

O Efeito da Assimetria de Informação Entre o Regulador e os Bancos no Requerimento de Capital Para Risco Operacional

ANGELO MIGUEL DE BARROS*

Sumário

1. Introdução.....	137
2. Modelos padronizados de capital regulamentar para risco operacional ..	140
3. Modelo interno de capital regulamentar para risco operacional (AMA).....	144
4. Interações estratégicas entre o Regulador e o Banco	151
5. Conclusão.....	154
Apêndice. Demonstrações.....	156

Palavras-chave

Risco operacional, requerimento de capital, programação dinâmica, jogos de informação assimétrica

JEL Codes

C70, E58, G28, G32

Resumo • Abstract

Em meio às discussões sobre o novo modelo padronizado (SMA) para requerimento de capital para risco operacional e a possível extinção dos modelos internos (AMA), este estudo analisa os efeitos da assimetria de informação (forte característica do risco operacional) nas interações entre o regulador e o banco quanto à adoção de modelos internos no formato atual. Para isso, foi utilizado o modelo adaptado de Elizalde e Repullo (2007) para estudar o comportamento dos acionistas dos bancos em um modelo interno e a teoria de jogos sequenciais de informação assimétrica para avaliar a interação entre o regulador e os bancos. Os resultados indicam que o retorno a um modelo padronizado, seja pelo SMA ou pelos modelos atuais, forma uma estratégia de Equilíbrio Perfeito Bayesiano, o que explica a baixa adesão ao AMA mesmo após mais de uma década de surgimento e sugere a necessidade de se criar mecanismos para reduzir essa assimetria.

1. Introdução

Desde meados da década de noventa, os órgãos reguladores vêm atuando na regulamentação e validação de técnicas de mensuração de risco com o objetivo de oficializar uma alocação de capital (próprio) mínimo e obrigatório para que as instituições financeiras possam fazer frente aos riscos operacionais aos quais estão expostos. O risco operacional, por definição, é o risco de ocorrência de perdas financeiras por erro ou falhas (intencionais ou não) de pessoas, processos, sistemas ou ainda em decorrência de eventos externos (como catástrofes da natureza, por exemplo).

*Doutor em Economia pela Universidade Católica de Brasília (UCB), Mestre em matemática pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Asset-Liabilities Manager da Caixa Econômica Federal. SAUS Q.5, Asa Sul, Brasília, DF, Brasil.

✉ angelo.miguel.barros@gmail.com

Esse tipo de risco, que não era alvo de estudos até o final dos anos 80, chamou a atenção do Comitê de Supervisão Bancária da Basileia, principalmente após vários casos de instituições bancárias que tiveram enormes prejuízos em razão de fraude ou falha operacional, com destaque para a falência do Banco Barings em 1995, banco tradicional inglês com mais de trezentos anos de existência. O Acordo da Basileia II, em 2004, passou a exigir capital mínimo para risco operacional, o que até então era exigido apenas para risco de mercado e risco de crédito. Desde então foram realizados diversos estudos com a finalidade de elaborar métodos para mensurar o risco operacional, pois o capital mínimo exigido é definido em função do risco a que o banco está exposto, ou seja, o nível de capital mínimo exigido deve ser equivalente ao valor do risco mensurado.

Esse assunto é de extrema importância, pois um requerimento de capital em excesso limita a alavancagem dos bancos, reduzindo intermediação financeira no mercado, o que impacta diretamente na economia. Por outro lado, requerimento de capital insuficiente para cobrir os riscos expõe o banco e todo o sistema à insolvência em caso de materialização de um risco não coberto pelo capital alocado.

Os primeiros estudos do Comitê de Supervisão Bancária de Basileia para mensurar a exposição ao risco operacional concluíram que quanto maior a instituição financeira, maior seria o seu risco operacional e então surgiu o método *Basic Indicator Approach* (BIA), que baseava seu cálculo em um percentual fixo sobre uma *proxy* do tamanho do banco, definida pela média dos três últimos anos do *Gross Income* (Resultado Bruto).

As instituições financeiras que conseguissem segregar suas receitas e despesas por linha de negócio¹ poderiam utilizar o modelo *Standardized Approach*² (TSA), aumentando a granularidade e o detalhamento do cálculo do capital regulamentar, visto que nesse método o *Gross Income* seria segregado por linha de negócio e cada uma corresponderia a um percentual fixo para determinar o capital regulamentar. Porém, a preocupação que se tinha era de conseguir uma metodologia capaz de determinar um volume de capital sensível ao risco operacional, o que, na prática, os métodos BIA e TSA não conseguiram, conforme admitido pelo próprio Comitê de Supervisão Bancária de Basileia no documento *BIS (2014)*.

Surgiu, então, uma nova abordagem de cálculo de capital regulamentar para risco operacional por meio de modelos internos, o modelo *Advanced Measurement Approach* (AMA). Nesse modelo, definido pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia, o capital regulamentar seria resultado de um cálculo agregando quatro elementos de quantificação de risco operacional: dados internos de perda operacional, dados externos (de outros bancos) de perda operacional, análise de cenários e indicadores de risco. A intenção era de alinhar o cálculo do capital regulatório ao processo de gestão de riscos operacionais, tornando o capital sensível ao risco, premissa central do capital regulatório.

O modelo AMA foi concebido como um modelo interno, ou seja, cada instituição financeira desenvolve seu modelo, que deve ser aprovado pelo regulador. Após anos de estudos e alguns bancos da Europa e Ásia passarem a utilizar o AMA para definir o capital regulamentar, os reguladores desses países verificaram que o capital mínimo dos bancos havia se convertido a um nível abaixo do esperado, conforme [Ryan, Serbee, Venkat, e Meyer](#)

¹O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia instituiu 8 linhas de negócio para classificação das operações dos bancos, são elas: Comercial, Varejo, Finanças Corporativas, Negociação e Vendas, Pagamentos e Liquidações, Serviços de Agente Financeiro, Administração de Ativos e Corretagem de Varejo.

²Existe ainda uma variação do método SA, conhecido como *Alternative Standardized Approach* (ASA), bastante difundido no Brasil e nos países da América Latina.

(2014), além de bancos com perfis e volumes de negócios semelhantes passarem a adotar valores de capital mínimo bem diferentes, o que parecia contraditório.

Em razão dessas divergências e em virtude da baixa adesão dos bancos ao modelo AMA (no Brasil, por exemplo, não há nenhum banco que tenha se candidatado à utilização desse modelo), o Comitê de Supervisão bancária de Basileia, representado pelo *Working Group of Operational Risk* (WGOR), vem desenvolvendo um novo modelo de capital regulatório chamado de *Standardized Measurement Approach* (SMA). Trazido a consulta pública pelo WGOR, esse modelo ainda se encontra em estudo com possibilidade de ser adotado a partir de 2019.

A possibilidade de adoção do SMA ameaça a existência do modelo AMA, o que suscitou diversas críticas ao SMA pela falta de sensibilidade ao risco, visto não contemplar os outros elementos de risco operacional previstos no AMA (cenários, indicadores de risco e perdas externas). O fato é que a literatura sobre o risco operacional avançou sobremaneira após o surgimento do AMA, no sentido de buscar uma melhor forma de mensuração deste tipo de risco com base nas premissas do modelo interno.

Um dos pioneiros no estudo sobre risco operacional foi Frachot, Georges, e Roncalli (2001), que explorou a versão clássica da modelagem LDA (*Loss Distribution Approach*) considerando independência entre frequência e severidade das perdas operacionais (variável aleatória do modelo), gerando uma distribuição de perdas agregadas por meio de uma convolução entre as distribuições de frequência e severidade para calcular o VaR de risco operacional.

Como as perdas de risco operacional eram classificadas em 8 tipos de risco³, o modelo LDA foi utilizado inicialmente agrupando as perdas operacionais em cada evento de risco, calculando o VaR para cada evento e somando-os, totalizando o valor do risco que deveria ser coberto pelo capital mínimo.

Alguns trabalhos começaram a tentar modelar a dependência entre as perdas de cada evento de risco como uma forma alternativa ao procedimento de somar os valores do VaR de cada evento, sob o argumento que essa soma pressupunha correlação perfeita entre os eventos de perda operacional, resultando em um valor de capital excessivo. Assim, muitos autores começaram a utilizar modelagem por cópulas, como Panjer (2006), Gourier, Farkas, e Abbate (2009) e Giacometti (2008).

Outros trabalhos, como o de Embrechts, Furrer, e Kaufmann (2003), optaram ainda por modelar separadamente corpo e cauda das distribuições das perdas operacionais dentro de cada evento de risco, sob o argumento de que como o risco operacional possui perdas de alta severidade e baixa frequência, a distribuição das perdas teria uma cauda pesada e não se ajustaria às distribuições tradicionais, havendo a necessidade de utilização de distribuições de valores extremos.

Cruz (2002) começa a modelar risco operacional sob outros aspectos além das perdas operacionais, sugerindo modelos para indicadores de risco e trazendo à discussão modelos de *hedge* de risco operacional por meio de contratos de seguros, utilizando, para isso, teoria de opções financeiras e modelos de precificação de derivativos.

³O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia projetou 8 classificações para as ocorrências de risco operacional: fraudes internas; fraudes externas; demandas trabalhistas e segurança deficiente do local de trabalho; práticas inadequadas relativas a clientes, produtos e serviços; danos a ativos físicos próprios ou em uso pela instituição; eventos que acarretem interrupção nas atividades da instituição; falhas em sistemas de tecnologia e; falhas na execução, cumprimento de prazos e gerenciamento de atividades da instituição.

Nesse sentido, Crouhy, Galai, e Mark (2004) reforçam a importância da discussão sobre a cobertura do risco operacional por um contrato de seguro e Mendonça, Galvao, e Loures (2008) utilizam teoria dos jogos aliada ao modelo de Crouhy et al. (2004) para mostrar que, em jogos entre acionistas do banco e depositantes, o Equilíbrio de Nash é a estratégia em que ambos preferem a contratação de seguro contra riscos operacionais.

Ainda sobre Mendonça et al. (2008), os autores trazem uma visão crítica dos modelos que utilizam apenas as perdas operacionais para o cálculo do capital regulamentar, como pressupõe o modelo LDA. O argumento é de que o risco futuro não poderia ser medido apenas por perdas pretéritas, visto que o banco pode estar exposto a riscos ainda não materializados, além do fato de que os bancos tendem a tomar providências para que uma mesma ocorrência de perda operacional não se repita (principalmente para as ocorrências de maior severidade).

Esse argumento vai ao encontro das premissas do modelo AMA de se utilizar outros elementos de risco operacional que possam trazer essa visão futura, como cenários e indicadores de risco, mas vai de encontro ao modelo SMA, que utiliza apenas as perdas dos últimos 10 anos como elemento de risco. Peters, Shevchenko, Hassani, e Chapelle (2016) fazem um estudo sobre a metodologia SMA, trazendo suas fragilidades sugerindo uma padronização do AMA.

Neste artigo, separamos os modelos existentes em modelos padronizados e modelo interno, de forma a estudar as interações estratégicas dos bancos e do regulador quanto à adoção de modelo interno para risco operacional. Para avaliar o comportamento dos bancos, será utilizada uma versão adaptada para risco operacional do modelo desenvolvido sob a ótica de risco de crédito por Elizalde e Repullo (2007).

2. Modelos padronizados de capital regulamentar para risco operacional

2.1 Método do Indicador Básico (BIA)

O cálculo do capital regulamentar pelo método BIA é dado pela fórmula (Cruz, 2002):

$$K_{\text{BIA}} = GI, \quad (1)$$

$$GI = RIF + RPS - DIF, \quad (2)$$

onde

K_{BIA} é o capital regulamentar para risco operacional pelo método BIA;

α é um percentual fixo definido pelo regulador⁴ (pode ser entendida como a probabilidade de materialização do risco);

GI é o *Gross Income*, que é uma *proxy* da exposição do banco ao risco operacional;

RIF é a média dos últimos 3 anos das receitas com intermediação financeira;

RPS é a média dos últimos 3 anos das receitas com prestação de serviços;

DIF é a média dos últimos 3 anos das despesas com intermediação financeira.

⁴O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia definiu α em 15%.

2.2 Método Padronizado (TSA)

Conforme Cruz (2002), o método TSA é uma versão refinada do BIA, para os bancos capazes de segregar suas operações em 8 linhas de negócio definidas pelas entidades reguladoras (Comercial, Varejo, Finanças Corporativas, Negociação e Vendas, Pagamento e Liquidações, Serviços de Agente Financeiro, Administração de Ativos e Corretagem de Varejo).

Nesse método, permanece a ideia de percentual fixo de probabilidade de materialização do risco, porém, cada linha de negócio possui uma probabilidade diferente, resultando em um vetor de probabilidades. Da mesma forma, o *Gross Income* é calculado para cada linha de negócio, resultando, também, em um vetor de exposições ao risco em cada linha de negócio.

A fórmula para o cálculo do capital para risco operacional fica:

$$K_{SA} = \beta \cdot \mathbf{GI} \quad (3)$$

$$\beta = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_8],$$

$$\mathbf{GI} = [GI_1 \quad GI_2 \quad \dots \quad GI_8],$$

onde

K_{SA} é o capital regulamentar para risco operacional pelo método SA;

β é um vetor de percentuais fixos definidos pelo regulador⁵ de dimensão igual a quantidade de linhas de negócio;

\mathbf{GI} é o vetor de *Gross Income* de cada linha de negócio, de mesma dimensão de β ;

\cdot é o produto interno Euclidiano ou produto escalar.

2.3 Método de Mensuração Padronizada (SMA)

O método SMA difere dos demais métodos padronizados tanto na medida de exposição ao risco operacional, quanto na probabilidade de materialização do risco. O modelo surge inicialmente com o documento BIS (2014), trazendo uma nova *proxy* de exposição ao risco operacional — o *Business Indicator* (BI) —, em substituição ao *Gross Income*, utilizado nos métodos BIA e TSA. O retorno a um modelo padronizado, após anos de estudos e aperfeiçoamentos dos modelos internos se deu pela alta complexidade do AMA e dificuldade de implementação.

O SMA veio como uma proposta para simplificar a forma de calcular o capital regulamentar, buscar uma maior comparabilidade dos valores de capital regulamentar dos bancos e também para buscar uma maior sensibilidade ao risco operacional, conforme descrito no item 7 do Capítulo III do documento BIS (2014). Após Consulta Pública e opinação dos bancos e entidades reguladoras sobre o novo modelo, foi apresentado novo documento, BIS (2016), também para Consulta Pública, com alguns ajustes no indicador de exposição ao risco operacional e nos coeficientes (probabilidades de materialização do risco).

Pelo modelo SMA, o capital regulamentar para risco operacional, fixado $j \in \{1, \dots, n\}$, é dado por

$$K_{SMA} = BI[\gamma(BI)] \ln \left(e - 1 + \frac{LC}{BI[\gamma(BI)]} \right), \quad (4)$$

⁵O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia definiu os valores β em: 12% para as linhas de negócio Varejo, Administração de Ativos e Corretagem de varejo; 15% para as linhas de negócio Comercial e Serviços de Agente Financeiro e; 18% para Finanças Corporativas, para Negociação e Vendas e para Pagamentos e Liquidações.

$$BI = IC + SC + FC, \quad (5)$$

$$LC = 7(L_1 + L_2) + 5L_3, \quad (6)$$

$$\gamma(BI) = \gamma_j \left(1 - \frac{A_j}{BI}\right) + \sum_{i=2}^{j-1} \gamma_i \left(\frac{A_{i+1}}{BI} - \frac{A_i}{BI}\right) + \gamma_1 \left(\frac{A_1}{BI}\right), \quad (7)$$

onde

BI é o *Business Indicator*, nova *proxy* da exposição ao risco operacional;

IC é a média dos últimos 3 anos do componente de receitas e despesas com juros, arrendamento mercantil e dividendos;

SC é a média dos últimos 3 anos do componente de receitas e despesas com serviços;

FC é a média dos últimos 3 anos do componente de receitas e despesas financeiras;

LC é o componente de perdas operacionais;

L_1 é a média dos últimos 10 anos de perdas operacionais;

L_2 é a média dos últimos 10 anos de perdas operacionais superiores a €10 milhões;

L_3 é a média dos últimos 10 anos de perdas operacionais superiores a €100 milhões;

$\gamma(BI)$ é uma função do BI que determina o percentual a ser aplicado no indicador de exposição para o cálculo do capital regulamentar;

γ_j é o coeficiente a ser aplicado a parte do BI situado no intervalo $[A_j, A_{j+1}]$;

n é o número de intervalos de segregação do BI , onde cada intervalo é representado por $[A_j, A_{j+1}]$ e chamado de *bucket*.

Note que o BI é a exposição ao risco operacional e o $\gamma(BI)$ é a probabilidade de materialização do risco operacional. Multiplicando a equação (7) por BI , podemos representar $BI[\gamma(BI)]$, fixado $j \in \{1, \dots, n\}$, como

$$BI[\gamma(BI)] = \gamma_j(BI - A_j) + \sum_{i=2}^{j-1} \gamma_i(A_{i+1} - A_i) + \gamma_1 A_1. \quad (8)$$

A ideia da fórmula acima é que existem n intervalos, cada um correspondendo a um coeficiente γ_j , onde o valor de $j \in \{1, \dots, n\}$ (ou seja, qual o último *bucket* será considerado entre os n disponíveis) será determinado por $BI \in [A_j, A_{j+1}]$, ressaltando que o último *bucket* não é limitado, ou seja, o n -ésimo *bucket* é $[A_n, +\infty)$.

Em outras palavras, deve-se enquadrar o BI na [Tabela 1](#).

Desse modo, se o BI pertence ao *bucket* 2, por exemplo, teremos

$$BI(\gamma(BI)) = \gamma_2(BI - A_2) + \gamma_1(A_2 - A_1). \quad (9)$$

Esse valor é quase o valor de capital regulamentar, restando apenas a expressão

$$\ln\left(e - 1 + \frac{LC}{BI(\gamma(BI))}\right), \quad (10)$$

que possui um efeito multiplicador no capital regulamentar e é a parte do modelo sensível às perdas operacionais representadas no componente LC . Esse componente diz que quanto

Tabela 1. Buckets genéricos do modelo SMA.

Bucket	BI (€ Bilhões)	Coefficiente
1	$[A_1, A_2]$	γ_1
2	$[A_2, A_3]$	γ_1
...
n	$[A_n, +\infty)$	γ_n

maior forem as perdas operacionais em relação à exposição ao risco mais capital será requerido.

Note que esse multiplicador não é limitado superiormente, mas possui limite inferior igual a $\ln(e - 1) \approx 0,5413$, quando $LC = 0$ (perdas operacionais iguais a zero). Além disso, se $LC = BI[\gamma(BI)]$, o multiplicador passa a $\ln(e) = 1$, ou seja, $BI[\gamma(BI)]$ passa a ser o capital regulamentar.

O quadro de *buckets* e coeficientes ainda está em estudo, mas os últimos valores divulgados no documento BIS (2016) estão na Tabela 2.

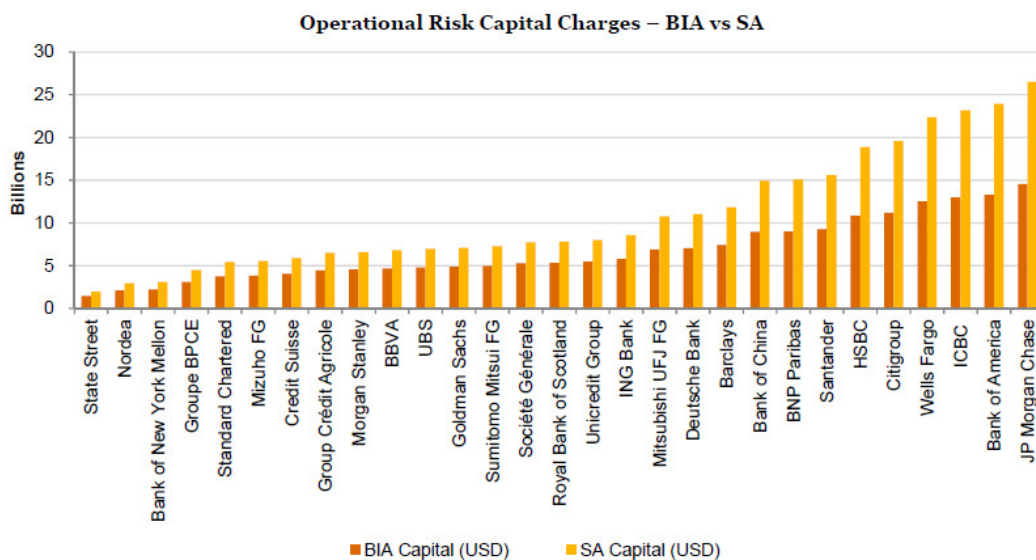
Tabela 2. Buckets definidos no BIS (2016) do modelo SMA.

Bucket	BI (€ Bilhões)	Coefficiente
1	$[0, 1]$	11%
2	$[1, 3]$	15%
3	$[3, 10]$	19%
4	$[10, 30]$	23%
5	$[30, +\infty)$	29%

A preocupação do mercado com a implantação do modelo SMA se baseia nos elevados resultados alcançados com as primeiras simulações, havendo um aumento expressivo no capital mínimo exigido dos bancos, conforme Figura 1 (o SA do gráfico se refere ao novo modelo SMA).

Ou seja, o modelo SMA irá trazer um requerimento de capital ainda maior do que o baseado nos modelos padronizados atuais, que já eram considerados conservadores.

Peters et al. (2016) fizeram um estudo minucioso sobre o modelo SMA, desde a modelagem que resultou nos *buckets* da Tabela 2 até a comparação com o modelo AMA, passando uma análise de sensibilidade do SMA. Algumas fragilidades são trazidas pelos autores, como instabilidade do modelo, falta de sensibilidade ao risco operacional e requerimento de capital excessivo em decorrência de superaditividade no cálculo gerado pelo método. Tais resultados reforçam nossa argumentação de que, na presença de assimetria de informação, o regulador tende a superestimar o capital regulamentar.



Fonte: Ryan et al. (2014).

Figura 1. Comparativo de capital pelos métodos BIA e SMA.

3. Modelo interno de capital regulamentar para risco operacional (AMA)

3.1 Descrição do modelo

O modelo interno de cálculo de capital regulatório para risco operacional foi trazido pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia por meio do documento [BIS \(2011\)](#). O documento prevê que os bancos utilizem quatro elementos de quantificação de risco operacional para o cálculo do capital regulamentar: dados internos de perda operacional, dados externos (de outros bancos) de perda operacional, análise de cenários e indicadores de risco. Desses elementos, os mais utilizados pelos bancos e acadêmicos nos estudos sobre o AMA são os dados de perdas operacionais. Tal premissa foi fomentada pela sugestão de utilização do modelo LDA pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia, cujo cerne do modelo envolve o cálculo de um VaR de risco operacional utilizando as perdas operacionais ocorridas como uma variável aleatória.

A seguir, faremos um breve resumo do modelo LDA, uma descrição mais detalhada pode ser encontrada em [Frachot et al. \(2001\)](#) e [Giacometti \(2008\)](#). Para $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, M$, e $l = 1, \dots, Q$, seja $X_{i,j,l}$ $M \times Q$ sequências de tamanho N de perdas financeiras decorrentes de risco operacional em um período fixado. Então, a perda operacional total do período fixado, para cada linha de negócio e para cada evento de risco operacional, é dada por

$$S_{j,l} = \sum_{i=1}^{N_{j,l}} X_{i,j,l}, \quad (11)$$

onde

$X_{i,j,l}$, para $i = 1, \dots, N$, são variáveis aleatórias contínuas iid, fixados j e l , que representam os valores de perda operacional em cada ocorrência (severidade das perdas operacionais);

$N_{j,l}$ é uma variável aleatória discreta que representa o número de ocorrências de perdas operacionais no período fixado para cada j e l fixados (frequência de perdas operacionais no período);

j é o índice que identifica as M linhas de negócio definidas pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia (mencionamos na Introdução que foram definidas inicialmente 8 linhas de negócio);

l é o índice que identifica os Q eventos de risco operacional definidas pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia (mencionamos na Introdução que foram definidas inicialmente 8 classificações de eventos de risco operacional);

$S_{j,l}$ é a perda agregada para um período fixado para cada j e l fixados.

Dessa forma, o modelo LDA consiste em atribuir distribuições de probabilidade a cada uma das $M \times Q$ seqüências de variáveis aleatórias $X_{i,j,l}$, $i = 1, \dots, N_{j,l}$ e para cada variável aleatória $N_{j,l}$. Após, para encontrar a distribuição de $S_{j,l}$, deve-se fazer a convolução entre as distribuições de $X_{i,j,l}$ e $N_{j,l}$. A convolução entre duas funções de densidade de probabilidade é definida por

$$g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(x - y)\tau(y)dy, \quad (12)$$

onde ω e τ são densidades de probabilidade e $g(x) = (\omega * \tau)(x)$ é a densidade de probabilidade obtida pela convolução entre ω e τ .

Como $N_{j,l}$ é variável aleatória discreta, a convolução é feita por métodos numéricos, sendo o mais utilizado o método de Monte Carlo.

Se $G_{j,l}$ é a função de distribuição acumulada de $S_{j,l}$ (obtida pela convolução das distribuições de frequência e severidade), então o VaR operacional ao nível de confiança α para cada linha de negócio j e evento de risco l será dado por

$$\text{VaR}(j, l, \alpha) = G_{j,l}^{-1}(\alpha). \quad (13)$$

E o valor de capital regulamentar pelo modelo LDA (K_{LDA}) seria dado por

$$K_{\text{LDA}} = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^Q \text{VaR}(j, l, \alpha). \quad (14)$$

Como visto na Introdução, muitos trabalhos aperfeiçoaram esta técnica, principalmente em discordância ao somatório do VaR de cada linha de negócio e evento de risco, sob o argumento da necessidade de modelar a dependência entre os eventos de risco e entre as linhas de negócio.

Contudo, o modelo AMA prevê ainda outros três elementos de risco operacional, dos quais a análise de cenários e os indicadores de risco operacional são os mais subjetivos e representam a maior fonte de assimetria de informação, visto serem elementos endógenos e que dependem dos tipos de processos e controles internos do banco, sendo de difícil supervisão pelo regulador.

A utilização do modelo AMA pelos bancos requer a aprovação do regulador local, que pode ou não validar o modelo desenvolvido internamente pelo banco. Se o modelo for aprovado, o banco passa a adotar o modelo AMA e abandona a utilização do modelo padronizado (BIA ou TSA).

3.2 Comportamento dos bancos frente à utilização do AMA

O contexto que levou à criação do AMA foi a necessidade de um método para cálculo de capital para risco operacional que utilizasse variáveis inerentes a esse tipo de risco, sem fazer uso de *proxies* como o *Gross Income*, utilizado nos modelos padronizados, tornando, assim, o capital mínimo mais sensível ao risco operacional. Este tipo de abordagem utilizando modelos internos já havia sido implantado para o risco de crédito por meio do modelo IRB (*Internal Ratings-Based Approach*), publicado pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia no documento BIS (2001).

Embora ambos sejam modelos internos por essência e utilizem variáveis de risco na sua metodologia, o AMA e o IRB diferem quanto à forma de utilização dessas variáveis. No IRB, as variáveis PD (*Probability of Default*) e LGD (*Loss Given Default*), seguem regras de mensuração impostas pelo regulador e são de uso de quase todas as Instituições Financeiras, pois se tratam de variáveis importantes para a gestão do risco de crédito. Além disso, a forma de utilização dessas variáveis no cálculo do capital é definido pelo regulador (o Comitê de Supervisão Bancária de Basileia adotou o modelo desenvolvido por Vasicek, 2002).

Já no modelo AMA, não existem variáveis definidas para risco operacional, apenas a ideia de que os elementos de mensuração do risco seriam perdas operacionais (tanto internas quanto as de outros bancos), indicadores de risco e análise de cenários. O fato é que existem premissas definidas para cada um desses elementos, mas não há uma regulamentação sobre eles, tampouco uma forma unificada de utilizar esses elementos no cálculo do capital regulamentar.

Isso faz com que o conceito da abordagem AMA se assemelhe bastante ao do Capital Econômico,⁶ que é o capital que a Instituição Financeira entende necessário para cobertura de seus riscos, ou seja, o capital que os acionistas do banco entendem que deve ser mantido.

Discussões sobre Capital Regulamentar e Capital Econômico já foram temas de diversos trabalhos que buscaram fazer comparações entre ambos, como no caso de Elizalde e Repullo (2007), que desenvolveram um modelo teórico para analisar a escolha ótima de capital econômico para risco de crédito por parte dos acionistas.

Como resultado, os autores chegam à conclusão de que existem diferenças entre as duas abordagens, porém, alguns elementos são comuns aos dois cálculos (PD e LGD), fazendo com que ambos sejam correlacionados.

A abordagem AMA prevê, na verdade, a utilização do Capital Econômico como Capital Regulamentar, uma vez que a mensuração dos elementos de risco operacional e a forma de utilização deles no cálculo do capital são desenvolvidos internamente pelo banco. Para analisar a eficiência dessa utilização do Capital Econômico para fazer às vezes do Capital Regulamentar, adaptaremos para o contexto de risco operacional o modelo proposto por Elizalde e Repullo (2007), que por sua vez tomou por base Suarez (1994).

Considere um banco que em cada período $t = 0, 1, 2, \dots$, em que esteja aberto, possui volume capital (próprios e de terceiros) normalizados igual a 1. O *funding* do banco é dado pelo capital próprio dos acionistas, $k_t \in [0, 1]$ e pelos depósitos $1 - k_t$. A taxa de remuneração dos depósitos c é menor que o custo de capital δ , ou seja, $c < \delta$ (do contrário não haveria incentivo para os bancos promoverem intermediação financeira, uma vez que o capital de terceiros seria mais caro que capital próprio).

⁶O capital econômico está inserido como exigência de Pilar II do Acordo de Basileia II e não Pilar I, ou seja, trata-se de um cálculo da adequação do capital regulamentar aos riscos incorridos pelo banco a ser reportado ao regulador por meio do ICAAP (*Internal Capital Adequacy Assessment Process*).

Em cada período t em que o banco está aberto, seus recursos são investidos em diversas operações (empréstimos, títulos, ações etc.), rendendo uma remuneração que consideraremos, para efeito de simplificação, constante igual a $r > c$ (a diferença entre eles é o *spread* bancário), que para efeitos de simplificação e de forma a trazer o enfoque para o risco operacional, r é livre de risco de crédito e de mercado.

Considere ainda $p_t \in [0, 1]$, a fração dos recursos do banco perdido em decorrência de eventos de risco operacional, $1 - p_t$ é a fração que não é perdida. Nesta abordagem, diferentemente do modelo de [Elizalde e Repullo \(2007\)](#), a distribuição de probabilidades de p_t não é conhecida para risco operacional, já para o risco de crédito, essa variável possui a distribuição demonstrada por [Vasicek \(2002\)](#) e validada pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia para utilização no IRB.

Além disso, no risco de crédito existe um estágio prévio à perda financeira, a inadimplência. No risco operacional, não há este estágio, portanto uma operação se converte em uma perda operacional sem nenhuma fase intermediária, ou seja, o *default* do risco operacional é a perda financeira propriamente dita.

Assim, o valor total dos recursos do banco ao final do período t é dado por

$$a_t = (1 - p_t)(1 + r). \quad (15)$$

O banco remunera os depositantes pelo montante $(1 - k_t)(1 + c)$, logo o capital próprio ao final do período t é dado por

$$k'_t = a_t - (1 - k_t)(1 + c) = k_t + r - (1 - k_t)c - (1 + r)p_t. \quad (16)$$

Considere a variável $I_t \in \{0, 1\}$ que indica se o banco está aberto ($I_t = 1$) ou se o banco foi levado à falência ($I_t = 0$) no início do período t .

Seja $V(I_t)$ função valor desse problema. Temos então que valor $V(0)$ de um banco que foi levado à falência é zero, enquanto o valor $V(1)$ é o *franchise value*⁷ no período t de um banco que está aberto, que simplesmente denotaremos por V .

Conforme descrito em [Suarez \(1994\)](#) e utilizado em [Elizalde e Repullo \(2007\)](#), a função $h: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}$ especifica o valor de capital k'_t pelo qual o banco que está aberto no início do período t estará fechado ao final do mesmo período, conforme abaixo:

$$I_{t+1} = I_t h(k'_t). \quad (17)$$

Note que $I_t = 0$ implica $I_{t+1} = 0$, ou seja, um banco que foi levado à falência não pode ser reaberto.

Dessa forma, os autores nos trazem 2 modelos de quebra de banco que utilizaremos nessa análise:

- 1) O aporte de capital necessário para o banco supera o *franchise value*: $k'_t + V < 0$.
Formalmente,

$$h(k'_t) = \begin{cases} 0, & \text{se } k'_t + V < 0, \\ 1, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (18)$$

⁷*Franchise Value* (valor de franquia) é um conceito de *Valuation* que determina o valor da empresa, neste caso, da Instituição Financeira, dado pelo valor presente dos fluxos de caixa futuros.

2) O banco necessita de aporte de capital: $k'_t < 0$. Formalmente,

$$h(k'_t) = \begin{cases} 0, & \text{se } k'_t < 0, \\ 1, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (19)$$

No modelo 1, os acionistas possuem a opção de aportarem capital no caso do valor das perdas operacionais superarem o capital, desde que não superem o *Franchise Value*. Essa modelagem é bem intuitiva e diz que, se o valor que os acionistas tiverem que injetar no banco for maior do que ele vale, então decidem não aportar e o banco vai à falência.

Já no modelo 2, não existe a possibilidade de aporte de capital, caso as perdas superem o capital inicial, o banco vai à falência.

Embora o modelo 1 seja mais condizente com a realidade do mercado, pois não é raro acionistas aportarem capital, o modelo 2 é mais conservador e mais aderente ao risco operacional, visto que neste tipo de risco uma ocorrência de fraude ou desastre da natureza pode levar o banco diretamente à falência.

Para o modelo 1, o problema de otimização a ser resolvido pelo banco é:

$$\max_{k'_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{1+\delta} \right)^t \varphi(I_t, k_t, k'_t) \right] \quad \text{s.a.} \quad \begin{cases} I_{t+1} = I_t h(k'_t), & t = 0, 1, 2, \dots \\ I_0 = 1, \end{cases} \quad (20)$$

onde

$$\varphi(I_t, k_t, k'_t) \equiv \begin{cases} \frac{1}{1+\delta} (\max \{k'_t + V(I_t), 0\} - V(I_{t+1})) - k_t, & \text{se } I_t = 1, \\ 0, & \text{se } I_t = 0, \end{cases} \quad (21)$$

e $h(k'_t)$ é o da equação (18).

O problema acima caracteriza a intenção do banco de maximizar seu ganho de capital (com lucros já materializados e descontados dos dividendos dos acionistas).

A equação de Bellman que caracteriza a solução do problema de maximização acima é dada por⁸

$$V = \max_{k'_t \in [0,1]} \left\{ -k_t + \frac{1}{1+\delta} \mathbb{E} [\max \{k'_t + V, 0\}] \right\}. \quad (22)$$

A função objetivo do problema representa a diferença entre a expectativa de *payoff* — adicionado ao *franchise value* na condição de que o banco esteja aberto — descontado do custo do capital e o capital no início do período t (por isso o sinal negativo para k_t).

Usando a definição de k'_t teremos $k'_t + V \geq 0 \Leftrightarrow p_t \leq p(k_t)$, onde

$$p(k_t) = \frac{k_t + r - (1 - k_t)c + V}{1 + r}. \quad (23)$$

Podemos então reescrever a equação de Bellman como

$$V = \max_{k'_t \in [0,1]} \left\{ -k_t + \frac{1}{1+\delta} \int_0^{p(k_t)} [k_t + r - (1 - k_t)c - (1 + r)p_t + V] dF(p_t) \right\}, \quad (24)$$

onde F é a função de distribuição acumulada de p_t .

⁸A demonstração pode ser vista no Apêndice.

Seguindo os passos de [Elizalde e Repullo \(2007\)](#), ao derivar a função objetivo com relação a k_t e usando $c < \delta$, temos:

$$-1 + \frac{1}{1 + \delta} \int_0^{p(k_t)} (1 + c) dF(p_t) \leq -1 + \frac{1 + c}{1 + \delta} = \frac{c - \delta}{1 + \delta} < 0. \quad (25)$$

Como a função objetivo é decrescente em k_t , o máximo é alcançado quando $k_t = 0$ e, portanto, os acionistas escolherão capital econômico igual a zero. A intuição é simples: os acionistas não possuem incentivos a aportarem capital *ex ante*, quando há margem para aporte de capital antes do banco quebrar.

Portanto, pelo modelo 1 o banco possui incentivos a subestimar o capital para risco operacional. Vejamos o que acontece com o modelo 2.

No modelo 2, o problema de maximização do banco é dado por

$$\max_{k_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{1 + \delta} \right)^t \varphi(I_t, k_t, k'_t) \right] \quad \text{s.a.} \quad \begin{cases} I_{t+1} = I_t h(k'_t), & t = 1, 2, \dots, \\ I_0 = 1, \end{cases} \quad (26)$$

onde

$$\varphi(I_t, k_t, k'_t) \equiv \begin{cases} \frac{1}{1 + \delta} \max \{k'_t, 0\} - k_t, & \text{se } I_t = 1, \\ 0, & \text{se } I_t = 0, \end{cases} \quad (27)$$

e $h(k'_t)$ é o da equação (19).

A equação de Bellman que caracteriza a solução para o problema de maximização do banco no modelo 2 é dada por⁹

$$V = \max_{k_t \in [0,1]} \left\{ -k_t + \frac{1}{1 + \delta} [\mathbb{E}(\max \{k'_t, 0\}) + \Pr(k'_t \geq 0)V] \right\}. \quad (28)$$

A interpretação da função objetivo é similar ao modelo 1, a diferença é que o valor esperado está separado entre o *payoff* e o *franchise value*, visto a nova condição de quebra do banco.

Usando a definição de k'_t teremos $k'_t \geq 0 \Leftrightarrow p_t \leq p(k_t)$, onde

$$p(k_t) = \frac{k_t + r - (1 - k_t)c}{1 + r}. \quad (29)$$

Podemos então, utilizando (29), reescrever a equação de Bellman como

$$V = \max_{k_t \in [0,1]} \left[-k_t + \frac{1}{1 + \delta} \left(\int_0^{p(k_t)} [k_t + r + (1 - k_t)c - (1 + r)p_t] dF(p_t) + F(p(k_t))V \right) \right] \quad (30)$$

Proposição 1. *A integral da equação (30) pode ser escrita como*

$$\int_0^{p(k_t)} [k_t + r + (1 - k_t)c - (1 + r)p_t] dF(p_t) = (1 + r) \int_0^{p(k_t)} F(p_t) dp_t. \quad (31)$$

⁹Ver a demonstração no [Apêndice](#).

A demonstração encontra-se no [Apêndice](#).

Substituindo (31) em (30), a equação de Bellman fica:

$$V = \max_{k_t \in [0,1]} \left[-k_t + \frac{1}{1+\delta} \left((1+r) \int_0^{p(k_t)} F(p_t) dp_t + F(p(k_t))V \right) \right]. \quad (32)$$

Como todos os termos são contemporâneos, chamemos a função objetivo de $G(k, V)$ (ver [Elizalde & Repullo, 2007](#)). Então temos que

$$G(k, V) = -k + \frac{1}{1+\delta} \left((1+r) \int_0^{p(k)} F(p) dp + F(p(k))V \right), \quad (33)$$

$$\frac{\partial G(k, V)}{\partial k} = -1 + \frac{1+c}{1+\delta} \left[F(p(k)) + \frac{f(p(k))V}{(1+r)} \right], \quad (34)$$

$$\frac{\partial^2 G(k, V)}{\partial k^2} = \frac{(1+c)^2}{(1+\delta)(1+r)} \left[f(p(k)) + \frac{f'(p(k))V}{(1+r)} \right], \quad (35)$$

onde f é a função densidade de probabilidade de p e f' é sua derivada. Como podemos ver, $G(k, V)$ não é necessariamente côncava, portanto pode ter soluções interiores ou soluções de canto.

Primeiramente, assim como em [Elizalde e Repullo \(2007\)](#), suponha que exista solução interior (após analisarmos a hipótese de solução de canto), então temos a seguinte proposição:

Proposição 2. *Se existe solução interior, caracterizada pelas condições de primeira e segunda ordem ($\frac{\partial G}{\partial k} = 0$ e $\frac{\partial^2 G}{\partial k^2} < 0$, respectivamente), então*

$$\frac{\partial k^*}{\partial \delta} = - \left(\frac{\partial^2 G}{\partial k^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial k \partial \delta} + \frac{\partial^2 G}{\partial k \partial V} \frac{\partial V}{\partial \delta} \right) < 0. \quad (36)$$

A demonstração encontra-se no [Apêndice](#).

A equação (36) mostra que o capital econômico para risco operacional é sempre função decrescente do custo de capital, o que indica que os acionistas do banco possuem incentivos a escolher níveis baixos de capital econômico dependendo do custo do capital.

Proposição 3. *Se existe solução de canto $k^* \in \{0, 1\}$ e a função de densidade de probabilidade de p é uma função f contínua em toda a reta, então a solução é $k^* = 0$.*

A demonstração encontra-se no [Apêndice](#).

Vimos então que, tanto no modelo 1 quanto no modelo 2, tomar o capital econômico como capital regulamentar tende a levar o capital mínimo dos bancos a níveis subestimados, portanto, os bancos possuem incentivos a subestimar o capital para risco operacional ao utilizarem modelo internos (AMA).

No modelo 2, especificamente, somente no caso em que o problema de maximização possui solução de canto e p possui função de densidade com alguma descontinuidade na reta é que não podemos afirmar que o banco tenderá a subestimar seu capital. Isso significa que em quase todos os casos estudados nesta seção os bancos subestimarão o cálculo de capital para risco operacional de forma a maximizar seu resultado.

Na próxima seção, serão estudadas as interações entre o regulador e os bancos na candidatura do banco à utilização do modelo AMA. Como visto nesta seção, os bancos possuem incentivos a subestimar seu capital para risco operacional, porém, não podemos afirmar que todos os bancos o farão, somente aqueles que tiverem incentivo a fazê-lo, por isso dividimos os bancos em 2 classes: os que subestimarão o capital e os que calcularão o capital pelo AMA de acordo com seu nível exato de risco, o primeiro com probabilidade $1 - \theta$ e o segundo com probabilidade θ . Não é razoável imaginar que um banco poderia ser de um terceiro tipo, que superestimar seu capital pelo AMA.

Como vimos, somente em um único caso (modelo 2, quando o problema do banco possui solução de canto e que as perdas operacionais possuem densidade descontínua na reta) não podemos afirmar que os bancos terão incentivos para subestimar seu capital, por isso, de forma conservadora, consideramos que a probabilidade do banco subestimar seu capital é maior que a probabilidade de não subestimar, ou seja, $\theta < 1/2$.

Na verdade, como em todos os demais casos os bancos possuem incentivo a subestimar o seu capital, é razoável supor que θ seja bem menor que $1/2$, mas como não faz parte do escopo deste trabalho estimar seu valor, suporemos apenas que seja menor que $1/2$. Em trabalhos futuros pode-se adotar modelos empíricos para estimar este coeficiente.

4. Interações estratégicas entre o Regulador e o Banco

Considere que o cálculo de capital regulamentar seja feito pelos bancos pelos modelos padronizados vistos na [seção 2](#) (e com isso o capital regulamentar seja superior ao seu risco operacional, visto que se o regulador não conhece o risco do banco ele tende a majorar o requerimento de capital) e que o regulador deseja implementar o requerimento de capital via modelos internos (AMA). O fato do risco operacional ser conhecido pelo banco, mas não ser conhecido pelo regulador gera uma assimetria de informação que faz com que possamos representar as interações entre o regulador e o banco como um jogo sequencial de informação assimétrica e, por sua vez, incompleta, semelhante ao Jogo da Contratação desenvolvido em [Fiani \(2009\)](#).

Dessa forma, nessa modelagem, os bancos podem ser de dois tipos: confiável (BC) com probabilidade θ e não-confiável (BNC) com probabilidade $1 - \theta$. Se o banco for confiável, vai calcular o capital mínimo por modelo interno de forma que o valor do capital regulamentar seja igual ao seu risco operacional. Se o banco não for confiável, vai se aproveitar da utilização do modelo interno para subestimar o capital regulamentar, ou seja, vai calcular o capital de forma que seja inferior ao seu risco operacional.

Apenas o banco conhece seu tipo, pois somente ele conhece seu risco operacional. Seja qual for o tipo do banco, ele possui duas ações possíveis: se candidatar ou não se candidatar à utilização do modelo interno (AMA). Se o banco decidir não se candidatar, nada acontece e nenhum dos dois jogadores perde ou ganha nada. Por outro lado, se o banco decidir se candidatar, o regulador decidirá qual de suas duas estratégias adotar: validar ou não validar o modelo apresentado pelo banco.

Caso o regulador decida não validar o modelo do banco, nada acontece e o banco incorre em um custo $\varepsilon > 0$ correspondente ao valor dispendido com aquisição de ferramentas tecnológicas e outros requisitos exigidos pelo regulador para a candidatura ao modelo interno. Já se o regulador validar o modelo apresentado pelo banco, este terá um ganho de:

$\Delta\varphi$, se for um banco confiável, referente ao ganho na função definida nas equações (21) e (27) (não faremos distinção entre as duas para este modelo) que irá obter passando a calcular o capital regulamentar equivalente ao seu risco e;

$\Delta\varphi_{\max}$, se for um banco não-confiável, referente ao ganho obtido com a maximização definida nas equações (20) e (26) (não faremos distinção entre os dois problemas de maximização), ou seja, irá calcular capital regulamentar inferior ao seu risco.

A recompensa do regulador, em caso de validação do modelo, será de:

u se o banco for confiável, representando sua utilidade com o ganho que o banco irá obter eliminando o excesso de requerimento de capital e;

$-u$ se o banco for não-confiável, representando a desutilidade do regulador com a insuficiência de capital do banco que passará a calcular capital inferior ao seu risco operacional.

Ou seja, para o regulador é importante que o banco elimine excesso de capital, pois aumenta a margem de alavancagem do banco, fazendo com que obtenha um aumento nos seus lucros e ao mesmo tempo propiciando uma expansão da intermediação financeira no mercado, tudo isso sem comprometer o solvência do banco. Assim, se o regulador valida a utilização do AMA por um banco confiável, obtém um ganho na sua utilidade e caso não valide seu *payoff* será zero, representando que não houve ganho com a estratégia.

Não obstante, se o banco for do tipo não confiável, ele irá calcular capital pelo AMA em um nível inferior ao seu risco, possibilitando a insolvência do banco em caso de materialização de um risco operacional severo, além de possibilitar a insolvência do sistema por contágio do prejuízo causado pela insolvência do banco em relação às demais instituições financeiras do mercado. Por isso, se o regulador valida a utilização do AMA por um banco não confiável, terá uma perda de utilidade. Essa abordagem da preocupação do regulador tanto com a melhoria de resultado do banco quanto com a manutenção de sua solvência pode ser visto em [Zhu \(2008\)](#).

Para resolvermos então esse jogo sequencial de informação incompleta, fazemos uso da solução de Harsanyi ([Fiani, 2009](#)), que contempla os seguintes passos:

- Transformar o jogo de informação incompleta em jogo de informação imperfeita, em que a natureza é colocada como um jogador não estratégico que joga definindo um dos tipos de banco; e
- Encontrar o Equilíbrio Perfeito Bayesiano do jogo.

As recompensas e estratégias do jogo podem ser representadas na [Figura 2](#), onde q é a probabilidade que o regulador atribui de que esteja no nó superior de seu conjunto de informação, ou seja, a probabilidade condicional de que o banco seja confiável, condicional à estratégia do banco de se candidatar ao modelo AMA,

$$q = \Pr(BC|C). \quad (37)$$

Vamos calcular os Equilíbrios Perfeitos Bayesianos (EPB) desse jogo utilizando o método *Backwards Induction*, ou seja, comecemos pelo último nó de decisão, no caso, o conjunto de informação com dois nós em que o regulador toma sua decisão.

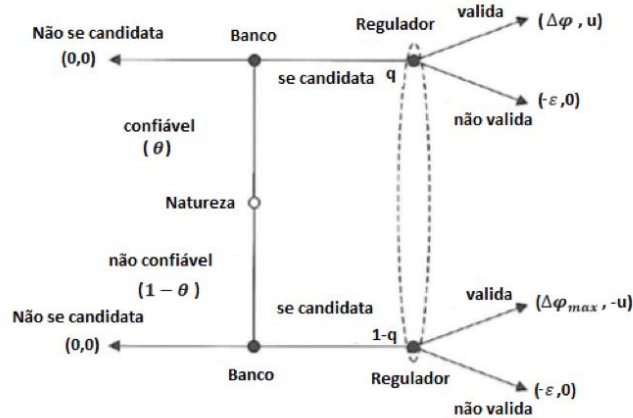


Figura 2. Representação do jogo entre o regulador e o banco — adaptado de Fiani (2009).

O regulador irá validar o modelo do banco se o *payoff* esperado com esta estratégia for maior do que aquele obtido com a estratégia de não validar, ou seja,

$$\begin{aligned}
 uq + (-u)(1 - q) &\geq 0 \\
 \implies uq - u + uq &\geq 0 \\
 \implies q &\geq \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Voltemos agora um nó para analisar as estratégias do banco, abreviadas em NC (não se candidata) e C (candidata-se). Assim, podemos analisar quatro casos com estratégias puras:

- 1) O banco joga (NC, C);
- 2) O banco joga (C, NC);
- 3) O banco joga (C, C); e
- 4) O banco joga (NC, NC).

Caso 1 O banco joga (NC, C): Neste caso somente os bancos BNC se candidatam. Diante de uma candidatura, o regulador sabe que se trata de um banco não confiável, portanto $q = \Pr(BC|C) = 0$ e com isso o regulador irá jogar NV (não valida). Se isso ocorrer, o banco BNC desviará sua estratégia para NC e então não temos um EPB com a estratégia (NC, C).

Caso 2 O banco joga (C, NC): Neste caso, somente bancos BC se candidatam. Diante de uma candidatura, o regulador sabe que se trata de um banco confiável, portanto, $q = \Pr(BC|C) = 1$ e com isso o regulador irá jogar V (valida). Se isso ocorrer, o banco BNC irá desviar sua estratégia para C. Logo, não temos um EPB para a estratégia (C, NC).

Caso 3 O banco joga (C, C): Neste caso, ambos os tipos de banco se candidatarão ao AMA e o fato de estar recebendo uma candidatura não é informativo para o regulador, então $q = \Pr(BC|C) = \Pr(BC) = \theta$.

Como vimos na [seção 3](#), $\theta < 1/2$, então $q = \theta < 1/2$ e o regulador joga NV. Nesse caso, ambos os tipos de banco desviarão sua estratégia para NC, logo não temos um EPB com a estratégia (C, C). Repare que, se não tivesse sido definido θ na seção anterior, teríamos que abrir em casos, o que poderia levar a um EPB, descartado pela restrição $q = \theta < 1/2$. No [Apêndice](#) detalhamos o caso acima se tivéssemos $\theta \geq 1/2$.

Caso 4 O banco joga (NC, NC): Neste caso, como o regulador nunca recebe uma candidatura, qualquer crença é racionalizável. Em particular, crenças com $q < 1/2$ são racionalizáveis. Neste caso, o regulador joga NV e o banco não tem incentivos a se desviar da estratégia NC, portanto, temos um EPB com a estratégia (NC, NC).

O Equilíbrio Perfeito Bayesiano desse jogo pode ser escrito como

$$\text{EPB} = \left((\text{NC}, \text{NC}); \text{NV}; q < \frac{1}{2}; \theta < \frac{1}{2} \right). \quad (38)$$

O equilíbrio encontrado na equação (38) mostra que a assimetria de informação entre o banco e o regulador é forte o suficiente para fazer nenhuma candidatura ao AMA seja oferecida e nem validada.

Este equilíbrio não é uma estratégia eficiente, visto que tanto o regulador quanto o banco permanecem com *payoffs* zerados, ou seja, não houve ganho nenhum para ambos. Uma estratégia mais interessante seria se o Caso 2 fosse um equilíbrio, então o regulador validaria a candidatura dos bancos confiáveis e os bancos não-confiáveis não se candidatariam, obtendo um ganho máximo para o regulador e maior para os bancos, uma vez que os bancos confiáveis teriam ganho e os não-confiáveis permaneceriam iguais.

Para que a situação descrita acima se tornasse um equilíbrio, seria necessário que o regulador conseguisse identificar quais são os bancos confiáveis e não-confiáveis, ou seja, se a assimetria de informação fosse reduzida o suficiente para isso.

5. Conclusão

A utilização do modelo de [Elizalde e Repullo \(2007\)](#), ajustado para o risco operacional, possibilitou identificarmos que os bancos possuem incentivos para subestimar seu capital regulamentar (caso utilizem modelos internos) e, com isso, considerarmos uma probabilidade maior do banco subestimar o seu capital. Isso fez com chegássemos a apenas um Equilíbrio Perfeito Bayesiano no jogo entre o regulador e o banco para a candidatura ao AMA, equilíbrio alcançado quando todos permanecem nos modelos padronizados. Como os modelos padronizados não possuem sensibilidade ao risco e, por isso, tendem a ser superestimados, o equilíbrio alcançado não é eficiente, pois o equilíbrio do tipo separador, em que os bancos que subestimam seu capital continuassem no modelo padronizado e os demais pudessem adotar o AMA, proporcionaria um equilíbrio melhor para o regulador e para os bancos.

Contudo, para atingir um equilíbrio desse tipo, seria necessária a criação de mecanismos para reduzir a assimetria de informação ou elaborar uma forma de sinalização dos bancos para que o regulador pudesse identificar o tipo de banco que está jogando.

Além disso, mesmo atingindo o equilíbrio separador mencionado, é necessário reduzir o incentivo que o banco possui em subestimar seu capital. Isso pode ser feito criando incentivos para os bancos revelarem a verdade, como, por exemplo, o estabelecimento de obrigatoriedade dos bancos contratarem seguros para risco operacional, em que a seguradora

terá mais acesso aos processos e controles do banco, por ser a atividade fim da seguradora, bem como por existirem diversas seguradoras que terão uma capilaridade maior do que a do regulador para supervisionarem *in loco* as operações do banco.

Uma outra alternativa, sugerida por Peters et al. (2016), é a de criação de um modelo híbrido, ou seja, um modelo interno-padronizado ou um AMA padronizado, próximo ao que já é feito no risco de crédito com o modelo IRB. Para isso, também é necessário reduzir a assimetria de informação e criar um modelo capaz de quantificar de forma única os diferentes perfis e os diversos tipos de processos internos dos bancos, não se limitando apenas ao cálculo do VaR de maneira padronizada, devendo haver uma forma de padronizar a quantificação dos demais elementos do AMA.

O fato é que podemos dizer que o AMA, em seu formato atual em que o banco escolhe livremente como mensurar o seu risco, leva a um equilíbrio ineficiente.

Referências bibliográficas

- BIS – Bank for International Settlements. (2001, janeiro). *The internal ratings-based approach* (Consultative Document). Basel Committee on Banking Supervision. <https://www.bis.org/publ/bcbsca05.pdf>
- BIS – Bank for International Settlements. (2011, junho). *Operational risk: Supervisory guidelines for advanced measurement approaches* (Consultative Document). Basel Committee on Banking Supervision. <https://www.bis.org/publ/bcbs196.htm>
- BIS – Bank for International Settlements. (2014, janeiro). *Operational risk: Revisions to the simpler approaches* (Consultative Document). Basel Committee on Banking Supervision. <https://www.bis.org/publ/bcbs291.htm>
- BIS – Bank for International Settlements. (2016, março). *Operational risk: Revisions to the simpler approaches* (Consultative Document). Basel Committee on Banking Supervision. <https://www.bis.org/bcbs/publ/d355.htm>
- Crouhy, M., Galai, D., & Mark, R. (2004). Insuring versus self-insuring operational risk: Viewpoints of depositors and shareholders. *Journal of Derivatives*, 12(2), 51–55. <http://dx.doi.org/10.3905/jod.2004.450968>
- Cruz, M. G. (2002). *Modeling, measuring and hedging operational risk*. Chichester: Wiley.
- Elizalde, A., & Repullo, R. (2007). Economic and regulatory capital in banking: What is the difference? *International Journal of Central Banking*, 3(3), 87–117. <https://www.ijcb.org/journal/ijcb07q3a3.pdf>
- Embrechts, P., Furrer, H., & Kaufmann, R. (2003). Quantifying regulatory capital for operational risk. *Derivatives Use, Trading and Regulation*, 9(3), 217–233.
- Fiani, R. (2009). *Teoria dos jogos: Com aplicações em economia, administração e ciências sociais* (3ª ed.). Editora Campus.
- Frachot, A., Georges, P., & Roncalli, T. (2001, março). *Loss distribution approach for operational risk*. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1032523>
- Giacometti, R. (2008). *Aggregation issues in operational risk* (Diss). School of Economics and Business Administration, University of Bergamo.
- Gourier, E., Farkas, W., & Abbate, D. (2009). Operational risk quantification using extreme value theory and copulas: From theory to practice. *Journal of Operational Risk*, 4(3), 3–26. <http://dx.doi.org/10.21314/JOP.2009.064>

- Mendonça, H. F. d., Galvao, D. J. C., & Loures, R. F. V. (2008). Risco operacional nas instituições financeiras: Contratar seguro ou auto-segurar-se? *Revista Economia*, 2(9), 309–326. http://www.anpec.org.br/revista/vol9/vol9n2p309_326.pdf
- Panjer, H. H. (2006). *Operational risk: Modeling analytics*. John Wiley & Sons.
- Peters, G. W., Shevchenko, P. V., Hassani, B., & Chapelle, A. (2016). Should the advanced measurement approach be replaced with the standardized measurement approach for operational risk? *Journal of Operational Risk*, 11(3), 1–49. <http://dx.doi.org/10.21314/JOP.2016.177>
- Ryan, D., Serbee, D., Venkat, S., & Meyer, A. (2014, novembro). *Operational risk capital: Nowhere to hide* (Regulatory brief). PricewaterhouseCoopers. <https://corpgov.law.harvard.edu/2014/11/22/operational-risk-capital-nowhere-to-hide/> (A publication of PwC's Financial Services regulatory practice)
- Suarez, J. (1994, novembro). *Closure rules, market power and risk-taking in a dynamic model of bank behaviour* (Discussion Paper N° 196). LSE Financial Markets Group. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.432.518&rep=rep1&type=pdf>
- Vasicek, O. (2002). The distribution of loan portfolio value. *Risk*, 15(12), 160–162.
- Zhu, H. (2008). Capital regulation and banks' financial decisions. *International Journal of Central Banking*, 4(1). <https://www.ijcb.org/journal/ijcb08q1a5.htm>

Apêndice. Demonstrações

Prova da eq. (22)

A equação de Bellman que caracteriza a solução do problema de maximização definido na equação (20) é dada por

$$V(I_t) = \max_{k_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left[\varphi(I_t, k_t, k'_t) + \left(\frac{1}{1+\delta} \right) V(I_{t+1}) \middle| I_t = 1 \right].$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} V(I_t) &= \max_{k_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left[\left(\frac{1}{1+\delta} (\max \{k'_t + V(I_t), 0\} - V(I_{t+1})) - k_t \right) + \frac{1}{1+\delta} V(I_{t+1}) \middle| I_t = 1 \right] \\ &= \max_{k_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left(\frac{1}{1+\delta} \max \{k'_t + V(I_t), 0\} - \frac{1}{1+\delta} V(I_{t+1}) - k_t + \frac{1}{1+\delta} V(I_{t+1}) \middle| I_t = 1 \right) \\ &= \max_{k_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left(-k_t + \frac{1}{1+\delta} (\max \{k'_t + V(I_t), 0\}) \middle| I_t = 1 \right). \end{aligned}$$

Portanto,

$$V = \max_{k_t \in [0,1]} \left[-k_t + \frac{1}{1+\delta} \mathbb{E}(\max \{k'_t + V, 0\}) \right]. \quad \square$$

Prova da eq. (28)

A equação de Bellman que caracteriza a solução do problema de maximização definido na equação (26) é dada por

$$V(I_t) = \max_{k_t \in [0,1]} \mathbb{E} \left[\varphi(I_t, k_t, k'_t) + \left(\frac{1}{1+\delta} \right) V(I_{t+1}) \middle| I_t = 1 \right].$$

Ou seja,

$$V = \max_{k_t \in [0,1]} \left\{ -k_t + \frac{1}{1+\delta} [\mathbb{E}(\max \{k'_t, 0\}) + \mathbb{E}(V(I_{t+1}) | I_t = 1)] \right\}. \quad (\text{A-1})$$

Como temos que

$$\mathbb{E}(V(I_{t+1})|I_t = 1) = \Pr(I_{t+1} = 1|I_t = 1)V = \Pr(k'_t \geq 0)V, \quad (\text{A-2})$$

podemos substituir (A-1) em (A-2) e reescrever a equação de Bellman como

$$V = \max_{k_t \in [0,1]} \left\{ -k_t + \frac{1}{1+\delta} \left[\mathbb{E}(\max\{k'_t, 0\}) + \Pr(k'_t \geq 0)V \right] \right\}. \quad \square$$

Prova da Proposição 1

Usando integração por partes, façamos

$$u = [k_t + r + (1 - k_t)c - (1 + r)p_t] \implies du = -(1 + r) dp_t,$$

$$dv = dF(p_t) \implies v = F(p_t),$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{p(k_t)} [k_t + r + (1 - k_t)c - (1 + r)p_t] dF(p_t) \\ &= [k_t + r + (1 - k_t)c - (1 + r)p_t] F(p_t) \Big|_0^{p(k_t)} + (1 + r) \int_0^{p(k_t)} F(p_t) dp_t \\ &= (1 + r) \int_0^{p(k_t)} F(p_t) dp_t. \end{aligned} \quad \square$$

Prova da proposição 2

Calculando a derivada total de $\frac{\partial G}{\partial k}$ em relação a δ temos:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial k^2} \frac{\partial k}{\partial \delta} + \frac{\partial^2 G}{\partial k \partial \delta} + \frac{\partial^2 G}{\partial k \partial V} \frac{\partial V}{\partial \delta} = 0 \implies \frac{\partial k^*}{\partial x} = - \left(\frac{\partial^2 G}{\partial k^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial k \partial x} + \frac{\partial^2 G}{\partial k \partial V} \frac{\partial V}{\partial x} \right),$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial k \partial V} = \frac{(1 + c)f(p(k))}{(1 + \delta)(1 + r)} > 0,$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial k \partial \delta} = \frac{-1 + c}{(1 + \delta)^2} \left[F(p(k)) + \frac{f(p(k))V}{(1 + r)} \right] < 0.$$

Usando o Teorema do Envelope na equação (32), temos:

$$\frac{\partial V}{\partial \delta} = \frac{-1}{(1 + \delta)^2} \left[(1 + r) \int_0^{p(k)} F(p) dp + F(p(k))V \right] + \frac{1}{1 + \delta} F(p(k)) \frac{\partial V}{\partial \delta},$$

$$\frac{\partial V}{\partial \delta} - \frac{1}{1 + \delta} F(p(k)) \frac{\partial V}{\partial \delta} = \frac{-1}{(1 + \delta)^2} \left[(1 + r) \int_0^{p(k)} F(p) dp + F(p(k))V \right],$$

$$\frac{\partial V}{\partial \delta} \left[1 - \frac{F(p(k))}{(1 + \delta)} \right] = \frac{-1}{(1 + \delta)^2} \left[(1 + r) \int_0^{p(k)} F(p) dp + F(p(k))V \right],$$

$$\frac{\partial V}{\partial \delta} = \frac{-1}{(1 + \delta)^2} \left[1 - \frac{F(p(k))}{(1 + \delta)} \right]^{-1} \left[(1 + r) \int_0^{p(k)} F(p) dp + F(p(k))V \right] < 0.$$

Portanto,

$$\frac{\partial k^*}{\partial \delta} = - \left(\frac{\partial^2 G}{\partial k^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial k \partial \delta} + \frac{\partial^2 G}{\partial k \partial V} \frac{\partial V}{\partial \delta} \right) < 0. \quad \square$$

Prova da proposição 3

Suponha agora que exista solução de canto, ou seja, $k^* \in \{0, 1\}$. Se $k^* = 1$, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(1, V)}{\partial k} &= -1 + \frac{1+c}{1+\delta} \left[F(p(1)) + \frac{f(p(1))V}{(1+r)} \right] \\ &= -1 + \frac{1+c}{1+\delta} \left[F(1) + \frac{f(1)V}{(1+r)} \right] \\ &= -1 + \frac{1+c}{1+\delta} \left[1 + \frac{f(1)V}{(1+r)} \right]. \end{aligned}$$

Como f é função densidade, $p(1) = 1$ é o ponto onde a probabilidade acumula a totalidade de sua massa e f é contínua, o valor $f(p(1)) = f(1)$ será zero, pois a área de f no intervalo $[1, 1 + \varepsilon]$ é zero $\forall \varepsilon > 0$.

Então,

$$\frac{\partial G(1, V)}{\partial k} = -1 + \frac{1+c}{1+\delta} = \frac{c-\delta}{1+\delta} < 0.$$

Isso representa uma contradição com o fato de $k^* = 1$ ser solução, pois se é solução de canto do extremo direito do intervalo, então G é estritamente crescente na vizinhança de $k^* = 1$, portanto sua derivada nesse ponto é positiva.

Logo, se existe solução de canto e não é $k^* = 1$, então a solução é $k^* = 0$. \square

Caso 3 da seção 4 se tivéssemos $\theta \geq 1/2$

Nesta configuração o banco joga (C, C): Neste caso, ambos os tipos de banco se candidatarão ao AMA e o fato de estar recebendo uma candidatura não é informativo para o regulador, então $q = \Pr(BC|C) = \Pr(BC) = \theta$.

Como $\theta \geq 1/2$, então $q = \theta \geq 1/2$ e o regulador joga V. Nesse caso, ambos os tipos de banco não possuem incentivos para desviarem sua estratégia, logo temos um EPB com a estratégia (C, C) em que os bancos se candidatam ao AMA e o regulador valida o modelo.