

# Verificando a lei de Boyle em um laboratório didático usando grandezas estritamente mensuráveis

(Verifying Boyle's law in a teaching laboratory using strictly measurable quantities)

Lev Vertchenko e Adriana Gomes Dickman<sup>1</sup>

Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais,  
Belo Horizonte, MG, Brasil

Recebido em 25/2/2012; Aceito em 12/3/2012; Publicado em 7/12/2012

Neste trabalho propomos uma análise alternativa para a verificação da lei de Boyle, por meio de um arranjo experimental constituído por uma seringa ligada a um manômetro, que se baseia apenas nas grandezas que as escalas do arranjo permitem medir, que são a pressão manométrica e a variação do volume de gás dentro do equipamento. Mostramos que é possível obter uma relação linear entre o inverso das grandezas medidas, cujo ajuste aos dados experimentais permite inferir a pressão absoluta local e o volume total de gás contido inicialmente no equipamento, quantidades que não podem ser medidas diretamente neste caso. Tradicionalmente, os valores iniciais da pressão absoluta e do volume total do gás são introduzidos nos cálculos por meio de medições em experimentos complementares. Assim, defendemos a ideia de que é mais sensato verificar diretamente a compatibilidade dos dados experimentais com as relações estudadas na teoria que representam a lei de Boyle. **Palavras-chave:** ensino de física, lei de Boyle, experimentação.

We propose an alternative way to verify Boyle's law. Our procedure uses only measurable quantities such as manometric pressure and the variation in the volume of the gas, in a setup consisting of a syringe connected to a manometer. Using simple algebra one can obtain a linear relation between the inverse of these variables. A linear fit of the experimental data provides estimates of the absolute pressure and the total volume (syringe plus hose), quantities that cannot be measured directly in this case. It therefore makes sense to verify the compatibility of the data with the linear expression representing Boyle's law, rather than introducing values for the initial absolute pressure and the total volume, which would have to be obtained in separate experiments.

**Keywords:** physics education, Boyle's law, experimentation.

## 1. Introdução

Em termodinâmica, há uma grande variedade de experimentos simples, praticamente caseiros, possíveis de serem realizados com material de fácil aquisição. Por outro lado, quando o fenômeno requer alguma precisão, por menor que seja, o custo e a dificuldade aumentam significativamente, exigindo um planejamento cuidadoso do experimento. Vários experimentos requerem um bom isolamento térmico do sistema em estudo para fornecerem resultados consistentes com a teoria. Em muitos casos torna-se necessário o uso de calorímetros de alta qualidade, difíceis de serem encontrados em laboratórios didáticos. A pesquisa realizada por Araújo e Abib mostra que de um total de 92 artigos analisados, apenas quatro abordam temas relacionados com calorimetria [1]. Esse fato reforça o nosso argumento de que experimentos relacionados a esse tema são de difícil

execução em laboratórios didáticos. Neste sentido, vale ressaltar a importância de se aprimorar práticas experimentais que envolvem conceitos termodinâmicos.

A lei de Boyle desempenhou um papel importante em direção à descrição atomística dos gases, tendo sido interpretada por Daniel Bernoulli como devendo-se ao fato de a pressão de um gás ser resultado de um efeito cinético de seus átomos. Observa-se facilmente que esta lei é um caso particular da lei de Charles posteriormente enunciada, que relaciona a pressão absoluta ( $P$ ) ao volume total ( $V$ ) e à temperatura absoluta ( $T$ ) de um gás pela expressão

$$\frac{PV}{T} = C,$$

em que  $C$  é uma constante. A lei de Boyle, que afirma que a pressão é inversamente proporcional ao volume, é obtida quando a temperatura  $T$  é mantida constante.

<sup>1</sup>E-mail: adrianadickman@gmail.com.

A interpretação desta lei em termos estatísticos levou à teoria cinética dos gases [2].

Experimentos didáticos verificadores da lei de Boyle utilizam aparatos relativamente simples. Um exemplo é o dispositivo introduzido por [3] que consiste em manter uma pequena quantidade de ar preso em uma proveta, dentro de uma garrafa plástica de refrigerante cheia de água acoplada a um manômetro. Desta maneira, ao comprimir a garrafa plástica pode-se observar a diminuição do volume de ar dentro da proveta e ao mesmo tempo, ler a pressão registrada no manômetro.

Outro procedimento, utilizado por Brunneto *et al* [4] para verificar as propriedades dos gases, incluindo a lei de Boyle, consiste de uma coluna de ar, dentro de uma célula de medida, ligada a uma coluna de mercúrio por um tubo plástico em forma de U, em contato com um banho termostático. Para cada valor escolhido da temperatura, lê-se o volume diretamente pela altura da coluna de ar e a variação da pressão pela diferença entre a altura do mercúrio na coluna e dentro da célula.

Nestes experimentos, geralmente procura-se analisar os resultados em termos dos valores da pressão absoluta e do volume total da célula gasosa, ou seja, é necessário conhecer de antemão o valor da pressão atmosférica local [3,4].

A contribuição deste trabalho consiste em mostrar que, fazendo-se uma manipulação algébrica, pode-se operar com a lei de Boyle usando grandezas estritamente medidas nas escalas do arranjo experimental, que são a pressão indicada pelo manômetro e a variação do volume gasoso na seringa. Como consequência, os alunos interpretam uma equação linear que relaciona os dados obtidos à pressão atmosférica local e ao volume total do gás contido inicialmente no equipamento.

## 2. Análise tradicional<sup>2</sup> do experimento

Em geral, o experimento utilizado para verificar a validade da lei de Boyle se baseia em um equipamento, mostrado na Fig. 1, que consiste de uma seringa com escala volumétrica conectada a um manômetro por uma mangueira, (por exemplo, [5]). O manômetro difere do barômetro por permitir a leitura apenas da pressão relativa, sendo necessário adicionar o valor da pressão atmosférica para passar-se à pressão absoluta. O gás, geralmente ar, fica armazenado dentro da seringa e pode ser comprimido quando o êmbolo é empurrado.

Os dados são coletados por meio da leitura direta dos valores obtidos para o volume do gás e a pressão absoluta (pressão manométrica adicionada ao valor da pressão atmosférica) ao comprimir o gás contido no equipamento por uma quantidade  $\Delta V$  estipulada inicialmente.

Para realizar a análise tradicional dos dados é necessário determinar o volume inicial de gás contido

nas várias partes interligadas do equipamento: seringa, mangueira, válvula e interior do manômetro, correspondendo aos itens C, D, E e A mostrados no esquema da Fig. 1. A escala da seringa permite a leitura direta apenas do volume de ar contido nela. Assim, torna-se necessário um método indireto para a determinação do volume total de ar inicialmente armazenado no equipamento.

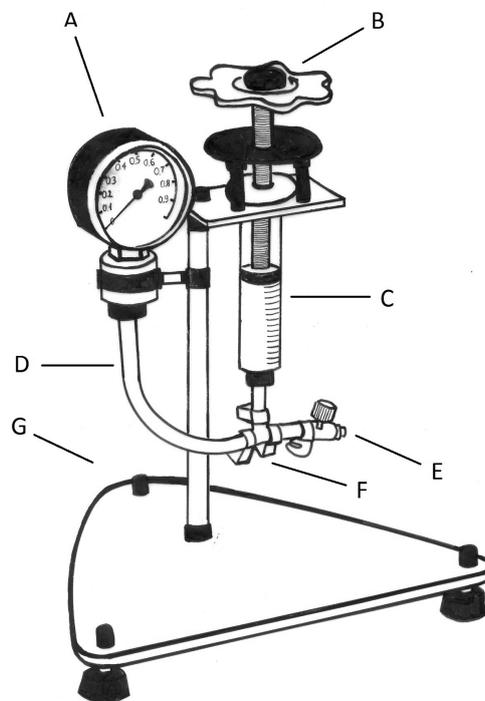


Figura 1 - Esquema geral do equipamento utilizado para a verificação da lei de Boyle. Neste diagrama as partes do arranjo são representadas pelas letras de acordo com a legenda: A - manômetro, B - manípulo, C - seringa, D - mangueira, E - válvula, F - presilhas, G - suporte. Adaptado da Ref. [5].

Se  $V_0$  for o volume inicial de gás dentro do equipamento antes de iniciar as medidas, ao comprimir a seringa o novo volume será  $V_1 = V_0 + \Delta V$ . No caso de compressão do gás, a variação de volume é negativa, de modo que  $\Delta V = -|\Delta V|$ . Durante este procedimento a pressão aumenta, e a nova pressão será:  $P_1 = P_0 + \Delta p$ . Pode-se usar a lei de Boyle, na qual o produto  $PV$  se mantém constante, para estimar a quantidade total de ar dentro do equipamento. Assim

$$P_0 V_0 = P_1 V_1, \quad (1)$$

$$P_0 V_0 = (P_0 + \Delta p)(V_0 - |\Delta V|). \quad (2)$$

Isolando  $V_0$  obtém-se que

$$V_0 = \frac{(P_0 + \Delta p)|\Delta V|}{\Delta p}. \quad (3)$$

<sup>2</sup>A análise tradicional do experimento é a análise sugerida pela maioria dos manuais de equipamentos para a verificação da lei de Boyle e tradicionalmente utilizada em aulas práticas.

A partir deste valor é possível determinar todos os volumes subsequentes à compressão do gás no interior do equipamento.

Desta maneira, no modelo tradicional, o aluno, após realizar as medidas experimentais, deve preencher uma tabela extensa, somando os valores encontrados para a pressão manométrica com a pressão atmosférica local, previamente obtida em uma tabela ou utilizando um barômetro, além de calcular o volume para cada medida a partir do valor calculado para  $V_0$ .

### 3. Manipulação algébrica da lei de Boyle

Nesta seção é mostrado como uma manipulação algébrica permite relacionar as grandezas que são diretamente mensuráveis por meio do arranjo experimental utilizado para a verificação da lei de Boyle. De acordo com esta análise é possível obter informações sobre a pressão atmosférica local,  $P_0$ , sem a utilização de um barômetro, e a quantidade total de gás,  $V_0$ , contida inicialmente no interior do equipamento.

Na análise utilizam-se apenas a pressão relativa lida diretamente no manômetro,  $\Delta p = P - P_0$ , e a variação do volume gasoso contido na seringa,  $\Delta V = V - V_0$ , que é medida através da escala da própria seringa. Considerando que a compressão do gás no experimento ocorre isotermicamente,<sup>3</sup> pode-se aplicar a lei de Boyle, na forma da Eq. (2), resultando em

$$\Delta p = \frac{P_0 |\Delta V|}{V_0 - |\Delta V|}. \quad (4)$$

O inverso da Eq. (4) fornece, assim,

$$\frac{1}{\Delta p} = \frac{V_0}{P_0} \frac{1}{|\Delta V|} - \frac{1}{P_0}. \quad (5)$$

Constata-se pela Eq. (5) uma relação linear entre  $1/\Delta p$  e  $1/|\Delta V|$ , que são os inversos das grandezas diretamente medidas no experimento. A equação da reta que representa esta relação possui coeficiente linear  $-1/P_0$  e coeficiente angular  $V_0/P_0$ . Dessa maneira, a análise dos dados obtidos no experimento fornece o valor da pressão atmosférica local e a quantidade inicial de ar dentro do equipamento.

## 4. Resultados experimentais

Nesta seção são apresentadas as medidas feitas e a análise dos resultados usando o método proposto neste trabalho.

### 4.1. Obtenção dos dados

Para a verificação da lei de Boyle utilizou-se o arranjo experimental constituído de um manômetro ligado por uma mangueira a uma seringa, que é o recipiente da célula gasosa estudada.<sup>4</sup>

Inicialmente, ajusta-se o equipamento de maneira que 20,0 mL de ar fiquem contidos inicialmente na seringa, nas condições atmosféricas locais, ou seja, pressão manométrica igual a zero. Em seguida, comprime-se o ar dentro da seringa por um valor fixo  $|\Delta V| = 2,0$  mL, anotando-se os valores da variação do volume e da pressão lida no manômetro. Os dados obtidos estão listados na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores medidos para a variação de pressão e de volume.

$\Delta p$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	0,08	0,18	0,29	0,42	0,58
$\Delta V$ (mL)	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0

As barras de erro referem-se aos desvios absolutos, metade da menor divisão da escala dos aparelhos, que são  $\delta \Delta p = 0,01$  kgf/cm<sup>2</sup> para a pressão manométrica e  $\delta V = 0,5$  mL para o volume gasoso na seringa.

Embora os erros relativos das medidas fiquem menores à maior compressão, torna-se mais difícil conter o vazamento do ar comprimido. No experimento realizado, a última pressão manométrica lida foi de 0,58 kgf/cm<sup>2</sup>, a partir da qual percebe-se vazamento de ar, por meio da leitura da pressão manométrica que diminui gradativamente, sem que a seringa seja comprimida. Uma maneira alternativa de verificar a existência de vazamento consiste em mergulhar a mangueira, juntamente com a válvula de fechamento em um recipiente com água. A formação de bolhas indica o escapamento de ar do equipamento.

### 4.2. Análise usando a manipulação algébrica da lei de Boyle

A verificação da lei de Boyle de acordo com a proposta neste trabalho envolve uma manipulação algébrica da lei, fornecendo uma relação linear entre as grandezas diretamente medidas como mostrado na seção 3.

Assim, a análise dos dados é feita por meio da construção de um gráfico do inverso da variação da pressão em função do inverso da variação do volume ( $|\Delta V|^{-1}$  vs.  $\Delta p^{-1}$ ), usando os dados da Tabela 2.

O gráfico, mostrado na Fig. 2, é uma reta, como previsto pela Eq. (5). O ajuste, pelo método de quadrados mínimos, fornece o coeficiente linear  $A = (-0,87 \pm 0,03)$  cm<sup>2</sup>/kgf e o coeficiente angular  $B = (25,9 \pm 0,2)$  (cm<sup>2</sup> mL)/kgf. O coeficiente linear,  $A = -1/P_0$ , resulta numa pressão inicial  $P_0 = (1,15 \pm 0,04)$  kgf/cm<sup>2</sup>, valor próximo da pressão atmosférica nas condições normais de temperatura e pressão,  $P_{CNTP} = 1,03$  kgf/cm<sup>2</sup>. Este resultado, juntamente com o coeficiente angular,  $B = V_0/P_0$ , permite obter o volume gasoso inicial  $V_0 = (30 \pm 1)$  mL, indicando não ser desprezível o conteúdo de ar presente na mangueira que conecta a seringa ao manômetro, uma vez que foram registrados inicialmente 20 mL de ar dentro da seringa.

<sup>3</sup>Para que o experimento se aproxime desta situação o gás deve ser comprimido lentamente.

<sup>4</sup>Foi utilizado o conjunto gaseológico Emília com manômetro da Cidepe [5].

Tabela 2 - Valores obtidos para o inverso da variação de volume e da pressão manométrica e seus respectivos erros absolutos.

n	$1/(\Delta V)$ ( $\text{mL}^{-1}$ )	$\delta$	$1/(\Delta p)$ ( $\text{cm}^2/\text{kgf}$ )	$\delta(1/\Delta p) = \delta \Delta p / (\Delta p)^2$ ( $\text{cm}^2/\text{kgf}$ )
1	0,5	0,1	13	2
2	0,25	0,03	5,6	0,3
3	0,17	0,01	3,4	0,1
4	0,125	0,008	2,38	0,06
5	0,100	0,005	1,72	0,03

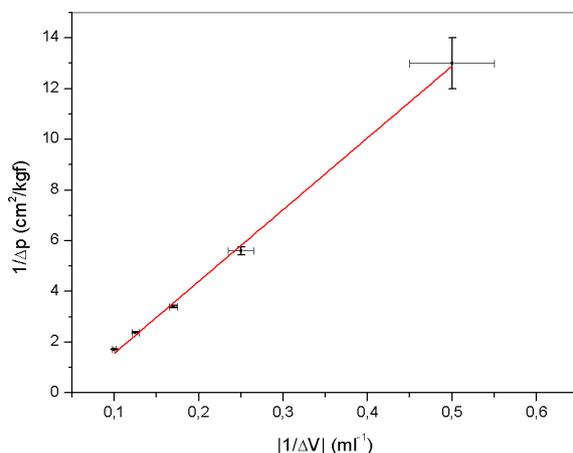


Figura 2 - Relação entre os inversos da pressão manométrica e do valor absoluto da variação volumétrica de uma seringa contendo ar inicialmente à pressão atmosférica. A reta resulta do ajuste de quadrados mínimos aos dados experimentais.

Os erros dos coeficientes  $A$  e  $B$  são obtidos por meio do ajuste de quadrados mínimos, enquanto que os erros associados a  $P_0$  e  $V_0$  foram calculados pela soma dos erros relativos de  $A$ ,  $B$  e  $P_0$ .

A diferença entre os valores tabelado e medido para a pressão atmosférica local ocorre devido ao vazamento de ar no equipamento para compressões maiores. Neste intervalo, caracterizado pelas grandes variações de volume, o vazamento provoca uma diminuição nos valores de  $\Delta p$ , aumentando seu inverso. Assim, a inclinação do gráfico tende a diminuir, aumentando o valor do coeficiente linear. Como o coeficiente linear é negativo, isso implica em uma diminuição do seu módulo. Consequentemente, como a pressão atmosférica é dada pelo inverso do coeficiente linear, a presença de vazamento tende a aumentar seu valor.

Portanto, a verificação da lei de Boyle é confirmada pela obtenção de uma reta que se ajusta aos dados.

#### 4.3. Discussão dos resultados

Os dois métodos discutidos anteriormente permitem a verificação da lei de Boyle em um laboratório didático de Termodinâmica. Entretanto, percebem-se duas desvantagens do uso da maneira tradicional em relação à análise por meio da manipulação algébrica da lei de Boyle. A primeira diz respeito ao uso de grandezas que não são medidas diretamente na experiência. Em

uma aula experimental, o aluno, ao obter suas medidas, é remetido ao preenchimento de uma tabela, que além de exigir uma compreensão imediata do procedimento, *i.e.*, escolha de um par de medidas para a obtenção do valor inicial do volume total de gás, necessitará conhecer previamente o valor da pressão atmosférica local. A segunda desvantagem está ligada ao fato de ser possível obter valores diversos para o volume total, dependendo do par de medidas considerado. Embora, em nossa opinião, devem-se explorar todos os aspectos possíveis envolvidos em uma aula experimental, há que se considerar que a existência de muitas alternativas pode atrapalhar o foco da atenção do aluno, fragilizando a assimilação do conteúdo, principalmente se é a primeira vez que este é abordado em sala de aula.

No método tradicional o aluno é obrigado a preencher tabelas extensas com dados repetitivos, constituindo-se em uma tarefa laboriosa que não adiciona novos conhecimentos. Por outro lado, a manipulação algébrica proposta obriga o aluno a analisar os dados, a equação que os relaciona e a interpretar as possíveis diferenças entre os resultados encontrados e tabelados.

Defende-se, portanto, uma análise direta, que utilize os dados obtidos de uma forma mais clara, e que ao mesmo tempo incentive uma análise das equações que descrevem o fenômeno em questão. O procedimento sugerido para análise dos dados contribui para o desenvolvimento da capacidade de análise gráfica, aproveitando a facilidade de um ajuste linear, da representação dos dados por gráficos, e obtenção de parâmetros como a pressão atmosférica local, “dando um verdadeiro sentido ao mundo abstrato e formal das linguagens” utilizadas na física [6].

## 5. Considerações finais

Neste trabalho propõe-se uma análise para a verificação da lei de Boyle, por meio de um arranjo constituído por uma seringa ligada a um manômetro, que se baseia apenas nas grandezas que as escalas do arranjo permitem medir, que são a pressão manométrica e a variação do volume gasoso. Por meio de uma manipulação algébrica é obtida uma relação linear entre o inverso destas grandezas, cujo ajuste aos dados experimentais permite inferir os valores iniciais da pressão absoluta local e do volume total de gás dentro do equi-

pamento. Sugere-se, sempre que possível, explorar os dados experimentais obtidos na própria experiência e examinar esta confrontação entre os dados, ou seja, a relação entre eles, à luz da teoria física envolvida.

## Referências

- [1] M.S. de T. Araújo e M.L.S. Abib, Revista Brasileira de Ensino de Física **25**, 176 (2003).
- [2] L. Rosenfeld, *Classical Statistical Mechanics* (Livraria da Física/CBPF, São Paulo, 2005).
- [3] R.E. Chernikoff, L.A. Rubio, R.E. Cáceres e O.J. Rodriguez, Caderno Catarinense de Ensino de Física **16**, 176 (1999).
- [4] R.S. Brunetto, A.C. Oliveira e M.R. Franco, Revista Brasileira de Ensino de Física **27**, 363 (2005).
- [5] CIDEPE, Livro de Atividades. Disponível em <<http://www.cidepe.com.br/pt/produtos/fisica/conjunto-gaseologico-emilia-com-manometro-1>>, acesso em 11/7/2011.
- [6] M.G. Séré, S.M. Coelho e A.D. Nunes, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **20**, 30 (1999).