

ANÁLISE DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO ESTUDO DE CHUVAS INTENSAS⁽¹⁾

C. R. MELLO⁽²⁾, D. F. FERREIRA⁽³⁾, A. M. SILVA⁽⁴⁾ & J. M. LIMA⁽⁵⁾

RESUMO

A estimativa de chuvas intensas máximas é de grande importância para o dimensionamento de projetos agrícolas, tais como: terraços para controle de erosão, obras de barragens de terra e drenagem em solo agrícola. As chuvas são caracterizadas pela sua intensidade (mm h^{-1}), pelo tempo de duração (min) e pelo período de retorno (anos). O modelo básico tem sido usado para determinação da intensidade de precipitação máxima diária a ser aplicada no dimensionamento de estruturas de contenção, fixando-se o período de retorno e a duração da chuva. O tempo de concentração em bacias hidrográficas, que normalmente fica entre 60 e 120 min para bacias consideradas pequenas, tem sido usado como tempo de duração na estimativa de chuvas intensas. Nesse intervalo, existem outros modelos que propiciam melhores ajustes e, conseqüentemente, maior confiabilidade na estimativa da chuva a ser usada nos dimensionamentos de estruturas de contenção. Assim, este trabalho teve como objetivo ajustar dois outros modelos para a estimativa de chuvas intensas: um exponencial e um linear, além do modelo básico. Esses modelos foram ajustados com base em dados de precipitação máxima diária anual da região de Lavras (MG), empregando-se dados de chuvas diárias do período de 1914 a 1991. Os dados foram transformados em intensidades de precipitação, com tempo de retorno variando de 2 a 100 anos e duração entre 5 e 1.440 min. Verificou-se que o modelo exponencial proposto proporcionou melhores ajustes, com menores erros na estimativa, para chuvas variando de 5 a 240 min, sendo, portanto, recomendável a bacias em que o tempo de concentração se enquadre nesta faixa de tempo; o modelo básico mostrou-se mais aplicável a bacias em que o tempo de duração seja maior que 240 min, enquanto o modelo linear não se mostrou confiável para a estimativa de chuvas intensas.

Termos de indexação: precipitação, hidrologia, conservação do solo.

⁽¹⁾ Recebido para publicação em abril de 2000 e aprovado em março de 2001.

⁽²⁾ Pós-Graduando em Solos e Nutrição de Plantas, Departamento de Ciência do Solo, Universidade Federal de Lavras - UFLA, Caixa Postal 37, CEP 37200-000 Lavras (MG). Bolsista da CAPES. E-mail: crmello@ufla.br

⁽³⁾ Professor do Departamento de Ciências Exatas, UFLA. Bolsista do CNPq.

⁽⁴⁾ Professor do Departamento de Engenharia, UFLA. Bolsista do CNPq.

⁽⁵⁾ Professor do Departamento de Ciência do Solo, UFLA. Bolsista do CNPq.

SUMMARY: ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS APPLIED TO THE STUDY OF INTENSE RAINFALL

The estimate of maximum rainfall intensity is of great concern in agricultural projects such as the use of terraces for erosion control, dams, and soil water drainage. Rainfalls can be characterized by their intensity (mm h^{-1}), duration time (min), and return period (years). One of the analyzed models has been used for estimating the maximum rainfall intensity to be applied in dimensioning such agricultural structures, for a given return period and storm duration. The time of concentration in small watersheds, frequently between 60 and 120 min, has been used as duration of storm in the estimate of intense rainfalls. For such a duration time, there are other models that can better estimate, and, consequently, be more reliable than the basic model. Thus, this work analyzed two other models used for estimating intense rainfall: an exponential and a linear model, and both were compared to the basic model. Data of annual-daily-maximum rainfall for Lavras, Minas Gerais - Brazil, from 1914 to 1991, were used to derive the models. The data were transformed into rainfall intensities, for recurrence periods varying from 2 to 100 years, and duration times between 5 to 1,440 min. The proposed exponential model provided a better estimation of intense rainfalls, with lower errors, for duration times varying from 5 to 240 min. Therefore, it can be recommended for application in watershed projects, whose time of concentration is included in this time interval. The basic model showed to be more applicable for duration times greater than 240 min, while the linear model did not provide reliable estimate of intense rainfalls for Lavras.

Index terms: precipitation, hydrology, soil conservation.

INTRODUÇÃO

A caracterização de chuvas intensas é imprescindível à elaboração de projetos de estruturas de contenção de águas. A previsão da intensidade de precipitação extrema é essencial para o dimensionamento de estruturas, especialmente para obras de controle da erosão, de drenagem do solo e barragens (Vieira et al., 1991).

As variáveis que caracterizam chuvas intensas são a duração, a intensidade e a frequência de ocorrência, conhecida como período de retorno da precipitação. Um modelo potencial de regressão múltipla não-linear pode ser ajustado, para caracterização da intensidade máxima de precipitação em função dessas variáveis (Pfasstetter, 1982; Garcez & Alvarez, 1988). Esse modelo permite estimar uma intensidade de precipitação para determinada situação de chuva, fixando-se o período de retorno e o tempo de duração.

As particularidades de cada projeto irão definir os valores dessas variáveis. Para obras destinadas ao controle da erosão, como os terraços, o período de retorno empregado é de 10 anos; para obras de drenagem do solo, esse período é de, no máximo, 25 anos e, para barragens de terra, entre 50 e 100 anos (Carvalho, 1998).

No cálculo para estruturas de contenção em microbacias hidrográficas, o período empregado é equivalente ao tempo de concentração da bacia,

(Froehlich, 1993; Righetto, 1998). Desta forma, garante-se que toda a bacia venha a contribuir com o fluxo na seção de controle. Ainda, segundo os autores, normalmente em projetos agrícolas, fixa-se o tempo de duração em torno de 60 min, admitindo-se, eventualmente, 120 min, conforme a necessidade de segurança.

Apesar do bom ajuste estatístico que o modelo básico tem proporcionado (Denardin & Freitas, 1982), não há comparações desse modelo com outros modelos matemáticos ajustados com o mesmo número de parâmetros, podendo estes últimos gerar maior precisão na estimativa da intensidade de precipitação. A comparação com outros modelos é importante, uma vez que estes podem ser empregados em situações de maior carência de dados pluviométricos, com precisão considerável. Além disto, mesmo pequenas diferenças podem-se tornar importantes para o projeto, já que, extrapolando para toda a bacia hidrográfica, os volumes de água calculados podem vir a prejudicar o funcionamento da estrutura dimensionada. Portanto, é essencial que a equação que represente chuvas intensas tenha a melhor aproximação possível da realidade, mantendo-se sua facilidade de uso.

O objetivo deste trabalho foi comparar três modelos matemáticos para a previsão de chuvas intensas, utilizando dados de precipitação máxima diária anual da região de Lavras (MG), tendo em vista a aplicação voltada para obras destinadas à conservação do solo.

MATERIAL E MÉTODOS

Utilizou-se uma série de dados de precipitação máxima diária anual provenientes da Estação Meteorológica da Universidade Federal de Lavras, no período de 1914 a 1991, exceto os anos de 1944, 1945 e 1950, constituindo-se uma série com 75 valores de precipitação máxima diária para Lavras (MG).

A seguir, ajustou-se o modelo de distribuição de probabilidades de Gumbel para o cálculo anual das precipitações máximas diárias por meio da seguinte seqüência de equações, conforme Pinto (1995):

$$Y_{TR} = -\ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{TR} \right) \right] \quad (1)$$

$$K_{TR} = -0,45 + 0,78 \cdot Y_{TR} \quad (2)$$

$$X_{TR} = \bar{X} + K_{TR} \cdot S \quad (3)$$

em que

Y_{TR} é a variável reduzida da distribuição de Gumbel; TR é o período de retorno (anos); X_{TR} é a precipitação máxima diária para determinado TR (mm); K_{TR} é o fator de freqüência (adimensional); \bar{X} e S são, respectivamente, a média de precipitação máxima diária (mm) e o desvio-padrão dos dados de precipitação máxima diária (mm). A equação 3 é chamada de Modelo Geral de Wen Te Chow. Essas equações permitem o emprego de uma população de dados e não apenas de uma amostra, simplificando com isto as equações da distribuição de Gumbel (Righetto, 1998).

Utilizou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov, de acordo com Haan (1979), com o objetivo de verificar a adequabilidade à distribuição de Gumbel para a representação probabilística destes dados.

Para obter os valores das precipitações associados às durações, considerando o período de retorno de 2 a 100 anos e o tempo de duração de 5 a 1.440 min, empregou-se o método de desagregação de chuvas (Froehlich, 1993; Cardoso et al., 1998). Relacionou-se, então, a precipitação de 1 dia, calculada com base na equação 3, com a precipitação de 24 h e, assim, sucessivamente, utilizando as constantes do quadro 1. Deve-se ressaltar que precipitação de 1 dia refere-se àquela obtida por pluviômetro com intervalo de 24 h sempre fixo (cuja série histórica ajustou-se ao modelo de probabilidade supradescrito), e precipitação de 24 h, àquela obtida por pluviógrafo sem fixação do início da contagem do tempo.

Para obter os valores da precipitação associados aos intervalos de duração de 120 minutos (2 h) a 300 min (5 h), de 420 min (7 h) a 660 min (11 h) e de 780 min (13 h) a 1.380 min (23 h), utilizou-se o método indicado por Haan (1979). A partir do tempo de duração 60 min, trabalhou-se com amplitude de 1 h, encontrando-se os valores de precipitação para

os tempos de duração supradescritos. A partir daí, interpolaram-se estes tempos de duração em curvas obtidas pelos logaritmos do tempo de duração e da precipitação para cada tempo de retorno, conforme Cardoso et al. (1998). Assim, dividindo a precipitação obtida pela sua respectiva duração, encontraram-se as intensidades de precipitação associadas aos períodos de retorno e às durações.

Determinaram-se também as intensidades de precipitação consideradas como chuvas intensas, com base nos valores do quadro 2. Valores abaixo daqueles do quadro 2 não foram considerados nos modelos.

Foram ajustados os seguintes modelos:

- Modelo usual ou básico (modelo 1)

$$I = \frac{C \cdot TR^m}{(A + td)^n} + \varepsilon \quad (4)$$

Quadro 1. Constantes do modelo de desagregação de chuvas diárias

Relação (ht1/ht2)	Constante (K)
24h/1 dia	1,14
12/24h	0,85
6/24h	0,72
1/24h	0,42
0,5/1h	0,74
0,33/0,5h	0,81
0,25/0,5h	0,70
0,17/0,5h	0,54
0,08/0,5h	0,34

Fonte: Occhipinti & Santos (1966).

Quadro 2. Valores mínimos de intensidade de precipitação (I), para respectivos tempos de duração da chuva (td), considerados como chuvas intensas

I	td
mm h ⁻¹	min
120	5
72	10
51	20
40	30
25	60
19	90
15	120
11	180
8,7	240

Fonte: Pinto (1995).

em que

I é a intensidade de chuva; **A**, **C**, **m** e **n** são parâmetros de ajuste; **TR** e **td** são períodos de retorno e tempo de duração, respectivamente; ε é o erro associado à intensidade de chuva **I**, suposto normal e independentemente distribuído.

- Modelo exponencial (modelo 2)

$$I = e^{B+D \cdot TR^x + E \cdot (\ln td)^2} + \varepsilon \quad (5)$$

em que

B, **D**, **x** e **E** são parâmetros de ajuste; os demais parâmetros são descritos anteriormente.

- Modelo linear (modelo 3)

$$I = A1 \cdot \ln(TR) + B1 \cdot \ln(td) + C1 \cdot [\ln(td)]^2 + D1 \cdot \ln(TR) \cdot \ln(td) + \varepsilon \quad (6)$$

em que

A1, **B1**, **C1** e **D1** são parâmetros de ajuste; ε é o erro produzido pelo ajuste no caso do modelo linear e os demais parâmetros são descritos anteriormente.

O critério principal para escolha do modelo exponencial foi a simplicidade de uso, (apresenta o mesmo número de parâmetros do modelo 1). O modelo 3 foi usado como função do logaritmo neperiano das variáveis independentes, considerando-se um modelo com quatro parâmetros como os demais. Além disso, os modelos escolhidos são bastante empregados para modelagem de fenômenos em ciências naturais, conforme Landsberg (1977).

O modelo 3 foi ajustado com base no método de quadrados mínimos, utilizando o procedimento backward, por meio do programa SAS for Windows (Statistical Analyses Systems, 1985). O ajuste dos modelos 1 e 2 foi feito com base no método de Gauss-Newton, utilizando também o referido programa, uma vez que são modelos de regressão não-linear (Gallant, 1987).

Para avaliar os modelos, consideraram-se o coeficiente de determinação ajustado (R^2), a

significância das estimativas a 1% pelo teste t (para o modelo 3), ou intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos 1 e 2, o erro médio produzido pelos modelos em relação aos dados originais (Pinto, 1995) e a amplitude dos erros gerados por cada modelo. Na análise, foram utilizados dois intervalos para o tempo de duração: de 5 a 240 min e de 300 a 1.440 min.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos ajustados com seus respectivos coeficientes de determinação calculados estão apresentados abaixo.

Modelo 1: $R^2 = 99,88\%$

$$\hat{I} = \frac{842,702 \times TR^{0,179}}{(10,39 + td)^{0,736}} \quad (7)$$

Modelo 2: $R^2 = 99,91\%$

$$\hat{I} = e^{6,173 - 1,537 \times TR^{-0,256} - 0,0737 \times (\ln td)^2} \quad (8)$$

Modelo 3: $R^2 = 99,77\%$

$$\hat{I} = 218,38 + 38,42 \times \ln(TR) - 75,226 \times \ln(td) + 6,5 \times [\ln(td)]^2 - 5,56 \times \ln(TR) \times \ln(td) \quad (9)$$

Todas as estimativas dos três modelos foram significativamente diferentes de zero (0) a 1% pelo teste t ou pelos intervalos de confiança nos modelos não-lineares. O quadro 3 mostra os erros médios determinados e as amplitudes de erro para os dois intervalos da variável tempo de duração.

O modelo exponencial (modelo 2) apresentou melhores índices estatísticos para o intervalo de 5 a 240 min, notando-se um erro médio mais baixo. A amplitude dos erros indicou ser esse o melhor modelo, não havendo grandes oscilações entre o erro

Quadro 3. Erro médio, máximo e mínimo produzido pelos modelos para cada intervalo de tempo de duração

Modelo	Erro médio dos modelos			Erro médio para td de 5 a 240 minutos			Erro médio para td de 300 a 1.440 minutos		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	%								
Médio ⁽¹⁾	6,33	8,68	11,70	3,45	2,08	6,21	8,55	12,1	20,0
Máximo ⁽²⁾	36,13	27,96	278,97	15,1	2,76	21,8	25,0	13,2	87,6
Mínimo ⁽³⁾	0,05	0,05	0,01	1,98	1,72	1,76	5,81	10,5	3,5

⁽¹⁾ Média dos erros produzidos pelos modelos. ⁽²⁾ Erro máximo produzido pelos modelos para cada situação. ⁽³⁾ Erro mínimo produzido pelos modelos para cada situação.

mínimo e o máximo, permitindo-se estimar valores da intensidade de precipitação mais precisos e com maior segurança. Mesmo no intervalo de 300 a 1.440 min, a pequena faixa de variação de erro, a despeito do erro ligeiramente superior ao modelo 1, conferiu boa confiabilidade ao modelo 2.

A figura 1 permite avaliar o comportamento dos modelos com relação aos erros médios gerados, para todos os tempos de retorno com tempo de duração variando de 5 a 240 min.

Verificou-se que os erros gerados pelo modelo 2 foram praticamente a metade dos gerados pelo modelo 1, para períodos de retorno entre 10 e 30 anos. Esses valores de período de retorno foram normalmente considerados em projetos cuja aplicação estava concentrada no meio agrícola, mostrando a melhor precisão do modelo 2 para estas situações.

Para tempos de duração superiores a 240 minutos, observou-se que o modelo 1 produziu melhores resultados em termos de erro médio, apesar de proporcionar uma amplitude maior de erro que o modelo 2 (Quadro 3). Se os projetos forem destinados às obras de grande vulto, como barragens de concreto para usinas hidrelétricas, pontes rodoferroviárias e outras, que envolvem grandes bacias hidrográficas e tempos de concentração mais altos, o modelo 1 pode produzir melhores resultados. A figura 2 mostra o comportamento dos erros médios gerados por cada modelo para tempos de duração variando de 300 a 1.440 min.

De maneira geral, os modelos não-lineares proporcionaram as melhores estimativas e, conseqüentemente, os menores erros. Observou-se

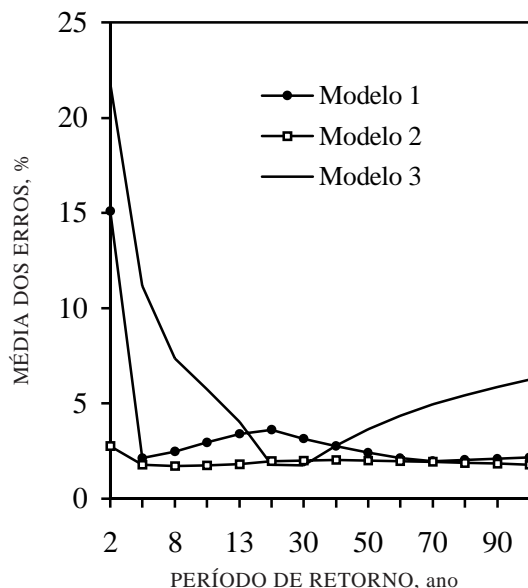


Figura 1. Média dos erros gerados por cada um dos modelos para todos os tempos de retorno considerados e tempo de duração variando de 5 a 240 min.

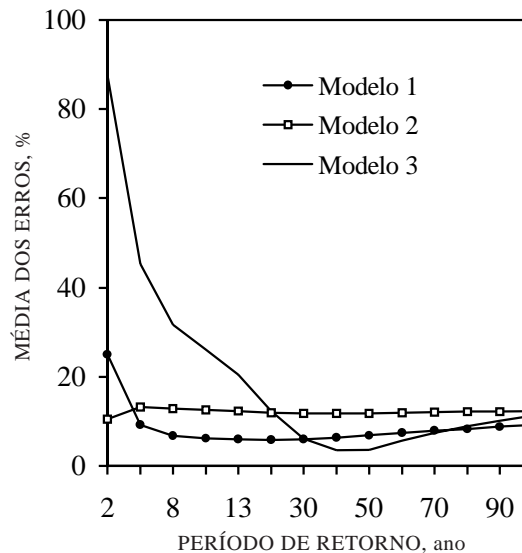


Figura 2. Média dos erros gerados por cada um dos modelos para todos os períodos de retorno e tempo de duração variando de 300 a 1.440 min.

que as amplitudes de erro geradas foram bem menores em comparação às do modelo linear, mostrando que os modelos 1 e 2 foram mais confiáveis do ponto de vista da predição da intensidade máxima de precipitação diária.

CONCLUSÕES

1. Os modelos de regressão básico e exponencial geraram menores erros, proporcionando melhores estimativas da intensidade máxima de chuva.
2. O modelo exponencial gerou melhores estimativas, melhorando a precisão e a segurança dos projetos, quando o tempo de duração considerado no projeto foi inferior a 240 min.
3. O modelo linear não se mostrou confiável para estudos de chuvas intensas.

LITERATURA CITADA

- CARDOSO, C.O.; ULLMANN, M.N. & BERTOL, I. Análise de chuvas intensas a partir da desagregação das chuvas diárias de Lages e de Campos Novos (SC). R. Bras. Ci. Solo, 22:131-140, 1998.
- CARVALHO, J.A. Barragens de terra. Lavras, Universidade Federal de Lavras, 1998. 54p.
- DENARDIN, J.E. & FREITAS, P.L. Características fundamentais da chuva no Brasil. Pesq. Agropec. Bras., 17:1409-1416, 1982.

- FROEHLICH, D.C. Short-duration-rainfall intensity equations for drainage design. *J. Irrig. Drain. Eng.*, 119:814-828, 1993.
- GALLANT, A.R. *Non linear statistical models*. New York, J. Wiley, 1987. 610p.
- GARCEZ, L.N. & ALVAREZ, G.A. *Hidrologia*. 2.ed. São Paulo, Edgard Blücher, 1988. 291p.
- HAAN, C.T. *Statistical methods in hidrology*. 2.ed. Ames, The Iowa State University Press, 1979. 377p.
- LANDSBERG, J.J. Some useful equations for biological studies. *Expl. Agric.*, 13:273-286, 1977.
- OCCHIPINTI, A.G. & SANTOS, P.M. *Relações entre as precipitações máximas de "um dia" e de "24 horas" na cidade de São Paulo*. São Paulo, Instituto Astronômico e Geofísico, USP, 1966. 26p.
- PFASFSTETTER, O. *Chuvas intensas no Brasil: relação entre precipitação, duração e frequência de chuvas em 98 postos com pluviógrafos*. 2.ed. Rio de Janeiro, Departamento Nacional de Obras de Saneamento - Coordenadoria de Comunicação Social, 1982. 426p.
- PINTO, F.A. *Chuvas intensas no estado de Minas Gerais: análises e modelos*. Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, 1995. 87p. (Tese de Doutorado)
- RIGHETTO, A.M. *Hidrologia e recursos hídricos*. São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998. 840p.
- STATISTICAL ANALYSES SYSTEM. *Language guide for personal computers*. 6. ed. Cary, SAS Instituto, 1985. 429p.
- VIEIRA, S.R.; LOMBARDI NETO, F. & BURROWS, I.T. *Mapeamento da chuva diária máxima provável para o estado de São Paulo*. *R. Bras. Ci. Solo*, 15:93-98, 1991.