

Um olhar para o Geomagnetismo

A view of Geomagnetism

Carlos Eduardo Quintanilha Vaz de Oliveira^{*1,2}, Luís Eduardo Antunes Vieira²,
José Leonardo Ferreira³

¹Agência Espacial Brasileira, Brasília, DF, Brasil.

²Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil.

³Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

Recebido em 06 de junho de 2024. Revisado em 01 de julho de 2024. Aceito em 08 de julho de 2024.

A existência do campo geomagnético é amplamente conhecida pela comunidade, pois desde a infância há o contato com as bússolas e a rosa dos ventos, evidenciando sempre sua utilidade para a localização no Globo, especialmente nos meios marinhos e aéreos. Apesar de mapeado há séculos, suas propriedades de declinação e inclinação costumam ser negligenciadas por meio da afirmação de que o desvio da bússola para o meridiano costuma ser pequeno – e tende a ser nas regiões equatoriais. Já outras propriedades, como a Anomalia Magnética do Atlântico Sul (SAMA) são pouco conhecidas da população. Este trabalho apresenta um olhar de média profundidade sobre o geomagnetismo, e disponibiliza uma ferramenta computacional cujo objetivo é diminuir a distância entre aspectos pouco conhecidos acerca do campo geomagnético e os alunos dos anos iniciais dos cursos de graduação nas áreas de ciências exatas e da Terra.

Palavras-chave: Geomagnetismo, modelo geomagnético, paleogeomagnetismo, campo de dipolo.

The existence of the geomagnetic field is widely known by the community, as since childhood there is contact with compasses and the compass rose, always highlighting its usefulness for location on the Globe, especially in marine and air environments. Despite being mapped for centuries, its declination and inclination properties are often overlooked through the claim that the compass deviation from the meridian is usually small – and tends to be in equatorial regions. Other properties such as the South Atlantic Magnetic Anomaly (SAMA) are little known to the population. This work presents a medium depth look at geomagnetism and provides a computational tool whose objective is to reduce the distance between little-known aspects about the geomagnetic field and students in the initial years of undergraduate courses in the areas of exact and Earth sciences.

Keywords: Geomagnetism, geomagnetic model, paleogeomagnetism, dipole field.

1. Introdução

Desde a infância somos ensinados de que a Terra é um grande ímã e que a bússola sempre aponta para próximo do norte geográfico, está presente na literatura do ensino fundamental aprovado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais [1]. Mesmo com este incentivo desde cedo, o conhecimento mais aprofundado acerca desta propriedade da Terra – e que também é vista em outros planetas e luas do Sistema Solar – somente é repassado anos depois, normalmente nos estudos da Geologia e Geofísica.

Este trabalho tem a intenção de iniciar o contato com o tema e, para conduzir a leitura, apresenta um breve histórico da descoberta e evolução do conceito e dos cálculos do magnetismo, começando pelos gregos e chineses em tempos longínquos e terminando com os trabalhos de Maxwell, passando pelos principais pesquisadores que permitiram a consolidação da Teoria Eletromagnética, que é a base para toda uma gama de aplicações no dia a dia.

Adentrando nos conceitos, são expostos os mecanismos de geração dos campos magnéticos e de sua forma de interação com a matéria, culminando na aplicação à Terra, primeiro com a analogia a uma grande corrente equatorial com o raio do manto terrestre e, posteriormente com a utilização da modelagem por meio dos esféricos harmônicos.

Com o uso de ferramenta computacional de fácil acesso, é demonstrado como reproduzir algumas propriedades com base na substituição matemática das expressões dos modelos utilizados para a descrição precisa dos parâmetros do campo geomagnético. Um destes códigos é apresentado no texto, com objetivo de incentivar sua utilização para a familiarização com este tipo de ferramenta. Ao introduzir os valores para os planetas gasosos do Sistema Solar, disponibilizados no texto, é possível realizar operação semelhante à realizada com a Terra e visualizar a distribuição do campo magnético de nossos vizinhos supergasosos.

Todos estes códigos estão disponibilizados no repositório deste trabalho para que sejam utilizados e modificados de forma a difundir a utilização destas

*Endereço de correspondência: caduquin@gmail.com

ferramentas computacionais que são poderosas em termos de capacidade operacional de cálculos e valiosas em termos de criação de elementos de visualização gráfica, como gráficos e mapas com curvas de níveis e coloração baseada em valores escalares.

2. Resumo da Evolução Histórica do Magnetismo

O primeiro texto a tratar de rochas com propriedades magnéticas é “Epístola”, de Petrus Peregrinus (Pedro de Maricourt) e, também, pode ser considerado o primeiro artigo científico da história – apesar de nem todas as descobertas terem sido realizadas por ele mesmo. Com efeito, as primeiras observações sobre as propriedades da rocha magnetita são atribuídas a Tales de Mileto, que não deixou escritos de seus estudos. Posteriormente, Platão, Aristóteles, Demócrito e Lucrécio deixaram registro, de forma que é notório que os gregos conheciam as propriedades magnéticas. Sabe-se que os guerreiros chineses utilizavam rochas magnéticas alinhadas ao campo magnético da Terra em dias de neblina densa para se deslocar e derrotar seus inimigos já em meados do Séc. X [2].

Na Epístola se destacam os seguintes temas: Encontrando os polos magnéticos; Determinação da polaridade magnética; Forças entre dois polos magnéticos; e Inexistência de monopolos magnéticos. Além disto, também há a descrição de utilização de um instrumento precursor da bússola moderna. Com estudos que serviram de inspiração para Newton formular a Teoria da Gravitação Universal, as principais contribuições de William Gilbert foram que não há diferenças entre Magnetita e ferro/metálico, além da similaridade entre os ímãs esféricos e a Terra e a identificação que a inclinação depende da latitude.

Outro nome importante nos estudos do magnetismo é o de Ørsted, o qual realizou experimentos com correntes e bússolas que confirmou a interação entre correntes elétricas e os ímãs. Alguns atribuem esta descoberta à sorte, mas estudos aprofundados indicam que esta ocorreu devido ao seu foco diferente dos outros estudiosos contemporâneos, pois Ørsted focou na corrente elétrica e os demais na eletrostática. Estes estudos de Ørsted serviram como base para os seguintes estudos de Ampère acerca da força existente entre dois fios com correntes. Assim, surge a ideia de que o magnetismo é um fenômeno secundário, com correntes elétricas fechadas e invisíveis nas superfícies dos ímãs.

Facilmente encontrada nos livros de física, incluindo os Fundamentos da Física [3], a primeira descrição quantitativa com valores corretos é atribuída a Biot e Savart e sua fórmula matemática é apresentada na sequência:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v \sin \theta}{r^2} \quad (1)$$

Nesta equação, B é o módulo do campo magnético, μ_0 é a constante de permeabilidade magnética do vácuo,

q é a carga elétrica, v é a velocidade da partícula, r é a distância da partícula até o ponto em que se deseja medir o campo magnético, e θ é o ângulo entre \mathbf{r} e \mathbf{v} . Também existe a “versão” da Lei de Biot-Savart para o caso de várias cargas em movimento ao longo de um fio de comprimento L , gerando uma corrente elétrica i , que faz um ângulo θ com \mathbf{r} .

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iL \sin \theta}{r^2} \quad (2)$$

Também facilmente encontrada na literatura de física básica, incluindo a já citada, a Lei de Ampère é uma outra forma de analisar a geração dos campos magnéticos gerados pelas correntes elétricas. A fórmula matemática apresenta o módulo do campo magnético a uma distância r de um fio percorrido com uma corrente i , conforme apresentada na sequência:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (3)$$

Estes campos magnéticos atuam por meio da Força de Lorentz, cuja fórmula matemática, também presente na literatura de física básica, é apresentada na sequência:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (4)$$

Outro conceito bastante utilizado nas descrições dos campos magnéticos é o momento de dipolo ($\mathbf{m} = i\mathbf{A}$). Esta grandeza relaciona uma corrente i presente em um anel de área A e é um vetor, tendo o seu sentido calculado pela direção de $\mathbf{r} \times \mathbf{i}$ (onde $\mathbf{i} = n\mathbf{v}$ e n é a densidade de carga). Nas modelagens dos campos magnéticos planetários, a representação por meio do momento de dipolo magnético torna a tarefa comparativa bastante prática.

Considerando o campo magnético como um fluxo de suas linhas em determinada área, pode-se definir uma grandeza que mede este fluxo pelo produto escalar destes parâmetros ($\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$). Os pesquisadores à época perceberam que o campo magnético é gerado quando há uma variação neste fluxo. Assim foi formulada a Lei da indução de Faraday, que relaciona uma variação do campo magnético a partir da existência de um campo elétrico – e vice-versa.

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} \quad (5)$$

A unificação de toda Teoria Eletromagnética ocorreu com a formulação das Equações de Maxwell, as quais podem ser encontradas em sua forma integral ou diferencial, apresentadas na Tabela 1, na sequência:

Para estas equações, são utilizadas as definições apresentadas na Tabela 2.

Adicionalmente, a forma diferencial das equações acima apresentadas é encontrada nos livros dos cursos específicos da Teoria Eletromagnética voltados aos cursos universitários de física, com a literatura representada neste texto pelo livro Introdução à Eletrodinâmica [4].

Tabela 1: Equações de Maxwell na forma diferencial e integral.

Forma integral	Forma diferencial	Nome usual
$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	Lei de Gauss
$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	Inexistência de monopolos magnéticos
$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{d\Phi_B}{dt}$	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}$	Lei de Faraday
$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 \mathbf{I} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}$	Lei de Ampère-Maxwell

Tabela 2: Definições das variáveis das equações de Maxwell.

Variável	Definição
\mathbf{E}	Campo elétrico
Φ_E	Fluxo elétrico
$d\mathbf{A}$	Diferencial de área
Q	Carga elétrica livre total
ϵ_0	Permissividade elétrica no vácuo
ρ	Densidade de carga elétrica livre
\mathbf{B}	Campo magnético
Φ_B	Fluxo magnético
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo
$d\mathbf{S}$	Diferencial de caminho linear
\mathbf{I}	Corrente elétrica
\mathbf{J}	Densidade de corrente elétrica

O magnetismo interage com a matéria por meio do alinhamento dos movimentos das partículas, criando correntes que somam suas contribuições e geram o campo magnético. Considerando que o magnetismo tem origem no movimento de cargas, é razoável inferir que as “órbitas” e o Spin dos elétrons geram os campos magnéticos dos materiais. Mas, diferentemente dos campos elétricos, onde os campos adquiridos são bastante correlacionados com o Campo Elétrico externo aplicado ao material, no magnetismo há comportamentos diferentes, classificados em:

- Paramagnetismo: O momento magnético adquirido pelo material é paralelo ao campo magnético externo a ele aplicado.
- Diamagnetismo: O momento magnético adquirido pelo material é contrário ao campo magnético externo a ele aplicado.
- Ferromagnetismo: O campo deste tipo de material não depende do campo instantâneo, mas sim da “história” deste material. Este é o caso dos ímãs permanentes.

Para modelar os fenômenos na matéria, em especial para os casos de paramagnetismo e diamagnetismo, é conveniente utilizar um Campo Auxiliar “ \mathbf{H} ”, definido por: $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}$, onde \mathbf{M} é a magnetização do meio. Resumidamente, podemos dizer que há correntes “fixas” e correntes livres, representadas por \mathbf{J}_b e \mathbf{J}_l , respectivamente, de forma que $\mathbf{J} = \mathbf{J}_b + \mathbf{J}_l$. Este \mathbf{H} é associado às correntes livres no material $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_l$. Tratando

de outra forma, pode-se associar a magnetização dos materiais a uma susceptibilidade magnética $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$.

Já os materiais ferromagnéticos possuem como característica muita carga livre, como o caso dos metais. Estas cargas tendem a se movimentar, como corrente elétrica, de forma a ter uma magnetização alinhada a um campo externo. Entretanto, a agitação térmica pode “concorrer” com estas correntes. Desta forma, há uma temperatura na qual o material “perde” sua magnetização original. Esta é a denominada Temperatura de Curie.

3. Magnetismo Básico da Terra

Depois da descoberta dos materiais magnéticos, foi possível identificar a existência de um campo magnético intrínseco da Terra e, desde então, foram mapeadas a declinação e a inclinação dos pontos da superfície em relação às linhas de campo, especialmente com o uso de bússolas precisas e medições meticulosas ao longo dos séculos. Os principais componentes geométricos do campo geomagnético são apresentados na Figura 1.

Seguindo os passos para os estudos aplicados à Terra, ao considerar a Terra um dipolo, encontra-se facilmente na literatura do eletromagnetismo nos primeiros cursos da graduação a equação (6), representada em coordenadas esféricas onde r é a distância à origem e θ

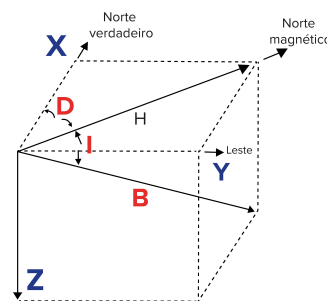


Figura 1: Ilustração da decomposição geométrica do campo geomagnético (\mathbf{B}) por meio das relações trigonométricas que fornecem os parâmetros observados pelos magnetômetros. Nesta imagem, D é o ângulo entre o Norte verdadeiro e o Norte magnético da bússola, H é a intensidade do campo magnético na horizontal e I é o ângulo entre a horizontal e o campo magnético medido.

é o ângulo polar, e que trata do campo magnético desta configuração, apresentando \mathbf{B} como um vetor com componente radial \hat{r} e polar $\hat{\theta}$:

$$\mathbf{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \quad (6)$$

Nesta configuração matemática, além das linhas de campo magnético quase alinhadas à direção Norte-Sul, há diferenças também nas intensidades do campo nas regiões polares e equatoriais q. Relembrando que a origem de um campo magnético pode ser associada a uma corrente, e que a melhor maneira de associar estas relações é por meio do Momento Magnético de Dipolo (m), podemos identificar que, aplicada à Terra, a formulação matemática da equação (7) apresenta os seguintes valores:

$$\mathbf{B}_{eq}(r = 6.371.000, \theta = 90^\circ) = \frac{\mu_0 m}{4\pi 6.371.000^3} \hat{\theta} T \quad (7)$$

Assim, substituindo os valores do raio da Terra, do seno e do cosseno de 90° , e das constantes para isolar m , chegamos à relação da equação (8):

$$m = \frac{B_{eq} 4\pi 6.371.000^3}{\mu_0} Am^2 \quad (8)$$

Para resolver esta equação e estimar o valor do Momento de Dipolo Magnético da Terra, é preciso encontrar este valor do campo magnético equatorial na superfície da Terra e, para esta tarefa, utiliza-se a calculadora de IGRF [5] disponível na NOAA [6]. Filtrando os resultados para todos os valores cujo módulo da inclinação é menor do que $0,1^\circ$, a média dos valores de intensidade total equivale a $33.514,8$ nT. Desta forma, com a simples substituição dos valores, podemos estimar a intensidade do Momento de Dipolo Magnético da Terra, com o resultado de $8,67 \times 10^{22} Am^2$. Obviamente, trata-se de um valor incorreto, mas que está próximo dos limites encontrados na literatura, que pode variar de $7,6$ a $8,22 \times 10^{22} Am^2$, de forma que o erro está em torno de 5 a 14% com os valores de referência apresentados [2, 7].

Mais próximo da realidade, o campo geomagnético é uma soma da influência de todos os campos magnéticos do Universo – da mesma forma que ocorre com o campo gravitacional. Entretanto, existem formas de identificar os responsáveis pelos valores que são mensurados com os equipamentos científicos. Assim, verifica-se que há contribuições internas e externas e de durações nos mais diferentes tempos, cujas influências são apresentadas na Figura 2.

Para viabilizar a comparação da situação instantânea do campo e da atividade geomagnético, foram criados índices geomagnéticos, tais como o DST (índice que avalia o distúrbio do campo geomagnético equatorial) e o AE (índice de atividade de precipitação auroral), entre outros. Ao acompanhar as variações do campo magnético equatorial, é possível identificar as variações indicadas nas escalas de tempo da Figura 2. Na sequência, a Figura 3 apresenta a variação do índice em duas escalas de tempo.

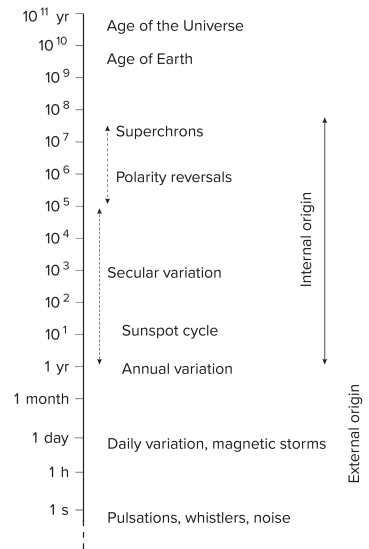


Figura 2: Responsáveis, internos e externos, e seus períodos de ocorrência estimada, nas interferências e contribuições para o campo geomagnético observado. Fonte: Ref. [2].

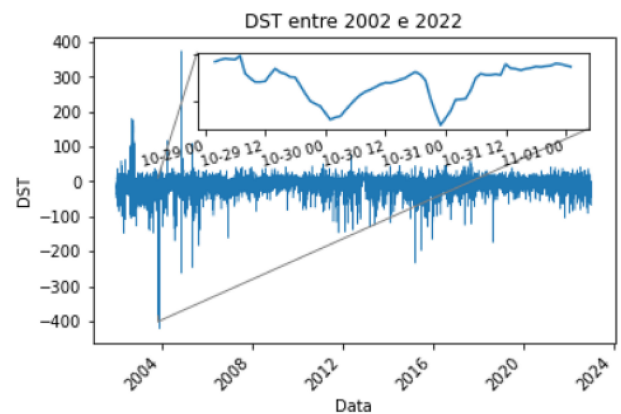


Figura 3: Painel com gráficos do DST ao longo de um ciclo solar (principal) e durante a tempestade Halloween, ocorrida em 2003 (área destacada). Fonte: Refs. [8] e [9].

Os mecanismos de geração deste momento de dipolo são demasiadamente complexos para uma abordagem sucinta. De fato, a literatura apresenta que há uma entranhada teia de correntes, parecidas com tubos, que acompanham a rotação da superfície da Terra, com fluxos de material ionizado também no eixo Norte-Sul. Assim, formam-se as células que contribuem individualmente para a configuração do campo geomagnético produzido pelo dínamo autoinduzido do manto do Planeta.

4. O Geodínamo Autoinduzido

Mesmo conhecido há dezenas de centenas de anos, ainda hoje a origem do campo geomagnético é objeto de pesquisas, por não estar completamente descrito pelos modelos matemáticos da física aplicada. Atualmente, a teoria mais aceita é a de que existe um dínamo

autoinduzido no interior do Planeta responsável pelo campo magnético que experienciamos na superfície.

A ideia de um dínamo responsável pela geração do campo geomagnético foi introduzida em 1919 por Larmor, embora para explicar os mecanismos das manchas solares. Posteriormente, outros cientistas se aprofundaram no tema e o conhecimento avançou bastante. Cowling postulou, em 1934, um teorema no qual um dínamo não mantém um campo magnético assimétrico.

Neste contexto, apostando neste mecanismo, Bullard, em 1954, descreveu um sistema de dínamo autossustentável, embora impreciso para utilização quantitativa, cuja metodologia de esquadramento dos passos e parâmetros até hoje é utilizada nos modelos computacionais utilizados para a simulação dos resultados do geodínamo autoinduzido.

Outro avanço importante derivou dos estudos do modelo cinemático de dínamos de Parker, em 1955, que apontou que os movimentos circulares em um fluido com turbulências são similares a ciclones e anticiclones tais como na atmosfera e que estes movimentos deformam, e podem amplificar, o campo magnético em um fluido condutor.

Os modelos atuais que tratam do assunto utilizam equações de Magnetohidrodinâmica (MHD) para tentar obter resultados que permitam o melhor entendimento dos processos e dos parâmetros importantes para a dinâmica do fluido no interior do Planeta que contribuem para a manutenção do campo geomagnético razoavelmente constante ao longo do tempo, tal como observamos. Uma imagem recente das células de convecção responsáveis pela movimentação do fluido condutor no interior é apresentada na Figura 4.

Alguns aspectos da dinâmica do dínamo existente no interior do Planeta já foram bem consolidados, um exemplo é que o núcleo interno da Terra deriva cerca de 1° por ano na direção Leste, com relação ao manto.

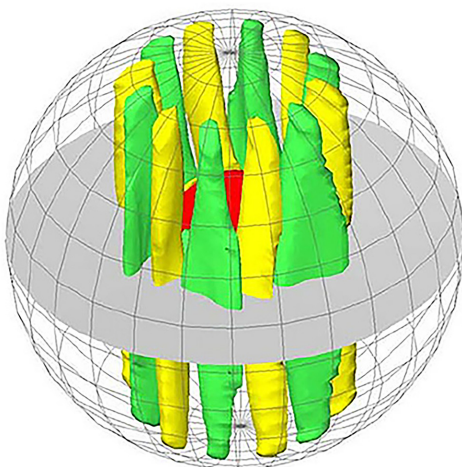


Figura 4: Ilustração das células de convecção de material condutor responsável pelo geodínamo autoinduzido. Fonte: Ref. [10].

Entretanto, apesar dos avanços recentes, muito ainda há a ser estudado acerca do geodínamo autoinduzido, pois alguns parâmetros de entrada para os modelos computacionais ainda são pouco conhecidos e, desta forma, introduz imprecisões ao resultado das simulações. Existem também os erros computacionais, devido ao grande número de iterações com valores numéricos que adicionam erro nos cálculos realizados.

5. O Campo Geomagnético na Superfície

Já na superfície, o campo geomagnético não se apresenta uniforme e previsível como o modelo do dipolo comumente associado à Terra. São verificadas, além da própria inclinação que até é apresentada aos estudantes, assimetrias e anomalias que alteram a intensidade e sentido das linhas de campo em alguns locais – exemplo claro é a diminuição na intensidade do campo que atualmente está na região da América do Sul. O mapeamento quantitativo do campo geomagnético foi primeiro realizado por Gauss, utilizando a ferramenta matemática dos esféricos harmônicos e os Polinômios de Legendre [11] e a realização de um gráfico com seus coeficientes já expõe visualmente a anomalia magnética do atlântico Sul – embora não fosse foco de seus estudos.

Esta ferramenta dos esféricos harmônicos possibilita a modelagem estatística de referência para o campo geomagnético, que é disponibilizado pela Associação Internacional de Geomagnetismo e Aeronomia (IAGA) por meio da Referência Internacional do Campo Geomagnético [5]. O modelo utiliza um potencial escalar (V) que é responsável por um campo magnético que possui componentes radial (r), azimutal (ϑ) e polar (θ) em um tempo específico (t), em função dos coeficientes g e h (de ordem n e grau m) e dos Polinômios de Legendre de orden n para o cosseno do ângulo polar, $P_n(\cos\theta)$, conforme as equações (9 a 12) na sequência:

$$V = V(r, \theta, \vartheta, t) = a \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^N [g_n^m(t) \cos(m\vartheta) + h_n^m(t) \text{sen}(m\vartheta)] P_n(\cos\theta) \tag{9}$$

$$B_r(r, \theta, \vartheta) = a \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^N (n+1) [g_n^m(t) \cos(m\vartheta) + h_n^m \text{sen}(m\vartheta)] P_n(\cos\theta) \tag{10}$$

$$B_\theta(r, \theta, \vartheta) = a \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^N [g_n^m(t) \cos(m\vartheta) + h_n^m \text{sen}(m\vartheta)] \cdot \frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta} \tag{11}$$

$$B_{\theta}(r, \theta, \vartheta) = a \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^N m [g_n^m(t) \text{sen}(m\vartheta) - h_n^m \text{cos}(m\vartheta)] \cdot P_n(\text{cos}\theta) \quad (12)$$

Os valores dos coeficientes disponibilizados pelo IGRF são facilmente obtidos no próprio endereço eletrônico da IAGA e com eles é possível calcular os valores referência para o campo geomagnético. Basicamente, existem três tipos de configuração de interesse didático:

- Dipolo Axial: Nesta configuração, o campo geomagnético está completamente alinhado ao eixo de rotação da Terra. Obtém-se esta representação quando se utiliza somente o coeficiente g_1^0 .
- Dipolo Inclinado: Nesta configuração, é inserido um quadrupolo no sistema de forma a inclinar o campo geomagnético, sem realizar outras alterações de menores ordens. Obtém-se este modelo utilizando os coeficientes g_1^0, g_1^1 e h_1^1 .
- Dipolo excêntrico: Neste modelo, além de inclinado há alterações de ordens locais nos valores do campo geomagnético, o IGRF utiliza até o nível 13 para obtenção dos valores referência normalmente utilizados.

Para fins exemplificativos, vamos calcular o dipolo inclinado utilizando os dois primeiros polinômios da série que são 1 e $\text{cos}(\theta)$, e são suficientes para se obter uma visão inicial já com algumas características principais do campo geomagnético, na qual verifica-se a inclinação do dipolo e a existência da Anomalia Magnética do Atlântico Sul (SAMA). Ao se compilar o resultado da intensidade total de todas as latitudes e longitudes do Globo, é possível mapear as intensidades a escalas de cores e visualizar um mapa codificado no qual algumas evidências ficam à mostra, conforme a Figura 5:

A SAMA é uma região de particular interesse pois, como é uma área de menor intensidade do campo,

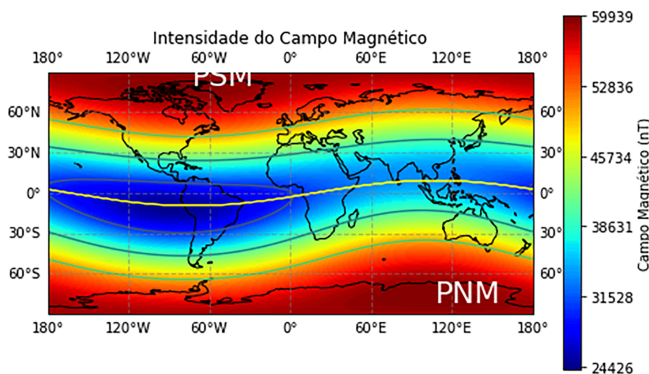


Figura 5: Ilustração do campo geomagnético utilizando os coeficientes g_1^0, g_1^1 e h_1^1 fornecidos pelo IGRF com marcação do Equador Geomagnético.

permite a precipitação auroral de partículas de uma maneira única no globo. Este é um dos temas de pesquisa de interesse nos usuários dos serviços de clima espacial, pois afeta diretamente a operacionalidade e a vida útil dos satélites. Com efeito, alguns satélites são desligados quando estão atravessando a região da SAMA para evitar danos aos seus sistemas e equipamentos.

Para calcular a inclinação do dipolo, utiliza-se a mesma metodologia da elaboração do gráfico da inclinação do dipolo entre 1590 e 1997, os anos disponíveis no modelo [12], por meio da substituição dos valores na relação matemática da equação (13):

$$\theta_{Dip} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{g_1^1{}^2 + h_1^1{}^2}}{g_1^0} \quad (13)$$

Já a longitude do polo magnético é obtida com a relação matemática da equação (8):

$$\vartheta_{Dip} = 180 - \tan^{-1} \frac{h_1^1}{g_1^1} \quad (14)$$

Assim, pode-se perceber que os dois coeficientes de ordem 1 alteram a latitude e a longitude do polo magnético do modelo. Na sequência, a Figura 6 mostra as influências das variações destes parâmetros na localização do polo magnético:

Esta foi a metodologia utilizada para a elaboração do gráfico da inclinação do dipolo entre 1590 e 1997, os anos disponíveis no modelo GUFM1. Apesar de parecer bastante estável na escala de tempo em que cada humano vivencia, já é percebida uma mudança no comportamento do dipolo desde que se iniciaram as medições científicas do campo geomagnético. Ao utilizar o modelo GUFM1, que reproduz os últimos quatro séculos de medições, identifica-se que este não é tão estável quanto inicialmente imaginado, conforme ilustra a Figura 7, na sequência.

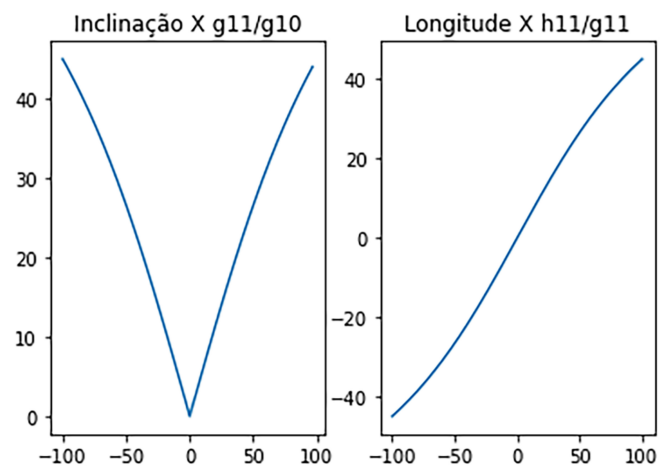


Figura 6: Painel com ilustração da variação do Dipolo em função das razões entre os coeficientes g_1^0, g_1^1 e h_1^1 . Na esquerda, g_1^0 vale 30000 e h_1^1 é nulo. Na direita, g_1^1 é fixo em 1000 e varia-se h_1^1 para avaliar a alteração na longitude.

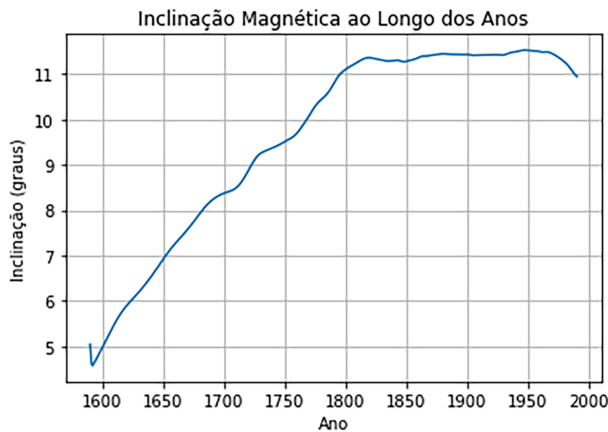


Figura 7: Evolução da inclinação do dipolo terrestre, responsável pela geração do campo geomagnético.

Para os estudos da magnetosfera, esta inclinação do dipolo possui uma importância muito grande, pois nos polos magnéticos existem as cúspides, regiões onde podem ocorrer precipitação de partículas causando os fenômenos visualizados como auroras, boreais e austrais. Somada à inclinação do eixo da Terra em relação à eclíptica, este ângulo pode ser da ordem de mais de 40° durante alguns meses do ano. Também podem ocorrer outras alterações nos sistemas de acoplamento entre as regiões e nas correntes presentes na região de influência do campo geomagnético.

Além das medições diretas obtidas e mostradas anteriormente, ainda é possível regredir mais no tempo utilizando os registros do campo geomagnético presentes em rochas antigas. Este campo da ciência, denominado paleogeomagnetismo, baseia-se fortemente nas análises da magnetita presente nos materiais e que se alinhou ao campo geomagnético quando da formação das rochas. As principais rochas utilizadas são ígneas ou sedimentares – pois as metamórficas podem ter sofrido processos que aumentam bastante o erro das medições. E pesquisas neste campo de conhecimento comprovou que já ocorreram diversas inversões de polaridade deste modelo de dipolo ao longo dos últimos milhões de ano.

Uma ferramenta muito importante para a descrição e o entendimento da dinâmica passada do campo geomagnético é o estudo das propriedades magnéticas dos materiais. Pierre Curie realizou estudos sobre as curvas de histerese, conforme Figura 8, da memória magnética dos materiais e, com base nestes estudos, há uma grande variedade de aplicações que utilizam estes conceitos, tais como a perícia em discos computacionais magnetizados e a modelagem do campo geomagnético.

Uma vez retirados os testemunhos das rochas com material magnetizado em algum ponto do passado geológico da Terra, as amostras são submetidas a contínuas alterações no campo magnético exterior de forma que a análise de sua curva de histerese permite a obtenção de um campo magnético remanescente, o qual é atribuído

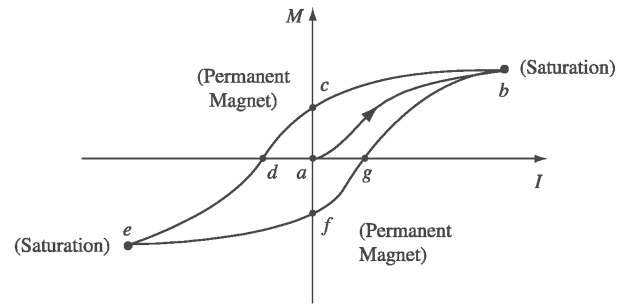


Figura 8: A curva de histerese dos materiais permite a identificação de um passado magnético. Fonte: Ref. [4].

a um campo geomagnético naquele local e período da história. Esta medição é realizada várias vezes, de forma a minimizar o erro e identificar um cone no qual há uma confiança estatística de 95% de que o campo geomagnético está – este é o cone do ângulo máximo de divergência.

Destas informações são compilados modelos, como o utilizado no gráfico da inclinação do dipolo, obtidos por meio de cálculos de ajustes de equações que são inseridos em programas computacionais, incluindo métodos de interpolação e otimização, que retornam os parâmetros do campo geomagnético em determinado local da Terra em um determinado período.

Um exemplo de modelo que se utiliza das medições disponibilizadas por meio das pesquisas no Paleomagnetismo e que recriam o campo geomagnético até tempos mais longínquos é o CALS10k.1b [13]. Estes estudos auxiliam na identificação de configurações já existentes e da dinâmica magnética do Planeta. Este modelo se propõe a reconstruir estatisticamente o campo geomagnético até dez mil anos atrás – o que é uma tarefa bastante árdua.

De fato, o modelo CALS10k.1b apresenta os erros associados às medições como resultado de seus cálculos. Uma análise comparativa inicial entre esses erros e as medidas indicou que o erro varia entre 4,8 e 15,3 μT , enquanto as medições estão entre 20,8 e 47,4 μT . Este resultado, por si só, carece de maior investigação para identificar os locais e momentos no tempo cujos erros na medição sejam maiores e estudar a confiança dos dados paleogeomagnéticos disponíveis para a pesquisa científica.

Nos estudos do campo geomagnético, é comum a utilização das coordenadas B-L, que formam cascas espaçadas equatorialmente da distância do Raio da Terra (R_T) de forma que cada superfície apresenta a mesma intensidade de campo magnético. Neste sistema, onde L é uma distância medida em razão do raio da Terra, as linhas de campo seguem uma geometria que é importante para as análises dos dados dos magnetômetros embarcados como sensores nos satélites, ao variar a distância L e a latitude dipolar (λ , definida como o ângulo da direção do polo magnético subtraído de 90°)

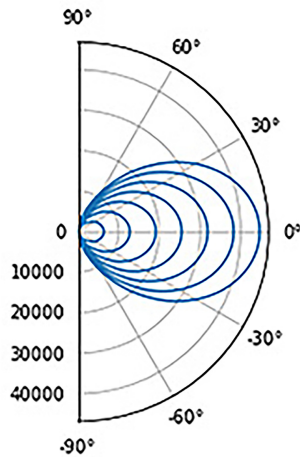


Figura 9: Ilustração das linhas de campo das cascas L, cujas intensidades de B são constantes, seguindo a geometria de um dipolo centrado. A distância equatorial (horizontal) entre uma linha e outra é o Raio da Terra.

na expressão matemática $R = L \cdot R_T \cos^2(\lambda)$, obtém-se o gráfico da Figura 9 para as linhas do campo geomagnético.

Na realidade, o campo geomagnético é bem mais complexo do que o apresentado neste trabalho. As ferramentas aqui descritas fornecem um referencial inicial acerca do tema e mais detalhes devem ser buscados na literatura específica, no caso de interesse.

Uma compilação das principais causas do campo geomagnético é apresentada no volume de Geomagnetismo do Tratado em Geofísica [2]. Existem contribuições internas e externas do campo geomagnético. As externas se fazem sentir por meio da interação com a magnetosfera, que possui acoplamento com a ionosfera e esta com todo o sistema terrestre, conforme ilustra a Figura 10, na sequência.

Também existe um gráfico, apresentado na Figura 11, das principais causas das variações no campo geomagnético em função de sua frequência. É possível identificar que há mudanças em praticamente todas as escalas de tempo e, dentre as atividades humanas que causam impacto no campo geomagnético, destacam-se as emissões de rádio e as linhas de transmissão elétricas.

6. Um Pouco do Magnetismo no Sistema Solar

Além de servir para os estudos campo geomagnético, os esféricos harmônicos também podem ser utilizados para a modelagem dos campos magnéticos de outros astros do Sistema Solar [14–16]. Uma busca na literatura viabilizou a compilação dos valores modelados para alguns planetas do Sistema Solar, os quais são apresentados na Tabela 3, na sequência:

Além dos planetas, também existem campos magnéticos em outros astros do Sistema Solar, tais como luas,

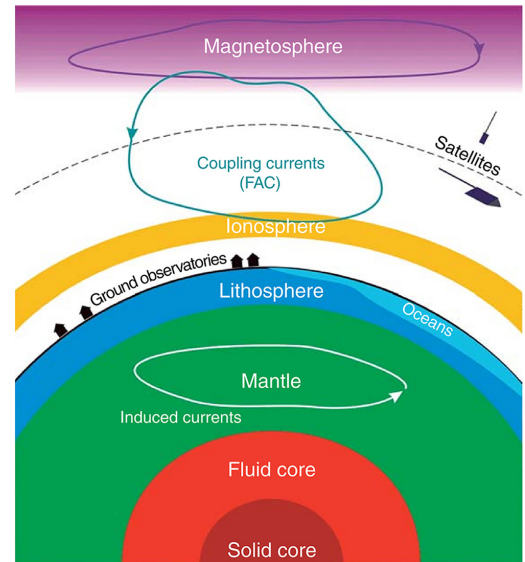


Figura 10: Principais fontes para o campo geomagnético, onde as contribuições externas se fazem sentir por meio da interação que se inicia na magnetosfera. Fonte: Ref. [2].

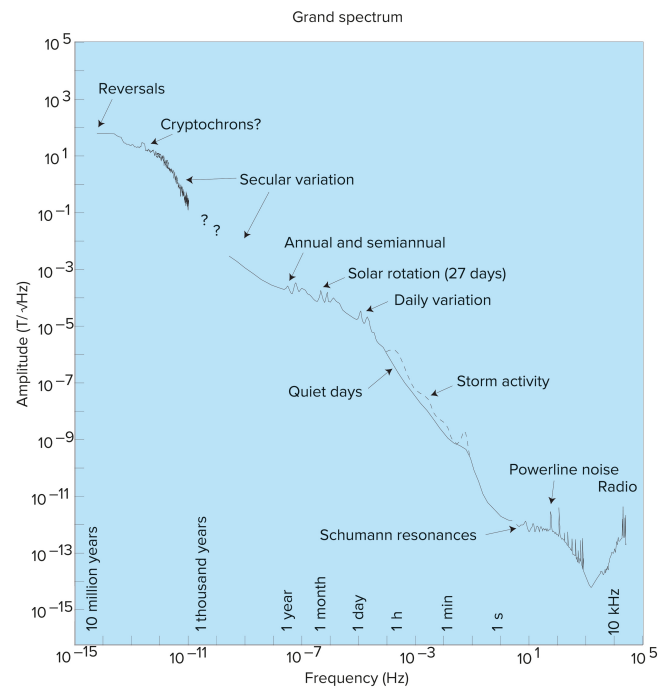


Figura 11: Compilação das frequências de ocorrências das causas das variações no campo geomagnético em função da amplitude desta variação. Fonte: Ref. [2].

asteroides e cometas. Na maioria dos corpos menores, e em Marte, o campo magnético não é originado em um dínamo autoinduzido, mas, em algumas luas é. Um sumário, traduzido do livro *Magnetospheres in the Solar Systems* [17] é apresentado na Tabela 4.

Tabela 3: Coeficientes de esféricos harmônicos para planetas do Sistema Solar.

Planeta	Terra	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno
Modelo	IGRF	O6	Z3	Q3	O8
g_1^0	-29.404,800	4.242,000	21.535,000	11.855,000	10.336,000
g_1^1	-1.450,900	-659,000	-	11.507,000	3.359,000
h_1^1	4.652,500	241,000	-	-15.812,000	-9.772,000
g_2^0	-2.499,600	-22,000	1.642,000	-5.877,000	8.566,000
g_2^1	2.982,000	-711,000	-	-13.085,000	-406,000
h_2^1	-2.991,600	487,000	-	-605,000	4.644,000
g_2^2	1.677,000	-403,000	-	5.851,000	11.139,000
h_2^2	-734,600	72,000	-	4.185,000	-743,000
g_3^0	1.363,200	75,000	2.743,000	4.183,000	-5.749,000
g_3^1	-2.381,200	-155,000	-	-1.336,000	11.632,000
h_3^1	-82,100	198,000	-	-6.776,000	-1.889,000
g_3^2	1.236,200	-180,000	-	-4.021,000	-2.920,000
h_3^2	241,900	-388,000	-	-5.817,000	-3.905,000
g_3^3	525,700	342,000	-	-357,000	903,000
h_3^3	-543,400	-224,000	-	-2.265,000	-245,000
θ_{Dip}	9,41	9,39	0,00	58,78	44,99
m	Ref. = 1	2,11E+04	5,53E+02	26,3	19,7
a (km)	6.371	71.600	60.000	25.600	24.765
R_{mp}/a	11	45	21	27	26

Tabela 4: Campos magnéticos em astros do Sistema Solar.

Corpo celeste	Raio (km)	Campo na superfície (nT)	Momento de dipolo (Am^2)
Mercúrio	2.440	190	-2,8E+19
Vênus	6.052	0,4	8,90E+17
Terra	6.341	29.442	-7,60E+22
Lua	1.737	0,3	
Marte	3.393	100	
Júpiter	71.492	434.109	1,60E+27
Io	1.822	<200	1,20E+19
Europa	1.561	>100	3,80E+18
Ganimedes	2.634	719	1,30E+20
Saturno	58.232	21.140	4,20E+25
Urano	25.362	12.260	2,00E+24
Netuno	24.622	10.049	1,50E+24
Asteroides	0,1-1.000	<5	
Vesta	265	200.000	3,70E+19
Cometas	45.200	<0,5	

7. Utilização de Ferramentas Computacionais

Para a elaboração deste trabalho, foram gerados códigos computacionais para permitir a visualização dos resultados por meio dos gráficos apresentados ao longo do texto. A ferramenta escolhida para esta tarefa foi a linguagem de programação Python, que possui vários tutoriais de instalação e exemplos de operação disponíveis na internet. Com vistas a viabilizar a reprodução dos resultados

aqui obtidos, estes códigos estão disponibilizados para utilização dos leitores.

Com eles é possível criar mapas e animações do campo geomagnético a partir dos modelos GUFM1, IGRF e CALS10k.1b, abrangendo um período que vai de dez mil anos atrás até os dias de hoje. O conjunto de dados foi previamente extraído e disponibilizado online para evitar a introdução de mais complexidade com a utilização da linguagem Fortran, na qual GUFM1 e CALS10k.1b foram elaborados, e a consulta à calculadora do IGRF que necessita de cadastro.

Com estes mesmos dados, há exemplos do cálculo da inclinação do dipolo, também utilizando os três modelos e realizando a visualização por meio de gráfico de linha, da mesma forma que apresentado ao longo do trabalho.

Entretanto, o gráfico do Dipolo Inclinado pode ser esquadrihado neste trabalho a fim de motivar o leitor a iniciar uma familiarização da utilização de ferramentas computacionais. Para tanto, sugere-se a instalação do software Anaconda – gratuito e facilmente encontrado nos mecanismos de busca da internet. Serão necessários comandos no *prompt* para instalação dos módulos (pode ser necessário executar o *prompt* de comando como administrador). Os comandos são:

- conda install numpy
- conda install pandas
- conda install matplotlib
- conda install cartopy

Após estes comandos, é só abrir o programa *spyder* e copiar o texto na sequência para o editor de textos dentro do *spyder*:

```

#As bibliotecas utilizadas são
# pandas para trabalhar com dataframes
import pandas as pd
# numpy para as operações matemáticas
import numpy as np
# matplotlib para a figura
import matplotlib.pyplot as plt
# cartopy para a projeção em mapa
import cartopy.crs as ccrs

# Definindo a altitude para os cálculos
a = 6371
# Definindo o raio da Terra
RT = 6371

# Inserindo os coeficientes do Dipolo Magnético
g10 = -29404.8
g11 = -1450.9
h11 = 4652.5

# Calculando o quadrado para uso posterior
quadh11 = h11**2
quadg11 = g11**2

# Função que calcula a inclinação e a latitude dos
# polos magnéticos
ThetaS = 180 - np.rad2deg(np.arctan(-(((quadg11+
quadh11)**(1/2))/(g10))))
ThetaN = 180 - ThetaS
print("ThetaS: ", ThetaS, "PoloSul: ", 90 -
ThetaS)
print("ThetaN: ", ThetaN, "Polo Norte: ", 90 -
ThetaN)

# Função que calcula a longitude dos polos
# magnéticos
PhiS = 180 - np.rad2deg(np.arctan(-(h11/g11)))
print("PhiS: ", PhiS)
print("PhiN: ", 180 + PhiS)

# Função que calcula o cosseno do ângulo polar
def p10(Theta):
    return np.cos(np.radians(Theta))

# Função que calcula o seno do ângulo polar
def p11(Theta):
    return np.sin(np.radians(Theta))

# Função que calcula o potencial escalar
def gama(Lat, Lon):
    termo0 = g10*p10(90-Lat)
    termo1 = g11*np.cos(np.radians(Lon))*p11(90-
Lat)
    termo2 = h11*np.sin(np.radians(Lon))*p11(90-
Lat)
    total = a*(a/RT)*(termo0 + termo1 + termo2)
    #print(total)
    return total

# Função que calcula a componente radial
def Br(Lat, Lon):
    termo0 = 2*g10*p10(90-Lat)
    termog11 = 2*g11*np.cos(np.radians(Lon))*p11
(90-Lat)
    termoh11 = 2*h11*np.sin(np.radians(Lon))*p11
(90-Lat)
    total = ((a/RT)**3)*(termo0 + termog11 +
termoh11)
    #print(total)
    return total

# Função que calcula a componente polar
def BTheta(Lat, Lon):
    termo0 = g10*(-np.sin(np.radians(90-Lat)))
    termog11 = g11*(np.cos(np.radians(Lon))*np.
cos(np.radians(90-Lat)))
    termoh11 = h11*(np.sin(np.radians(Lon))*np.
sin(np.radians(90-Lat)))
    total = -(a/RT)**3*(termo0 + termog11 +
termoh11)
    #print(total)
    return total

# Função que calcula a componente longitudinal
def BPhi(Lat, Lon):
    termog11 = g11*np.sin(np.radians(Lon))

    termoh11 = h11*np.cos(np.radians(Lon))
    total = ((a/RT)**3)*(termog11 - termoh11)
    #print(total)
    return total

# Função que calcula a intensidade total do campo
def BTot(Lat, Lon):
    i = Lat
    j = Lon
    total = (Br(i,j)*Br(i,j)+BPhi(i,j)*BPhi(i,j) +
BTheta(i,j)*BTheta(i,j))*(1/2)
    return total

# Função que calcula a componente horizontal
def BH(Lat, Lon):
    i = Lat
    j = Lon
    total = (BPhi(i,j)*BPhi(i,j) + BTheta(i,j)*
BTheta(i,j))*(1/2)
    return total

# Função que calcula a declinação na posição
def Dec(Lat, Lon):
    i = Lat
    j = Lon
    total = np.arctan(BPhi(i,j)/BH(i,j))
    return total

# Função que calcula a inclinação na posição
def Inc(Lat, Lon):
    i = Lat
    j = Lon
    total = np.arctan(Br(i,j)/BH(i,j))
    return total

# Função que calcula as mostra na tela calculadas
def campo(Lat, Lon):
    print("Potencial: ", gama(Lat, Lon))
    print("Bradial: ", Br(Lat, Lon))
    print("BTheta: ", BTheta(Lat, Lon))
    print("BPhi: ", BPhi(Lat, Lon))
    print("BTot: ", BTot(Lat, Lon))

# Cria-se uma lista de latitudes e popula de -90 a
# 90, de um em um
Lats = []
for i in range(-90, 91, 1):
    Lats.append(i)

# Cria-se uma lista para as longitudes
Lons = []
# E outra para os pontos das coordenadas
pontos = []

#Que são populadas com os valores das latitudes e
# longitudes
for i in Lats:
    for k in range(0, 361,1):
        pontos.append([i,k])
        Lons.append(k)

# e um dataframe vazio para receber os cálculos
df = pd.DataFrame()

# Que são realizados pelas chamadas nas funções
# criadas anteriormente, como uma tabela
for coordenadas in pontos:
    i = coordenadas[0]
    j = coordenadas[1]
    #Aqui se organiza um dataframe
    df2 = pd.DataFrame({'Latitude': [i],
'Longitude': [j], 'Bradial': [Br(i,j)],
'BPhi': [BPhi(i,j)], 'BTheta': [BTheta(i,j)],
'BTot': [BTot(i,j)], 'Dec': [Dec(i,j)],
'Inc': [Inc(i,j)]})
    #Que se concatena com o criado, mas em branco
    df = pd.concat([df,df2],ignore_index=True)

# Um dataframe pode ser criado para selecionar os
# valores do equador magnético
dfeq = df.loc[(abs(df['Inc']) <= .01)].sort_values
('Longitude')
```

```

def mapadecalor():
    # É necessário criar um grid para o plot
    dfgrid = df.pivot_table(index='Longitude',
                             columns='Latitude', values='BTot')
    # É necessário criar um grid para o plot
    X,Y = np.meshgrid(dfgrid.index.to_numpy(),
                      dfgrid.columns.to_numpy())
    # Identificar os níveis mínimos, máximos e
    # suas quantidades (de cores)
    vmin = df['BTot'].min()
    vmax = df['BTot'].max()
    vnv = (vmax-vmin)/100
    # E organizar os níveis para aparecerem na
    # legenda
    niveis = np.arange(vmin-vnv, vmax+vnv, vnv)
    # Cria-se uma área de figura
    fig = plt.figure(figsize=(8, 6))
    # E adiciona uma imagem de um sistema de eixos
    # em coordenadas Plate Carree
    ax = fig.add_subplot(1, 1, 1, projection=ccrs.
                         PlateCarree())
    # Desenha os continentes
    ax.coastlines()
    # Insere as linhas do grid de latitudes e
    # longitudes
    gl = ax.gridlines(crs=ccrs.PlateCarree(),
                      draw_labels=True,
                      linewidth=1, color='gray',
                      alpha=0.5, linestyle='--')
    # E cria-se o mapa de contorno
    mapa = ax.contourf(X, Y, dfgrid.values.T,
                       levels = niveis,
                       transform=ccrs.PlateCarree(),
                       cmap='jet')
    # Cria uma lista de valores para a barra de
    # cores lateral
    paraticks = np.arange(vmin-(vmax-vmin)/5,
                          vmax+(vmax-vmin)/5, (vmax-vmin)/5)
    # E insere a barra no gráfico
    fig.colorbar(mapa, shrink=0.8, aspect=20,
                 label='Campo Magnético (nT)', ticks =
                 paraticks)
    # Identifica-se a SAMA com a inserção de
    # níveis no gráfico
    sama = ax.contour(X, Y, dfgrid.values.T,
                      levels = 3, transform=ccrs.PlateCarree())
    #E insere a linha do Equador Magnético
    plt.plot(dfeq['Longitude'], dfeq['Latitude'],
             transform = ccrs.PlateCarree(), color =
             'Yellow')
    # Insere o texto da localização dos polos
    # magnéticos
    plt.text(PhiS, 90 - ThetaS, 'PNM', fontsize =
             22, color = "white")
    plt.text(180 + PhiS-360, 90 - ThetaN, 'PSM',
             fontsize = 22, color = "white")
    # Insere o título do gráfico
    plt.title('Intensidade do Campo Magnético')
    # E mostra o mapa
    plt.show()

#Aqui se chama a função mapa de calor que gera o
# plot
mapadecalor()

```

Uma vez realizado com sucesso este procedimento, sugere-se que o leitor entre no repositório disponibilizado e execute testes com os demais programas elaborados para os estudos apresentados neste trabalho.

8. Considerações Finais

Longe da pretensão de apresentar uma revisão completa e detalhada acerca dos estudos do geomagnetismo, este trabalho apresenta alguns elementos para contextualizar os estudos dos cursos de eletromagnetismo no nível de graduação, como forma de motivação à realização de estudos e pesquisas adicionais que mantenham o aluno

interessado no aprendizado e na continuidade de sua formação acadêmica.

Para tanto, horas de trabalho foram dedicadas na compilação das informações aqui apresentadas e na elaboração de códigos computacionais para gerar os gráficos apresentados na linguagem *python*. Estes códigos estão disponibilizados para utilização pelos estudantes como forma de maior integração com o tema.

Os próximos passos do projeto de pesquisa tratarão da interação deste campo magnético com o Vento Solar, cujo resultado intermediário deverá ser um trabalho de introdução ao assunto para os estudantes do nível de graduação – i.é. mais uma ferramenta didática para os professores apresentarem aos seus alunos dos cursos de graduação.

Como resultado, espera-se que a existência de um material de nível introdutório ao tema leve a um aumento das pesquisas científicas e na busca de maior aprofundamento por meio do ingresso destes alunos nos cursos de pós-graduação na área das ciências espaciais.

Referências

- [1] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2000*, disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>.
- [2] M. Kono, *Treatise on Geophysics – Geomagnetism* (Elsevier, Amsterdam, 2007), v. 5.
- [3] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos da Física: Eletromagnetismo* (LTC, Rio de Janeiro, 2016), v. 3, 10 ed.
- [4] D. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Pearson, Londres, 2013), 4 ed.
- [5] P. Alken, E. Thébaud, C.D. Beggan, H. Amit, J. Aubert, J. Baerenzung, T.N. Bondar, W.J. Brown, S. Califf, A. Chambodut et al., *Earth, Planets and Space* **73**, 1 (2021).
- [6] MAGNETIC FIELD CALCULATORS, disponível em: <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml?useFullSite=true>, acessado em 16/07/2024.
- [7] BRITANNICA, *The New Encyclopaedia Britannica: micropaedia* (Encyclopaedia Britannica, Chicago, 1986), v. 30.
- [8] BRASIL, *Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Estudo e Monitoramento Brasileiro do Clima Espacial*, disponível em: <https://www2.inpe.br/climaespacial/portal/pt/>, acessado em 16/07/2024.
- [9] WORLD DATA CENTER FOR GEOMAGNETISM, KYOTO, disponível em: <https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/>, acessado em: 16/07/2024.
- [10] A. Kageyama e T. Sato, *Physical Review E*, **55**, 4 (1997).
- [11] E. Butkov, *Física Matemática* (Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, 1988).
- [12] A. Jackson, A.R.T. Jonkers e M. Walker, *Phil. Trans. R. Soc. London A*, **358**, 957 (2000).
- [13] C. Constable, K.M. Davis e F. Donadini, *American Geophysical Union, 2010AGUFMD123B1978C* (2010).

- [14] F. Bagenal, T.E. Dowling, W.B. McKinnon, J.I. Lunine, A. Corandini, D. Gautier, T.C. Owen, G. Wuchterl, T. Guillot, D.J. Stevenson et al., *Jupiter: The planet, Satellites and Magnetosphere* (Cambridge University Press & Assessment, Cambridge, 2001), 1 ed.
- [15] S. Stanley e J. Bloxham, *Icarus* **184**, 556 (2006).
- [16] R.T. Merrill, M.W. Mcelhinny e P.L. Mcfadden, *The Magnetic Field of the Earth* (Academic Press, Cambridge, 1998), v. 1.
- [17] American Geophysical Union, *Magnetospheres in the Solar System* (John Wiley & Sons, Nova Jersey, 2021), v. 2, 1 ed.