Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 40, nº 2, e2308 (2018)
www.scielo.br/rbef
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2017-0214

Artigos Gerais


# Compreendendo o Universo numa Perspectiva Newtoniana

**Understanding the Universe in a Newtonian Perspective**

Francisco Ernandes Matos Costa*[1]

[1]Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, RN, Brasil

Recebido em 02 de Julho, 2017. Revisado em 11 de Setembro, 2017. Aceito em 12 de Setembro, 2017.

As descobertas e avanços científicos devem tornar-se acessíveis a estudantes de graduação e da educação básica. Neste artigo, discutimos as principais ideias cosmológicas atuais utilizando conceitos de gravitação newtoniana, fluidos e as leis da termodinâmica. A abordagem apresentada aqui pode ser feita em um curso introdutório de graduação da área de ciências exatas.
**Palavras-chave:** Universo, gravitação, termodinâmica.

Scientific discoveries and advances must become accessible to undergraduate and basic education students. In this paper, we discuss the main current cosmological ideas using concepts of newtonian gravitation, fluids and the laws of thermodynamics. The approach presented here can be made in a introductory undergraduate course in the area of exact sciences.
**Keywords:** Universe, gravitation, thermodynamics.

## 1. Introdução

Desde a mais remota antiguidade que o homem tem tentado formular explicações para os fenômenos observados à sua volta e no céu noturno. Uma das indagações mais elementar que o homem sempre se fez e até hoje permanece sem uma resposta definitiva é: Como o Universo começou? Ao longo da história, cada civivilização tentou encontrar respostas para essa questão baseando-se em crêndices, preceitos religiosos ou conhecimentos até então desenvolvidos. Dessa forma, cada civilização desenvolveu a sua própria cosmologia, ou seja, sua história sobre o cosmos como um todo.

Até a década de 20 do século passado a cosmologia não era considerada uma ciência, visto que seu objeto de estudo - o Universo como um todo - não era factível de ser observado. A partir de então a cosmologia passou a ganhar *status* científico com os trabalhos teóricos de Einstein e Friedmann incorporado as observações feitas por Hubble. E finalmente, graças a descoberta ocasional da radiação cósmica de fundo por Penzias e Wilson, em 1964, a cosmologia tornou-se definitivamente uma ciência, uma área de pesquisa bem definida dentro da astronomia e da física.

Atualmente, a cosmologia pode ser entendida como sendo a área da física que investiga a estrututra, composição e evolução do Universo como um todo. Sob esse ponto de vista, seu objetivo principal consiste em estabelecer um modelo cosmológico que prediga ou pelo menos explique os resultados das observações astronômicas fornecendo uma compreensão global sobre a estrututra, composição e evolução do Universo.

Em escalas cosmológicas a interação dominante é a gravitacional, portanto, a construção de um modelo cosmológico necessita a priore de uma teoria de gravitação. Historicamente, a primeira teoria para descrever a gravidade foi proposta por Newton, na segunda metade do século XVII. No contexto newtoniano a gravidade é entendida como sendo uma força atrativa, que surge devido as massas dos corpos. Essa força decai com o quadrado da distância entre os corpos, isto é,

$$\mathbf{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\mathbf{r}, \tag{1}$$

onde $G = 6,67 \times 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$ é a constante gravitacional determinada experimentalmente pela primeira vez por Henry Cavendish.

A gravitação newtoniana foi de extrema importância para a nossa concepção de mundo moderno, possibilitou a conquista espacial na segunda metade do século XX e figura até hoje como uma teoria extremamente consistente para descrever os fenômenos que ocorrem no sistema solar, com raras excessões. Embora tenha alcançado um enorme sucesso, a gravitação newtoniana falha ao explicar fenômenos envolvendo campos gravitacionais fortes. Nesse domínio a relatividade geral de Einstein tem se mostrado ser uma teoria mais consistente.

Apesar das limitações da gravitação newtoniana mostraremos que é possível obter o conjunto de equações diferenciais que descreve a dinâmica do Universo (equações de Friedmann) a partir da teoria newtoniana juntamente com as leis da termodinâmica. Essa formulação tem se

*Endereço de correspondência: ernandesmatos@ufersa.edu.br.

mostrado importante pois permite fazer uma discussão sobre o Universo em um curso elementar de graduação sem a necessidade de utilização do formalismo matemático presente na relatividade geral.

Neste artigo, fazemos uma dedução das equações de Friedmann a partir da teoria da gravitação newtoniana e das leis da termodinâmica e discutimos os principais aspectos de modelos cosmológicos acelerados.

## 2. Nova Cosmologia Newtoniana

Nesta seção, vamos utilizar alguns argumentos simples fundamentados na teoria da gravitação newtoniana e nas leis da termodinâmica para chegar às equações de Friedmann, que foram obtidas no contexto da relatividade geral. Para tanto, considere um fluido homogêneo e isotrópico, em expansão. Neste caso, a posição de uma partícula desse fluido em qualquer instante de tempo é dada por

$$x_i(t) = a(t)x_i(t_0) \ , \tag{2}$$

onde $i = 1,\ 2,\ 3$, $a(t)$ é o fator de escala, uma função do tempo que caracteriza a expansão e está normalizado $[a(t_0) = 1]$, já $x_i(t_0)$ representam os valores iniciais de $x_i(t)$.

Assumindo que o fluido em expansão tenha a simetria de uma esfera de volume $(4/3)\pi r^3$, neste caso a densidade de massa $(\rho)$ dentro da esfera é dada por

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi r^3} \Longrightarrow M = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \ . \tag{3}$$

A energia potencial do sistema $V(t)$ resulta da interação entre a matéria que encontra-se dentro da esfera de raio $r$, tal que $r^2 \equiv \Sigma x_i(t)^2$. Dessa forma,

$$V(t) = -\frac{GMm}{r} = -\frac{4\pi G}{3} m\rho r_0^2 a^2 \ , \tag{4}$$

onde $r_0^2 \equiv \Sigma x_i(t_0)^2$.

Por outro lado, a velocidade da partícula de fluido é dada por

$$v_i = \dot{x}_i = \frac{\dot{a}}{a} x_i \ , \tag{5}$$

onde o ponto representa a derivada com respeito ao tempo. Assim, a energia cinética pode ser escrita como

$$T(t) = \frac{1}{2} m\dot{r}^2 = \frac{1}{2} m r_0^2 \dot{a}^2 \ . \tag{6}$$

A energia mecânica do sistema $[E = T(t) + V(t)]$ pode ser escrita como

$$E = \frac{1}{2} m r_0^2 \dot{a}^2 - \frac{4\pi G}{3} m\rho r_0^2 a^2 \ , \tag{7}$$

ou ainda,

$$E = \frac{1}{2} m r_0^2 \left(\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho a^2\right) \ . \tag{8}$$

Fazendo

$$E \equiv -\frac{1}{2} m r_0^2 k \ , \tag{9}$$

onde $k$ é uma constante. Assim, a Eq. (8) pode ser reescrita como

$$8\pi G\rho = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{k}{a^2} \ . \tag{10}$$

Em unidades em que a velocidade da luz é igual a 1, o termo $\rho$ pode ser interpretado como sendo uma densidade de energia. Neste caso, a Eq. (10) coincide com a de Friedmann para a densidade de energia. E a constante $k$ é identificada como sendo o parâmetro de curvatura do Universo, podendo assumir os valores $k = 0, \pm 1$, o que representa universos planos, fechados ou abertos, respectivamente [1, 2].

Para um fluido em expansão a primeira lei da termodinâmica garante que

$$dE = dQ - pdV \ , \tag{11}$$

onde $E = \rho V \Longrightarrow dE = d(\rho V) = V d\rho + \rho dV$. Assumindo que a expansão do Universo seja adiabática $(dQ = 0)$, segue que

$$V d\rho + (\rho + p)dV = 0 \ , \tag{12}$$

ou ainda,

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \ , \tag{13}$$

onde utilizamos a relação $dV/V = 3da/a$ para chegar a relação anterior. A Eq. (13) é equivalente a conservação da energia local da relatividade geral.

Diferenciando agora a Eq. (10) com respeito ao tempo e combinando o resultado com a Eq. (13), encontramos uma expressão para a aceleração do Universo escrita como segue

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p) \ , \tag{14}$$

que é independente do parâmetro de curvatura. Essa relação implica que a pressão também é fonte de campo gravitacional.

É importante enfatizar que só é possível obter as equações de Friedmann no contexto newtoniano impondo: (i) a condição de que a matéria no Universo está distribuída homogênea e isotropicamente; (ii) que o Universo embora seja infinitamente grande é finito, pois é muito problemático definir a energia potencial newtoniana em um universo infinito. No caso de modelos cosmológicos mais gerais, que apresentam desvios da hipótese de homogeneidade e isotropia, a mecânica newtoniana não fornece uma cosmologia satisfatória. Neste caso, é necessário utilizar a relatividade geral para obter as equações que descrevem a dinâmica do Universo. Para mais detalhes sobre modelos cosmológicos anisotrópicos e inomogêneos veja a ref. [3].

## 3. Parâmetros Cosmológicos

Para a discussão subsequente é conveniente definir alguns parâmetros cosmológicos. O primeiro deles é o chamado parâmetro de Hubble, uma função do tempo que quantifica a taxa de expansão do Universo [4], e é definido como

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \, . \tag{15}$$

Para $k = 0$, a Eq. (10) fornece uma densidade crítica,

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \, . \tag{16}$$

Então, é possível definir um parâmetro de densidade para uma dada componente $(i)$, tal que,

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_i}{3H^2} \, . \tag{17}$$

Para uma dada fonte astrofísica, que se afasta ou se aproxima de um observador, é possível definir o *redshift* como sendo

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \, , \tag{18}$$

onde $\lambda_e$ é o comprimento de onda emitido pela fonte e $\lambda_0$ é o comprimento de onda medido pelo observador. Como o comprimento de onda aumenta com a expansão do Universo ($\lambda \propto a$), o *redshift* e o fator de escala estão relacionados por [5]

$$1 + z = \frac{1}{a} \, . \tag{19}$$

Um outro parâmetro relevante é o de desaceleração, definido como

$$q \equiv -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} \, , \tag{20}$$

que pode ser reescrito em termos do *redshift* como segue

$$q = \frac{(1+z)dH(z)/dz}{H(z)} - 1 \, . \tag{21}$$

## 4. Eras Cosmológicas

Embora $\rho$ e $p$, nas Eqs. (10), (13) e (14), representem a densidade de energia e pressão de todos os constituintes cósmicos (matéria, radiação, etc.), a história da evolução do Universo pode ser melhor analisada dividindo-a em eras cosmológicas. Em cada era o Universo foi predominantemente dominado por uma componente cósmica.

Nos estágios iniciais, o Universo foi dominado por radiação cuja pressão é $p = (1/3)\rho$. Assim, a Eq. (13) fornece

$$\rho_r = \rho_{r,0} a^{-4} \, , \tag{22}$$

onde $\rho_{r,0}$ é o atual valor da densidade de energia da radiação.

Para a matéria não relativística (poeira), que forma os planetas, as estrelas e galáxias, a pressão é nula. Portanto, sua densidade escala com

$$\rho_b = \rho_{b,0} a^{-3} \, , \tag{23}$$

onde $\rho_{b,0}$ é o atual valor da densidade de matéria bariônica.

Além da matéria bariônica, existem fortes evidências observacionais apontando a existência de uma matéria não luminosa, denominada matéria escura. Essa componente foi proposta por Zwicky, na década de 30 do século passado, quando trabalhava com curvas de rotação de galáxias nos aglomerados de Coma e Virgo [6]. Atualmente existe um forte apelo teórico-observacional de que a principal parcela da matéria escura seja fria, ou seja, constituída de partículas de baixas velocidades. Neste caso, a matéria escura fria também não possui pressão e deve evoluir de acordo com

$$\rho_{dm} = \rho_{dm,0} a^{-3} \, , \tag{24}$$

onde $\rho_{dm,0}$ é o atual valor da densidade de matéria escura.

Somando agora as Eqs. (23) e (24) e identificando $\rho_m = \rho_b + \rho_{dm}$, tem-se a lei de evolução da matéria como um todo, isto é,

$$\rho_m = \rho_{m,0} a^{-3} \, , \tag{25}$$

onde $\rho_{m,0} = \rho_{b,0} + \rho_{dm,0}$. De agora em diante o termo matéria faz referência a matéria bariônica mais escura.

Veja que à medida que o Universo expande, a densidade de matéria cai inversamente proporcional ao aumento de seu volume. No caso da radiação, além da diminuição devido à expansão, há mais um fator de $a(t)^{-1}$ devido ao comprimento de onda da radiação ser proporcional ao fator de escala. Como a matéria decai com uma potência menor que a radiação em algum momento da história cósmica a matéria passou a ser o constituinte dominante do Universo e deveria dominar a sua atual fase de expansão. Entretanto, medidas de distância-luminosidade de supernovas do tipo Ia [7] indicam que o Universo vem passando por uma fase de expansão acelerada. Essa descoberta mudou drasticamente nossa visão do cosmos e conduziu a um forte apelo teórico-observacional para a existência de uma componente exótica completamente desconhecida, denominada energia escura.

Para entender melhor esse apelo por uma energia escura, vamos considerar a Eq. (14), a partir dela nota-se que, a condição necessária que um fluido deve satisfazer para acelerar o Universo é: $(\rho + 3p < 0)$. Assumindo que $\rho > 0$, então devemos ter

$$p < -(1/3)\rho \, , \tag{26}$$

ou seja, o fluido deve possuir pressão negativa. Conforme vimos anteriormente, radiação e matéria não apresentam essa característica. Portanto, o caminho mais natural para explicar a aceleração cósmica é postulando a existência de uma energia escura com pressão negativa.

## 5. Modelos de Energia Escura

O caminho delineado pelos resultados observacionais tem estimulado um grande interesse por modelos cosmológicos que incluem uma componente de energia escura, com pressão negativa. Essa nova componente, além de explicar a aceleração cósmica, também resolve o problema da massa faltante no Universo. Entretanto, assumir a existência dessa componente nos leva a uma questão mais fundamental: qual é a natureza da energia escura responsável por $\sim 70\%$ da composição do Universo? Se for considerado que a energia escura satisfaz uma equação de estado do tipo

$$p_x = \omega \rho_x \ , \tag{27}$$

onde $\omega$ é uma função arbitrária do tempo. Então, de acordo com a conservação da energia [Eq. (13)] ela evolui da seguinte forma

$$\rho_x = \rho_{x,0} \exp\left\{-3\int_1^a [1+\omega(\tilde{a})]\frac{d\tilde{a}}{\tilde{a}}\right\} , \tag{28}$$

com $\omega(a) < -1/3$. Por ter uma equação de estado negativa, essa componente não se aglomera e, portanto, não poderia ser detectada por estimativas dinâmicas locais.

Diversas parametrizações para $\omega(a)$ tem sido investigadas na literatura. Na maioria delas, $\omega(a)$ pode ser escrita como

$$\omega(a) = \omega_0 + \omega_1 W(a) \ , \tag{29}$$

onde $\omega_0$ e $\omega_1$ são constantes e $W(a)$ é uma função arbitrária do fator de escala (veja [8] para mais detalhes). Entretanto, os dados observacionais atuais praticamente não restringem a dependência temporal de $\omega(a)$. Ainda do ponto de vista observacional, espera-se que essa componente torne-se importante somente em baixos *redshifts*. Dessa forma espera-se pouca variação para $\omega(a)$, o que tem levado vários autores a considerar $\omega(a) = constante \equiv \omega$. Neste caso, a Eq. (28) pode ser facilmente integrada resultando em

$$\rho_x = \rho_{x,0} a^{-3(1+\omega)} \ . \tag{30}$$

Como a evolução dessa componente escura ocorre mais lentamente do que as outras, ela estaria dominando a atual composição do Universo.

Substituindo agora as Eqs. (25) e (30) na Eq. (10), com $k = 0$ e utilizando a relação $a^{-1} = 1 + z$, obtem-se o modelo cosmológico de energia escura com equação de estado constante, escrito como segue

$$H = H_0\left[\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{x,0}(1+z)^{3(1+\omega)}\right]^{1/2} \ , \tag{31}$$

onde $H_0$ é o valor atual do parâmetro de Hubble, $\Omega_{m,0} = 8\pi G\rho_{m,0}/3H_0^2$ e $\Omega_{x,0} = 8\pi G\rho_{x,0}/3H_0^2$ são, respectivamente, os parâmetros de densidade da matéria e da energia escura no tempo presente. A condição de normalização exige que $\Omega_{m,0} + \Omega_{x,0} = 1$.

O candidato mais simples à energia escura é a constante cosmológica, que dinamicamente equivale a uma energia escura com equação de estado $\omega \equiv p_\Lambda/\rho_\Lambda = -1$. Da Eq. (30) resulta em uma densidade de energia constante ao longo de toda a evolução do Universo, isto é,

$$\rho_\Lambda = constante \ . \tag{32}$$

Neste caso o modelo cosmológico se reduz para

$$H = H_0\left[\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda,0}\right]^{1/2} \ , \tag{33}$$

onde $\Omega_{\Lambda,0} = 8\pi G\rho_{\Lambda,0}/3H_0^2$. Este modelo é comumente chamado de ΛCDM plano e está em boa concordância com todas as observações cosmológicas, o que faz dele uma boa descrição do Universo observado. Entretanto, do ponto de vista teórico, existem alguns problemas com o modelo ΛCDM e o mais grave é o problema da constante cosmológica [9]. Isso tem levado alguns autores a considerar modelos mais gerais de energia escura [10, 11, 12].

## 6. Evolução de Parâmetros Cosmológicos

Vamos agora analisar a evolução cósmica de alguns parâmetros cosmológicos. A partir da definição do parâmetro de densidade para uma dada componente cósmica [Eq. (17)] é possível escrever:

$$\Omega_m(z) = \frac{1}{1 + A(1+z)^{3\omega}} \ , \tag{34}$$

e

$$\Omega_x(z) = \frac{1}{1 + A^{-1}(1+z)^{-3\omega}} \ , \tag{35}$$

onde $A = \Omega_{x,0}/\Omega_{m,0}$.

A figura 1 mostra a evolução dos parâmetros de densidade da matéria (curva cheia) e da energia escura (curva pontilhada) em função de $z$, para três regimes de energia escura: quintessência ($\omega = -0.9$ - esquerda), constante cosmológica ($\omega = -1.0$ - centro) e cosmologia fantasma ($\omega = -1.1$ - direita). Em todos os regimes de energia escura considerados, o Universo foi dominado no passado por uma mistura de bárions e matéria escura e em baixos *redshifts* passou a ser dominado por uma energia escura conforme indicado pelas observações.

Derivando agora a Eq. (33) em relação a $z$ e substituindo o resultado e a própria Eq. (33) na Eq. (21), o parâmetro de desaceleração $q(z)$ adquire a seguinte forma

$$q(z) = \frac{3}{2}\frac{1 + (1+\omega)A(1+z)^{3\omega}}{1 + A(1+z)^{3\omega}} - 1 \ . \tag{36}$$

Na figura 2 mostramos a evolução do parâmetro de desaceleração em função do *redshift* para os mesmos regimes de energia escura considerados na figura 1. Note que em todos os regimes de energia escura o Universo transita de uma fase desacelerada $[q(z) > 0]$ para uma fase recentemente acelerada $[q(z) < 0]$, como requerido pelas observações de supernovas do tipo Ia.

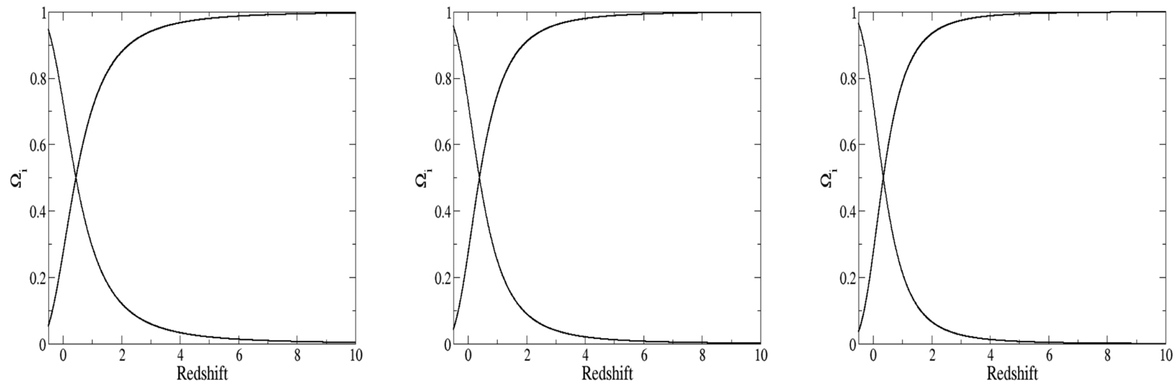


**Figure 1:** Evolução dos parâmetros de densidade da matéria (curva cheia) e da energia escura (curva pontilhada) em função de $z$, para $\Omega_{m,0} = 0.27$ e para três regimes de energia escura: quintessência ($\omega = -0.9$ - esquerda), constante cosmológica ($\omega = -1.0$ - centro) e cosmologia fantasma ($\omega = -1.1$ - direita).

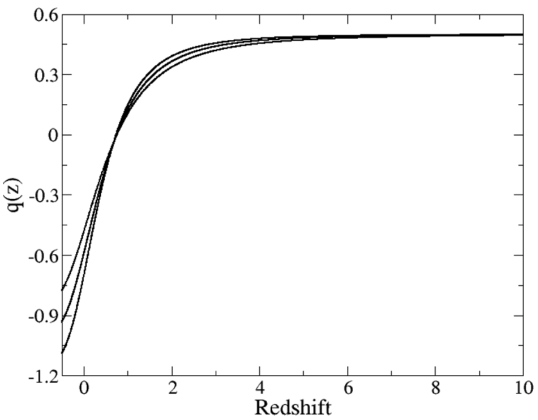


**Figure 2:** Evolução de $q(z)$ para $\Omega_{m,0} = 0.27$ e para os três regimes de energia escura considerados na figura 1.

Fazendo agora $q(z) = 0$, encontra-se o *redshift* em que o Universo transita de uma fase desacelerada para uma fase acelerada ($z_t$), isto é,

$$z_t = \left[-\frac{1}{(3\omega + 1)A}\right]^{1/3\omega} - 1\ . \qquad (37)$$

Note que $z_t$ depende apenas da razão $\Omega_{x,0}/\Omega_{m,0}$ e de $\omega$. Considerando, por exemplo, $\Omega_{m,0} = 0.27$ e $\omega = -1$, obtem-se $z_t \simeq 0.75$, que está em excelente concordância com observações.

## 7. Considerações Finais

Neste artigo, utilizamos a teoria da gravitação newtoniana e as leis da termodinâmica para obter as equações diferenciais que descrevem a evolução do Universo.

Apresentamos uma breve discussão sobre as eras cosmológicas e as respectivas componentes que dominaram em cada era. Vimos que as observações de supernovas do tipo Ia apontam para a existência de uma energia escura que domina a composição atual do Universo. Nesse sentido, discutimos os principais aspectos de modelos de energia escura e as conseqências dessa componente na dinâmica do Universo.

Finalmente, fizemos uma análise numérica da evolução de parâmetros cosmológicos para diferentes modelos de energia escura.

### Agradecimentos

O autor agradece ao CNPq pelo apoio financeiro ao projeto de número 453848/2014-1 e a UFERSA pelo apoio ao projeto de número 8P1618-22.

## References

[1] A. Friedmann, Zeitschrift für Physik **10**, 377 (1922).
[2] A. Friedmann, Zeitschrift für Physik **21**, 326 (1924).
[3] M.A.H. MacCallum and W. Israel, *Anisotropic and Inhomogeneous Relativistic Cosmologies* (University Press, United Kingdom, 1979).
[4] E. Hubble, Proceedings of the Royal Academy of Science **15**, 168 (1929).
[5] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (Wiley, New York, 1971).
[6] Zwicky, F. Helv. Phys. Acta **6**, 110 (1933).
[7] S. Permulter, G. Aldering, M. D. Valle, S. Deustua, Nature **391**, 51 (1998); A.G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis and A. Clocchiatti, Astron. J. **116**, 1009 (1998).
[8] E. M. Barboza Jr., J. S. Alcaniz, Z. H. Zhu and R. Silva, Phys. Rev. **D 80**, 043521 (2009); A.R. Cooray and D. Huterer, ApJ 513, L95 (1999); G. Efstathiou, MNRAS **342**, 801 (2000); E.V. Linder, PRL **90**, 091301 (2003).
[9] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).
[10] T. Padmanabhan, Phys. Rep. **380**, 235 (2003); P.J.E. Peebles and B. Ratra, Rev. Mod. Phys. **4**, 75 (2003); S.M. Carrol, Living Rev. Rel. arXiv:000.4075.
[11] F.E.M. Costa, PRD **82**, 103527 (2010).
[12] F.E.M. Costa, IJMPD **26**, 1730026 (2017).