

# COMPORTAMENTO EM COMPRESSÃO DE ARGAMASSAS REFORÇADAS COM FIBRAS NATURAIS

## II. CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO ANALÍTICA E RELAÇÃO CONSTITUTIVA DE COMPRESSÃO

Romildo Dias Toledo Filho<sup>1</sup>, George Leslie England<sup>2</sup> e Khosrow Ghavami<sup>3</sup>

### RESUMO

Esta é a segunda parte de um artigo dividido em duas partes que visa avaliar, analítica e experimentalmente, o comportamento em compressão de argamassas reforçadas com fibras naturais. No presente artigo são apresentadas relações analíticas para prever a completa curva tensão-deformação de argamassas reforçadas com fibras naturais, bem como propriedades-chave, tais como a resistência à compressão e o módulo de elasticidade, em função dos parâmetros de reforço das fibras e das propriedades da matriz. Uma relação constitutiva entre o módulo de elasticidade e a resistência à compressão é proposta para os compósitos reforçados com fibras naturais, com base na relação empírica proposta para o concreto simples. A precisão da expressão analítica usada para prever a completa curva tensão-deformação dos compósitos de argamassa reforçada com fibras naturais, foi verificada comparando-se curvas tensão-deformação experimentais com as previstas pelo modelo. Valores do módulo de elasticidade dos compósitos obtidos com base na relação constitutiva proposta foram comparados com os valores experimentais. Os resultados indicaram que tanto a expressão analítica quanto a lei constitutiva apresentaram boa correlação com os dados experimentais.

**Palavras-chave:** materiais compósitos, fibras de sisal, fibras de coco, curva tensão-deformação analítica, relação constitutiva de compressão

## COMPRESSIVE BEHAVIOUR OF NATURAL FIBRE REINFORCED MORTAR COMPOSITES

## II. ANALYTICAL STRESS-DEFORMATION CURVE AND COMPRESSIVE CONSTITUTIVE RELATIONSHIP

### ABSTRACT

This is the second part of a two-part paper providing an experimental and analytical evaluation of the influence of natural fibres on the axial compressive behaviour of cement mortar matrices. This paper presents an analytical relationship to predict the stress-strain curve of the fibre reinforced mortar and other key properties, such as compressive strength and elastic modulus, in terms of the fibre reinforcing parameters and the properties of the matrix. A compressive constitutive relationship between elastic modulus and compressive strength is proposed for the natural fibre reinforced mortar composites. The accuracy of the analytical equation used to predict the stress-strain curves of the natural fibre

<sup>1</sup> Professor Doutor do Departamento de Engenharia Agrícola da Universidade Federal da Paraíba. Av. Aprígio Veloso 882, Bodocongó, Campina Grande, PB, CEP: 58109-700. e-mail: romildo@deag.ufpb.br; Tel: (083)310-1312; FAX: (083)310-1184.

<sup>2</sup> Professor Doutor do Departamento de Engenharia Civil do Imperial College of Science Technology and Medicine, Imperial College Road, SW7 2BU, Londres – U.K. e-mail: england@ic.ac.uk.

<sup>3</sup> Professor Doutor do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, Rua Marquês de São Vicente 225, Gávea, Rio de Janeiro-RJ, CEP: 22453-900. e-mail: ghavami@dec.puc-rio.br.

reinforced mortar composites was verified comparing the experimental stress-strain curves with those predicted by the model. Values of the composite elastic modulus obtained using the proposed compressive constitutive relationship were compared with the experimental values. The results indicated that the analytical expression and the compressive constitutive relationship presented a good correlation with the experimental observations.

**Key words:** composite materials, sisal fibres, coconut fibres, mortar, analytical stress-strain curves, compressive constitutive relationship

## INTRODUÇÃO

Desde o início da década de 70 várias expressões analíticas (modelos) têm sido propostas para descrever a completa curva tensão-deformação do concreto simples (Sargin, 1971; Wang et al, 1978; Carreira e Chu, 1985; Blechman, 1988). Para o concreto (argamassa) reforçado com fibras, uma expressão analítica proposta por Fanella e Naaman (1985) descreve a completa curva tensão-deformação de argamassas reforçadas com fibras de aço. Esta expressão é baseada no modelo analítico desenvolvido por Sargin (1971) e modificado por Wang et al (1978). A importância de se expressar analiticamente a relação tensão-deformação do concreto simples ou fibroso, está relacionada ao seu uso na análise e no projeto de elementos estruturais.

A expressão analítica proposta no presente artigo para descrever a curva tensão-deformação de argamassas reforçadas com fibras naturais é baseada na equação proposta por Fanella e Naaman (1985) para argamassas reforçadas com fibras de aço.

Os valores do módulo de elasticidade do concreto normalmente considerados no dimensionamento estrutural são, em geral, estimados a partir de relações empíricas que assumem o módulo de elasticidade como sendo uma função da resistência à compressão e da massa específica do concreto (Código de Construção 318 do ACI, 1977; Código do CEB-FIP, 1990). De acordo com Metha e Monteiro (1993) esta primeira aproximação faz sentido, uma vez que o comportamento tensão-deformação dos três componentes do concreto - o agregado, a pasta e a zona de transição - será determinado pelas respectivas resistências individuais as quais, por sua vez, são relacionadas com a resistência última do concreto; além disso, deve-se notar que o módulo de elasticidade do agregado está diretamente relacionado com a sua porosidade e que a medida do peso específico do concreto é a maneira mais fácil de se obter uma estimativa da porosidade do agregado no concreto. A relação entre o módulo de elasticidade e a resistência dos compósitos reforçados com fibras naturais proposta no presente artigo baseia-se na relação empírica proposta pelo Código de Construção 318 do ACI (1977).

## CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO ANALÍTICA

Com o objetivo de caracterizar a curva tensão-deformação da argamassa reforçada com fibras de sisal e coco, um modelo analítico desenvolvido por Sargin (1971) e modificado por Wang et al (1978) para compressão uniaxial do concreto, e posteriormente aplicado para argamassas reforçadas com fibras de aço por Fanella e

Naaman (1985) foi considerado no presente estudo. Este modelo leva em consideração tanto as propriedades do ramo ascendente quanto as do ramo descendente da curva tensão-deformação. Para simplificar o modelo, ele foi desenvolvido de forma que a expressão analítica tivesse constantes que pudessem ser avaliadas apenas a partir dos parâmetros-chave da curva tensão-deformação; além disso, os parâmetros foram expressos em termos de propriedades do material facilmente disponível, como a resistência a compressão da matriz e o índice de reforço ( $V_f/l/d$  - onde  $V_f$  é o volume de fibras,  $l$  é o comprimento e  $d$  o diâmetro da fibra). Desta forma, a inteira curva tensão-deformação pode ser gerada a partir do conhecimento dessas poucas propriedades dos materiais. A Equação 1 fornece a expressão constitutiva, que está ilustrada esquematicamente na Figura 1.

$$Y = \frac{AX + BX^2}{1 + CX + DX^2} \quad (1)$$

onde:

$X = \epsilon/\epsilon_a$  a pico - deformação normalizada

$Y = \sigma/f'c_f$  - tensão normalizada

$\epsilon$  = deformação em termos gerais

$\epsilon_a$  a pico = deformação na tensão de pico

$\sigma$  = tensão em termos gerais

$f'c_f$  = tensão de pico da matriz reforçada com fibras

A, B, C, D = constantes a serem determinadas a partir das condições de contorno da curva.

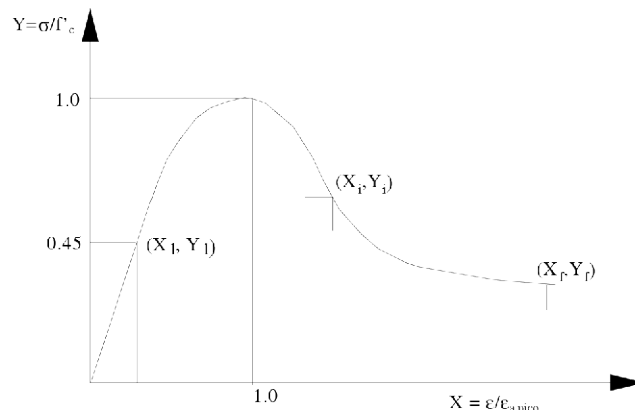


Figura 1. Diagrama esquemático da curva tensão-deformação adimensional.

Os subscritos 1, i e f na Figura 1 referem-se, respectivamente, ao ponto correspondente a 45% da tensão máxima, ao ponto de inflexão e a um ponto no fim do ramo descendente da curva tensão-deformação usado para se obter as constantes da equação. A precisão da Equação 1

Tabela 1. Determinação das constantes da curva tensão-deformação

Coordenadas normalizadas: $Y = \sigma/\sigma_{cf}$ , $X = \epsilon/\epsilon_p$ ; $Y = (AX+BX^2)/(1+CX+DX^2)$	
Ramo ascendente ( $A_1, B_1, C_1, D_1$ )	Ramo descendente ( $A_2, B_2, C_2, D_2$ )
Condições de contorno	
1. $dY/dX = A$ at $X = 0, Y = 0$ $A = E_c/E_o$ (na origem, inclinação = módulo inicial)	1. $dY/dX = 0$ at $X = 1, Y = 1$ (curva passa pelo pico e a inclinação = 0 no pico)
2. $Y = 0,45, X = 0,45$ (curva passa por $0,45\sigma_{cf}$ )	2. Curva passa pelo ponto de inflexão
3. $Y = 1, X = 1$ (curva passa pelo pico)	3. $d^2Y/dX^2 = 0$ no ponto de inflexão (Curva = 0 no ponto de inflexão)
4. $dY/dX = 0$ at $X = 1, Y = 1$ (inclinação = 0 no pico)	4. Curva passa pelo ponto ao longo do ramo descendente
Valores das constantes	
$A_1 = E_c/E_o$	$A_2 = A_2'/B_2'$
$B_1 = D_1 - 1$	$B_2 = D_2 - 1$
$C_1 = A_1 - 2$	$C_2 = A_2 - 2$
$D_1 = A_1' + B_1'/C_1'$	$D_2 = A_2''/B_2''$
onde	onde
$A_1' = -2,22A_1^2$	$A_2' = c_1b_2$
$B_1' = 0,45 - (0,41/A_1) + (0,2/A_1^2)$	$A_2'' = a_1c_2 - a_2c_1$
$C_1' = 0,11/A_1^2$	$B_2 = a_1b_2 - a_2b_1$
$E_c =$ módulo secante a $0,45 \sigma_{cf}$	$a_1 = X_i - X_i Y_i$
$E_o =$ módulo secante no ponto de pico	$a_2 = X_f - X_f Y_f$
	$b_1 = X_i^2 - X_i^2 Y_i$
	$b_2 = X_f^2 - X_f^2 Y_f$
	$c_1 = Y_i - 2X_i Y_i + X_i^2$
	$c_2 = Y_f - 2X_f Y_f + X_f^2$
	$X_i, Y_i =$ coordenadas do ponto de inflexão
	$X_f, Y_f =$ coordenadas do ponto no fim do ramo descendente

em representar a curva tensão-deformação experimental aumenta quando se usam dois conjuntos de dados para as constantes A, B, C, e D (um para o ramo ascendente, outro para o descendente). As constantes são determinadas a partir das condições de contorno da curva tensão-deformação. Elas estão, em particular, relacionadas com a tensão e deformação de pico, com a tensão e a deformação correspondentes a 45% da tensão de pico (módulo de elasticidade), com a tensão e a deformação no ponto de inflexão e com a tensão e a deformação de um ponto arbitrário tomado no fim do ramo descendente da curva. Na presente investigação, o ponto no fim do ramo descendente foi tomado a uma deformação de 0,006, uma vez que a maioria dos ensaios não foi conduzida além dessa deformação vertical, a fim de se evitar danos aos LVDT's. A Tabela 1 apresenta as equações usadas para a determinação das constantes da curva tensão-deformação analítica.

**Parâmetros característicos**

Para se determinar as constantes da Equação 1 em relação às curvas tensão-deformação experimentais, expressões analíticas para os parâmetros-chave foram obtidas em termos de parâmetros de reforço das fibras. As curvas

experimentais usadas para a determinação dos parâmetros característicos estão apresentadas em Tolêdo Filho (1997). Curvas tensão-deformação típicas estão apresentadas na primeira parte do presente artigo (Toledo Filho *et al*, 1997).

Para cada variável dependente, tal como a resistência a compressão do compósito ( $\sigma_{cf}$ ), a seguinte equação de predição foi determinada:

$$y = ax + b \tag{2}$$

onde:

x = variável independente

a = inclinação

b = intercepto

A Tabela 2 resume os resultados obtidos para os parâmetros-chave das curvas tensão-deformação axial de compressão das argamassas reforçadas com fibras de sisal e coco.

Nas Figuras 2 a 6, cinco curvas experimentais são comparadas com curvas analíticas geradas com o uso do modelo proposto. Essas curvas foram obtidas a partir de ensaios de compressão realizados em misturas com diferentes

Tabela 2. Equações de predição para os parâmetros-chave das curvas tensão-deformação das argamassas reforçadas com fibras naturais.

Parâmetro	Fibra	Aditivo	x	a	b	Coefficiente de correlação (R)
$\Gamma_{cr}$	Sisal	-	$V_f l/d$	0,24	$0,67\Gamma_c(1-V_f)$	0,97
	Coco	-	$V_f l/d$	-2,61	$0,88\Gamma_c(1-V_f)$	0,97
$F_{cr}$	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	3,42	$0,51\Gamma_c(1-V_f)$	0,99
	Sisal	-	$V_f l/d$	0,88	$0,49F_{ct}$	0,99
$F_{cr}$	Coco	-	$V_f l/d$	0,49	$0,51F_{ct}$	0,94
	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	1,23	$0,41\Gamma_c$	0,98
$F_{cr}$	Sisal/coco	-	$V_f l/d$	0,31	$0,35F_{ct}$	0,99
	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	-0,33	$0,42F_{ct}$	0,99
$\epsilon_p$	Sisal	-	$V_f l/d$	238,25	$37,0F_{ct}$	0,99
	Coco	-	$V_f l/d$	106,87	$44,4F_{ct}$	0,77
$\epsilon_p$	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	198,32	$40,01F_{ct}$	0,99
	Sisal/coco	-	$V_f l/d$	3,74	$0,42F_{ct}$	0,86
$f_i$	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	1,92	$0,35F_{ct}$	0,99
	Sisal/coco	-	$V_f l/d$	337,85	$69,92F_{ct}$	0,87
$\epsilon_i$	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	161,22	$91,34F_{ct}$	0,97
	Sisal/coco	-	$V_f l/d$	3,18	$0,35F_{ct}$	0,88
$f_f$	Sisal	Escória/silica	$V_f l/d$	0,80	$0,36F_{ct}$	0,92

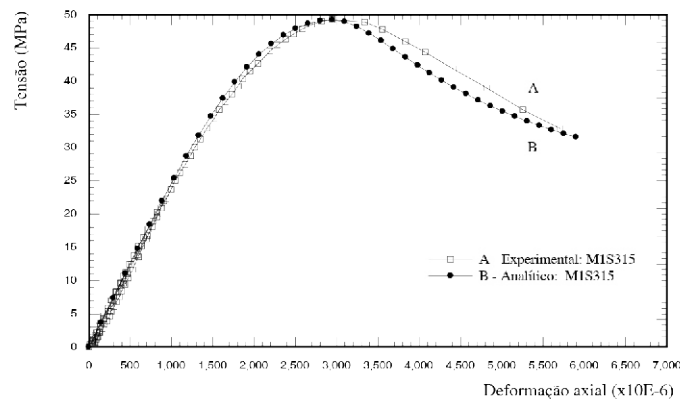


Figura 2. Comparação das curvas analítica e experimental para a mistura M1S315.

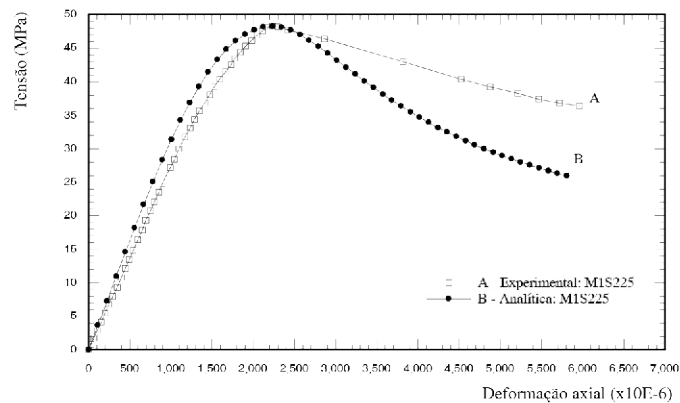


Figura 3. Comparação entre as curvas analítica e experimental para a mistura M1S225.

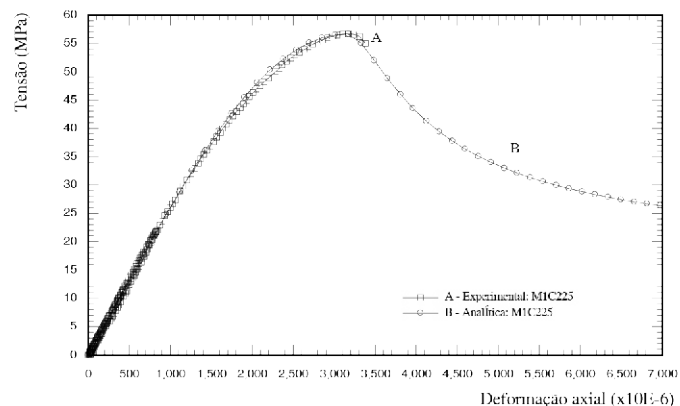


Figura 4. Comparação entre as curvas analítica e experimental para a mistura M1C225.

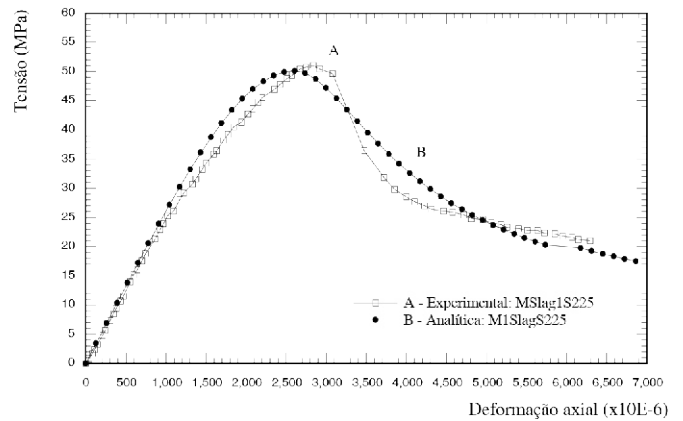


Figura 5. Comparação entre as curvas analítica e experimental para a mistura.

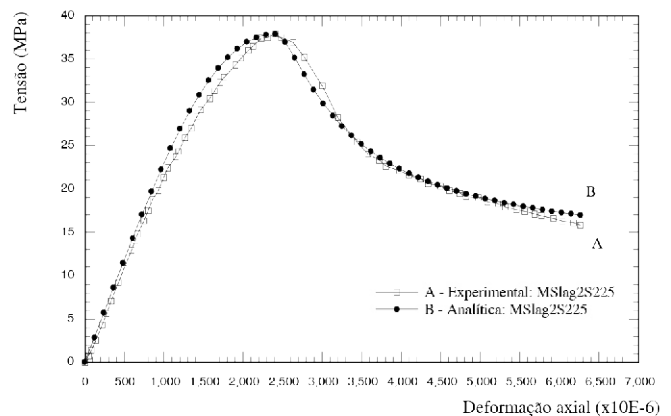


Figura 6. Comparação entre as curvas analítica e experimental para a mistura MSlag2S225.

Uma comparação entre as curvas geradas analiticamente e as experimentais indica que a equação analítica proposta parece ser bastante satisfatória para a predição da completa curva tensão-deformação de argamassas reforçadas com fibras naturais.

### RELAÇÃO CONSTITUTIVA DE COMPRESSÃO

O módulo de elasticidade do concreto é, geralmente, considerado como sendo função da sua resistência a compressão,  $f'_c$ , e do seu peso específico,  $\rho$ . O Código de Construção do ACI (1977) recomenda uma relação empírica entre o módulo de elasticidade  $E_{comp}$  e a resistência a compressão  $f'_c$  como:

$$E_{comp} = 43 \rho^{1.5} (f'_c)^{0.5} \times 10^6 \text{ (GPa)} \tag{3}$$

onde:

- $\rho$  = massa específica do concreto em  $kg/m^3$
- $f'_c$  = resistência a compressão uniaxial do cilindro em MPa.

A equação do ACI foi usada para prever o módulo de elasticidade estático dos compósitos de argamassa reforçada com fibras naturais. Uma comparação entre os resultados experimentais e os obtidos usando-se a Equação 3 é mostrada na Tabela 3. Os resultados mostram que o uso da fórmula do ACI superestimou o módulo de elasticidade dos compósitos de

Tabela 3. Comparação entre o módulo de elasticidade medido e os previstos pelas Equações 3 e 4

Mistura	$f'_c$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$E_c$ (GPa) medido	$E_c$ (GPa) previsto ACI	Super/sub estimativa (%)	$E_c$ (GPa) ACI modificado	Super/sub estimativa (%)
M1S325	47,8	2140	26,0	29,4	+13,2	23,3	-10,5
M1S315	47,3	2133	24,8	29,1	+17,5	23,0	-7,1
M1S225	51,3	2153	28,0	30,7	+9,8	24,3	-13,2
M1C325	49,8	2125	28,2	29,7	+5,4	23,5	-16,6
M1C225	57,2	2164	29,4	32,7	+11,3	25,9	-11,9
M2S225	34	2130	22,5	24,6	+9,5	19,5	-13,4
M1slagS225	50,9	2107	23,9	29,7	+24,1	23,5	-1,8
M1msS225	50,1	2073	24,9	28,7	+15,3	22,7	-8,8
M1slagS225	37,7	2107	23,7	25,5	+7,7	20,2	-14,8
M2msC225	53,1	2143	28,8	31,1	+7,9	24,6	-14,6

argamassa reforçada com fibras naturais. A superestimativa variou de 5,4% a 24,1%. Considerando-se que a aplicação da fórmula do ACI apenas superestimou os valores do módulo de elasticidade, a Equação 3 foi modificada para ajustá-la aos dados experimentais (Equação 4).

$$E_{\text{comp}} = 34\rho^{1.5} (f')^{0.5} \times 10^6 \text{ (GPa)} \quad (4)$$

A Tabela 3 mostra a comparação entre os valores experimentais do módulo de elasticidade e os valores previstos pela Equação 4. Os valores foram subestimados de 1,8 a 14,8% e os resultados sugerem que a fórmula do ACI modificada é mais segura e prevê, com razoável acurácia, o módulo de elasticidade dos compósitos.

## CONCLUSÕES

A presente investigação mostrou que a expressão analítica proposta por Fanella e Naaman (1985) para prever a curva tensão-deformação da argamassa reforçada com fibras de aço pode ser usada para gerar a completa curva tensão-deformação dos compósitos de argamassa reforçada com fibras de sisal e coco.

Com base nas observações experimentais realizadas por Tolêdo Filho (1997) e apresentadas na parte 1 do presente artigo, relações lineares entre as constantes da equação tensão-deformação e os parâmetros de reforço da fibra foram derivadas. Uma vez determinadas as constantes, a curva tensão-deformação pode ser gerada analiticamente. Uma comparação entre as curvas experimentais e as geradas analiticamente indica que a expressão analítica parece ser bastante satisfatória para a predição da completa curva tensão-deformação de argamassas reforçadas com fibras naturais.

Com respeito a relação constitutiva de compressão

proposta para os compósitos de argamassa com fibras naturais, os resultados indicaram que a mesma pode ser utilizada com razoável acurácia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI Building Code 318, **American Concrete Institute**, Detroit, Michigan, USA, 1977.
- BLECHMAN, I. Stage Model of Stress-Strain Relationship for Concrete under Short-term Load – Part 1: Ascending Branch. **Cement and Concrete Research**, v. 18. p. 863- 873, 1988.
- CARREIRA, D.J. e CHU, K. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression, **ACI Journal**, p. 797-803, Julho-Agosto, 1985.
- CEB-FIP Model Code, **CEB**, Bulletin D'Information No. 203, Suíça, 1990.
- FANELLA, D.A. e NAAMAN, A.E. Stress-Strain Properties of Fiber Reinforced Mortar in Compression, **ACI Journal**, p. 475-483, Julho-Agosto, 1985.
- SARGIN, M. Stress-Strain Relationship for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections, **Study No. 4**, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 167pp., 1971.
- TOLÊDO FILHO, R.D. **Materias Compósitos Reforçados com Fibras Naturais: Caracterização Experimental**. DEC- PUC-Rio/DEC-Imperial College-Londres, U.K., 1997. 472p. (Tese de Doutorado).
- TOLÊDO FILHO; R. D.; ENGLAND, G. L. e GHAVAMI, K., Comportamento em Compressão de Argamassas Reforçadas com Fibras Naturais. Parte A: Relação Tensão-Deformação Experimental e Processo de Fratura (neste jornal).
- WANG, P.T., SHAH, S. e NAAMAN, A. E., Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression, **ACI Journal**, pp. 603-611, Novembro, 1978.