

# Bola, taco, sinuca e física

(Ball, cue, snooker and physics)

Eden V. Costa<sup>1</sup>

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, Brasil

Recebido em 6/10/2006; Revisado em 23/3/2007; Aceito em 5/4/2007

A sinuca é um jogo familiar entre os estudantes. Por isso, é conveniente utilizá-la como exemplo no estudo do movimento de um corpo rígido, e, não apenas nos problemas de colisões, frontais e laterais, como quase sempre aparece nos textos dos livros didáticos de física básica. Neste artigo, faremos a análise dos efeitos da tacada. Discutiremos a tacada alta, a tacada baixa e faremos a análise do movimento da bola-projétil e da bola-alvo. Veremos que a altura do ponto onde o taco atinge a bola determina o tipo de movimento executado. Podemos dizer que a sinuca é um exemplo bastante útil para o estudo da dinâmica do corpo rígido.

**Palavras-chave:** corpo rígido, colisões, sinuca, tacada alta e tacada baixa.

Snooker is a familiar game among students. Therefore, it is convenient to use this game as an example for studying the rigid body motion, and not only in the problems about head-on and lateral collisions, as it is usually seen in the texts of basic physics in the didactic books. In this article, we are going to analyse the effects of the cue on the ball and discuss the high and the low cue and to do the analysis of the motion of the projectile and target balls. Then, we will show that the place on the ball hit by the cue is decisive to the kind of motion which is acquired. We can say that snooker is a very useful application to the study of rigid body dynamics.

**Keywords:** rigidly body, collisions, snooker, high cue and low cue.

## 1. Introdução

Os campeões de sinuca demonstram ter conhecimento intuitivo da física envolvida neste jogo. Steve Davis [1], seis vezes campeão mundial, ao discutir qualitativamente o movimento da bola-projétil e da bola-alvo, revela esse conhecimento. E mais, afirma que muitos jogadores talentosos não são vencedores porque têm idéias confusas sobre o movimento inicial da bola-alvo. Sendo assim, a análise da tacada, e a análise do movimento da bola-projétil e da bola-alvo nos permitem entender a física envolvida no jogo de sinuca.

As equações do momento linear  $\mathbf{P}$  e do momento angular  $\mathbf{L}$  de uma esfera de massa  $m$ , raio  $r$  e inércia rotacional  $I$  em relação a um eixo que passa pelo centro de massa podem ser escritas por  $\mathbf{P} = m\mathbf{v}_{cm}$  e  $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$ .  $\mathbf{v}_{cm}$  é a velocidade de translação do centro de massa e  $\boldsymbol{\omega}$  é a velocidade angular da rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa. A velocidade  $\mathbf{v}$  de um ponto da superfície pertencente ao plano mediano vertical é dada por [2]

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{cm} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{r}. \quad (1)$$

<sup>1</sup>E-mail: eden@if.uff.br.

Na Fig. 1 está representada uma bola de sinuca (bola-projétil) inicialmente em repouso, imediatamente após ser golpeada pelo taco com uma força impulsiva horizontal  $\mathbf{F}$  em um ponto do plano mediano vertical. O parâmetro de impacto é  $b$  e a duração do contato é  $\Delta t$ . Os valores iniciais das velocidades são  $v_{0cm}$  e  $\omega_0$ . As intensidades do impulso transmitido e do torque exercido em relação ao centro de massa são, respectivamente,  $F\Delta t$  e  $(-Fb)$ . Sabendo que

$$F\Delta t = \Delta P, \quad (2)$$

e

$$-Fb = \frac{\Delta L}{\Delta t}, \quad (3)$$

podemos escrever que

$$F\Delta t = mv_{0cm}, \quad (4)$$

$$-Fb\Delta t = I\omega_0. \quad (5)$$

Como  $I = 2mr^2/5$ , então

$$\omega_0 = -\frac{5}{2}v_{0cm}\frac{b}{r^2}. \quad (6)$$

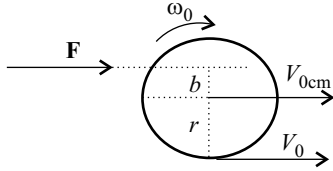


Figura 1 - Bola de sinuca de raio  $r$  inicialmente em repouso, imediatamente após ser golpeada por um taco com uma força impulsiva horizontal  $\mathbf{F}$  em um ponto do plano mediano vertical. O parâmetro de impacto é  $b$  e a velocidade inicial de translação do centro de massa é  $v_{0cm}$ .

Com as Eqs. (1) e (6) podemos determinar a velocidade inicial de deslizamento  $v_0$  do ponto de contato da bola com a mesa,

$$v_0 = v_{0cm} \left( 1 - \frac{5b}{2r} \right). \quad (7)$$

Na condição de rolamento sem deslizamento ( $v_0 = 0$ ),  $b = 2r/5$ . Se  $b < 2r/5$  dizemos que a tacada é baixa. E ao contrário, quando  $b > 2r/5$  dizemos que a tacada é alta. Com a Eq. (7) podemos determinar o intervalo de valores possíveis para a velocidade inicial de deslizamento:  $-3v_{0cm}/2 \leq v_0 \leq v_{0cm}$  (veja a Fig. 2).

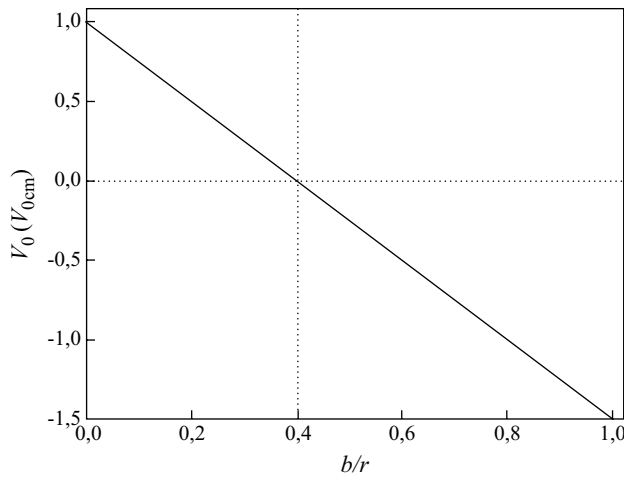


Figura 2 - Velocidade inicial  $v_0$  de deslizamento do ponto de contato da bola com a mesa, medida em unidades de  $v_{0cm}$ . Para  $b/r = 0,4$ , o rolamento é sem deslizamento. As regiões  $0 < b/r < 0,4$  e  $0,4 < b/r < 1$  correspondem, respectivamente, à tacada baixa e à tacada alta.

A velocidade angular inicial pode ser determinada por meio da Eq. (6). O intervalo de valores possíveis é  $-5v_{0cm}/2r \leq \omega_0 \leq 0$ . No rolamento sem deslizamento,  $\omega_0 = -v_{0cm}/r$  (veja a Fig. 3).

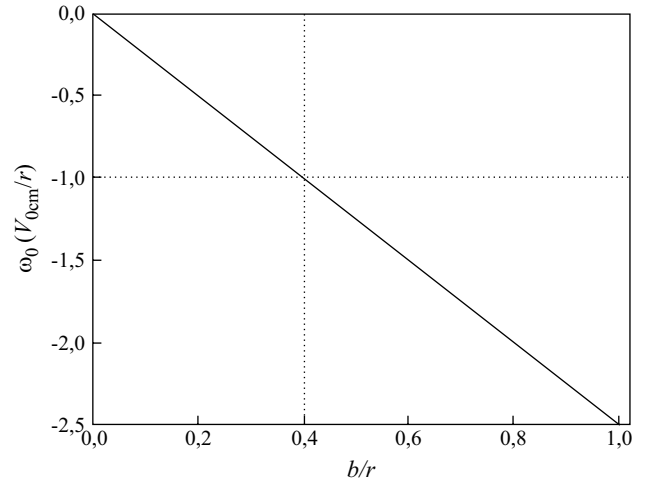


Figura 3 - Velocidade angular inicial  $\omega_0$ , medida em unidades de  $(v_{0cm}/r)$ . Para  $b/r = (0,4)$ , o rolamento é sem deslizamento. As regiões:  $0 < b/r < 0,4$  e  $0,4 < b/r < 1$  correspondem, respectivamente, à tacada baixa e à tacada alta.

## 2. Tacada baixa e tacada alta

A tacada (alta ou baixa) ao provocar o deslizamento introduz a força de atrito cinético  $\mu_c mg$  e o torque  $\mu_c mgr$ .

a) Na tacada baixa,  $v_0$  tem o mesmo sentido de  $v_{0cm}$ . Portanto, a força de atrito diminui a velocidade de deslizamento e a velocidade de translação do centro de massa.

b) Na tacada alta, o sentido de  $v_0$  é oposto ao de  $v_{0cm}$ . Desta forma, a força de atrito tem o mesmo sentido da velocidade de translação do centro de massa. Logo, a força de atrito diminui a velocidade de deslizamento, mas, aumenta a velocidade de translação do centro de massa.

Durante o deslizamento a resultante das forças é a força de atrito cinético. Por conseguinte, a aceleração do movimento de translação do centro de massa é constante e igual a  $\mu_c g$ . A aceleração angular  $\alpha$  do movimento de rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa pode ser determinada por

$$\mu_c mgr = \frac{2}{5} mr^2 \alpha, \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{5}{2} \frac{\mu_c g}{r}. \quad (9)$$

### 2.1. Tacada baixa

Vamos considerar a bola em um instante  $t$  após uma tacada baixa. A velocidade do movimento de translação do centro de massa e a velocidade angular do movimento de rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa são dadas pelas expressões do movimento uniformemente variado

$$v_{cm} = v_{0cm} - \mu_c g t, \quad (10)$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{5}{2} \frac{\mu_c g}{r} t. \quad (11)$$

A velocidade  $v$  de deslizamento que pode ser determinada por meio da Eq. (1) é dada por

$$v = v_0 - \frac{7}{2} \mu_c g t. \quad (12)$$

A velocidade  $v$  é nula no instante  $t = \tau$  dado por

$$\tau = \frac{2v_0}{7\mu_c g}. \quad (13)$$

A partir deste instante a bola rola sem deslizar e o atrito é estático. Com as Eqs. (7), (10) e (13), podemos determinar a velocidade de translação do centro de massa. O resultado é

$$v_{cm} = \frac{5}{7} \frac{v_{0cm}(b+r)}{r}. \quad (14)$$

Com as Eqs. (6), (7), (11) e (13), podemos determinar a velocidade angular da rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa. Obtemos que

$$\omega = -\frac{5}{7} \frac{v_{0cm}(b+r)}{r^2}. \quad (15)$$

Logo, para  $t \geq (2v_0/7\mu_c g)$  podemos afirmar que:

a) A bola rola sem deslizar. A velocidade de translação do centro de massa e a velocidade angular de rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa são diretamente proporcionais a  $(b+r)$ , distância entre o ponto de impacto da tacada e o plano da mesa.

b) A força resultante é a força de atrito estático. Como ela não realiza trabalho a perda de energia se dá devido ao atrito de rolamento e à resistência do ar.

A representação de algumas das possibilidades de movimento da bola-projétil pode ser vista na Fig. 4.

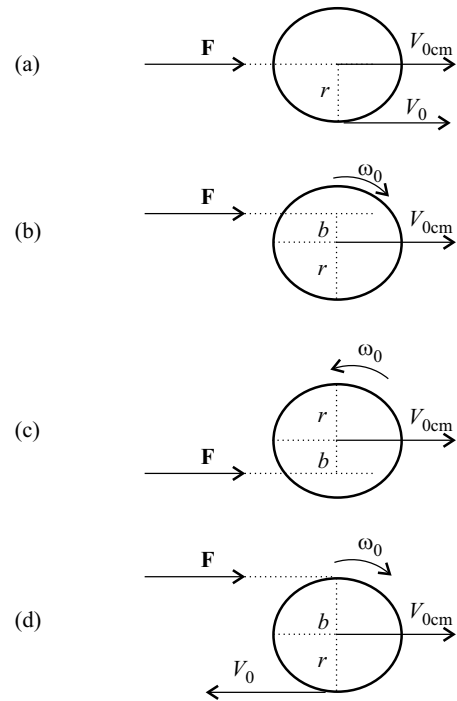


Figura 4 - Velocidades iniciais de uma bola de sinuca de raio  $r$ , imediatamente após ser golpeada pelo taco com parâmetro de impacto  $b$ . (a) Tacada baixa ( $b = 0$ ).  $v_0 = v_{0cm}$  e  $\omega_0 = 0$ . (b) Rolamento sem deslizamento ( $b = 0, 4r$ ).  $v_0 = 0$  e  $\omega_0 = -v_{0cm}/r$ . (c) Rolamento sem deslizamento ( $b = 0, 4r$ ).  $v_0 = 0$  e  $\omega_0 = v_{0cm}/r$ . (d) Tacada alta ( $b = r$ ).  $v_0 = -1,5 v_{0cm}$  e  $\omega_0 = -2,5 v_{0cm}/r$ .

Como uma aplicação vamos considerar uma bola de sinuca de raio  $r = 2,7$  cm, uma tacada baixa extrema ( $b = 0$  e  $v_0 = v_{0cm}$ ), a velocidade inicial de translação do centro de massa  $v_{0cm} = 2,0$  m/s e o coeficiente de atrito cinético  $\mu_c = 0,57$ . Com estes dados, podemos traçar o gráfico representado na Fig. 5.

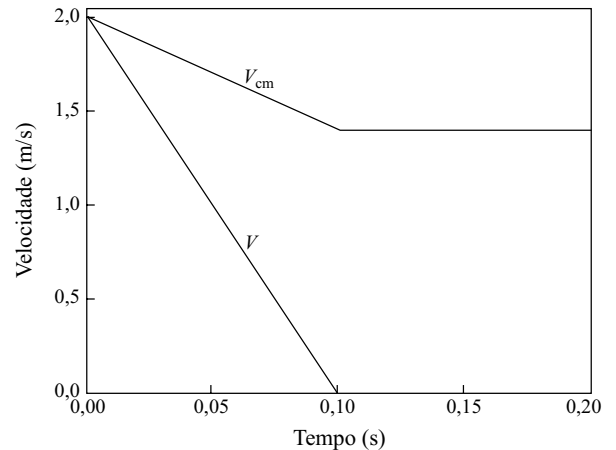


Figura 5 - Velocidade de translação do centro de massa  $v_{cm}$  e a velocidade  $v$  de deslizamento do ponto de contato com a mesa, para uma tacada baixa extrema ( $b = 0$ ).

## 2.2. Tacada alta

Nas condições de  $r = 2,7$  cm, tacada alta extrema ( $b = r$  e  $v_0 = -3 v_{0cm}/2$ ),  $v_{0cm} = 2,0$  m/s e  $\mu_c = 0,57$ , a variação da velocidade de translação do centro de massa

e a variação da velocidade de deslizamento do ponto de contato da bola com a mesa está representada na Fig. 6.

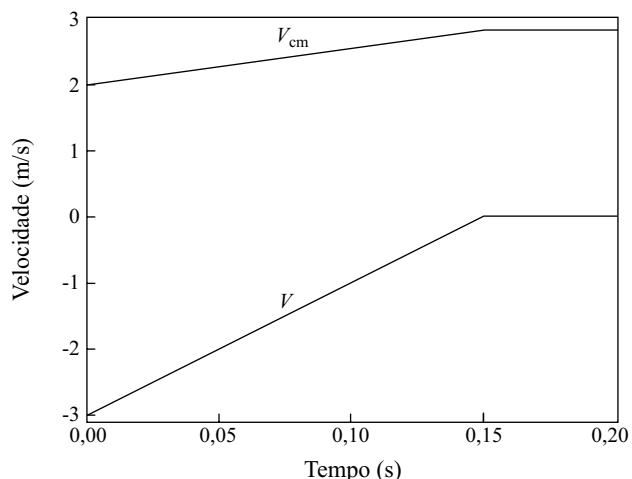


Figura 6 - Velocidade de translação do centro de massa  $v_{cm}$  e a velocidade  $v$  de deslizamento do ponto de contato com a mesa, para uma tacada alta extrema ( $b = r$ ).

### 3. Colisões

As bolas de sinuca têm massas iguais. Então, em uma colisão frontal, elas trocam entre si as velocidades de translação do centro de massa. Como as bolas são polidas e rígidas, podemos considerar o coeficiente de atrito entre elas desprezível. Desta forma, durante a colisão, a bola projétil não produz torque sobre a bola-alvo. Por isso, as velocidades angulares não se alteram durante a colisão [3]. É importante saber que no jogo de sinuca, a bola-alvo inicialmente está em repouso. A representação dos movimentos das bolas (projétil e alvo) imediatamente antes, imediatamente depois e ao atingir o rolamento sem deslizamento pode ser vista nas Figs. 7 e 8.

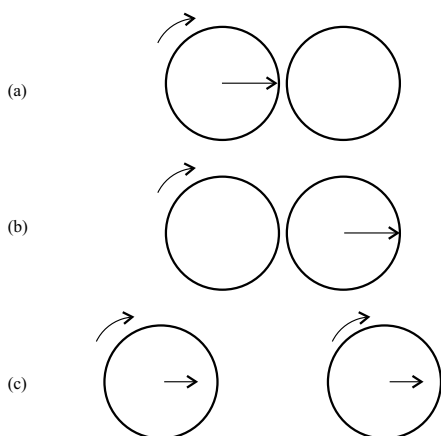


Figura 7 - Movimento das bolas (projétil e alvo) em uma colisão frontal. A bola-alvo, inicialmente, está em repouso. (a) Imediatamente antes da colisão. (b) Imediatamente depois da colisão. (c) Ao atingir o rolamento sem deslizamento. O sentido de rotação da bola-projétil determina o sentido da sua velocidade de translação.

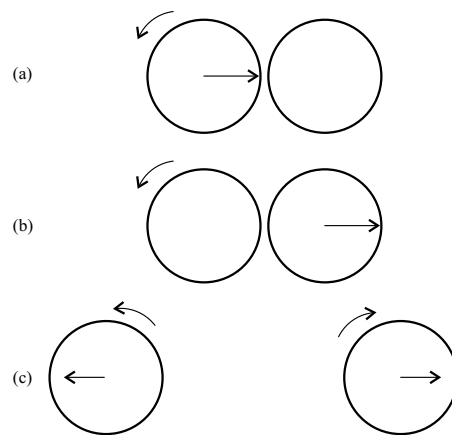


Figura 8 - Movimento das bolas (projétil e alvo) em uma colisão frontal. A bola-alvo, inicialmente, está em repouso. (a) Imediatamente antes da colisão. (b) Imediatamente depois da colisão. (c) Ao atingir o rolamento sem deslizamento. O sentido de rotação da bola-projétil determina o sentido da sua velocidade de translação.

### 4. Conclusões

Como a sinuca é um jogo comum entre os estudantes, entendemos ser proveitoso tê-la como exemplo em algumas situações estudadas no movimento de um corpo rígido. Sendo assim, podemos utilizá-la como exemplo de rolamento sem deslizamento, rolamento com deslizamento, deslizamento no mesmo sentido da translação do centro de massa e deslizamento em sentido contrário à translação do centro de massa. Estas possibilidades de movimentos são conseqüências da tacada baixa ou da tacada alta, isto é, dependem da altura do ponto onde a bola é golpeada.

Tanto na tacada baixa quanto na tacada alta, o movimento da bola divide-se em dois regimes: o transiente e o permanente. Durante o regime transiente, o rolamento é com deslizamento até alcançar o regime permanente, quando a bola rola sem deslizar. O caso particular de transiente nulo ocorre quando o taco atinge a bola no ponto onde a distância até o plano da mesa é igual a 1,4 vezes o raio da bola. Um fato que surpreende e estimula proveitosas discussões é na tacada alta, quando o atrito aumenta a velocidade de translação do centro de massa. Esta situação é incomum entre as apresentadas nos livros didáticos de física básica.

Nosso objetivo foi a análise detalhada e cuidadosa dos conceitos básicos envolvidos no movimento de uma bola de sinuca. Entendemos que a discussão apresentada, com o exame das possíveis implicações e com ênfase na compreensão dos aspectos essenciais, é proveitosa para o entendimento da dinâmica de um corpo rígido. E, certamente, dará até as bases físicas necessárias para um melhor desempenho no jogo de sinuca.

## Referências

- [1] Steve Davis, *The Successful Snooker* (Charles Letters Books, London, 1982).
- [2] H. Moysés Nussenzveig, *Física Básica - Mecânica* (Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1996).
- [3] Alair Chaves, *Mecânica* (Reichmann & Affonso Editores, Rio de Janeiro, 2001).