

Alguns aspectos da óptica quântica usando campos luminosos em modos viajantes

(Some aspects of quantum optics using light fields in travelling modes)

C. Valverde^{1,2}, A.N. Castro^{1,2}, E.P. Santos¹, B. Baseia³

¹*Campus Henrique Santillo, Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, GO, Brasil*

²*Universidade Paulista, Goiânia, GO, Brasil*

³*Instituto de Física, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil*

Recebido em 13/1/2015; Aceito em 16/2/2015; Publicado em 30/6/2015

Embora o tratamento teórico para descrever o campo luminoso na óptica quântica fosse genérico, durante bom tempo ele era referido predominantemente a modos ópticos aprisionados em cavidades. Resultados importantes foram obtidos nesse cenário. Mas, em vista da dificuldade prática no uso desse campo, trazida pelos deletérios efeitos de descoerência sobre estados aprisionados, muitos físicos da área passaram a focalizar com maior ênfase o tratamento em modos viajantes. Neste breve relato tratamos o caso da engenharia de estados não clássicos da luz para mostrar alguns detalhes das aplicações nesse cenário. Aqui a interação “campo aprisionado-átomo” dá lugar à interação “campo viajante-separador de feixes ópticos”.

Palavras-chave: óptica quântica; modos viajantes.

Although the theoretical treatment to describe the light field in quantum optics was generic, during large time it was predominantly related to optical modes trapped inside cavities. Important results were then obtained in this scenario. However, in view of the practical difficulties due to the deleterious effects of decoherence upon states of trapped fields, many physicists in this area began to focus more emphasis in the treatment using traveling fields. This brief report concerns with engineering non-classical states of light field to show some details and applications in the in the later scenario. Here the interaction “atom-trapped field”, is translated into the interaction “beam splitter-traveling field”.

Keywords: quantum optics, travelling modes.

1. Introdução

Três anos após a descoberta do laser, o físico Roy J. Glauber publicou em 1963 um importante trabalho teórico onde tratava a luz quanticamente [1, 2]. Seu artigo se tornou leitura obrigatória a pesquisadores da área da óptica e correlatas; acrescido de outros artigos afins tornou-se mais importante ainda com o resultado experimental publicado em [3]: a descoberta do efeito “antiagrupamento de fótons” (*antibunching*) [3–5] que deu origem a uma nova área da física, a óptica quântica. Esse efeito constitui-se na primeira prova da existência de efeito quântico na radiação eletromagnética [6]. Com efeito, a quantização dessa radiação já tinha sido feita em 1926, por Max Born, Werner Heisenberg e Ernst Pascual Jordan [7], inclusive sua aplicação em sistemas envolvendo interação radiação-matéria, por Paul A.M. Dirac, em 1927 [8]. Mas faltava uma prova cabal da necessidade dessa quantização. É que, até o

resultado obtido em [3], todos os efeitos exibidos pela radiação eletromagnética podiam ser explicados pela óptica clássica, ou néo-clássica [9]; por isso os físicos não viam necessidade de uma teoria quântica para essa radiação. Estimulados pela descoberta desse primeiro efeito quântico, os físicos da área passaram a investigar se a radiação eletromagnética exibiria outros efeitos não explicáveis classicamente. Nessa busca, novos efeitos foram sendo encontrados. Dentre eles citamos: (i) a estatística sub-Poissoniana no campo luminoso [10–13]; (ii) o efeito de compressão do ruído do vácuo quântico (*squeezing*) [14–17]; (iii) oscilações na inversão atômica [18, 19]; (iv) ocorrência de zeros na distribuição de número de fótons [20], etc.

Mas, qual era o critério usado para definir um efeito óptico como genuinamente quântico, isto é, sem explicação na óptica clássica? A identificação do caráter quântico dos efeitos ópticos é feita descrevendo o

¹E-mail: valverde@ueg.br.

estado do campo pelo operador densidade $\hat{\rho}$ (e não pela função de onda $\psi(\mathbf{r}, t)$ ou pelo “ket” $|\psi(t)\rangle$); $\hat{\rho}$ é representado na base coerente inventada por Glauber: $\hat{\rho} = \int P(\alpha)|\alpha\rangle\langle\alpha|d^2\alpha$ e verificam se a distribuição $P(\alpha)$ apresenta irregularidades, tipo singularidades ou valores negativos [1]. Se $P(\alpha)$ resultar assim intolerável, dizemos que o estado do campo é não clássico. É como ocorre no efeito túnel: ele é quântico porque uma partícula clássica só tunelaria com velocidade imaginária - outra situação intolerável. A componente $|\alpha\rangle$ é um dos estados coerentes da base coerente de Glauber; $|\alpha\rangle$ é autovetor do operador \hat{a} : $\hat{a}|\alpha\rangle = \lambda|\alpha\rangle$, com $\lambda = \alpha$ complexo, pois o operador de aniquilação de fótons, $\hat{a}|n\rangle \sim |n-1\rangle$, não é hermitiano. Para uma comparação ilustrativa, lembramos que um campo descrito por $\hat{\rho}$, representado na base de número (Fock), resultaria nessa outra forma: $\hat{\rho} = \sum p_n|n\rangle\langle n|$. Nessa base teríamos $p_n = \frac{\langle\hat{n}\rangle^n}{(1+\langle\hat{n}\rangle)^{n+1}}$ se $\hat{\rho}$ fosse um campo de luz térmica ou luz caótica de lâmpadas fluorescentes, ou ainda luz de lasers funcionando abaixo do limiar, correspondendo à distribuição de Bose-Einstein. Para esse campo luminoso a distribuição $P(\alpha)$ da base coerente de Glauber resulta em uma Gaussiana, regular.

Além dos mencionados efeitos quânticos no campo de radiação, foram observados também outros efeitos cujas explicações teóricas só funcionam se o campo eletromagnético é quantizado, mesmo quando ele envolve o estado mais clássico dentre os quânticos - o estado coerente [21, 22]. Como exemplos citamos: (a) o efeito colapso e ressurgimento (*collapse-revival*) da inversão atômica, previsto teoricamente em 1980 por J.H. Eberly et al. [23] e observado em laboratório por G. Rempe et al. [24]. Esse efeito ocorre quando átomos de 2 níveis interagem com convenientes campos eletromagnéticos quantizados [24–28]; (b) espalhamento de átomos por luz em estado estacionário [29, 30]; (c) a superposição de estados clássicos do campo de radiação gerando um estado quântico [31, 32]; um bem conhecido exemplo é o chamado *gato de Schrödinger* [33–36], proposto em 1935 por Erwin Schrödinger para questionar fundamentos da Mecânica Quântica; (d) os estados do campo tendo correlação não local [37–39], também chamados de estados emaranhados (*entangled*) [40–48], utilizados nos processos de teletransporte quântico [49–51], importantes em aplicações na engenharia de estados quânticos [31, 52–65], tanto no caso de campos estacionários em excelentes cavidades eletromagnéticas [66] (para evitar descoerência dos estados), como no caso de campos viajantes, atravessando arranjos ópticos como fontes de feixes luminosos, espelhos, prismas, divisores de feixes (*beam splitters*) [67–69] e detectores de fótons. Tais estados são também úteis na computação quântica [70–74], na criptografia quântica [75–77] e no teletransporte, tanto de estados atômicos como de estados de campos de radiação eletromagnética [45, 47, 78–80].

Neste trabalho vamos considerar o caso de modos viajantes, incidindo em um arranjo óptico contendo 1 ou

2 separadores de feixes, espelhos e detectores de fótons. O objetivo é mostrar com detalhes, e para cada estado do campo luminoso incidente na entrada do arranjo óptico, em que tipo de estado o campo emerge na saída do mesmo. A finalidade é engenheirar estados ópticos não clássicos que apresentem alguma propriedade aplicativa. Sabe-se que a pesquisa usando estados ópticos de modos viajantes tem sido ultimamente mais explorada que a pesquisa usa estados ópticos em cavidades, a razão sendo a menor sensibilidade dos modos viajantes a deletérios efeitos de descoerência. Aproveitando essa qualidade e também a vantagem dada pelo baixo custo dos componentes em arranjos ópticos usados em modos viajantes, muitos grupos de pesquisa experimental, brasileiros, da área óptica quântica, têm concentrado seus esforços nessa linha.

2. Separador de feixes e suas propriedades

No caso da radiação luminosa tratada quanticamente, quando ela incide em um separador de feixes (*SF*) como mostrado na Fig. (1), na saída desse dispositivo óptico o feixe no estado *total* $|\psi(\tau)\rangle$ emerge representado pela expressão,

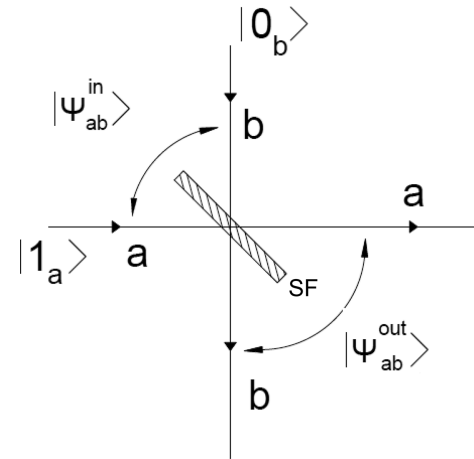


Figura 1 - Luz incidindo e emergindo em dois modos de um separador de feixes (*SF*).

$$|\psi(\tau)\rangle = \exp^{-\frac{i}{\hbar}\tau\hat{H}} |\psi(0)\rangle, \quad (1)$$

onde $\hat{H} = \hbar\lambda(\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})$ é o operador hamiltoniano e representa a ação do *SF* sobre o feixe de luz; λ é intensidade da interação entre os modos *a* e *b*, ver Fig. (1), τ é o tempo de travessia no dispositivo *SF* e $|\psi(0)\rangle = |\psi(\tau=0)\rangle$ representa o estado inicial do feixe *total* incidindo pelos canais *a* e *b* do *SF*. Podemos escrever a Eq. (1) na forma,

$$|\psi(\tau)\rangle = e^{-i\lambda\tau(\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})} |\psi(0)\rangle. \quad (2)$$

Anotaremos doravante o estado inicial incidente $|\psi(0)\rangle = |\psi_{ab}^{in}\rangle$ e o estado emergente $|\psi(\tau)\rangle = |\psi_{ab}^{out}\rangle$.

O termo “in” é para incidente (*ingoing*) e “out” é para de emergente (*outgoing*). Temos então,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle = e^{-i\lambda\tau(\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})} |\psi_{ab}^{in}\rangle. \quad (3)$$

Tendo em vista a Fig. (1) e visando simplificar os cálculos, convém reescrever a equação acima na forma,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle = \hat{S}_{ab} |\psi_{ab}^{in}\rangle, \quad (4)$$

onde $\hat{S}_{ab} = e^{-i\lambda\tau(\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})}$ é um operador unitário, isto é, $\hat{S}_{ab}^\dagger \hat{S}_{ab} = \hat{S}_{ab} \hat{S}_{ab}^\dagger = \hat{I}$. A unitariedade de \hat{S}_{ab} permite obter esta útil expressão,

$$\hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger = T \hat{a}^\dagger + iR \hat{b}^\dagger, \quad (5)$$

onde $T = \cos(\lambda\tau)$ e $R = \sin(\lambda\tau)$ representam respectivamente os coeficientes de transmissão e reflexão do *SF*.

Para provar o resultado da Eq. (5) usaremos uma identidade muito conhecida, do capítulo sobre álgebra de operadores nos livros de mecânica quântica e/ou óptica quântica [6, 8, 9, 20, 66, 68, 81],

$$e^{i\chi\hat{A}} \hat{B} e^{-i\chi\hat{A}} = \hat{B} + (i\chi)[\hat{A}, \hat{B}] + \frac{(i\chi)^2}{2!} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \frac{(i\chi)^3}{3!} [\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] + \dots, \quad (6)$$

na qual, fazendo $\chi = \lambda\tau$, $\hat{A} = (\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger)$, $\hat{B} = \hat{a}^\dagger$ bem como usando os comutadores $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ e $[\hat{a}, \hat{b}] = 0$ obtemos,

$$\begin{aligned} [\hat{A}, \hat{B}] &= [(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger), \hat{a}^\dagger] \\ &= (\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger)\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger) \\ &= \hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger\hat{b} - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{b}^\dagger \\ &= \hat{b}^\dagger, \end{aligned} \quad (7)$$

enquanto que teremos $[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] = [(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger), \hat{b}^\dagger] = \hat{a}^\dagger$ e depois teremos $[\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] = [(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger), \hat{a}^\dagger] = \hat{b}^\dagger, \dots$ etc.

Esse resultado mostra que a sequência de comutadores da expressão Eq. (6) resulta nesta outra sequência: $\hat{a}^\dagger, \hat{b}^\dagger, \hat{a}^\dagger, \hat{b}^\dagger, \hat{a}^\dagger, \hat{b}^\dagger, \dots$ acompanhada de potências crescentes na forma $\pm \frac{(i\chi)^n}{n!}$. De modo que, nas potências ímpares de $(i\chi)$ os comutadores da Eq. (6) são do tipo $\pm\hat{b}^\dagger$ enquanto nas potências pares os comutadores são do tipo $\pm\hat{a}^\dagger$. Assim, denotando na Eq. (6) $e^{i\chi\hat{A}} = \hat{S}_{ab}$ e $\hat{B} = \hat{a}^\dagger$ obtemos, usando os já mencionados $\hat{S}_{ab} = e^{-i\chi(\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})}$ e $\chi = \lambda\tau$,

$$\begin{aligned} \hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger &= [1 + \frac{(i\chi)^2}{2!} + \frac{(i\chi)^4}{4!} + \\ &\frac{(i\chi)^6}{6!} + \dots] \hat{a}^\dagger + [(i\chi) + \frac{(i\chi)^3}{3!} + \frac{(i\chi)^5}{5!} + \dots] \hat{b}^\dagger, \end{aligned} \quad (8)$$

que pode ser reescrita na forma,

$$\hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger = (1 - \frac{\chi^2}{2!} + \frac{\chi^4}{4!} - \frac{\chi^6}{6!} + \dots) \hat{a}^\dagger + i(\chi - \frac{\chi^3}{3!} + \frac{\chi^5}{5!} - \dots) \hat{b}^\dagger, \quad (9)$$

e compactada assim,

$$\hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \chi^{2n} \hat{a}^\dagger + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \chi^{2n+1} \hat{b}^\dagger, \quad (10)$$

onde reconhecemos as duas séries de potências: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \chi^{2n} = \cos(\chi) = T$ e $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \chi^{2n+1} = \sin(\chi) = R$. Isto permite escrever a Eq. (10) na forma final,

$$\begin{aligned} \hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger &= \cos(\chi) \hat{a}^\dagger + i \sin(\chi) \hat{b}^\dagger \\ &= T \hat{a}^\dagger + iR \hat{b}^\dagger. \end{aligned} \quad (11)$$

Um procedimento análogo aplicado ao operador \hat{b}^\dagger fornece,

$$\hat{S}_{ab} \hat{b}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger = T \hat{b}^\dagger + iR \hat{a}^\dagger. \quad (12)$$

As Eqs. (11), (12) são básicas para o que segue.

3. Aplicações do separador de feixe

3.1. Caso 1:

Como aplicação inicial e preliminar para os demais tópicos da sequência, vamos considerar o caso mais simples, mostrado na Fig. (1), em que o estado *total* do feixe de luz na entrada do *SF* corresponde à expressão matemática operacional seguinte, representando o estado $|1\rangle$, de um fóton incidente no modo *a* do *SF*, e o estado $|0\rangle$, de zero fóton incidente no modo *b*,

$$|\psi_{ab}^{in}\rangle = |1\rangle_a |0\rangle_b. \quad (13)$$

O estado do feixe luminoso que emerge do *SF* é obtido assim, passo a passo,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle &= \hat{S}_{ab} |\psi_{ab}^{in}\rangle, \\ &= \hat{S}_{ab} |1\rangle_a |0\rangle_b, \\ &= \hat{S}_{ab} (\hat{a}^\dagger |0\rangle_a) |0\rangle_b, \\ &= \hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger (\hat{S}_{ab}^\dagger \hat{S}_{ab}) |0\rangle_a |0\rangle_b, \\ &= (\hat{S}_{ab} \hat{a}^\dagger \hat{S}_{ab}^\dagger) \hat{S}_{ab} |0\rangle_a |0\rangle_b, \\ &= (T \hat{a}^\dagger + iR \hat{b}^\dagger) |0\rangle_a |0\rangle_b, \\ &= T |1\rangle_a |0\rangle_b + iR |0\rangle_a |1\rangle_b. \end{aligned} \quad (14)$$

O procedimento algébrico que levou a esse resultado será estendido abaixo.

3.2. Caso 2:

Separadores de feixe (*SFs*) modificam os estados do campo luminoso e portanto mudam também suas estatísticas, com excessão dos estados coerentes, $|\alpha\rangle$. Para prová-lo partimos da Fig. (2).

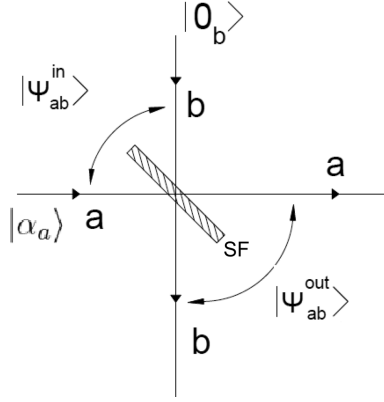


Figura 2 - O mesmo que na Fig. (1): um dos feixes no estado coerente $|\alpha\rangle$ incide no modo a , outro no estado de vácuo $|0\rangle$, no modo b .

No modo a , temos um feixe incidente, no estado coerente $|\alpha\rangle_a = \hat{D}_a(\alpha)|0\rangle_a$ - o mais clássico dentre os quânticos [83]; $\hat{D}_a(\alpha) = e^{(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})}$. Nesse caso, usando novamente o estado de vácuo $|0\rangle_b$ no modo b , os passos para chegar ao resultado buscado são esses,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle &= \hat{S}_{ab}|\alpha\rangle_a|0\rangle_b \\ &= \hat{S}_{ab}\hat{D}_a(\alpha)|0\rangle_a|0\rangle_b, \\ &= \hat{D}_a(T\alpha)|0\rangle_a\hat{D}_b(iR\alpha)|0\rangle_b, \\ &= |T\alpha\rangle_a|iR\alpha\rangle_b. \end{aligned} \quad (15)$$

Esse resultado mostra que os fótons do feixe luminoso, distribuem-se aos dois feixes que emergem nos estados coerentes, $|T\alpha\rangle_a$ e $|iR\alpha\rangle_b$, dos modos a e b do *SF*. Não há ganho nem perda de energia, pois $T \in [0, 1]$, $R \in [0, 1]$ com $T^2 + R^2 = 1$ para o suposto *SF* ideal: o número *total* de fótons na entrada do *SF* é o mesmo do *total* na saída. De fato, o número médio de fótons emergindo nos modos a e b resulta respectivamente $\langle n \rangle_a = |T\alpha|^2$ e $\langle \hat{n} \rangle_b = |iR\alpha|^2$, cuja soma é $|\alpha|^2(T^2 + R^2) = |\alpha|^2$, o mesmo valor médio no 'input': $|\alpha|^2 + 0^2 = |\alpha|^2$ [84, 85]. Notamos também que os estados de entrada no *SF*, $|\alpha\rangle_a$ e $|0\rangle_b$ são estados coerentes, pois o estado de vácuo é um estado coerente trivial, ele satisfaz à definição: $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ pois $\hat{a}|0\rangle = 0|0\rangle$. Também, os estados na saída, $|T\alpha\rangle_a$ e $|iR\alpha\rangle_b$, são coerentes pois R e T são números. Logo, o *SF* não mudou a estatística dos estados, uma vez que todos os estados coerentes exibem estatística poissoniana.

Agora provaremos o resultado na Eq. (15); vamos denotar os operadores \hat{a} , de aniquilação de fótons nos campos incidentes, por \hat{a}_{in} . Os resultados das Eqs. (11) e (12) permitem relacionar o operador \hat{a}_{in} com o operador \hat{a}_{out} , de aniquilação de fótons nos campos emergen-

tes, através da representação matricial usada em problemas de espalhamento [68],

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{out} \\ \hat{b}_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T & iR \\ iR & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{in} \\ \hat{b}_{in} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

onde $T^2 + R^2 = 1$. Da equação acima resulta que $\hat{a}_{out} = T\hat{a}_{in} + iR\hat{b}_{in}$ e $\hat{b}_{out} = iR\hat{a}_{in} + T\hat{b}_{in}$. Revertendo o sistema matricial acima encontramos,

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{in} \\ \hat{b}_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T & -iR \\ -iR & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{out} \\ \hat{b}_{out} \end{pmatrix} \quad (17)$$

ou, equivalentemente,

$$\hat{a}_{in} = T\hat{a}_{out} - iR\hat{b}_{out}, \quad (18)$$

$$\hat{b}_{in} = -iR\hat{a}_{out} + T\hat{b}_{out} \quad (19)$$

que permite escrever, com $\hat{D}_a(\alpha) = e^{(\alpha\hat{a}_{in}^\dagger - \alpha^*\hat{a}_{in})}$,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{in}\rangle &= |\alpha\rangle_a|0\rangle_b = \hat{D}_a(\alpha)|0\rangle_a|0\rangle_b, \\ &= e^{(\alpha\hat{a}_{in}^\dagger - \alpha^*\hat{a}_{in})}|0\rangle_a|0\rangle_b. \end{aligned} \quad (20)$$

Usando a Eq. (18) e sua adjunta, mudamos a Eq. (20) para a forma,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle = e^{[\alpha(T\hat{a}_{out}^\dagger + iR\hat{b}_{out}^\dagger) - \alpha^*(T\hat{a}_{out} - iR\hat{b}_{out})]}|0\rangle_a|0\rangle_b, \quad (21)$$

que pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle &= e^{(\alpha T\hat{a}_{out}^\dagger - \alpha^* T\hat{a}_{out})} \times \\ &\quad e^{(iR\alpha\hat{b}_{out}^\dagger - \alpha^*(iR)^*\hat{b}_{out})}|0\rangle_a|0\rangle_b, \\ &= \hat{D}_a(T\alpha)\hat{D}_b(iR\alpha)|0\rangle_a|0\rangle_b, \\ &= (\hat{D}_a(T\alpha)|0\rangle_a)(\hat{D}_b(iR\alpha)|0\rangle_b), \\ &= |T\alpha\rangle_a|iR\alpha\rangle_b. \end{aligned} \quad (22)$$

que prova o resultado antecipado na Eq. (15). Para interpretar o estado $|T\alpha\rangle_a$ como coerente usamos a analogia: se $D_a(\alpha)|0\rangle_a = |\alpha\rangle_a$ então $D_a(T\alpha)|0\rangle_a = |T\alpha\rangle_a$. Ambos, $|\alpha\rangle_a$ e $|T\alpha\rangle_a$, são estados coerentes, gerados pela atuação dos operadores $D_a(\alpha)$ e $D_a(T\alpha)$ no estado $|0\rangle_a$ respectivamente. O mesmo vale para o estado $|iR\alpha\rangle_b$.

3.3. Caso 3:

Vamos agora considerar dois feixes em estados genéricos, incidindo nos modos a e b do *SF*, conforme mostrado na Fig. (3).

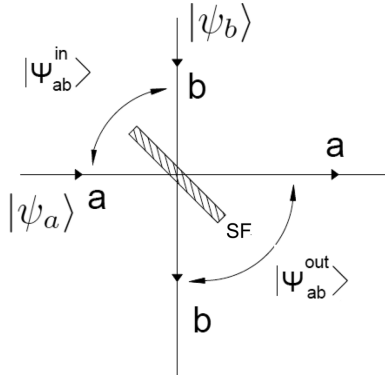


Figura 3 - O mesmo que nas Figs. (1) e (2), para incidências de feixes nos estados $|\psi_a\rangle$, no modo a e $|\psi_b\rangle$, modo b .

Temos,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle = \hat{S}_{ab} |\psi_{ab}^{in}\rangle = \hat{S}_{ab} |\psi_a\rangle |\psi_b\rangle, \quad (23)$$

onde expandiremos na base de Fock: $|\psi_a\rangle = \sum_n C_n |n\rangle$

e $|\psi_b\rangle = \sum_m C_m |m\rangle$, para obter,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle &= \hat{S}_{ab} \left(\sum_n C_n |n\rangle_a \right) \left(\sum_m C_m |m\rangle_b \right) \\ &= \hat{S}_{ab} \sum_n C_n \sum_m C_m |n\rangle_a |m\rangle_b, \end{aligned} \quad (24)$$

e agora usando $|n\rangle_a = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle_a$ e $|m\rangle_b = \frac{(b^\dagger)^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle_b$ resulta,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle &= \hat{S}_{ab} \sum_n C_n \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} \sum_m C_m \frac{(b^\dagger)^m}{\sqrt{m!}} |0\rangle_a |0\rangle_b, \\ &= \sum_n C_n \frac{\hat{S}_{ab} (\hat{a}^\dagger)^n \hat{I}}{\sqrt{n!}} \sum_m C_m \frac{(b^\dagger)^m \hat{I}}{\sqrt{m!}} (|0\rangle_a |0\rangle_b), \\ &= \sum_{n,m} C_{n,m} \frac{\hat{S}_{ab} (\hat{a}^\dagger)^n \hat{I}}{\sqrt{n!}} \frac{(b^\dagger)^m \hat{I}}{\sqrt{m!}} (|0\rangle_a |0\rangle_b). \end{aligned} \quad (25)$$

Nos passos acima inserimos o operador \hat{I} à direita de $(\hat{a}^\dagger)^n$ e também à direita de $(b^\dagger)^m$. Nos cálculos porém, o operador \hat{I} funciona como um dos muitos equivalentes dele: $\hat{S}_{ab}^\dagger \hat{S}_{ab} = \hat{I}$. Lembrando que $\hat{S}_{ab} = \exp[-i\lambda\tau(\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})]$ isso acarreta $\hat{S}_{ab}|0\rangle_a = |0\rangle_a$ bem como $\hat{S}_{ab}|0\rangle_b = |0\rangle_b$ e usando também que $\hat{S}_{ab}(\hat{a}^\dagger)^n \hat{S}_{ab}^\dagger = (T\hat{a}^\dagger + iR\hat{b}^\dagger)^n$ e $\hat{S}_{ab}(b^\dagger)^m \hat{S}_{ab}^\dagger = (R\hat{a}^\dagger - iT\hat{b}^\dagger)^m$ para todo n e m inteiros, obtemos o seguinte resultado,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle &= \sum_{n,m} \frac{C_{n,m}}{\sqrt{n!m!}} (T\hat{a}^\dagger + iR\hat{b}^\dagger)^n \times \\ &\quad (T\hat{b}^\dagger + iR\hat{a}^\dagger)^m |0\rangle_a |0\rangle_b. \end{aligned} \quad (26)$$

3.4. Caso 4:

Uma aplicação do resultado acima na óptica quântica está esboçada na Fig. (4). Mostra dois feixes do campo

luminoso quantizado incidindo nos modos a e b de um SF . O feixe *total* de luz incidente é representado pelo estado $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |1\rangle_a |0\rangle_b$ e o feixe *total* emergente é representado pelo estado $|\psi_{ab}^{out}\rangle_1 = \hat{S}_1 |\psi_{ab}^{in}\rangle_1$. Uma similar representação se dará no segundo separador de feixes, o SF_2 da Fig. (4), para os estados $|\psi_{ab}^{in}\rangle_2$ e $|\psi_{ab}^{out}\rangle_2$ - conforme detalharemos posteriormente.

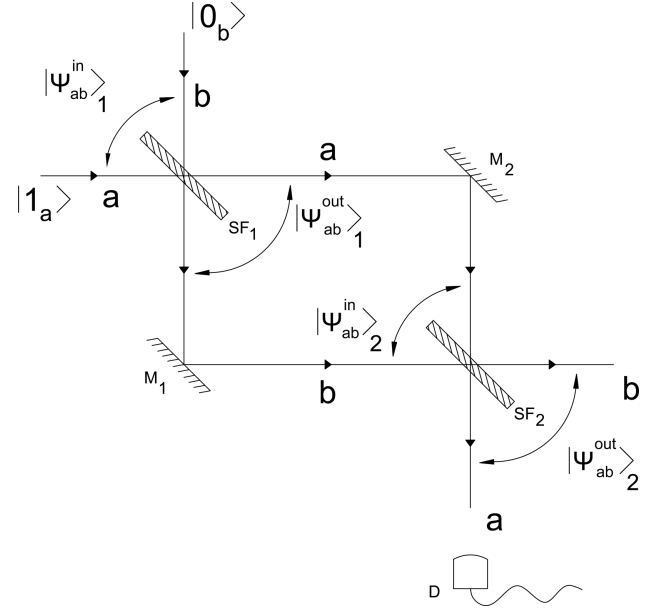


Figura 4 - Arranjo experimental usando dois espelhos M_1 e M_2 , dois separadores de feixes (Beam Splitters) SF_1 e SF_2 e detector de fóton D no modo a emergente, na vertical.

Agora, particularizando: na parte superior da Fig. (4) é mostrado no SF_1 um campo luminoso no estado de 1 fóton, representado pelo símbolo $|1\rangle_a$, incidente no modo a , e um campo no estado de vácuo, representado pelo símbolo $|0\rangle_b$, incidente no modo b . Denotamos por $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1$ o estado incidente *total* nos modos a e b do SF_1 e denotamos por $|\psi_{ab}^{out}\rangle_1$ o estado emergente *total* a determinar, nos mesmos dois modos a e b do SF_1 . O estado emergente é resultante da ação do operador de evolução $\hat{S}_1 = e^{-i\tau\hat{H}/\hbar}$ sobre o estado inicial *total*: $\hat{S}_1 |\psi_{ab}^{in}\rangle_1 \rightarrow |\psi_{ab}^{out}\rangle_1$; $\hat{H} = \hbar\lambda(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger)$ é o operador hamiltoniano de interação comum aos dois SF_s ; $\hat{a}^\dagger(\hat{a})$ e $\hat{b}^\dagger(\hat{b})$ são operadores de criação (aniquilação) para os modos a e b ; τ é o tempo de travessia nos SF_s . Temos,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_1 = \hat{S}_1 |\psi_{ab}^{in}\rangle_1. \quad (27)$$

Os respectivos coeficientes de transmissão e reflexão, T_1 e R_1 do SF_1 , terão papel importante nos resultados, conforme veremos. Substituindo na Eq. (27) o estado inicial $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |1\rangle_a |0\rangle_b = \hat{a}^\dagger |0\rangle_a |0\rangle_b$ mostrado na Fig. (4), encontramos, passo a passo o estado na saída do SF_1 , descrito como

$$\begin{aligned}
|\psi_{ab}^{out}\rangle_1 &= \hat{S}_1 |\psi_{ab}^{in}\rangle \\
&= \hat{S}_1 |1\rangle_a |0\rangle_b \\
&= \hat{S}_1 (\hat{a}^\dagger |0\rangle_a) |0\rangle_b \\
&= \hat{S}_1 \hat{a}^\dagger (\hat{S}_1^\dagger \hat{S}_1) |0\rangle_a |0\rangle_b \\
&= (\hat{S}_1 \hat{a}^\dagger \hat{S}_1^\dagger) \hat{S}_1 |0\rangle_a |0\rangle_b \\
&= (T_1 \hat{a}^\dagger + iR_1 \hat{b}^\dagger) |0\rangle_a |0\rangle_b, \quad (28)
\end{aligned}$$

onde usamos que $|1\rangle_a = \hat{a}^\dagger |0\rangle_a$, inserimos $\hat{S}_1^\dagger \hat{S}_1 = \hat{I}$ à direita de \hat{a}^\dagger e ainda usamos $\hat{S}_1 |0\rangle_a |0\rangle_b = |0\rangle_a |0\rangle_b$. Em seguida, conforme Fig. (4), considerando que o estado emergente no SF_1 vai funcionar como estado incidente no SF_2 , isto é: $|\psi_{ab}^{in}\rangle_2 = |\psi_{ab}^{out}\rangle_1$ e usando $\chi_2 = \lambda_2 \tau$ e também o operador \hat{S}_2 em vez de \hat{S}_1 na evolução do estado no SF_2 obtemos, em analogia com a dedução da Eq. (28),

$$\begin{aligned}
|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 &= \hat{S}_2 |\psi_{ab}^{in}\rangle_2 = \hat{S}_2 |\psi_{ab}^{out}\rangle_1 \\
&= \hat{S}_2 (T_1 \hat{a}^\dagger + iR_1 \hat{b}^\dagger) |0\rangle_a |0\rangle_b \\
&= T_1 (\hat{S}_2 \hat{a}^\dagger \hat{S}_2^\dagger) |0\rangle_a |0\rangle_b + iR_1 (\hat{S}_2 \hat{b}^\dagger \hat{S}_2^\dagger) |0\rangle_a |0\rangle_b \\
&= (T_1 T_2 - R_1 R_2) |1\rangle_a |0\rangle_b \\
&\quad + i(R_1 T_2 + R_2 T_1) |0\rangle_a |1\rangle_b, \quad (29)
\end{aligned}$$

que resulta em $|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |0\rangle_a |1\rangle_b$ se $R_1 = T_1$, $R_2 = T_2$ ou se $R_1 = T_2$, $R_2 = T_1$. Esses dois casos mostram que não emergem fótons no modo a do SF_2 (interferência destrutiva), em acordo com a experiência. Agora, se $R_1 = R_2 = \sin(\theta)$, $T_1 = T_2 = \cos(\theta)$, a Eq. (29) é obtida na forma

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \cos(2\theta) |1\rangle_a |0\rangle_b + i \sin(2\theta) |0\rangle_a |1\rangle_b. \quad (30)$$

Para $\theta = \frac{\pi}{8}$ o feixe emerge no estado emaranhado com componentes de mesmo peso,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_a |0\rangle_b + i |0\rangle_a |1\rangle_b); \quad (31)$$

para $\theta = \frac{\pi}{4}$ temos o estado emergente $|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |0\rangle_a |1\rangle_b$ e para $\theta = \frac{\pi}{2}$ emerge o mesmo da entrada: $|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |1\rangle_a |0\rangle_b$. Agora, se colocam um defasador em um dos braços do arranjo, retardamos os fótons nesse braço e desaparece a interferência destrutiva no detector, esteja este no modo a ou b . Quando esse efeito ocorre sem os defasadores, *significa a presença de espões na rede* - que são detectados sem que percebam. Isso nos lembra a detecção *free-interaction measurement* [82].

O estado de vácuo $|0\rangle$ não tem lugar na óptica clássica: no caso usual de estados com muitos fótons, ele não tem papel relevante em geral. Mas, para estados com poucos fótons, tipo 1, 2, 3 fótons,... o estado $|0\rangle$ torna-se muito importante; é quando os experimentos discordam do resultado teórico clássico. A inibição de

fotocontagem nesse arranjo óptico não ocorre no tratamento quântico usando estados *clássicos*, tipo estado térmico ou mesmo o estado coerente - o mais clássico dentre os estados não clássicos. A propósito, o estado coerente $|\alpha\rangle$ é definido no tratamento quântico e ele está na fronteira entre os estados clássicos e os estados quânticos.

3.5. Caso 5:

Vamos considerar agora um feixe luminoso no estado $|2\rangle$, de dois fótons, incidindo no modo a do SF_1 e outro feixe no estado de vácuo, $|0\rangle$, incidindo no braço b , do mesmo SF_1 , ver Fig. (5). Esse estado inicial *total* no SF_1 será representado matematicamente por

$$|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |2\rangle_a |0\rangle_b. \quad (32)$$

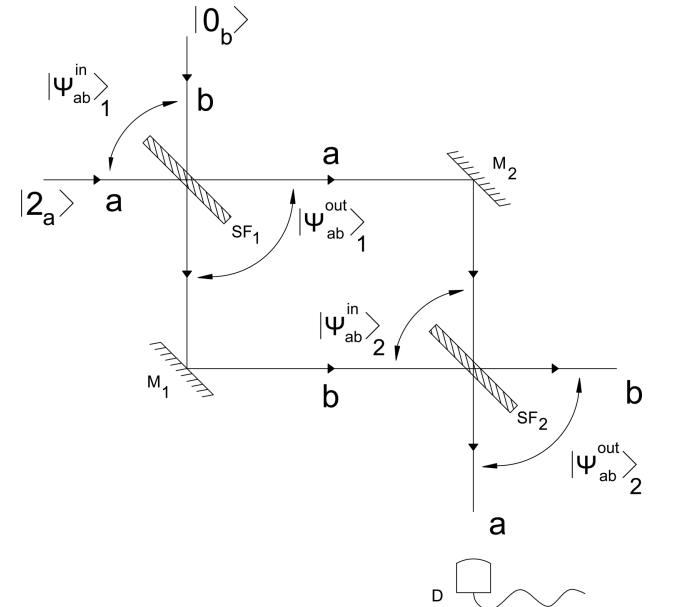


Figura 5 - O mesmo que na Fig. (4), com $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |2\rangle_a |0\rangle_b$.

Seguindo o procedimento anterior, que levou à Eq. (29), encontramos na saída do SF_2 este estado emergente,

$$\begin{aligned}
|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 &= (T_1 T_2 - R_1 R_2)^2 |2\rangle_a |0\rangle_b - \\
&\quad (T_1 R_2 + T_2 R_1)^2 |0\rangle_a |2\rangle_b + \\
&\quad i\sqrt{2}(T_1^2 T_2 R_2 + T_1 T_2^2 R_1 - \\
&\quad T_1 R_1 R_2^2 - R_1^2 R_2 T_2) |1\rangle_a |1\rangle_b. \quad (33)
\end{aligned}$$

Neste caso, para $R_1 = R_2 = \sin(\theta)$ e $T_1 = T_2 = \cos(\theta)$ a Eq.(33) resulta na forma,

$$\begin{aligned}
|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 &= \cos^2(2\theta) |2\rangle_a |0\rangle_b - \sin^2(2\theta) |0\rangle_a |2\rangle_b + \\
&\quad \frac{i}{\sqrt{2}} \sin(4\theta) |1\rangle_a |1\rangle_b, \quad (34)
\end{aligned}$$

a qual, para valores de R_1, R_2, T_1 e T_2 que a qual, para os valores de $\theta = 0, \frac{\pi}{2}$ e π , fornece o estado emergindo do SF_2 ,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |2\rangle_a |0\rangle_b, \quad (35)$$

que coincide com o estado incidente no SF_1 . O caso $\theta = \frac{\pi}{4}$ mostra troca de estados nos modos a e b ,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |0\rangle_a |2\rangle_b, \quad (36)$$

enquanto que, para $\theta = \frac{\pi}{8}$ o estado emergente é este,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \frac{1}{2}(|2\rangle_a |0\rangle_b - |0\rangle_a |2\rangle_b + i\sqrt{2}|1\rangle_a |1\rangle_b). \quad (37)$$

3.6. Caso 6:

Neste caso assumiremos os dois feixes luminosos no estado de 1 fóton, $|1\rangle_a$ e $|1\rangle_b$, incidindo nos braços a e b do SF_1 , ver Fig. (6). O estado inicial *total* incidente no primeiro SF_1 é representado por,

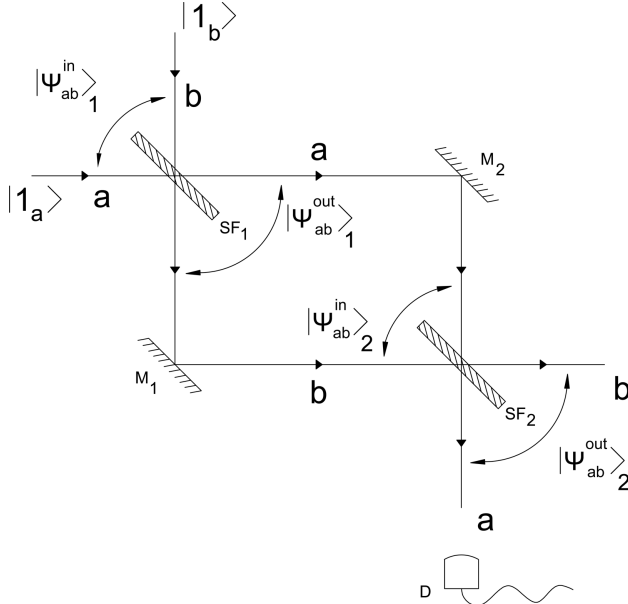


Figura 6 - O mesmo que na Fig. (4), com $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |1\rangle_a |1\rangle_b$.

$$|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |1\rangle_a |1\rangle_b. \quad (38)$$

Utilizando os mesmos procedimentos matemáticos anteriores, isto é, tratando o estado *total* emergente de SF_1 como o estado *total* incidente no SF_2 , encontramos o estado *total* emergente na saída deste, como

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = & [(T_1 T_2 - R_1 R_2)^2 - \\ & (T_1 R_2 + T_2 R_1)^2] |1\rangle_a |1\rangle_b + \\ & i\sqrt{2}(T_1^2 T_2 R_2 + T_1 T_2^2 R_1 - T_1 R_1 R_2^2 - \\ & R_1^2 R_2 T_2)[|2\rangle_a |0\rangle_b + |0\rangle_a |2\rangle_b]. \quad (39) \end{aligned}$$

Agora, no caso $R_1 = R_2 = \sin(\theta)$, $T_1 = T_2 = \cos(\theta)$, a Eq.(39) é escrita como

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = & \cos(4\theta) |1\rangle_a |1\rangle_b + \\ & \frac{i}{\sqrt{2}} \sin(4\theta)(|2\rangle_a |0\rangle_b + |0\rangle_a |2\rangle_b). \quad (40) \end{aligned}$$

Para $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$, e π o estado emergente do SF_2 coincide com o estado de entrada no SF_1 ,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |1\rangle_a |1\rangle_b, \quad (41)$$

enquanto que para $\theta = \frac{\pi}{8}$ o estado emergente no SF_2 exibe componentes de 2 fótons nos modos a ou b , constituindo-se em um método para gerar o estado de Fock $|2\rangle$ em um modo do campo viajante a partir dos estados $|1\rangle$ e $|0\rangle$,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(|2\rangle_a |0\rangle_b + |0\rangle_a |2\rangle_b). \quad (42)$$

Este resultado mostra que, se detectamos o estado acima no modo a em $|0\rangle_a$, isto deixa o feixe do modo b no estado $|2\rangle_b$ e, se ele incidir em um SF_3 , em cujo outro modo incide feixe no estado $|0\rangle$ ou $|1\rangle$, geramos na saída deste SF_3 os estados de Fock $|3\rangle$ e $|4\rangle$, respectivamente, pela conveniente escolha de θ . Não podemos porém esquecer que a probabilidade de detecção de estados de Fock assim obtidos, decaem com a potência $\frac{1}{2^n}$, onde n é a ordem do SF .

3.7. Caso 7:

Vamos considerar um feixe de luz no estado coerente $|\alpha\rangle$ incidindo pelo braço a do SF_1 e outro feixe no estado de vácuo, $|0\rangle$, no braço b , ver Fig. (7); o estado inicial *total* incidente no SF_1 é expresso por

$$|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |\alpha\rangle_a |0\rangle_b, \quad (43)$$

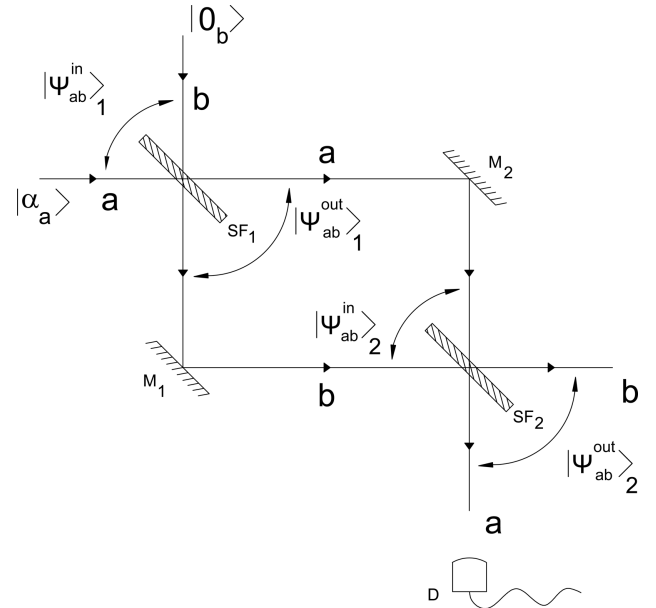


Figura 7 - O mesmo que na Fig. (4), com $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = |\alpha\rangle_a |0\rangle_b$.

e na saída do SF_2 temos este estado do feixe emergente *total*

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle_2 &= e^{[\alpha(T_1T_2 - R_1R_2)\hat{a}^\dagger - \alpha^*(T_1T_2 - R_1R_2)\hat{a}]} \times \\ &e^{[\alpha(iT_1R_2 + iR_1T_2)\hat{b}^\dagger + \alpha^*(iT_1R_2 + iR_1T_2)\hat{b}]} |0\rangle_a |0\rangle_b, \\ &= |(T_1T_2 - R_1R_2)\alpha\rangle_a |(T_1R_2 + R_1T_2)i\alpha\rangle_b. \end{aligned} \quad (44)$$

Considerando o caso particular $R_1 = R_2 = \sin(\theta)$ e $T_1 = T_2 = \cos(\theta)$ temos,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |\cos(2\theta)\alpha\rangle_a |i\sin(2\theta)\alpha\rangle_b;$$

para $\theta = 0, \frac{\pi}{2}$ e π o estado na saída do SF_2 coincide com o estado de entrada,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |\alpha\rangle_a |0\rangle_b. \quad (45)$$

Para $\theta = \frac{\pi}{4}$ o estado emergente mostra uma quase troca de estados,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = |0\rangle_a |i\alpha\rangle_b, \quad (46)$$

havendo de fato uma troca de estatística, pois $|i\alpha\rangle = |e^{i\frac{\pi}{2}}\alpha\rangle$ também é um (outro) estado coerente, resultado de girar $|\alpha\rangle$ de $\frac{\pi}{2}$ no espaço de fase da Mecânica Quântica; já o valor $i\alpha$ representa um giro de $\frac{\pi}{2}$ no valor α , no plano complexo. Estados coerentes têm mesma estatística, de Poisson.

Para $\theta = \frac{\pi}{8}$ temos,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \left| \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \right\rangle_a \left| i \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \right\rangle_b. \quad (47)$$

significando dois estados coerentes, um em cada modo do SF_2 , com conservação do número de fótons: $\langle \hat{n} \rangle_{SF_1} = |\alpha|_a^2 + |0|^2 = |\alpha|_a^2$ que coincide com $\langle \hat{n} \rangle_{SF_2} = \frac{1}{2}(|\alpha|_a^2 + |i\alpha|_b^2) = |\alpha|_a^2$. Tinha de ser assim pois o operador de evolução, \hat{S}_{ab} , é unitário.

3.8. Caso 8:

Vamos considerar um feixe de luz no estado de superposição $\eta(|\alpha\rangle_a \pm |\beta\rangle_a)$, formado de dois estados coerentes, $|\alpha\rangle_a$ e $|\beta\rangle_a$, incidente no braço *a* do SF_1 ; consideremos ainda o estado de vácuo de fóton, $|0\rangle$, no braço *b* do mesmo SF_1 , ver Fig. (8); o parâmetro $\eta = (|\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2\text{Re} \langle \alpha | \beta \rangle)^{-\frac{1}{2}}$ é o fator de normalização do estado superposto. O estado inicial *total* incidindo no SF_1 é escrito como,

$$|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = \eta(|\alpha\rangle_a \pm |\beta\rangle_a) |0\rangle_b. \quad (48)$$

Feitas as contas, obtemos o estado *total* emergindo do SF_2 dado por

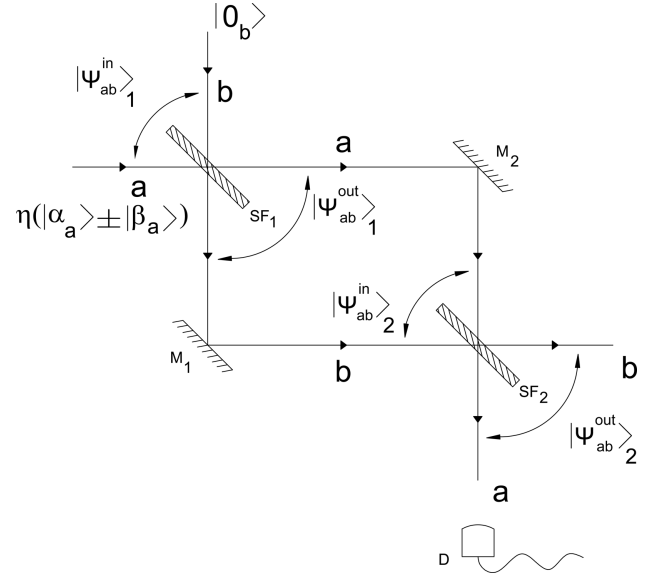


Figura 8 - O mesmo que na Fig. (4), com $|\psi_{ab}^{in}\rangle_1 = \eta(|\alpha\rangle_a \pm |\beta\rangle_a) |0\rangle_b$.

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle_2 &= \eta(|(T_1T_2 - R_1R_2)\alpha\rangle_a |(T_1R_2 + R_1T_2)i\alpha\rangle_b \pm \\ &|(T_1T_2 - R_1R_2)\beta\rangle_a |(T_1R_2 + R_1T_2)i\beta\rangle_b). \end{aligned} \quad (49)$$

No caso particular $R_1 = R_2 = \sin(\theta)$, $T_1 = T_2 = \cos(\theta)$ a expressão acima assume a forma,

$$\begin{aligned} |\psi_{ab}^{out}\rangle_2 &= |(\cos 2\theta)\alpha\rangle_a |i(\sin 2\theta)\alpha\rangle_b \pm \\ &|(\cos 2\theta)\beta\rangle_a |i(\sin 2\theta)\beta\rangle_b. \end{aligned} \quad (50)$$

Notamos que para $\theta = 0, \frac{\pi}{2}$ e π temos o estado emergente do SF_2 ,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \eta(|\alpha\rangle_a \pm |\beta\rangle_a) |0\rangle_b, \quad (51)$$

que coincide com o estado incidente no SF_1 .

Para $\theta = \frac{\pi}{4}$ o estado superposto transfere-se do modo *a* para o modo *b*, sofrendo um giro de $\frac{\pi}{2}$ nas duas componentes coerentes.

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \eta |0\rangle_a (|i\alpha\rangle_b \pm |i\beta\rangle_b), \quad (52)$$

enquanto que para $\theta = \frac{\pi}{8}$ temos um estado entrelaçando os modos *a* e *b*,

$$|\psi_{ab}^{out}\rangle_2 = \eta(|\alpha\rangle_a |i\alpha\rangle_b \pm |\beta\rangle_a |i\beta\rangle_b). \quad (53)$$

4. Conclusão

Neste breve texto apresentamos alguns resultados do uso de estados em modos viajantes. O arranjo utiliza costumeiros dispositivos ópticos de experimentos em laboratórios: fontes de feixes luminosos preparados em convenientes estados (estados de Fock, coerentes, superpostos, ...); separadores de feixes (beam splitters), espelhos e detectores de fótons. Outros arranjos de laboratórios usam dispositivos adicionais, como prismas,

redes de difração, fibras ópticas, etc. É mostrado como a álgebra de operadores aplicada ao caso de dois feixes incidentes em um SF fornecendo o estado total do feixe que emerge no SF . O resultado é estendido a um arranjo tipo “espectrômetro de Mach Zehnder” onde obtemos o estado do feixe luminoso na saída de um segundo SF , o SF_2 , após usar estado de saída no SF_1 como estado de entrada no SF_2 . Isso é obtido com ajuda de dois espelhos, como mostrado na Fig. (4). A aplicação ao caso de vários estados mais simples na entrada do SF_1 foi mostrada, com os estados de $|1\rangle$ e $|2\rangle$ fótons, bem como usando estados coerentes e uma de suas importantes superposições (ver Eq. (48)). Alguns resultados mostrados são: a troca de estados entre os 2 modos do arranjo (ver Eqs. (43) e (46)) e a subdivisão de um estado coerente (que incide no SF_1) em dois estados coerentes emergindo do SF_2 (ver Eqs. (43) e (47)). O esquema fornece também a produção de estados de Fock mais excitados a partir de dois estados de Fock menos excitados (ver Eqs. (38) e (42)); outro resultado é a produção de estados entrelaçados a partir de superposições de dois estados coerentes (ver Eqs. (48) e (53)). Outros estados interessantes podem também ser obtidos pela escolha de diferentes valores dos parâmetros T_i , R_i , $i = 1, 2$, bem como da conveniente escolha do estado detectado em um dos modos da saída. Por exemplo, é de grande interesse na geração de estados entrelaçados mistos, de átomo e campo, dispor previamente de estados coerentes e de Fock, entrelaçados [46]. Sobre geração de distintos estados entrelaçados em modos viajantes ou usando modos viajantes, citamos a Ref. [44], que utiliza modos viajantes clássicos para entrelaçar estados atômicos, e a Ref. [48], que emprega sofisticado esquema experimental e convenientes estados para entrelaçar dois estados do tipo “gato de Schrödinger”. Finalmente, se substituirmos os estados de entrada no SF_1 , por exemplo os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ ou outro par qualquer, pelos estados de polarização $|V\rangle$ e $|H\rangle$, horizontal e vertical, respectivamente, temos um cenário que facilita procedimentos tomográficos [86] permitindo o reconhecimento e a manipulação dos estados na saída do SF_2 .

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e FAPEG pelo suporte parcial deste trabalho, e ao Professor Rafael de Moraes Gomes (IF/UFG) pela Ref. [86].

Referências

- [1] R.J. Glauber, Phys. Rev. **130**, 2529 (1963).
- [2] R.J. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).
- [3] H.J. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977).
- [4] H.J. Carmichael and D.F. Walls, J. Phys. B **9**, 43 (1976).
- [5] P. Michler, A.I. Brevelu, M.D. Mason, P.J. Carson, G.F. Strouse and S.K. Buratto, Nature **406**, 968 (2000).
- [6] D.F. Walls and G.J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer-Verlag, Berlin, 1994).
- [7] M. Born, W. Heisenberg and P. Jordan, Zeits. Phys. **35**, 557 (1926); trad. in B.L. Van den Waerden (ed) *Sources of Quantum Mechanics* (North-Holland Publ. Comp., NY, 1967).
- [8] P.A.M. Dirac, Proc. R. Soc. London, Ser. A **114**, 243 (1927).
- [9] E.T. Jaynes, In: *Coherence and Quantum Optics* L. Mandel and E. Wolf (eds) (Plenum, New York, 1973), p. 35.
- [10] L. Mandel, Opt. Lett. **4**, 205 (1979).
- [11] R. Short and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **51**, 384 (1983).
- [12] S. Brattke, B.T.H. Varcoe and H. Walther, Phys. Rev. Lett. **86**, 3534 (2001).
- [13] L. Davidovich, Rev. Mod. Phys. **68**, 127 (1996).
- [14] D. Stoler, Phys. Rev. D **1**, 3217 (1970).
- [15] D.F. Walls, Nature **306**, 141 (1983).
- [16] R. Loudon and L.P. Knight, J. Mod. Opt. **34**, 709 (1987).
- [17] V.V. Dodonov, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **4**, R1 (2002).
- [18] W.P. Schleich and J.A. Wheeler, Nature **326**, 574 (1987).
- [19] C. Valverde, Revista Physicae **3**, 12 (2002).
- [20] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge Univ. Press, New York, 1994), p. 543.
- [21] J.M.C. Malbouisson and B. Baseia, Phys. Scripta, **67**, 93 (2003).
- [22] R. Ragi, B. Baseia and S.S. Mizrahi, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **2**, 299 (2000).
- [23] J.H. Eberly, N.B. Narozhny and J.J. Sanchez-Mondragon, Phys. Rev. Lett. **44**, 1323 (1980).
- [24] G. Rempe, H. Walther and N. Klein, Phys. Rev. Lett. **58**, 353 (1987).
- [25] E.T. Jaynes and F.W. Cummings, Proc. IEEE, **51**, 89 (1963).
- [26] N.B. Narozhny, J.J. Sanchez-Mondragón and J.H. Eberly, Phys. Rev. A **23**, 236 (1981).
- [27] C. Valverde, A.T. Avelar and B. Baseia, Physica A **390**, 4045 (2011).
- [28] C. Valverde, H.C.B. de Oliveira, A.T. Avelar and B. Baseia, Chin. Phys. Lett. **29**, 080303 (2012).
- [29] M. Freyberger and A.M. Herkommer, Phys. Rev. Lett. **72**, 1952 (1994).
- [30] B. Baseia, R. Vyas, C.M.A. Dantas and V.S. Bagnato, Physics Letters A, **194**, 153 (1994).
- [31] C. Valverde and B. Baseia, Inter. Jour. of Quantum Infor. **2**, 421 (2004).

- [32] L.P.A. Maia, A.T. Avelar and B. Baseia, *J. Opt. B Quantum and Semiclassical Optics* **6**, 351 (2004).
- [33] W.H. Zurek, *Phys. Today* **44**, 36 (1991).
- [34] M. Brune, S. Haroche, J.M. Raimond, L. Davidovich and N. Zagury, *Phys. Rev. A* **45**, 5193 (1992).
- [35] H.P. Breuer, U. Dorner and F. Petruccione, *Eur. Phys. J. D* **14**, 377 (2001).
- [36] V.V. Dodonov, C. Valverde, L.S. Souza and B. Baseia, *Phys. Lett. A* **375**, 3668 (2011).
- [37] A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [38] P.G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).
- [39] J.R. Torgerson, D. Branning, C.H. Monken and L. Mandel, *Phys. Lett. A* **204**, 323 (1995).
- [40] K. Mattle, H. Weinfurter, P.G. Kwiat and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4656 (1996).
- [41] J.W. Pan, C. Simon, C. Brukner and A. Zeilinger, *Nature* **410**, 1067 (2001).
- [42] B. Julsgaard, A. Kozhekin and E.S. Polzik, *Nature* **413**, 400 (2001).
- [43] J.I. Cirac, *Nature* **413**, 375 (2001).
- [44] D. Vitali, M. Fortunat, P. Tombesi and F. De Martini, *Fortschr. Phys.* **48**, 437 (2000).
- [45] K.P. Seshadreesan, J.P. Dowling and G.S. Agarwal, arXiv:1306.3168v3 [quant-ph], (2014).
- [46] H. Jeong *et al.*, *Nature Photonics* **8**, 564 (2014).
- [47] O. Morin, K. Huang, J. Liu, H. L. Jeannic, C. Fabre and J. Laurat, *Nature Photonics* **8**, 570 (2014).
- [48] Z.J. Wang and X. Fang, *J. At. Mol. Sci.* **5**, 44 (2014).
- [49] C.H. Bennett, C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, and W.K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [50] L. Davidovich, N. Zagury, M. Brune, J.M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. A* **50**, 895 (1994).
- [51] A. Furusawa, J.L. Sjörsen, S.L. Braunstein, C.A. Fuchs, H.J. Kimble and E.S. Polzik, *Science* **282**, 706 (1998).
- [52] K. Vogel, V.M. Akulim and W.P. Schleich, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1816 (1993).
- [53] A.S. Parkins, P. Marte, P. Zoller and H.J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3095 (1993).
- [54] S.M. Dutra, P.L. Knight and H. Moya-Cessa, *Phys. Rev. A* **48**, 3168 (1993).
- [55] S.M. Dutra and P.L. Knight, *Phys. Rev. A* **49**, 1506 (1994).
- [56] A.S. Parkins, P. Marte, P. Zoller, O. Carnal, and H.J. Kimble, *Phys. Rev. A* **51**, 1578 (1995).
- [57] C.K. Law and J.H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1055 (1996).
- [58] C. Valverde, A.T. Avelar, B. Baseia and J.M.C. Malbouisson, *Phys. Lett. A* **315**, 213 (2003).
- [59] A. Ourjoumtsev, H. Jeong, R. Tualle-Brouil and P. Grangier, *Nature* **448**, 784 (2007).
- [60] T. Opatrný and K. Mølmer, *Phys. Rev. A* **86**, 023845 (2012).
- [61] S. Wang, H. Yuan and X. Xu, *Eur. Phys. J. D.* **67**, 102 (2013).
- [62] J. Etesse, M. Bouillard, B. Kanseri and R. Tualle-Brouil, arXiv:1412.3219v1 [quant-ph] (2014).
- [63] J. Sebastian, C. Gross, K. Li, H.C.J. Gan, W. Li and K. Dieckmann, *Phys. Rev. A* **90**, 033417 (2014).
- [64] B. Srivathsan, G.K. Gulati, A. Cere, B. Chng and C. Kurtsiefer, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 163601 (2014).
- [65] X. Wu, Y. Cai, T.H. Yang, H.N. Le, J-D. Bancal and V. Scarani, *Phys. Rev. A* **90**, 042339 (2014).
- [66] S. Haroche, *In Fundamental Systems in Quantum Optics*, (Elsevier, New York, 1992).
- [67] D.T. Pegg, L.S. Phillips and S.M. Barnett, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1604 (1998).
- [68] M. Orszag, *Quantum Optics Solver* (Springer Verlag, 2014).
- [69] C. Valverde, *Acta Scientiarum Technology* **32**, 407 (2010).
- [70] C.H. Bennett and D.P. DiVincenzo, *Nature* **404**, 247 (2000).
- [71] E.M. Becerra-Castro, W.B. Cardoso, A.T. Avelar and B. Baseia, *J. Phys. B*, **41**, 085505 (2008).
- [72] C. Valverde, A.T. Avelar and B. Baseia, *Chin. Phys. B* **21**, 030308 (2012).
- [73] C. Valverde and B. Baseia, *Quantum Inf. Process.* **12**, 2019 (2013).
- [74] T. Johnson, S. Clark and D. Jaksch, *EPJ Quantum Technology* **1**, 10 (2014).
- [75] S. Wiesner, *Signal News* **15**, 78 (1983).
- [76] A.K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 661 (1991).
- [77] T.H. Yang, T. Vertesi, J.D. Bancal, V. Scarani and M. Navascues, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 040401 (2014).
- [78] D. Bouwmeester, J-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter and A. Zeilinger, *Nature* **390**, 575 (1997).
- [79] D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy and S. Popescu, *Phys. Rev. Lett* **80**, 1121 (1998).
- [80] S.L. Braunstein, G.M. D'Ariano, G.J. Milburn and M.F. Sacchi, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3486 (2000).
- [81] W.H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (Wiley, New York, 1990).
- [82] R.H. Dicke, *Am. J. Phys.* **49**, 925 (1981).
- [83] B.C. Sanders, *J. Phys. A: Math. Theor.* **45**, 244002 (2012).
- [84] D. Portes Jr., H. Rodrigues, S.B. Duarte and B. Baseia, *Eur. Phys. J. D* **67**, 1 (2013).
- [85] B. Baseia e V.S. Bagnato, In: *Equação de Schrodinger no Caleidoscópio* (Ed. Livraria da Física, São Paulo, 2014), cap. 44.
- [86] A. Salles, F. de Melo, M.P. Almeida, M. Hor-Meyll, S.P. Walborn, P.H. Souto Ribeiro *et al.*, *Phys. Rev. A* **78**, 022322 (2008).