

Evaporação em armadilhas atômicas e as temperaturas mais baixas do Universo

(*Evaporation on atom traps and the lowest temperatures of the Universe*)

A.H. Iavaronni¹, E.A.L. Henn¹, E.R.F. Ramos¹, J.A. Seman¹, T. Amthor² e V.S. Bagnato¹

¹*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.*

²*Physikalisches Institut, Universität Freiburg, Freiburg, Germany*

Recebido em 6/12/2006; Aceito em 28/2/2007

Neste trabalho apresentamos um modelo simples de resfriamento evaporativo para átomos ultrafrios aprisionados. Este processo objetiva a diminuição da temperatura da amostra gasosa a partir da retirada dos átomos mais quentes desta e conseqüente retermalização dos remanescentes em uma temperatura mais baixa. O modelo parte da distribuição de Maxwell-Boltzmann de velocidades para a amostra atômica e permite o cálculo da temperatura e número de átomos remanescentes nesta após a retirada dos átomos mais quentes e retermalização. A partir dessas expressões simulamos o processo de resfriamento evaporativo realizado usualmente em experimentos, onde são retirados átomos cada vez mais frios após cada retermalização.

Palavras-chave: átomos frios, evaporação, distribuição de Maxwell-Boltzmann.

In this work we present a simple model to describe evaporative cooling for ultracold trapped atoms. This process is used to achieve low temperatures of the gaseous sample by removing the hottest atoms and subsequently rethermalizing the remaining atoms at a lower temperature. The model assumes a Maxwell-Boltzmann distribution of velocities in the atomic sample and allows the calculation of the temperature and the number of remaining atoms after the hottest atoms have been removed and the rethermalization has taken place. Using these expressions we simulate the process of evaporative cooling as it is usually carried out in experiments, where colder atoms are removed after each successive rethermalization.

Keywords: cold atoms, evaporation, Maxwell-Boltzmann distribution.

1. Introdução

A área de aprisionamento e resfriamento de átomos ocupa hoje destaque especial dentro da física. A possibilidade de criar amostras atômicas em ultrabaixas temperaturas tem proporcionado estudos antes inimagináveis envolvendo colisões atômicas [1], gases no regime quântico degenerado [2], átomos em redes ópticas simulando sólidos perfeitos [3], efeitos de muitos corpos, etc. Em quase todos estes estudos, átomos são resfriados via pressão de radiação, aprisionados por campos magnéticos ou campos de luz e finalmente sofrem uma segunda etapa de resfriamento através do chamado resfriamento evaporativo [4]. Esta etapa final de resfriamento é a que permite atingir temperaturas tão baixas como centenas de nanoKelvin ou apenas centenas de bilionésimos acima do zero absoluto. É neste regime ultrafrio que uma nova física começa a despontar.

Devido à grande relevância do resfriamento evaporativo, apresentamos neste artigo um modelo simples e

didático que permite entender o processo de evaporação de átomos em armadilhas atômicas.

Vamos começar descrevendo a forma mais importante de confinarmos átomos frios previamente ao resfriamento evaporativo: o aprisionamento magnético. Para entendermos o princípio do aprisionamento magnético, vamos considerar os estados eletrônicos de um átomo de hidrogênio na presença de um campo magnético estático (Fig. 1). A combinação do spin eletrônico com o spin nuclear gera dois possíveis estados para o estado fundamental do átomo de hidrogênio: $F = 1$ ou $F = 0$, onde F representa o spin total do átomo resultante dessa combinação [5]. Esta distribuição de níveis constitui a chamada estrutura hiperfina do hidrogênio. Na presença de um campo magnético estes níveis abrem-se em subníveis de acordo com a projeção do spin total na direção do campo. Como função do campo magnético aplicado, há um grupo de estados com energia crescente com o campo magnético e um outro com energia decrescente com o campo

¹E-mail: ehenn@terra.com.br.

magnético. Átomos nos estados cuja energia cresce com o campo magnético podem ser naturalmente aprisionados num mínimo de campo. O princípio de minimização da energia implica na existência de uma força empurrando o átomo na direção do mínimo, transformando este mínimo num ponto de equilíbrio estável. É desta forma que átomos nestes estados ficam aprisionados no mínimo do campo magnético. Átomos nos estados cuja energia decresce com o campo seriam aprisionados em máximos de campo magnético. No entanto, as equações de Maxwell permitem produzir mínimos de campo e não máximos num espaço livre de corrente, de modo que os estados cuja energia aumenta com o campo são aqueles aprisionáveis e, conseqüentemente, aqueles com os quais iniciaremos nosso estudo.

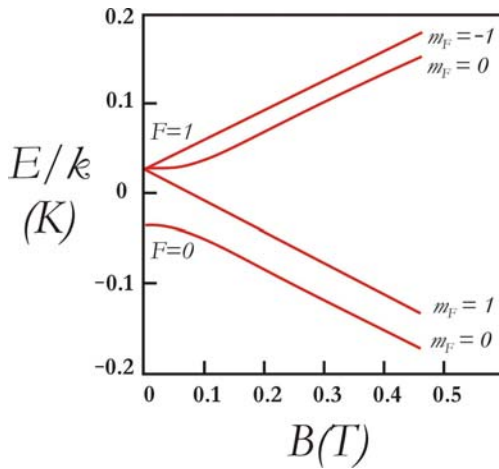


Figura 1 - Estados hiperfinos do átomo de hidrogênio na presença de um campo magnético.

A primeira demonstração de aprisionamento atômico em campos magnéticos foi feita utilizando-se átomos de sódio, Ref. [6] (que é um átomo essencialmente hidrogenóide), onde o mínimo de campo era produzido através de duas bobinas alinhadas carregando correntes opostas. O campo é zero no centro geométrico do sistema e cresce linearmente em todas as direções, tornando este ponto um mínimo absoluto, aprisionando átomos [7]. Esta configuração é chamada de armadilha de quadrupolo e ainda hoje é largamente utilizada no aprisionamento magnético de átomos neutros. Estas armadilhas magnéticas são usualmente bastante rasas, podendo aprisionar somente átomos com baixas velocidades sendo, portanto, essencial a existência de um método de resfriamento atômico prévio.

Átomos aprisionados nessas armadilhas podem ser resfriados utilizando o processo de resfriamento evaporativo, [8]. Este processo baseia-se no fato de que se removermos as partículas mais energéticas de um sistema em equilíbrio, o restabelecimento do equilíbrio resfria o sistema como um todo.

Imagine um gás contido num recipiente obedecendo uma distribuição de velocidades do tipo Maxwell - Boltzmann (Fig. 2a), [9]. Por meio de um mecanismo

apropriado vamos remover os átomos com velocidade acima de v_e , produzindo uma distribuição truncada como mostrado na Fig. 2b. Esta distribuição truncada vai retornar a uma distribuição de Maxwell - Boltzmann através da retermalização de seus constituintes. Para que isto ocorra, a parte da distribuição que ficou deverá repor as classes de velocidade faltantes. Isto ocorre às custas de todo sistema resfriar um pouco, de modo que a nova distribuição não somente tenha um número menor de partículas mas também uma temperatura mais baixa (Fig. 2c). O processo de resfriamento evaporativo é importante porque permite atingir temperaturas extremamente baixas, com o custo da perda de certa fração das partículas.

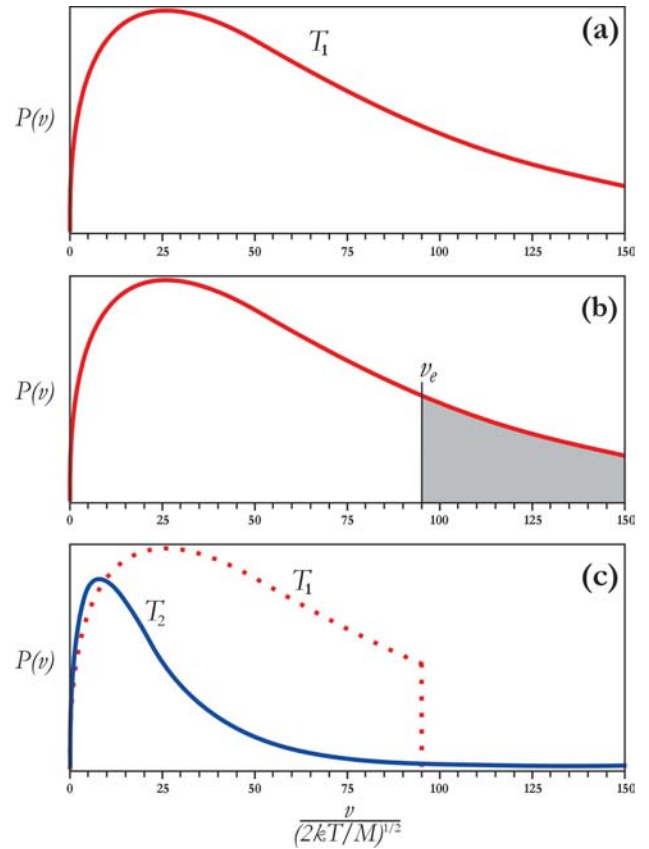


Figura 2 - (a) Distribuição de Maxwell-Boltzmann para um gás a temperatura T_1 ; (b) partículas com velocidade $v > v_e$ são removidas da distribuição produzindo um sistema fora do equilíbrio; (c) retermalizando, as componentes de alta velocidade são repopuladas e a nova temperatura do sistema é $T_2 < T_1$.

A forma prática de implementar esse processo em armadilhas magnéticas está devidamente esquematizada na Fig. 3. Devido à existência de estados eletrônicos cuja energia aumenta com a amplitude do campo magnético e outros cuja energia diminui com o aumento da amplitude do campo, a mesma configuração espacial de campo magnético pode ser vista por um átomo como confinante ou repulsiva, de acordo com seu estado eletrônico. Assim, os átomos que estão em um estado que sente um potencial confinante, são ditos estar em um “estado aprisionável”. Por outro lado,

átomos no estado cuja energia diminui com o aumento do campo, sentem um potencial invertido com relação ao anterior, de modo que não podem ser aprisionados na armadilha, sendo repelidos da região do mínimo de campo. A energia de separação entre estes dois estados depende do valor do campo magnético e, portanto, será espacialmente dependente. Utilizando fótons de radiofrequência (RF), somos capazes de levar o átomo de um estado aprisionável para outro não aprisionável. Assim, se escolhermos a energia dos fótons de RF tal que átomos em campos elevados são os que podem fazer a transição de um estado para outro, estaremos removendo da armadilha os átomos mais energéticos, como mostrado na Fig. 3. Os átomos que ficam na armadilha vão rethermalizando, resfriando toda a amostra. Uma vez que a maioria dos átomos que atingirem o valor do campo escolhido forem removidos, pode-se abaixar o valor da energia da RF, removendo mais átomos e tornando a amostra mais e mais fria. Este procedimento continua produzindo amostras em temperaturas cada vez mais baixas.

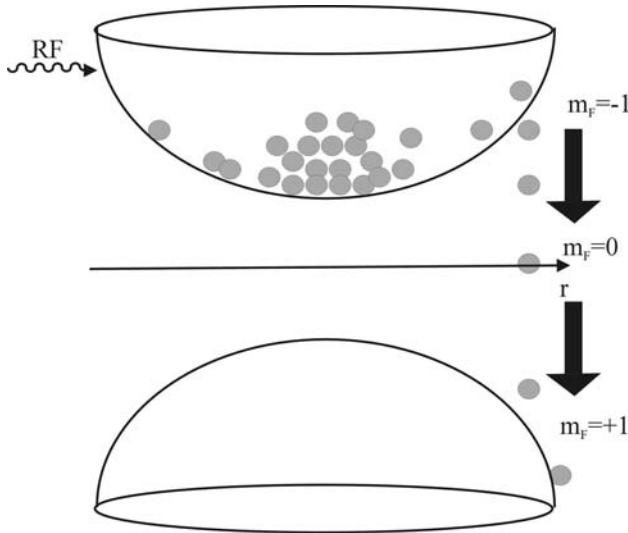


Figura 3 - Esquema da técnica da evaporação para átomos magneticamente aprisionados.

2. Modelo para o resfriamento evaporativo

O modelo desenvolvido neste trabalho analisa a evolução da temperatura e do número de partículas de uma amostra gasosa de átomos aprisionados quando o processo de resfriamento evaporativo acontece. O modelo tem duas partes distintas: uma parte é puramente analítica enquanto a segunda é computacional. Começaremos descrevendo o nosso modelo analítico para o processo evaporativo.

Consideramos uma distribuição de Maxwell-Boltzmann para os átomos aprisionados, a uma temperatura T , [9]. A distribuição dos átomos que têm

energia entre ε e $\varepsilon + d\varepsilon$ é dada por $g(\varepsilon, T)$, apresentando uma forma analítica dada por

$$g(\varepsilon, T)d\varepsilon = C_0 \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon, \quad (1)$$

na qual k é a constante de Boltzmann e C_0 é uma constante de normalização obtida por meio da condição que a integral da distribuição fornece o número inicial de partículas N

$$\int_0^{\infty} g(\varepsilon, T)d\varepsilon = N. \quad (2)$$

Esta é uma importante relação, pois oferece o vínculo entre temperatura e número de partículas contidas no sistema. Da Eq. (2), obtemos a constante C_0 em termos do número de átomos, dada por

$$C_0 = \frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}}. \quad (3)$$

Com isso, obtemos a distribuição $g(\varepsilon, T)$ normalizada dada por

$$g(\varepsilon, T)d\varepsilon = \frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon. \quad (4)$$

Imagine, agora, que partículas com energia acima de ε_0 são removidas do sistema, restando um número de partículas N_1 , que é dado pela integral truncada da distribuição original

$$\int_0^{\varepsilon_0} g(\varepsilon, T)d\varepsilon = N_1. \quad (5)$$

Dessa forma, o número de partículas removidas, ΔN , é

$$\Delta N = \int_0^{\infty} g(\varepsilon, T)d\varepsilon - \int_0^{\varepsilon_0} g(\varepsilon, T)d\varepsilon = \int_{\varepsilon_0}^{\infty} g(\varepsilon, T)d\varepsilon. \quad (6)$$

A distribuição final truncada está fora de equilíbrio. Ela irá sofrer thermalização, redistribuindo os átomos com mais alta energia. Para tal, haverá um decréscimo da temperatura da amostra dada por $\Delta T = T - T_1$. Como consequência, os átomos obedecerão uma distribuição de Maxwell-Boltzmann dada por $g(\varepsilon, T_1)$. A nova temperatura da amostra pode ser obtida a partir da equação

$$\int_0^{\infty} g(\varepsilon, T_1)d\varepsilon = N_1. \quad (7)$$

Substituindo a distribuição dada na Eq. (4) na Eq. (5), obtemos o número final de átomos N_1 em função do número inicial N e a temperatura inicial T , dado por

$$N_1 = \frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon. \quad (8)$$

A retermalização da amostra não altera a energia deixada nela, pois é um processo puramente conservativo. Desta forma, ao ser truncada, a energia total da amostra pode ser expressa como

$$E = \int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon g(\varepsilon, T) d\varepsilon. \quad (9)$$

Ao retermalizar, a energia continua com este valor, mas integrada sobre uma nova distribuição em equilíbrio e em uma nova temperatura T_1 . Assim

$$E = \int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon g(\varepsilon, T_1) d\varepsilon. \quad (10)$$

Igualando-se as Eqs. (9) e (10), obtemos

$$\frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{3/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon = \frac{2N_1}{\sqrt{\pi}(kT_1)^{3/2}} \int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{3/2} e^{-\varepsilon/kT_1} d\varepsilon. \quad (11)$$

A integral no segundo membro da Eq. (11) pode ser resolvida exatamente e substituindo a expressão para N_1 , obtida pela Eq. (8), obtemos a nova temperatura atingida pelo sistema em função da energia de corte e da temperatura inicial. Ou seja

$$T_1 = \frac{2}{3k} \frac{\int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{3/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon}. \quad (12)$$

Se observarmos com cuidado essa expressão veremos que ela não é apenas o resultado de manipulações matemáticas, mas carrega um significado físico interessante, intimamente relacionado ao princípio da equipartição da energia, [9]. Para explicitar melhor essa afirmação vamos reobter essa expressão para T_1 de uma maneira completamente diferente, usando como ponto de partida, para isso, os conceitos físicos citados.

A temperatura de um gás ideal é dada por

$$T = \frac{2\langle E \rangle}{3k}, \quad (13)$$

em que $\langle E \rangle$ é a energia média das partículas do gás dada por

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon g(\varepsilon, T) d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_0} g(\varepsilon, T) d\varepsilon}. \quad (14)$$

Porém, eliminando átomos com energia superior a ε_0 , a distribuição $g(\varepsilon, T)$ pode ser escrita como

$$g(\varepsilon, T) = \begin{cases} \frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/kT} & , \text{ se } \varepsilon < \varepsilon_0 \\ 0 & , \text{ se } \varepsilon > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (15)$$

Dessa forma, substituindo a Eq. (15) na Eq. (14), obtemos, pela Eq. (13), a temperatura T_1

$$T_1 = \frac{2}{3k} \frac{\int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{3/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon},$$

como obtida anteriormente na Eq. (12).

Reescrevendo as Eqs. (8) e (12), temos

$$N_1 = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_c/T} x^{1/2} e^{-x} dx, \quad (16)$$

$$T_1 = \frac{2T}{3} \frac{\int_0^{T_c/T} x^{3/2} e^{-x} dx}{\int_0^{T_c/T} x^{1/2} e^{-x} dx}, \quad (17)$$

nas quais definimos $T_c = \varepsilon_0/k$ é a temperatura de corte equivalente à energia de corte ε_0 . As integrais acima estão tabeladas e facilmente obtemos novas expressões para N_1 e T_1 dadas por

$$N_1 = N \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{T_c}{T}} \right) - 2\sqrt{\frac{T_c}{\pi}} e^{-T_c/T} \right], \quad (18)$$

$$T_1 = \frac{T}{3} \left\{ \frac{3\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{T_c}{T}} \right) - \left[6\sqrt{\frac{T_c}{T}} + 4 \left(\frac{T_c}{T} \right)^{3/2} \right] e^{-T_c/T}}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{T_c}{T}} \right) - 2\sqrt{\frac{T_c}{T}} e^{-T_c/T}} \right\}. \quad (19)$$

onde $\operatorname{erf}(x)$ é a função erro [10].

É importante observar que as Eqs. (18) e (19) nos dão o número de átomos e a temperatura final dada uma temperatura inicial e uma temperatura de corte. Porém, no laboratório, é interessante que a temperatura de corte diminua gradativamente à medida que a

temperatura da amostra também diminui. Desse modo, é possível atingir temperaturas mais baixas com um número de átomos maior. Esse processo foi simulado e é descrito a seguir.

Nosso processo de análise numérica está represen-

tado no diagrama da Fig. 4. Trata-se de um processo iterativo, no qual introduzimos uma energia de corte inicial ε_0 e, à medida que a amostra termaliza, introduzimos uma nova energia de corte $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 - \Delta\varepsilon$, inferior à primeira, e uma nova termalização leva a amostra para temperaturas ainda mais baixas. Após cada ciclo, o procedimento é repetido, permitindo abaixar paulatinamente a temperatura da amostra. Este é o processo que será simulado. No laboratório, esse processo equivale a baixar continuamente a energia da radiofrequência usada para truncar a distribuição de velocidades à medida que o tempo passa.

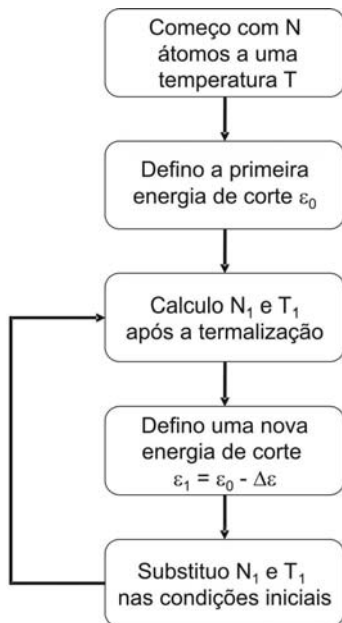


Figura 4 - Diagrama do processo recursivo utilizado para realizar o cálculo das novas temperaturas e número de átomos a partir da técnica do resfriamento evaporativo.

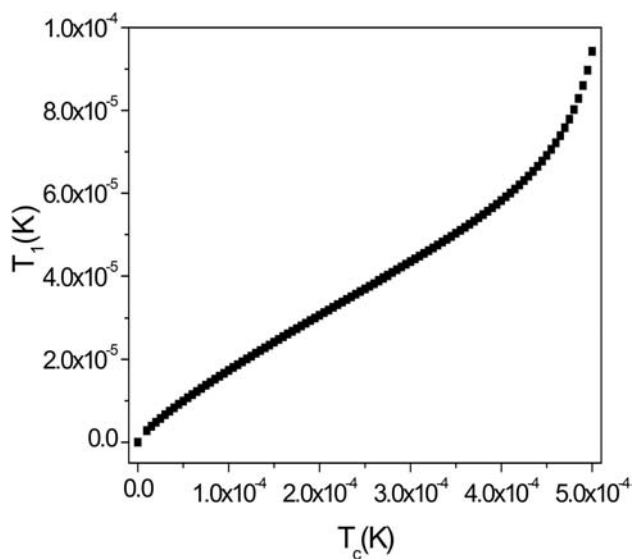


Figura 5 - Temperatura da amostra gasosa em função da temperatura de corte, partindo de uma temperatura inicial de $100 \mu\text{K}$, $\varepsilon_0 = 0,5 \text{ mK}$ e $\Delta\varepsilon = 0,05 \mu\text{K}$.

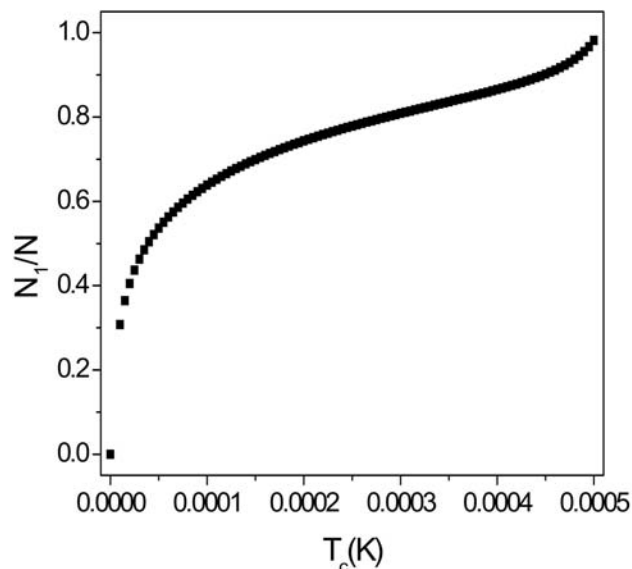


Figura 6 - Fração do número de átomos remanescentes na armadilha em função da temperatura de corte, partindo de uma temperatura inicial de $100 \mu\text{K}$, $\varepsilon_0 = 0,5 \text{ mK}$ e $\Delta\varepsilon = 0,05 \mu\text{K}$.

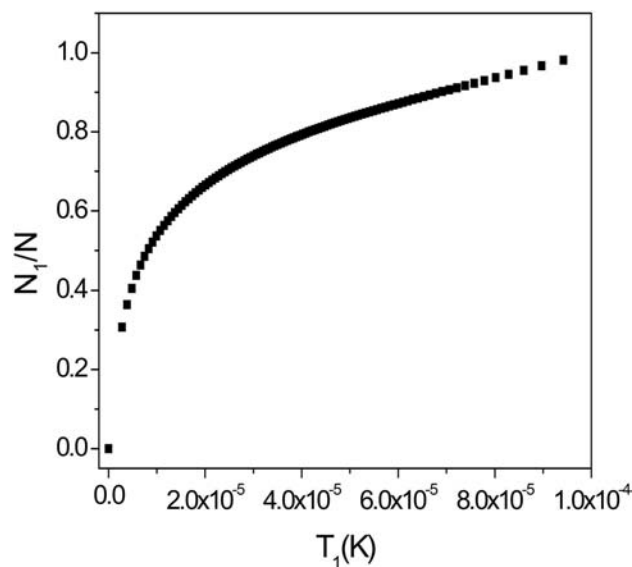


Figura 7 - Relação entre a fração do número de átomos remanescente na armadilha e a temperatura do gás, partindo de uma temperatura inicial de $100 \mu\text{K}$ e $\varepsilon_0/k = 0,5 \text{ mK}$ e $\Delta\varepsilon/k = 0,05 \mu\text{K}$.

Como exemplo do processo iterativo descrito anteriormente, faremos o caso em que a temperatura inicial do gás seja de $100 \mu\text{K}$. Iniciamos com $\varepsilon_0/k = 0,5 \text{ mK}$ e diminuímos essa energia com um passo fixo de $\Delta\varepsilon/k = 0,05 \mu\text{K}$. As Figs. 5 e 6 mostram os resultados da temperatura do gás e do número de átomos, respectivamente, em função da temperatura de corte. A Fig. 7 nos mostra a relação entre o número de átomos e a temperatura da amostra durante o processo de resfriamento evaporativo.

É importante ressaltar que esse modelo, apesar de oferecer bons resultados, está limitado pela transição do gás do regime clássico para o regime quântico, transição

esta que acontece quando a amostra gasosa atinge tipicamente a escala de centenas de nanokelvins de temperatura. Ao aproximar-se da transição o gás mostra sua real distribuição de velocidades, seja ela a distribuição de Bose-Einstein, se ele for constituído por bósons ou de Fermi-Dirac se for constituído por férmions. Em ambos os casos, no limite clássico essas distribuições são indistinguíveis da distribuição de Maxwell-Boltzmann. No entanto, para baixas temperaturas, as discrepâncias tornam-se cada vez maiores e culminam no aparecimento dos chamados gases quanticamente degenerados, o condensado de Bose-Einstein e o mar de férmions. Esse assunto, bem como possíveis extensões desse modelo para o regime quântico estão, no entanto, fora do escopo deste trabalho.

3. Conclusões

Com o presente artigo, mostramos de uma maneira clara e didática o processo de resfriamento evaporativo, técnica indispensável na pesquisa sobre átomos ultrafrios. Em particular, o resfriamento evaporativo é um processo imprescindível para atingir as temperaturas ultrabaixas necessárias para observar o fenômeno da condensação de Bose-Einstein, um dos temas de pesquisa mais concorridos no campo da física atômica.

Apresentamos, assim, um modelo analítico simples para descrever esse processo e que permite observar o comportamento em suas linhas gerais e antes da ocorrência de qualquer transição de fase de uma amostra gasosa variando sua temperatura durante a evaporação. Também ressaltamos que o modelo considera

que o sistema atingiria o equilíbrio sem a preocupação com sua dependência temporal.

Agradecimentos

FAPESP, CAPES, CNPq e programa CAPES/DAAD.

Referências

- [1] John Weiner, Vanderlei S. Bagnato, Sergio Zilio and Paul S. Julienne, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1 (1999).
- [2] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [3] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W. Hänsch and Immanuel Bloch, *Nature* **415**, 39 (2002).
- [4] V.S. Bagnato, *Rev. Bras. Ens. Fís.* **19**, 11 (1997).
- [5] Hermann Haken and Hans C. Wolf, *The Physics of Atoms and Quanta: Introduction to Experiments and Theory* (Springer, Berlin, 2005), 7th ed.
- [6] V.S. Bagnato, G.P. Lafyatis, A.G. Martin, E.L. Raab, R.N. Ahmad-Bitar and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2194 (1987).
- [7] T. Bergeman, G. Erez and H.J. Metcalf, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [8] W. Ketterle and M.J. van Druten, *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **37**, 181 (1996).
- [9] Sílvio R.A. Salinas, *Introdução à Física Estatística* (Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999), 2^aed.
- [10] George Arfken, *Mathematical Methods for Physicists* (Academic Press, Nova Iorque, 1985), 3rd ed.