

# Imagens tridimensionais: Formação e análise

(*Three-dimensional images: Formation and analysis*)

Eden V. Costa<sup>1</sup> e Lucia C. Almeida

*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, Brasil*

Recebido em 16/9/2004; Aceito em 21/12/2004

As imagens tridimensionais estão presentes em diversas situações do dia-a-dia, porém, tanto na educação básica quanto nos cursos de graduação da área de Ciências Exatas e da Natureza, este assunto geralmente não é mencionado. Este fato, a nosso ver, está associado ao tratamento dispensado à formação de imagens nos livros didáticos de física básica, nos quais o objeto se reduz, com raríssimas exceções, a uma seta transversal ao eixo óptico de espelhos e lentes. Esta forma de representação implica em um tratamento superficial do assunto e distante do contexto diário do estudante, deixando uma lacuna em sua formação. Isto nos motivou a apresentar uma análise simples, entretanto completa, capaz de complementar os textos dos livros didáticos e enriquecer as discussões sobre um tema encantador.

**Palavras-chave:** espelho, lente, imagem.

Three-dimensional images are present in several everyday life situations. However, this topic is not mentioned in most high school and undergraduate physics courses. This fact, as far as we are concerned, is related to the given treatment to image formation observed in physics textbooks for high school level. Most of them represent the object reduced to an arrow perpendicular to lenses or mirrors axis, which implies a superficial approach of the matter; besides, it is distant from the students' everyday life context, leaving a gap in their scientific education. The exposed evidences have motivated us to present a simple, though complete, analysis of the subject in order to complement textbooks and enrich discussions about such a fascinating theme.

**Keywords:** mirror, lens, image.

## 1. Introdução

A óptica é o ramo da Física onde se estuda a interação da radiação eletromagnética com a matéria. O domínio no qual admite-se como retilínea a propagação das ondas eletromagnéticas chama-se óptica geométrica.

Infelizmente, os livros didáticos sobre óptica geométrica, nas seções sobre formação de imagens, são superficiais. Neles, os objetos, com raríssimas exceções, são representados por uma seta transversal ao eixo óptico, e, a partir daí, analisa-se as características da imagem: real ou virtual; direita ou invertida; maior, igual ou menor. Esta representação, apenas, permite-nos analisar a imagem quanto à ampliação e a inversão transversal.

Sendo assim, a ampliação longitudinal e a tridimensionalidade da imagem ficam indeterminadas. Aliás, em geral, os livros didáticos não as mencionam; quando o fazem, são pouco profundos, sem riqueza de detalhes.

Esta maneira simplificada de abordar tal conteúdo diverge das observações diárias, tendo em vista que cotidianamente convive-se com objetos e imagens tridimensionais. Dentre outros aspectos, isto nos motivou a

desenvolver este artigo.

## 2. Espelho plano

Uma superfície lisa, plana ou curva, que reflete regularmente a luz incidente chama-se espelho. A experiência óptica mais familiar às pessoas é a de se ver em um espelho plano. Inicialmente, um espelho provoca surpresa, magia e encantamento. Magia e encantamento que foram explorados com grande propriedade pelo escritor João Guimarães Rosa, no conto *O Espelho* [1]. A surpresa, entre outras coisas, deve-se ao fato de: se você erguer a mão direita, sua imagem vista em um espelho plano erguerá a mão esquerda. Neste ponto vale perguntar: por que um espelho plano troca a direita pela esquerda, mas não a parte de cima pela de baixo? A compreensão plena da formação de uma imagem, sob o ponto de vista geométrico, só poderá ser alcançada com o estudo de imagens tridimensionais.

Na Fig. 1 estão representados, respectivamente, um objeto tridimensional, composto pelos eixos cartesianos  $(x, y, z)$  e a sua imagem  $(x', y', z')$  formada por um

<sup>1</sup>E-mail: eden@if.uff.br.

espelho plano.

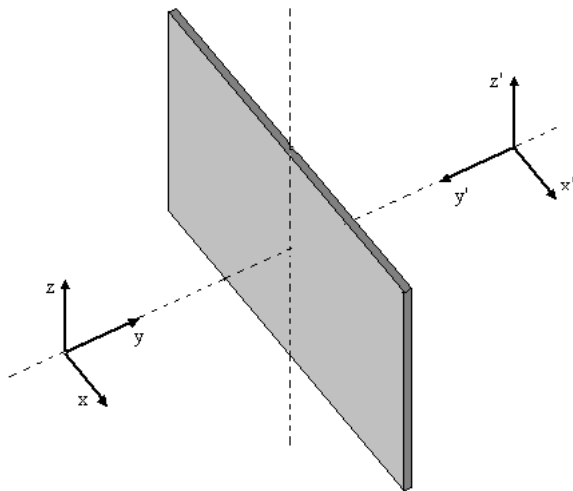


Figura 1 - Um objeto  $(x, y, z)$  e a sua imagem  $(x', y', z')$  virtual, direita, de mesmo tamanho e reversa vista em um espelho plano.

As imagens  $x'$  e  $z'$  são paralelas e idênticas, respectivamente a  $x$  e a  $z$ ; a imagem  $y'$  tem direção coincidente, mas sentido oposto ao de  $y$ . É isto que torna invertida, da direita para a esquerda, a imagem do objeto. Por isso, um pião cuja rotação seja no sentido horário tem sua imagem girando no sentido anti-horário. Esta forma de inversão chama-se reversa. Dizemos então que a imagem formada por um espelho plano é virtual, direita, de mesmo tamanho e reversa.

### 3. Equação dos pontos conjugados e da ampliação: Transversal e longitudinal

A dedução que iremos desenvolver a seguir é válida tanto para espelhos quanto para lentes.

A relação entre a distância ( $p$ ) de um objeto a um espelho, a distância ( $p'$ ) da imagem ao espelho e a distância focal ( $f$ ) do espelho é [2]:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (1)$$

A ampliação transversal da imagem é dada por:

$$A_T = -\frac{p'}{p}. \quad (2)$$

A fim de determinarmos a ampliação longitudinal, vamos, primeiramente, utilizar como exemplo a análise gráfica e analítica da formação da imagem de um fio retilíneo de extremidades  $A$  e  $B$ , e comprimento  $L$ , colocado sobre o eixo óptico de uma lente (Fig. 2).

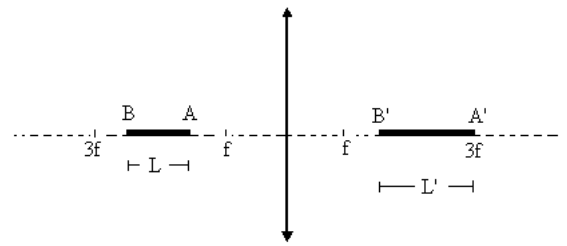


Figura 2 - Um fio retilíneo de comprimento  $L$  e extremidades  $A$  e  $B$  sobre o eixo óptico de uma lente convergente e a sua imagem.

Para a extremidade  $A$  temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_A} + \frac{1}{i_A} \quad (3)$$

$$i_A = \frac{p_A f}{p_A - f} \quad (4)$$

Para a extremidade  $B$  podemos escrever:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{(p_A + L)} + \frac{1}{i_B} \quad (5)$$

$$i_B = \frac{f(p_A + L)}{(p_A + L) - f} \quad (6)$$

O comprimento  $L'$  da imagem é dado por:

$$L' = i_A - i_B \quad (7)$$

A ampliação longitudinal é:

$$A_L = \frac{L'}{L} \quad (8)$$

$$A_L = \frac{f^2}{(p_A + L - f)(p_A - f)}. \quad (9)$$

Para lentes e espelhos curvos, a ampliação longitudinal é diferente de um ( $A_L \neq 1$ ). Nos espelhos planos a distância focal  $f \rightarrow \infty$ , conseqüentemente, as ampliações, transversal e longitudinal, são constantes e iguais a um ( $A_T = A_L = 1$ ).

## 4. Espelhos curvos

### 4.1. Espelho côncavo

Antes de iniciarmos a análise da imagem de um objeto tridimensional formada por um espelho côncavo, consideramos relevante examinar, através de dois exemplos, as imagens de um objeto bidimensional (uma placa quadrada) em duas possibilidades de posicionamento em relação ao eixo óptico de um espelho: 1- placa posicionada longitudinalmente, sua imagem tem a forma de um trapézio (Fig. 3); 2- placa posicionada transversalmente, sua imagem tem a forma de um quadrado (Fig. 4).

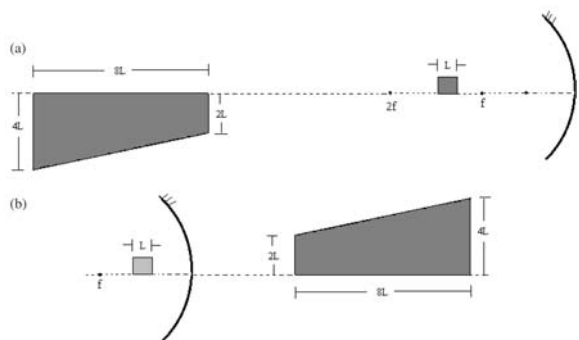


Figura 3 - Placa quadrada de lado  $L$ , longitudinal ao eixo óptico de um espelho côncavo de distância focal  $f = 4L$ . (a) Placa entre  $f$  e  $2f$ . Os lados perpendiculares ao eixo óptico estão posicionados em  $p = 5L$  e  $p = 6L$ . A imagem é real, um trapézio de base  $8L$  cujos lados perpendiculares ao eixo óptico têm dimensões  $2L$  e  $4L$ , posicionados, em  $p' = 12L$  e  $p' = 20L$ . (b) Placa entre o espelho e o foco. Os lados perpendiculares ao eixo óptico estão posicionados em  $p = 2L$  e  $p = 3L$ . A imagem é virtual, um trapézio com base  $8L$  cujos lados perpendiculares ao eixo óptico são  $2L$  e  $4L$ , posicionados, respectivamente, em  $p' = -4L$  e  $p' = -12L$ .

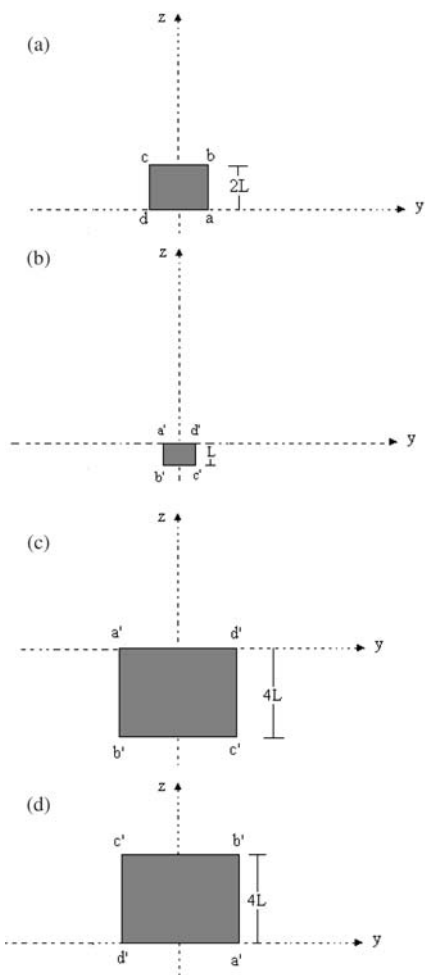


Figura 4 - (a) Placa quadrada de lado  $2L$ , transversal ao eixo óptico (eixo  $x$ ) de um espelho côncavo. (b) Imagem real, invertida e menor,  $p = 3f$ ,  $p' = 1,5f$  e  $|A_T| = 0,5$ . (c) Imagem real, invertida e maior,  $p = 1,5f$ ,  $p' = 3f$  e  $|A_T| = 2$ . (d) Imagem virtual, direita, maior e reversa,  $p = 0,5f$ ,  $p' = f$  e  $|A_T| = 2$ .

Conseqüentemente, a imagem de um cubo, formada por um espelho côncavo, é um tronco de pirâmide (Fig. 5).

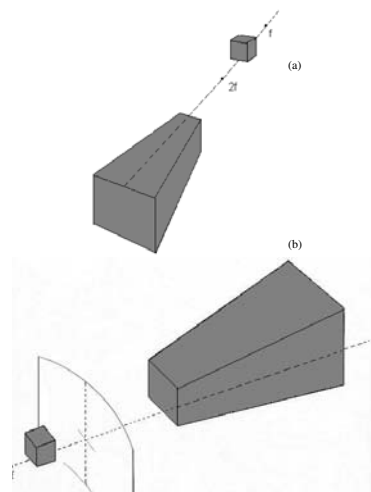


Figura 5 - Um cubo e a sua imagem (tronco de pirâmide) formada por um espelho côncavo. (a) Imagem real. (b) Imagem virtual.

A imagem real formada por um espelho côncavo é invertida (Fig. 6). A imagem virtual é reversa, semelhante à representação vista na Fig. 1.

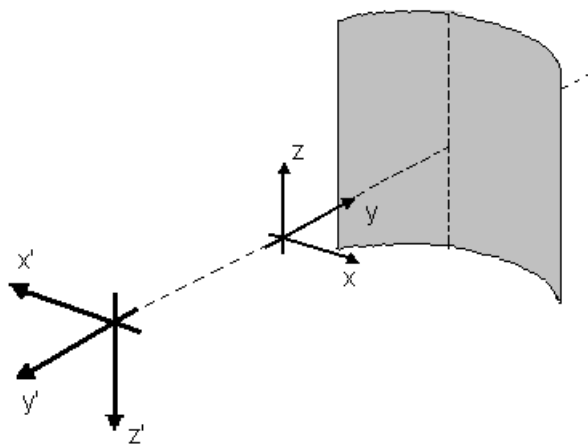


Figura 6 - Um objeto  $(x, y, z)$  e a sua imagem  $(x', y', z')$  real e invertida vista em um espelho côncavo.

#### 4.2. Espelho convexo

A imagem formada por um espelho convexo é: virtual, direita, menor e reversa. Na Fig. 7 está representado um cubo e a sua imagem (tronco de pirâmide) vista por meio de um espelho convexo.

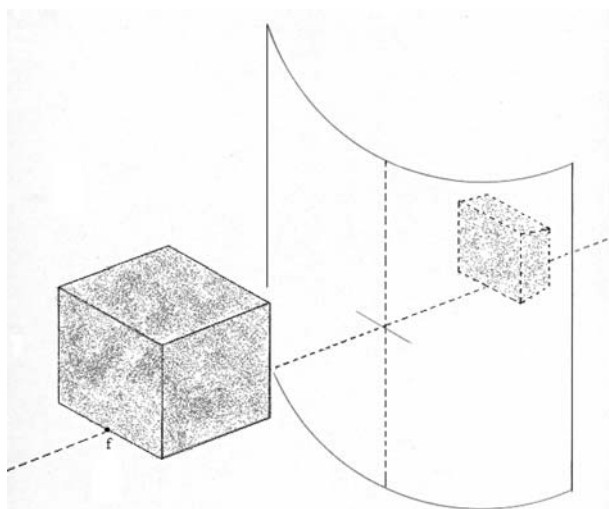


Figura 7 - Um cubo e a sua imagem virtual, menor e reversa (tronco de pirâmide) formada por meio de um espelho convexo.

### 5. Lentes

A equação dos pontos conjugados, juntamente com as equações da ampliação, evidencia que, da mesma forma como ocorreu para os espelhos curvos, a imagem de um cubo obtida por meio de lentes é, também, um tronco de pirâmide.

#### 5.1. Lentes convergentes

Os livros didáticos, no desenvolvimento do conteúdo referente à formação de imagens através de lentes convergentes, afirmam que a imagem real é invertida. No entanto, como se dá a inversão? Para responder esta questão, vamos analisar a formação da imagem real de um objeto tridimensional, representado, novamente, pelos eixos cartesianos  $(x, y, z)$ , conforme a Fig. 8. A representação geométrica da imagem tridimensional nos permite afirmar que embora se diga que a imagem é invertida, somente as dimensões transversais invertem.

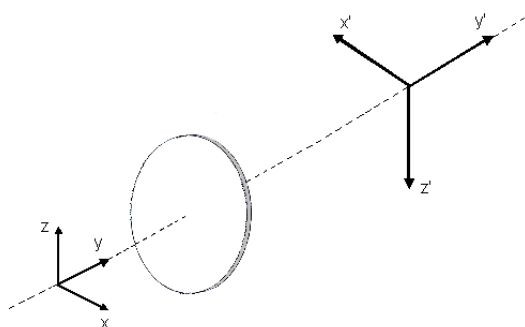


Figura 8 - Um objeto  $(x, y, z)$  e a sua imagem  $(x', y', z')$  real formada por uma lente convergente. Somente as dimensões transversais invertem.

Na Fig. 9 vê-se uma representação de um objeto e de sua imagem (virtual, direita e maior) formada por uma lente convergente.

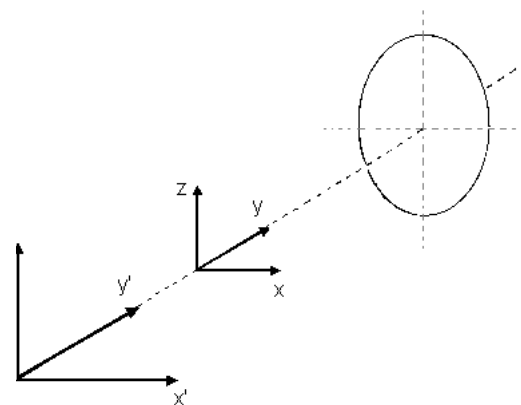


Figura 9 - Um objeto e a sua imagem (virtual, direita e maior) formada por uma lente convergente.

#### 5.2. Lentes divergentes

Apenas como ilustração, podemos observar na Fig. 10 que a imagem de um objeto tridimensional formada por uma lente divergente é virtual, direita e menor.

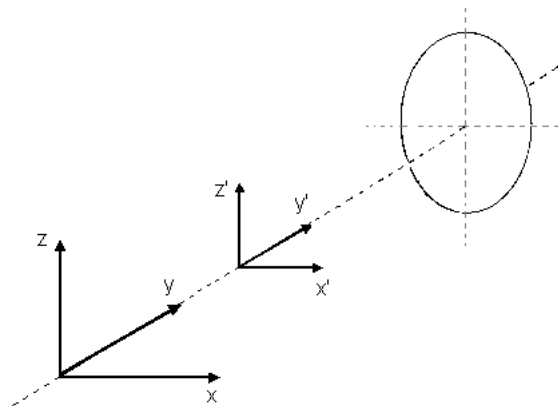


Figura 10 - Um objeto e a sua imagem (virtual direita e menor) formada por uma lente divergente.

### 6. Conclusões

Muitas vezes, o objeto em estudo é tridimensional, por isso, nem sempre é conveniente representá-lo por uma seta. E mais, somente com objetos tridimensionais é possível se fazer um exame minucioso da formação de imagens. Assim, é possível concluir:

- 1 - Imagens reversas são aquelas cuja inversão transversal é apenas em uma das duas dimensões possíveis. Por exemplo, da direita para a esquerda, mas não de cima para baixo. Imagens reversas são virtuais e apenas os espelhos as produzem.
- 2 - Imagens tridimensionais invertidas são reais e formadas apenas pelos espelhos côncavos.
- 3 - Imagem real tridimensional formada por lentes convergentes são comumente chamadas de invertidas. Porém, na realidade, apenas as dimensões transversais são invertidas.

4 - A imagem de um cubo vista em um espelho curvo ou através de uma lente, é um tronco de pirâmide.

5 - A ampliação longitudinal obtida em um espelho curvo ou em uma lente é diferente de um ( $A_L \neq 1$ ).

A nosso ver este texto possibilita uma discussão estimulante, pois, em geral, os estudantes têm bom desempenho em relação à construção de imagens quando a representação é por meio de setas. No entanto, quando se possibilita a observação de imagens tridimensionais em atividades práticas, a maioria deles se surpreende. Isto criou um ambiente propício para um exame completo da formação de imagens. Trata-se, portanto, de uma análise simples, mas completa, capaz de preencher a lacuna existente nos livros didáticos de física básica, que, em geral, negligenciam este tópico.

E mais, particularmente nos cursos de licenciatura em Física, a omissão desta forma de análise resulta em

um “despreparo” do futuro professor do Ensino Médio no enfrentamento dos desafios da sala de aula, onde se espera que os conteúdos científicos lá ensinados, além de terem significado e aplicabilidade para os alunos, sirvam para que eles venham a compreender fatos e observações do dia-a-dia. Não devemos esquecer que o Ensino Médio, para a maioria dos jovens brasileiros, é a última oportunidade para a escola provê-los do conhecimento físico sistematizado.

## Referências

- [1] João Guimarães Rosa, *Primeiras Estórias - O Espelho* (Editora José Olímpio, Rio de Janeiro, 1974).
- [2] Halliday, Resnick e Krane, *Física 4* (Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1992).