas pela pesquisa, segundo as diversas atividades consideradas, conforme já se viu em artigo anterior.

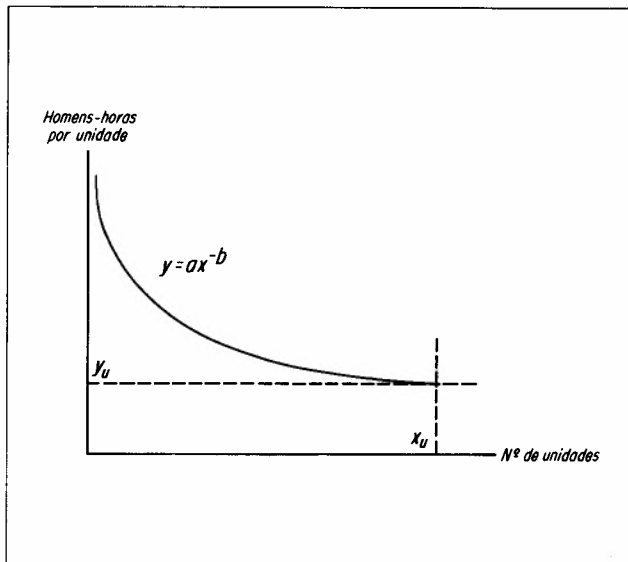
Conhecidos um ponto (x_u, y_u) e o ângulo ϕ , a reta de progresso poderá ser traçada, determinando-se assim o valor do parâmetro a .

Figura 3



Conhecidos a e b para cada uma das atividades de produção, poder-se-á levantar as curvas de progresso respectivas, em papel de gráfico aritmético.

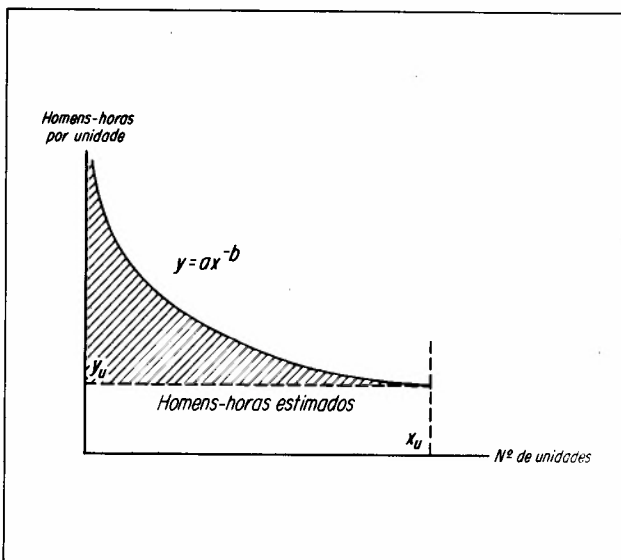
Figura 4



1.3 Significado e cálculo do custo de introdução

É fácil agora calcular o custo associado à função de progresso da produção – CFPP – para o programa considerado. O leitor fará bem em voltar ao artigo atrás mencionado e rever as definições ali apresentadas.⁵ A área hachurada (figura 5) representa o número de homens-horas associados à função de progresso – HFPP – que excedem a mão-de-obra estimada (x_u, y_u) e que decorrem da introdução de novas operações no sistema de produção.

Figura 5



O custo CFPP poderia ter sido denominado “custo de aprendizagem” ou “custo de progresso”, designações talvez mais sugestivas do que “custo de introdução”

A área já descrita será obtida conforme segue:

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= \int_{\frac{1}{2}}^{x_u + \frac{1}{2}} ax^{-b} dx = \\ &= a \left[\frac{(x_u + \frac{1}{2})^{1-b} - (\frac{1}{2})^{1-b}}{1-b} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Subtraindo-se da área total compreendida abaixo da curva de progresso, dada pela expressão (4), a área retangular (x_u, y_u) , que representa a mão-de-obra estimada para a produção acumulada até a unidade x_u , como se não houvesse o fenômeno de progresso da produção, ter-se-á a expressão da mão-de-obra associada à função de progresso:

$$\text{HFPP} = a \left[\frac{(x_u + \frac{1}{2})^{1-b} - (\frac{1}{2})^{1-b}}{1-b} \right] - x_u y_u \quad (5)$$

Tendo em vista que $a = y_u x_u^b$, vem:

$$\text{HFPP} = x_u y_u \left[\frac{(x_u + \frac{1}{2})^{1-b} - (\frac{1}{2})^{1-b}}{(1-b) x_u^{1-b}} - 1 \right] \quad (6)$$

O fator entre colchetes em (6) pode ser tabelado e será representado por $E_{x_u}^b$. A notação deixa claro que tal fator depende de x_u e do ritmo de progresso b . Tem-se então, sinteticamente:

$$\text{HFPP} = E_{x_u}^b \cdot x_u \cdot y_u \quad (7)$$

Exemplo: Seja calcular o número de homens-hora associado à função de progresso da produção para uma dada categoria de atividade (montagem elétrica). Sejam ainda: $x_u = 2.000$ unidades, $y_u = 3,0$ h/horas para a x_u -ésima unidade. A “inclinação” de Wright para esse tipo de atividade e produto específicos é igual a 90%. O valor de $E_{x_u}^b$ será calculado segundo a expressão do fator em (6) ou simplesmente lido em tabelas especiais.

Apêndice 1

$$\begin{aligned} E_{x_u}^b &= \frac{(x_u + \frac{1}{2})^{1-b} - (\frac{1}{2})^{1-b}}{(1-b) x_u^{1-b}} - 1 = \\ &= \frac{(2000,5)^{0,8480} - (\frac{1}{2})^{0,8480}}{0,8480 \times 2000^{0,8480}} - 1 = \\ &= \frac{630,0361880 - 0,5555544}{0,8480 \times 629,9026515} = \\ &= \frac{629,4806336}{534,1574485} - 1 = \\ &= 1,1784552 - 1 = 0,1784552 \end{aligned}$$

Dai:

$$\text{HFPP} = 0,1784 \times 2\,000 \times 3,0 = 1\,070$$

Repetindo-se tal procedimento para cada atividade, calcular-se-á a mão-de-obra *total* associada à função de progresso, referente a um programa completo.

Os custos correspondentes serão obtidos através da multiplicação do número de horas-homens previsto por categoria de atividade pelas respectivas taxas horárias de remuneração da mão-de-obra direta e de *overhead*. O custo total de introdução do produto novo (ou de modificações de produtos já existentes) será dado pela soma dos custos destarte calculados para as várias atividades consideradas.

A curva total de progresso do produto completo será levantada agregando-se as curvas individuais referentes às operações integrantes do progresso produtivo.⁶

Todas as etapas de cálculo mencionadas poderiam ser vantajosamente executadas com auxílio de um programa especial de processamento de dados, escrito, por exemplo, em linguagem FORTRAN, e cuja feitura não apresentaria problemas a um analista treinado.

1.4 Procedimento de cálculo manual

No caso em que não se disponha de equipamentos de cálculo mais sofisticados, ou de tabelas para os valores de $E_{x_u}^b$, a fórmula (6), onde o limite inferior de integração foi tomado de modo a melhorar a precisão, apresenta complexidades de resolução. Sugerimos a seguinte aproximação, sempre que x_u seja um valor vizinho das primeiras unidades.⁷

A mão-de-obra despendida na produção das x_u primeiras unidades poderá ser expressa por:

$$\begin{aligned} y_t(x_u) &= a \int_0^{x_u} x^{-b} dx = a \lim_{x_1 \rightarrow 0} \int_{x_1}^{x_u} x^{-b} dx = \\ &= \frac{a}{1-b} \lim_{x_1 \rightarrow 0} [(x^{1-b})]_{x_1}^{x_u} = \\ &= \frac{a}{1-b} \lim_{x_1 \rightarrow 0} (x_u^{1-b} - x_1^{1-b}) = \frac{a}{1-b} x_u^{1-b}, \end{aligned}$$

ou de acordo com (1)

$$y_t(x_u) = \frac{x_u y_u}{1-b} \quad (8)$$

A mão-de-obra que teria sido despendida na produção das x_u primeiras unidades, caso não houvesse o fenômeno de progresso, pode ser assim escrita:

$$y'(x_u) = x_u y_u \quad (9)$$

Subtraindo-se (9) de (8), obtém-se aquela mão-de-obra "a mais" para se chegar a produzir as x_u primeiras unidades da série:

$$\text{HFPP} = y_t(x_u) - y'(x_u) = \frac{x_u y_u}{1-b} - x_u y_u$$

ou

$$\text{HFPP} = \frac{b}{1-b} x_u y_u \quad (10)$$

que é a fórmula proposta pelo autor.

No exemplo numérico já relatado, o cálculo pela fórmula (6) ou (7) fornece: HFPP = 1 070 h/horas. A fórmula (10) dá:

$$\text{HFPP} = \frac{0,152}{0,848} \times 2\,000 \times 3,0 = 1\,075 \text{ (h/horas),}$$

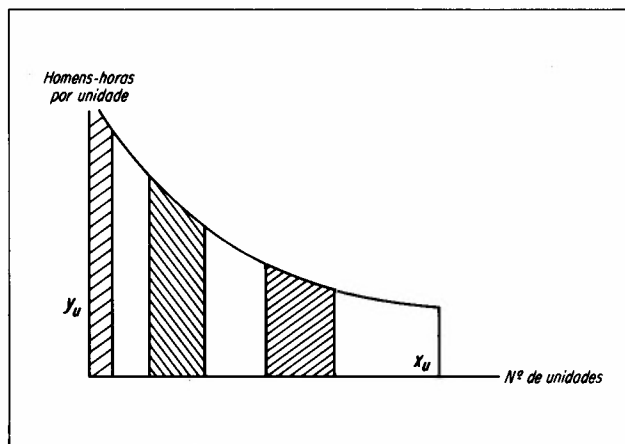
portanto, com boa aproximação.

1.5 Planejamento e controle de recursos

Anteriormente mencionou-se que a função de progresso também poderia ser utilizada para planejar e controlar as necessidades de mão-de-obra e espaço, assim como os esforços de engenharia e supervisão, pertinentes a um dado programa de produção. O apazamento e o controle destes recursos poderão ser efetuados segundo o procedimento a seguir descrito.

Divide-se a área situada abaixo da curva de progresso (figura 6) de acordo com a produção prevista para períodos predeterminados (dias, semanas ou meses). A área individual, correspondente a cada período de produção, pode ser estimada, com facilidade, por métodos aproximados, analíticos ou gráficos. Tal área mede a mão-de-obra direta requerida durante cada período considerado.

Figura 6



Conhecendo-se a mão-de-obra necessária por período de produção, estimar-se-á o número de pessoas que lhe corresponde. Quando for preciso qualquer treinamento prévio, este será realizado *antes* de se transferir definitivamente o operador para a área de trabalho. Sabendo-se o número de pessoas necessárias em cada período e, ademais, conhecendo-se o coeficiente “espaço por pessoa” relativo à atividade considerada, poder-se-á calcular as necessidades de espaço, *antes* do início da produção, evitando-se desse modo quaisquer modificações dispendiosas no decorrer daquela.

Uma vez determinados os custos associados à função de progresso da produção para as diversas atividades envolvidas, o setor de custos disporá de uma base de comparação em relação aos custos realmente gravados. Se os custos daquelas atividades forem superiores ao esperado, a administração será avisada, desencadeando-se, destarte, as medidas corretivas adequadas. Maior esforço de engenharia e/ou de supervisão poderão ser as medidas cabíveis (reprojeto de ferramenta ou gabaritos, ou supervisão mais cerrada em certas horas da jornada de trabalho).

A bem da precisão, a função de progresso só deverá ser aplicada às operações e aos produtos para os quais já existam os resultados de pesquisa requeridos. Outrossim, faz-se imprescindível uma verificação estatística dos programas, tendo em vista determinar se as mudanças ou modificações de produtos, o surgimento de novos métodos e outros fatores, terão tido influência sobre as inclinações b e os valores de $(x_{\mu}y_{\mu})$ para as várias atividades consideradas, ou se haverá necessidade de estabelecer novas categorias de atividades, ou ainda de modificar aquelas já existentes. Destarte, poder-se-á assegurar que os dados *mais recentes* também estarão sendo utilizados na tarefa de planejamento.

Tabela 2

Valores da “inclinação” de Wright e valores correspondentes do ritmo de progresso (expoente b)

Inclinação (%)	b	Inclinação (%)	b	Inclinação (%)	b
50	1,000000	67	0,577767	84	0,251539
51	0,971431	68	0,556393	85	0,234465
52	0,943416	69	0,535332	86	0,217591
53	0,915936	70	0,514573	87	0,200913
54	0,888969	71	0,494109	88	0,184424
55	0,862496	72	0,473931	89	0,168123
56	0,836501	73	0,454032	90	0,152003
57	0,810966	74	0,434403	91	0,136061
58	0,785875	75	0,415037	92	0,120294
59	0,761213	76	0,395929	93	0,104697
60	0,736966	77	0,377070	94	0,089267
61	0,713119	78	0,358454	95	0,074001
62	0,689660	79	0,340075	96	0,058894
63	0,666576	80	0,321928	97	0,043943
64	0,643856	81	0,304006	98	0,029146
65	0,621488	82	0,286304	99	0,014500
66	0,599462	83	0,268817	100	0,000000

1.6 Estudos preliminares

Sempre que não disponha dos valores de b , determinados segundo a metodologia de pesquisa já referida em artigo anterior, a empresa poderá valer-se de resultados obtidos em pesquisas conduzidas por outras empresas. Recomenda-se tal procedimento somente quando se tratar de estimativas preliminares, de caráter grosseiro. A tabela 1 reúne alguns valores da “inclinação” de Wright segundo a proporção entre o trabalho manual e o de máquina, envolvidos no processo de produção do produto considerado.

Apêndice 2

Tabela 1

Valores da “inclinação” de Wright para diversas proporções entre o trabalho manual e o de máquina

Trabalho manual (%)	Trabalho de máquina (%)	Inclinação (%)
75	25	80
50	50	85
25	75	90

Por exemplo, se metade da mão-de-obra direta despendida na fabricação do produto A corresponde a operações de usinagem mecânica (trabalho em máquinas operatrizes) e metade refere-se a operações de montagem (trabalho manual), pode-se adotar, para fins de estimativa preliminar, uma curva de progresso com “inclinação” de Wright igual a 85%.

A tabela 2 apresenta diversos valores da “inclinação” de Wright e os correspondentes valores de b .

A tabela 3 permite determinar o ângulo ϕ , conhecido o valor da "inclinação" de Wright e vice-versa.

Tabela 3
"Inclinação" de Wright vs. ϕ

Inclinação (%)	ϕ (graus)
95	4,23
90	8,65
85	13,20
80	17,83
75	22,53
70	27,23
65	31,86
60	36,38
55	40,78
50	45,00
45	49,04
40	52,89

2. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Uma empresa deverá optar entre a manufatura de dois produtos, P_1 e P_2 . O processo de produção de P_1 é constituído pelas seguintes atividades ou operações: 1. fabricação de peças e componentes; 2. montagem mecânica; 3. teste e controle de qualidade final. O processo de produção de P_2 é mais elaborado, sendo integrado pelas seguintes atividades: 1. fabricação de peças e componentes; 2. submontagem; 3. montagem mecânica; 4. montagem elétrica; 5. teste e controle de qualidade final.

Sendo decisivo o custo associado à função de progresso da produção (CFPP), calculá-lo para ambos os produtos, supondo-se conhecidas as informações constantes das tabelas 4, 5 e 6, a seguir.

Tabela 4
Dados sobre a função de progresso

Atividades	Inclinações percentuais	b	T_u (meses)	r (u.m.)
Fabricação de peças	93	0,105	12	10
Submontagem	88	0,184	13	9
Montagem mecânica	83	0,269	20	6
Montagem elétrica	90	0,152	18	10
Teste e CQ final	70	0,515	24	12

Tabela 5
Programa de produção (em unidades)

Meses	Produto 1				Produto 2			
	Ano 1	Acumulado	Ano 2	Acumulado	Ano 1	Acumulado	Ano 2	Acumulado
Janeiro	100	100	200	1 400	50	50	200	1 400
Fevereiro	100	200	200	1 600	50	100	200	1 600
Março	100	300	200	1 800	50	150	200	1 800
Abril	100	400	200	2 000	50	200	400	2 200
Maiο	100	500	200	2 200	50	250	400	2 600
Junho	100	600	200	2 400	50	300	400	3 000
Julho	100	700	300	2 700	100	400	400	3 400
Agosto	100	800	300	3 000	100	500	400	3 800
Setembro	100	900	300	3 300	100	600	400	4 200
Outubro	100	1 000	300	3 600	200	800	400	4 600
Novembro	100	1 100	300	3 900	200	1 000	400	5 000
Dezembro	100	1 200	300	4 200	200	1 200	400	5 400

Na tabela 4, T_u é o período de tempo previsto, desde o início do processo, com a produção da primeira unidade da série, até a unidade x_u , a partir da qual a curva começaria a nivelar-se.⁸ O valor r (em unidades monetárias) corresponde à taxa de remuneração e *overhead* por homem-hora, para cada atividade tratada.

Os programas de produção que atenderiam às demandas estimadas de P_1 e P_2 aparecem na tabela 5.

A tabela 6 fornece a mão-de-obra final (y_u), estimada através do estudo de tempos (tempos predeterminados), para cada uma das atividades e produtos mencionados.

Tabela 6
 y_u (em h-horas/unidade)

Atividades	Produto 1	Produto 2
Fabricação de peças	400	300
Submontagem		100
Montagem mecânica	200	60
Montagem elétrica		200
Teste e CQ final	100	40

Ainda considerando-se o mesmo problema, deseja-se determinar para o produto 2 a atividade de montagem mecânica: a mão-de-obra, o número de montadores e a área de montagem requeridos mês a mês, durante o ano 1. Para efeito de cálculo, admitiremos que um montador trabalha 198 horas por mês (um turno) e que o coeficiente de área de montagem mecânica por montador seja igual a 6 m² por pessoa.

Solução

1. Determinação de x_u

Considerando-se o programa de produção proposto, devemos determinar a unidade (x_u) para a qual y_u seria atingido, tendo em vista os valores dos períodos de “aprendi-

zagem” ou progresso (T_u). Por exemplo, no caso da atividade “fabricação de peças e componentes”, o período de progresso é: $T_u = 12$ meses (ver tabela 4). No cronograma de produção de P_1 (ver tabela 5), o valor $y_u = 400$ homens-horas/unidade (tabela 6) somente seria atingido após 12 meses de produção, isto é, após fabricadas 1.200 unidades do produto P_1 . Daí, tem-se: $x_u = 1.200$. Analogamente, no cronograma de produção de P_2 , os 300 homens-horas/unidade só seriam conseguidos após 12 meses de produção, isto é, após fabricadas também 1.200 unidades. Portanto, $x_u = 1.200$.

Mediante raciocínio semelhante, sempre consultando a coluna T_u (tabela 4) e o cronograma de produção (tabela 5), teríamos os seguintes valores de x_u que colocamos, juntamente com os y_u que lhes correspondem, em uma única tabela (a de número 7), para maior facilidade de visualização.

2. Determinação da mão-de-obra adicional (HFPP) e do custo de progresso (CFPP)

Já dispomos dos valores de x_u , y_u e b , correspondentes às diversas atividades e produtos considerados. O procedimento de cálculo a seguir (tabela 8) baseia-se naquele descrito anteriormente (subseção sobre a determinação do custo de introdução, parágrafo correspondente ao procedimento de cálculo manual).

A coluna (6) é obtida multiplicando-se as colunas (3), (4) e (5), de acordo com a fórmula (10). A coluna (8) resulta da multiplicação das colunas (6) e (7), onde r já foi dado na tabela 4.

Os totais extraídos na coluna (8) revelam que o custo de introdução de P_1 é superior ao de P_2 .

É interessante comparar os custos de P_1 e P_2 , baseados tão-somente na mão-de-obra final ($x_u y_u$), isto é, como se não ocorresse o fenômeno de progresso da produção:

Tabela 7
Valores de x_u e y_u

Atividades	Produto 1		Produto 2	
	x_u	y_u	x_u	y_u
Fabricação de peças	1 200	400	1 200	300
Submontagem			1 400	100
Montagem mecânica	3 000	200	3 800	60
Montagem elétrica			3 000	200
Teste e CQ final	4 200	100	5 400	40

Tabela 8
Cálculo de HFPP e CFPP

Produtos (1)	Atividades (2)	x_u (3)	y_u (4)	$\frac{b}{1-b}$ (5)	HFPP (6)	r (7)	CFPP (8)
P_1	FP	1 200	400	0,117	56 160	10	561 600
	MM	3 000	200	0,368	220 800	6	1 324 800
	CQ	4 200	100	1,06	445 200	12	5 342 400
Total							7 228 800
P_2	FP	1 200	300	0,117	42 120	10	421 200
	SM	1 400	100	0,226	31 640	9	284 760
	MM	3 800	60	0,368	83 904	6	503 424
	ME	3 000	200	0,179	107 400	10	1 074 000
	CQ	5 400	40	1,06	228 960	12	2 747 520
Total							5 030 904

Tabela 9
Cálculo da mão-de-obra e do custo finais

24

Produtos (1)	Atividades (2)	x_u (3)	y_u (4)	$x_u y_u$ (5)	r (6)	c (7)
P_1	FP	1 200	400	480 000	10	4 800 000
	MM	3 000	200	600 000	6	3 600 000
	CQ	4 200	100	420 000	12	5 040 000
Totais				1 500 000		13 440 000
P_2	FP	1 200	300	360 000	10	3 600 000
	SM	1 400	100	140 000	9	1 260 000
	MM	3 800	60	228 000	6	1 368 000
	ME	3 000	200	600 000	10	6 000 000
	CQ	5 400	40	216 000	12	2 592 000
Totais				1 544 000		14 820 000

Tabela 10
Cálculo da mão-de-obra e do custo totais

Produtos (1)	Atividades (2)	$x_u y_u$ (3)	$\frac{1}{1-b}$ (4)	Mão-de-obra total (5)	r (6)	Custo total (7)
P_1	FP	480 000	1,117	536 160	10	5 361 600
	MM	600 000	1,368	820 800	6	4 924 800
	CQ	420 000	2,060	865 200	12	10 382 400
	Totais			2 222 160		20 668 800
P_2	FP	360 000	1,117	402 120	10	4 021 200
	SM	140 000	1,226	171 640	9	1 544 760
	MM	228 000	1,368	311 904	6	1 871 424
	ME	600 000	1,179	707 400	10	7 074 000
	CQ	216 000	2,060	444 960	12	5 339 520
Totais			2 038 024		19 850 904	

Tabela 11
Mão-de-obra e espaço requeridos

Meses (1)	Produtos acumulados (2)	$K(x)$ (3)	K_L (4)	y_L (5)	n (6)	S (m ²) (7)
Janeiro	50	23,242	23,242	12 784	65	390
Fevereiro	100	38,982	15,740	8 658	44	264
Março	150	52,655	13,673	7 521	38	228
Abril	200	65,134	12,479	6 864	35	210
Maiο	250	76,796	11,662	6 415	33	198
Junho	300	87,843	11,047	6 076	31	186
Julho	400	108,568	20,725	11 400	58	348
Agosto	500	127,932	19,364	10 651	54	324
Setembro	600	146,276	18,344	10 090	51	306
Outubro	800	180,687	34,411	18 927	96	576
Novembro	1 000	212,836	32,149	17 683	90	540
Dezembro	1 200	243,291	30,455	16 751	85	510

A tabela 9 ilustra esta conjectura. Observa-se ali que a mão-de-obra final ($x_u y_u$) para P_1 é inferior àquela despendida com P_2 (totais na coluna 5). A avaliação empregando-se as taxas r (coluna 7) não altera, por enquanto, a conclusão de que P_2 é menos interessante do que P_1 , também sob o ponto de vista do custo da mão-de-obra final.

A tabela 10 fornece a mão-de-obra *total* durante o período de implementação, calculada conforme a fórmula (8), e o custo total correspondente. O leitor deve notar que a situação agora se inverte, passando o produto P_2 a ser o mais interessante, do ponto de vista da mão-de-obra total despendida no decorrer do período de progresso da produção e do custo total relativo a essa mão-de-obra. É que a mão-de-obra total e o custo total incluem, agora, também a parcela atribuível ao fenômeno de progresso da produção, neste caso decisiva.

3. Planejamento de mão-de-obra e espaço requeridos pela montagem mecânica de P_2 no ano 1

Para se determinar a *mão-de-obra total* mês a mês, utiliza-se a fórmula (4) ou tabelas apropriadas. O objetivo é calcular as áreas situadas abaixo da curva de progresso, correspondentes às quantidades de produção mensais. O apêndice 3 exemplifica o procedimento de cálculo via fórmula. Os resultados aparecem na tabela 11, coluna 5.

Para se obter o *número de montadores*, mês a mês, divide-se a coluna 5 por 198 e arredonda-se para o número inteiro mais próximo (coluna 6).

Finalmente, multiplicando-se a coluna 6 por 6, teremos a *área mensal* necessária à montagem mecânica de P_2 durante o ano 1.

Apêndice 3

a) Seja calcular a mão-de-obra total requerida pelo lote produzido em janeiro (i.e., 1.^a até 50.^a unidade inclusive). Tem-se:

$$(y_L)_{\text{jan}} = a \left[\frac{(50 + \frac{1}{2})^{1-b} - (\frac{1}{2})^{1-b}}{1-b} \right] \dots \dots (i)$$

O fator entre colchetes em (i) pode ser representado por $K(50)$. Calculando vem:

$$K(50) = \frac{50,5^{0,7312} - (\frac{1}{2})^{0,7312}}{0,7312} = 23,242$$

(ver coluna 3, tabela 11. O valor de $b = 0,268817$ foi lido na tabela 2).

O valor de a é calculado conforme segue, a partir dos valores de y_u , x_u e b , dados nas tabelas 7 e 2:

$$a = y_u x_u^b = 60 \times 3800^{0,2688} = 550,04$$

A mão-de-obra total requerida pelo lote produzido em janeiro será:

$$(y_L)_{\text{jan}} = 550,04 \times 23,242 = 12784$$

(coluna 5, tabela 11).

b) Seja agora calcular a mão-de-obra para o lote produzido em fevereiro (i.e., desde a 51.^a até a 100.^a unidade inclusive). Para isso subtrai-se da mão-de-obra total requerida pelas 100 primeiras unidades, aquela necessária à produção das 50 primeiras (já calculadas).

O fator K para $x = 100$ é:

$$K(100) = \frac{100,5^{0,7312} - (\frac{1}{2})^{0,7312}}{0,7312} = 38,982$$

(coluna 3, tabela 11).

O fator K para o lote (51.^a até 100.^a) é:

$$K_L = K(100) - K(50) = 38,982 - 23,242 = 15,740$$

(ver coluna 4, tabela 11).

A mão-de-obra total para este lote será:

$$y_L = a K_L = 550,04 \times 15,740 = 8658$$

Analogamente seriam calculados os demais $K(x)$, K_L e y_L na tabela 11.

A apuração da mão-de-obra *realmente* despendida mês a mês fecharia o ciclo, permitindo desse modo o planejamento e controle integrados desse recurso produtivo.

Finalmente, cabe ressaltar que o confronto entre os insumos reais e planejados possibilita corrigir os coeficientes e parâmetros a serem usados no próximo período de planejamento (coeficientes de espaço ocupado por pessoa em determinada atividade, parâmetros a e b da curva de progresso e outros dados básicos).

3. CONCLUSÃO E SUMÁRIO

Neste artigo foram descritas e exemplificadas as seguintes aplicações da função de progresso da produção: a) determinação do custo de introdução de um produto novo ou de modificações a serem efetuadas em produtos já existentes; b) planejamento e controle de recursos produtivos tais como: mão-de-obra direta, espaço, esforços de engenharia e supervisão, durante a fase de implementação de novos produtos ou de modificações efetuadas em produtos já fabricados regularmente.

O custo de introdução de produtos novos pode ser estimado *a priori* desde que se conheçam: um ponto particular da reta de progresso de cada atividade que constitui o processo de produção do produto considerado e o ângulo formado pela reta de progresso com o ramo positivo do eixo dos x . O ponto particular escolhido ($x_u y_u$) é

aquele a partir do qual a curva de progresso tende a nivelar-se. A metodologia de pesquisa que conduz à determinação dos valores de x_u, y_u e da razão de progresso b já foi exposta em artigo anterior, conforme citado.

O custo de introdução do produto novo nada mais é do que a parcela de custo atribuível ao progresso da produção e pode ser obtido, para cada categoria de atividade, subtraindo-se a mão-de-obra que teria sido despendida na produção das x_u primeiras unidades (caso não houvesse o fenômeno de melhoria da produtividade) da mão-de-obra total requerida pela produção daquelas unidades, e multiplicando-se esse resultado pela correspondente taxa de remuneração e de *overhead*. O custo de introdução do produto será dado pela soma dos custos individuais referentes a cada atividade considerada.

O planejamento e o controle da mão-de-obra, do espaço, dos esforços de engenharia e da supervisão podem ser efetuados com auxílio das curvas de progresso de cada atividade. Basta dividir a área abaixo da curva segundo o cronograma de produção proposto. Cada subárea será a medida da mão-de-obra a ser despendida na produção do lote mensal que lhe corresponde.

Conhecidos a mão-de-obra para cada lote programado, o número de horas que um operador trabalha em um mês e o coeficiente de área por pessoa, determinam-se facilmente o número de operadores e o espaço requeridos mês a mês.

A apuração da mão-de-obra mensal *realmente* despendida fecharia o ciclo, permitindo destarte o planejamento e controle integrados desse recurso produtivo e a tomada de decisões de caráter técnico e administrativo com vistas a corrigir, em tempo hábil, as discrepâncias surgidas. ■

BIBLIOGRAFIA

Reis, D. A. dos. Extensão da função de progresso da produção a algumas indústrias brasileiras. Dissertação de mestrado em administração, EAESP/FGV, out. 1973.

Reis, D. A. dos. A função de progresso da produção: desenvolvimento e aspectos teóricos. *RAE*, Rio de Janeiro, FGV, ago. 1975.

Schreiner, D. A. The manufacturing progress function, its application to operations at IBM-Endicott. Trabalho apresentado na XII Convenção Anual da ASQC, Boston, Mass. May 1958.

Schultz, A. Jr. & Conway, R. W. The manufacturing progress function. *The Journal of Industrial Engineering*, v. 10, Jan./Feb. 1959.

Wright, T. P. Factors affecting the cost of airplanes. *Journal of the Aeronautical Sciences*, Inst. of the Aer. Sci., v. 3, n. 4, p. 122-8, Feb. 1936.

¹ Reis, D. A. dos. A função de progresso da produção: desenvolvimento e aspectos teóricos. *RAE*, Rio de Janeiro, FGV, ago. 1975.

² Ibid. subseção 1.4.

³ Ibid. subseção 1.4.

⁴ Ibid. subseção 1.4.

⁵ Ibid. subseção 1.4.

⁶ A curva composta *não* é da mesma forma algébrica que as curvas individuais, exceto em situações particulares.

⁷ Reis, D. A. dos. Extensão da função de progresso da produção a algumas indústrias brasileiras. Tese de mestrado, EAESP/FGV, São Paulo, out. 1973.

⁸ A rigor, a curva de progresso, representada por $y = ax^{-b}$, é assintótica a zero, não existindo propriamente um começo de nivelamento (nem um fim). Para efeitos práticos, toma-se como início do nivelamento aquele ponto a partir do qual a redução da mão-de-obra por unidade desde o início até o fim do subperíodo (no caso, um mês) é de 2 a 3%, podendo assim ser considerada desprezível.