

Aceleração da gravidade: Análise de experimentos didáticos

Gravity acceleration: Analysis of didactic experiments

F. M. L de Souza¹, S. C. Cardoso^{*1}

¹Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Recebido em 15 de maio de 2020. Revisado em 10 de agosto de 2020. Aceito em 11 de setembro de 2020

É possível determinar experimentalmente o valor da aceleração da gravidade por diferentes experimentos, dos mais simples aos mais complexos. O objetivo do artigo é fornecer um auxílio para tomada de decisão do docente quanto à sua abordagem de ensino. Estes experimentos apresentam variações significativas com relação à acurácia do valor encontrado, aparatos e tecnologias utilizadas, precisão do experimento entre outros aspectos. Apresentamos quatro experimentos que serão comparados entre si quanto à: exatidão, fontes de incerteza e tecnologias utilizadas para a realização do experimento. O experimento com melhor desempenho utilizou um pêndulo simples.

Palavras-chave: Física Experimental, ensino de física, gravidade.

It is possible to determine experimentally the value of the acceleration of gravity by different experiments, from the simplest to the most complex. The aim of the article is to provide assistance for the professor's decision making regarding their teaching approach. These experiments present significant variations with respect to the accuracy of the experimental value found, apparatus and technologies used, experiment precision among other aspects. We present four experiments that will be compared with each other regarding: accuracy, sources of uncertainty and technologies used to carry out the experiment. The best performing experiment used a simple pendulum.

Keywords: Experimental physics, physics teaching, gravity.

1. Introdução

Diversos experimentos podem ser realizados para mensurar a aceleração da gravidade (g). Estes experimentos podem apresentar grande diferença entre seus aspectos metodológicos tais como: nível de precisão e exatidão, uso de tecnologias e equipamentos, ênfase matemática, etc. Muitas vezes, esses aspectos estão relacionados com as limitações físicas para a realização daquele experimento. Assim, é possível estudar como as variações metodológicas afetam o resultado final do experimento. De uma maneira geral, as limitações experimentais não deveriam afetar o ensino da física experimental uma vez que o docente conheça todas as nuances do experimento em questão.

Sirithitkul e colaboradores [1] investigaram de que forma variáveis como a altura de queda de um objeto, distância da câmera ou o contraste entre objeto e fundo, no caso de aquisição de imagem através de câmera digital, afetam o resultado final do experimento. Essas questões foram levantadas enquanto os autores analisavam vídeos digitais de objetos em queda no ar e em líquidos. O estudo utilizou o software *Tracker* para acompanhamento automatizado dos objetos em queda. Ao final do pro-

cesso, verificaram que a exatidão do experimento fora severamente afetada pela distância câmera-objeto e pelo contraste entre objeto e o fundo.

Corveloni e colaboradores [2] estudaram o movimento de queda livre utilizando uma máquina fotográfica digital. Assim, puderam obter o valor experimental da aceleração da gravidade e compará-lo com o valor teórico local e então avaliar o experimento como ferramenta didática. Os autores encontraram uma discrepância relativa de 1,74 % e concluíram que a resolução da imagem adquirida pela máquina fotográfica e a dificuldade em acionar a máquina no exato instante de início da queda livre do objeto são dois fatores que podem contribuir para o desvio observado.

Schwartz [3] descreveu a ideia, já explorada por Pape e Sprockhoff [4], de mensurar a aceleração da gravidade utilizando uma bolinha de borracha. O experimento consistiu em medir a altura inicial e final da bolinha, bem como a duração de um certo número de quiques da bola. Ao final, a aceleração da gravidade foi obtida desprezando-se o atrito. Além da dificuldade na determinação da altura do último quique, os cálculos consideraram que o coeficiente de restituição se mantinha constante por todo o processo [3].

Nethercott e Walton [5] mediram a aceleração da gravidade utilizando um pêndulo, no limite de aproximação

*Endereço de correspondência: simone@if.ufrj.br

de pequenos ângulos de oscilação. O valor de g , calculado pelo ajuste de mínimos quadrados, forneceu um valor de $(9,8 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$, que é compatível com o valor de referência. Os autores sugeriram que as incertezas relacionados ao tempo de reação da pessoa que faz a medida, à elasticidade do material (linha do pêndulo), à distribuição não homogênea de massa do pêndulo e à resistência do ar, podem ser submetidos à correção como proposto por Nelson e Olsson [6]. Deste modo, os autores apresentaram a análise dos resultados de um laboratório experimental e descreveram as correções necessárias para se obter uma exatidão da ordem de 10^{-4} da aceleração da gravidade. Neste caso, também é utilizado um pêndulo para determinação de g . Correções de amplitude finita, distribuição de massa do fio e da esfera, resistência do ar e elásticas do fio e do suporte foram aplicadas. O valor de g obtido após as correções foi de $(9,8015 \pm 0,0035) \text{ m/s}^2$, compatível com o valor de referência. Os autores sugerem que o valor poderia ser mais acurado caso fosse utilizado um método automatizado para leitura do período do pêndulo [6].

Outros artigos também descrevem experimentos utilizando um pêndulo simples. Oliveira [7,8] utilizou o aparato para mensurar a aceleração da gravidade por meio de medidas do período e da dimensão da corda do pêndulo. A gravidade obtida apresentou discrepância de 0,11 % em relação ao valor de referência. Entretanto, quando considerada a massa do pêndulo, a discrepância caiu para 0,09 %.

Existem também as abordagens teóricas do experimento. Luca e Ganci [9] estudaram um problema de mecânica clássica onde um anel podia oscilar em torno de dois eixos. As medidas de oscilação podem não somente descrever o problema físico como também fornecer um valor para a aceleração da gravidade. Ao final, puderam obter tanto g quanto uma expressão matemática para a razão dos períodos das oscilações nos dois eixos, que pôde ser validada com os dados experimentais.

Existem propostas distintas, bem como níveis de investigação diferentes, variando quanto ao objetivo a ser alcançado [10, 11] para determinar o valor da aceleração da gravidade local. Neste sentido, este artigo apresenta uma comparação entre diferentes experimentos para mensurar o valor da aceleração da gravidade local com aparatos simples que podem ser encontrados em laboratórios didáticos e de fácil realização em ambiente caseiro. O objetivo é fornecer uma análise do alcance e limitações dos experimentos. Assim, o docente pode planejar o experimento de acordo com seus objetivos delimitados sem desperdiçar oportunidades de aprendizagem mesmo em experimentos em que o valor obtido não apresenta a exatidão esperada.

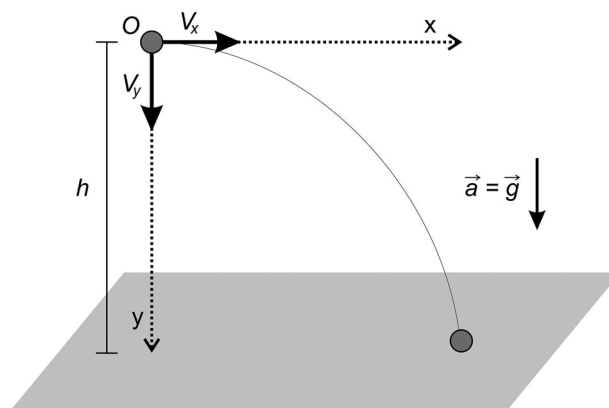


Figura 1: Desenho esquemático do Lançamento horizontal

2. Modelos Teóricos

2.1. Lançamento horizontal e queda livre

No lançamento horizontal, ou balístico, é possível considerar a aceleração da gravidade como uma constante e a superfície como um plano. Tomando o eixo O_y como o vertical, orientado positivamente para baixo, temos que: $a = g$. Também tomaremos $X_o = Y_o = 0$, como na Figura 1.

Como o tempo de queda não depende da componente horizontal, sendo apenas função da altura (h) e da aceleração da gravidade (g), a aceleração da gravidade pode ser encontrada através de determinada altura e tempo conhecidos (t), através da Equação 1:

$$g = \frac{2 \cdot h}{t^2}$$

Podemos também tomar $V_x = 0$. Neste caso, teremos um regime puramente de queda livre onde novamente poderemos utilizar a Equação 1 para encontrar o valor da gravidade. Isto é possível, pois além da componente horizontal não interferir no movimento vertical, ela é nula.

2.2. Oscilação de um pêndulo simples

Um pêndulo simples pode ser descrito como um ponto de massa suspenso por uma corda ou haste inextensível e de massa desprezível, conforme mostrado na Figura 2. É um sistema ressonante com uma única frequência.

Para pequenas amplitudes de oscilação, o período do pêndulo (T) pode ser aproximado em função do comprimento da haste (L) pela Equação 2:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Pode-se notar que a amplitude angular não aparece na expressão do período. Essa expressão por período é razoavelmente precisa para ângulos pequenos. O tratamento do problema de pêndulos de grandes amplitudes é muito

mais complexo e não será discutido aqui. Através da Equação 2, com L e T medidos, podemos calcular a aceleração da gravidade g .

3. Metodologia e Experimentos

Foram analisados 4 experimentos para a determinação da aceleração da gravidade, são eles:

1. Aceleração da gravidade determinada pela medida de tempo de queda livre medido por um cronômetro digital;
2. Aceleração da gravidade determinada pelo cálculo de tempo de queda livre medido pelo espectro sonoro de um objeto em lançamento horizontal;
3. Aceleração da gravidade determinada pelo cálculo de tempo de queda livre medido entre frames da gravação do movimento;
4. Aceleração da gravidade determinada pela medida de oscilações de um pêndulo simples.

Por se tratar de fim didático, a aceleração da gravidade local de referência utilizada foi $(9,786 \pm 0,001) \text{ m/s}^2$, referente à latitude de 20° ao nível do mar [12].

3.1. Tempo de queda livre medido por um cronômetro digital

Neste experimento foram utilizadas uma esfera de borracha, um cronômetro digital ou celular e uma régua graduada ou trena. O tempo de queda (t) de uma esfera de borracha foi medido 100 vezes utilizando-se um cronômetro digital ou celular a fim de diminuir a incerteza estatística. A esfera foi solta a partir do repouso e sempre de uma mesma altura (h) de $(1,446 \pm 0,001) \text{ m}$. A altura foi medida com uma trena ou régua graduada. Ao final do experimento, a aceleração da gravidade (g) foi calculada através da Equação 1 utilizando-se a média dos tempos medidos. A incerteza da média e o desvio padrão foram calculados a partir dos dados gerados.

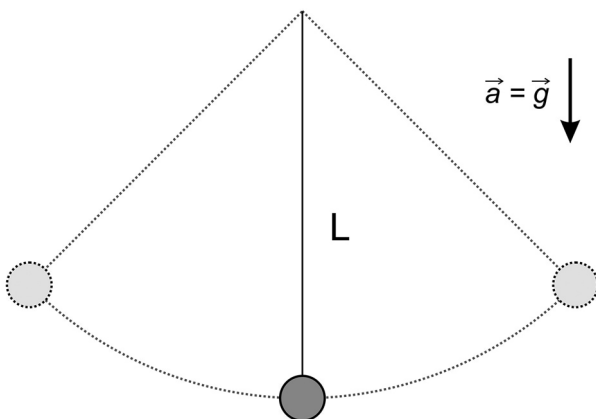


Figura 2: Pêndulo simples

3.2. Tempo de queda livre calculado pelo espectro sonoro

Para este experimento, o tempo de queda (t) foi calculado por meio da análise do espectro sonoro gravado durante o experimento. É possível medir os tempos de início e término de movimento e calcular a diferença entre eles. Foram utilizados uma régua graduada ou trena, um celular para gravação do som, um computador com o software Sonic Visualizer [13] instalado, uma bolinha de pingue-pongue (pode ser qualquer outra similar) e um objeto para encostar na esfera iniciando o lançamento horizontal.

Primeiro determina-se a altura (h) de onde o corpo iniciará o movimento de lançamento horizontal. Nesse experimento, a altura de lançamento horizontal foi de $(0,951 \pm 0,002) \text{ m}$. O movimento foi iniciado a partir de um local plano (uma mesa). A esfera foi posicionada na extremidade do local determinado para que o rolamento da mesma fosse mínimo. Um celular ou gravador de som foi posicionado entre o local de início e o de término do movimento.

Sumarizando, o procedimento experimental adotado foi o seguinte:

- Iniciar a gravação;
- Encostar lateralmente na esfera utilizando uma régua ou objeto similar (a batida deve ser no sentido paralelo ao plano de apoio da esfera);
- Encerrar a gravação;
- Abrir o arquivo gravado no programa Sonic Visualizer;
- Determinar o tempo inicial e o tempo final do movimento;
- Aplicar o tempo de queda (t) e a altura (h) na Equação 1.

3.2.1. Software Sonic Visualiser

Ao abrir o arquivo de áudio no software, verifica-se que a batida inicial na esfera e o som da esfera ao bater no chão geram ondas sonoras muito bem definidas (ver Figura 3). Dessa forma, é possível observar os pulsos e fazer a leitura dos tempos correspondentes ao evento no eixo horizontal. A escala vertical determina a intensidade da onda e não é necessária para esta análise. A figura foi retirada da interface do software. As unidades foram adicionadas manualmente para melhor entendimento da escala utilizada pelo programa.

O espectrograma apresentado na Figura 3 foi gerado por simulação. Entretanto, é similar a um espectro gerado experimentalmente pelo evento em questão. De posse da altura de queda e dos instantes inicial (t_i) e final (t_f) é possível calcular o tempo de queda ($t = t_f - t_i$) e, conseqüentemente, a aceleração da gravidade por meio da Equação 1.

3.3. Tempo de queda calculado pela gravação de vídeo do movimento

Este experimento consistiu na aquisição do vídeo de uma esfera, abandonada de uma altura (h) de $(1,460 \pm 0,001)$ m, em queda livre desde o instante inicial até o instante final. O vídeo foi gravado com 30 fps. É recomendado que o plano de fundo do vídeo tenha alto contraste em relação à esfera. Foram utilizados uma esfera de borracha, uma trena, um celular com câmera e um computador com o software ImageJ [14]. O procedimento experimental consistiu nos seguintes passos:

- Medir a altura de onde a esfera será largada (h);
- Posicionar o celular ou câmera a uma distância suficiente para aquisição de todo o movimento de queda livre;
- Posicionar o celular ou câmera com o plano de aquisição de vídeo paralelo ao eixo de queda da esfera;
- Fazer a aquisição do vídeo do evento;
- Analisar o vídeo em um software de análise de movimento, ImageJ por exemplo, e determinar o tempo total de queda (t);
- Aplicar o tempo de queda (t) e a altura (h) na Equação 1.

3.4. Aceleração gravidade calculada pelo período de um pêndulo simples

Para este experimento, mediu-se o tempo (T) de 10 oscilações de um pêndulo simples de comprimento (L) de $(1,251 \pm 0,002)$ m. Foram utilizados uma corda e um peso de chumbo para confecção do pêndulo, uma trena e um cronômetro digital. O procedimento experimental foi o seguinte:

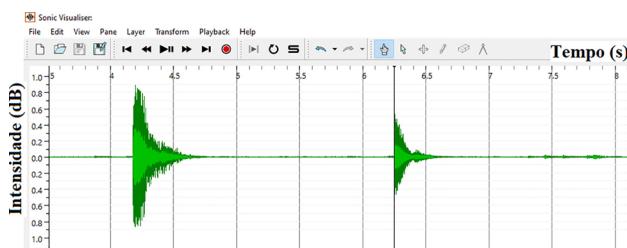


Figura 3: Interface do software Sonic Visualiser [13] com o espectrograma do evento

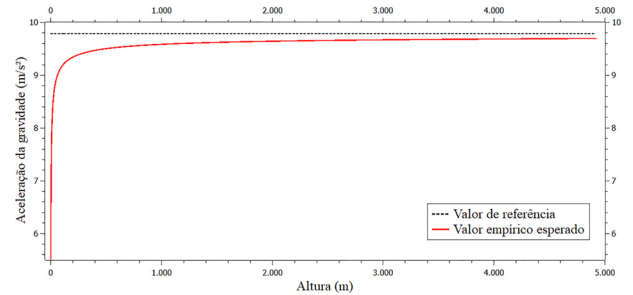


Figura 4: Gráfico da comparação entre valor empírico esperado em função da altura e o valor de referência da aceleração da gravidade

- Posicionar o pêndulo de maneira que seja possível usar uma marcação de repouso para contar suas oscilações em torno de um mesmo ponto;
- Iniciar o movimento suave do pêndulo em pequenos ângulos;
- Medir o tempo de 10 oscilações (T);
- Calcular o tempo (t) a partir da análise estatística dos dados;
- Calcular a aceleração da gravidade pela Equação 2.

4. Resultados e Discussões

A Tabela 1 consolida os resultados obtidos para os diferentes experimentos.

A discrepância alta, em relação ao valor de referência, é fortemente influenciada pelo tempo de reação do experimentador. Segundo a literatura, o tempo de reação ao estímulo visual é de 0,25 s e ao estímulo sonoro é de 0,15 s [15]. Assim, é mais provável que o estímulo sonoro domine e seja o que determina o acionamento do cronômetro. É possível verificar que a aceleração da gravidade empírica (calculada utilizando-se a soma do tempo médio de queda da esfera somada ao tempo de reação ao estímulo sonoro), em função da altura, converge para o valor de referência de g pois proporcionalmente há a queda da influência do tempo de reação na medida do tempo. Dessa forma, é necessário um valor de altura elevado, considerando as instalações usuais de um laboratório didático, para que a gravidade empírica convirja para o valor de referência.

Para o experimento que utiliza um filme do movimento de uma esfera com celular, é importante perceber que o aumento do tempo de gravação por quadro implica em uma maior distorção (borrão do objeto deixado em cada

Tabela 1: Resumo dos resultados obtidos para os experimentos realizados para obtenção do valor da aceleração da gravidade

Método	Tempo mensurado(s)	Valor calculado (m/s^2)	Discrepância	Incerteza relativa
Cronômetro	$0,641 \pm 0,005$	$(7,0 \pm 0,1)$	28,46 %	1,43 %
Espectro Sonoro	$0,440 \pm 0,001$	$(9,82 \pm 0,05)$	0,35 %	0,51 %
Vídeo Celular	$0,56 \pm 0,01$	$(9,3\hat{8}0,3)$	4,97 %	3,23 %
Pêndulo	$2,249 \pm 0,006$	$(9,764 \pm 0,006)$	0,22 %	0,06 %
Referência		9,786	—	—

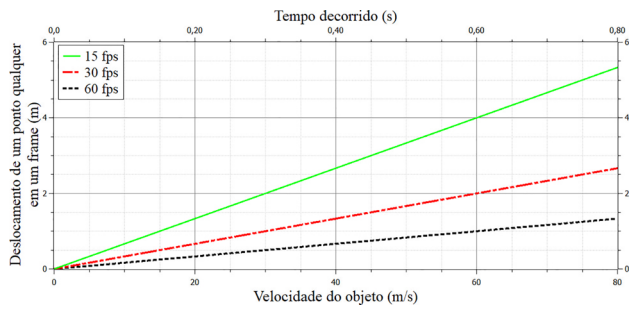


Figura 5: Gráfico do deslocamento de um ponto qualquer de um corpo, em um frame, durante a gravação de seu movimento de queda livre

quadro ou *frame*), para um objeto percorrendo o quadro em uma mesma velocidade. O aumento da velocidade do objeto também leva a uma maior distorção na imagem. A Figura 5 mostra a avaliação da influência da distância que um ponto qualquer de um corpo percorre em um mesmo quadro (*frame*) em função da velocidade e do tempo de um corpo em queda livre. Extrapolando este ponto para todo o corpo, tem-se uma boa ideia do borrão causado pelo movimento do objeto em cada quadro, dificultando a determinação da posição exata do corpo.

O resultado do efeito de distorção, causado pelo movimento do objeto, pode ser visto na Figura 6, onde o movimento de uma esfera com velocidade de 1.000 pixel/s é simulado utilizando o aplicativo Frames Per Second [16]. O aplicativo é livre para uso e está disponível em versão web. As imagens referem-se a uma câmera que filme a 15 fps , 30 fps e 60 fps , da esquerda para a direita. A velocidade em *pixels* por segundo foi adotada por se tratar do método de entrada no aplicativo utilizado para esta simulação. Como se trata de uma imagem gerada virtualmente, não seria possível utilizar um fator de calibração ou outro método para converter a velocidade em unidades do sistema internacional de medidas.

O número de *fps* está diretamente ligado à distância percorrida pelo corpo durante um quadro. Assim, o borrão causado por uma esfera de velocidade constante é inversamente proporcional ao *fps* utilizado na gravação.



Figura 6: Efeito de distorção da imagem relacionado ao número de *fps* obtida por simulação utilizando o aplicativo Frames Per Second [16]

5. Conclusões

O experimento realizado com o cronômetro é o que possui menor exatidão. Seria necessário um valor impraticável de altura, devido às limitações físicas de laboratórios didáticos, para que o tempo de reação se torne irrelevante no experimento. Entretanto, seria possível adicionar ao experimento uma etapa de avaliação de reação ao estímulo sonoro e visual. Com este valor encontrado, é possível realizar uma correção no tempo medido no intuito de encontrar uma aceleração da gravidade menos discrepante em relação ao valor de referência.

O experimento que utiliza o espectro sonoro requer bastante cuidado com o procedimento experimental. O processo de transferência e leitura do arquivo em um computador pode não ser uma tarefa prática. Além disso, é possível que haja erro de compatibilidade entre o formato de áudio gravado e o software utilizado. Apesar desses cuidados, o resultado obtido foi compatível com o valor de referência e apresentou uma incerteza relativa baixa devido à leitura do tempo no software ser realizado em uma escala da ordem de $0,001 \text{ s}$. Também deve ser destacado que o software [13] utilizado está disponível gratuitamente na internet, o que pode ser um fator facilitador à prática.

A dificuldade no experimento que filma o movimento de uma esfera com o celular está em identificar os momentos de início e término do movimento de queda livre. Estes instantes podem apresentar incerteza da ordem do tempo de um frame, elevando a incerteza relativa do experimento. Apesar disso, o valor encontrado no experimento apresentou discrepância da ordem de 5% com o valor de referência e maior incerteza relativa, comparado aos demais experimentos. Entretanto, não é o experimento menos acurado.

O método com o pêndulo foi o que apresentou menor discrepância e menor incerteza relativa. Este experimento apresenta vantagem pois a incerteza do tempo é menor que dos outros experimentos. Isto se deve ao fato do tempo de uma oscilação ser uma média de 10 oscilações, que foram medidos de uma só vez, diminuindo a incerteza estatística.

Para concluir, sugerimos que o docente explore os diversos experimentos para mensurar a aceleração da gravidade no curso experimental. Como são experimentos que utilizam materiais comumente encontrados em casa, podem ser realizados em um curso remoto. Através dos resultados obtidos, é possível discutir com os alunos as limitações impostas por cada experimento e, dessa forma, estimular o senso crítico.

Referências

- [1] C. Sirisathitkul, P. Glawtanong, T. Eadkong e Y. Sirisathitkul, *Rev. Bras. Ens. Fís.* **35**, 1504 (2013).
- [2] E. Corveloni, E. Gomes, A. Sampaio, A. Mendes, V. Costa e R. Viscovini, *Rev. Bras. Ens. Fís.* **31**, 3504

- (2009).
- [3] O. Schwarz, P. Vogt e J. Kuhn, *Phys. Teach.* **51**, 312 (2013).
 - [4] B. Pape, *PdN-PhiS* **4**, 28 (2000).
 - [5] Q. Nethercott e M. Walton, *Obtaining the speed of light using the Foucault Method and the PASCO apparatus*, disponível em: <http://www.physics.utah.edu/~ewalton/Light.pdf>, acessado em 24/04/2018.
 - [6] R. Nelson e M. Olsson, *Am. J. Phys.* **54**, 112 (1986).
 - [7] V. Oliveira, *Phys. Educ.* **51**, 063007 (2016).
 - [8] V. Oliveira, *Phys. Educ.* **49**, 387 (2014).
 - [9] R. De Luca e A. Ganci, *Rev. Bras. Ens. Fís.* **33**, 3301 (2011).
 - [10] A. Borges, *Cad. Bras. Ens. Fís.* **19**, 291 (2002).
 - [11] A. Rodrigues e A. Borges, em *XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física* (Curitiba, 2008).
 - [12] W. Lopes, *Cad. Bras. Ens. Fís.* **25**, 561 (2008).
 - [13] Sonic Visualiser, acessado em 7/03/2017: <https://www.sonicvisualiser.org/>.
 - [14] ImageJ, acessado em 23/04/2018: <https://imagej.nih.gov/ij/index.html>.
 - [15] P. Thompson, J. Colebatch, P. Brown, J. Rothwell, B. Day, A. Obeso e C. Marsden, *Mov Disord.* **7**, 257 (1992).
 - [16] Frames Per Second, acessado em 03/04/2019: <https://frames-per-second.appspot.com>.