

Determinação Experimental da Velocidade do Som pelo Efeito Doppler de uma Fonte Sonora em Rotação

Experimental Determination of the Sound Speed by the Doppler Effect of a Rotating Sound Source

Abner Maia de Oliveria Júnior¹, Igor Mendes de Aguiar Lysakovski Bampi¹,
Jean Carlo Simpliciano do Amaral¹, Victor Henrique Stein¹,
Victor Hugo Mendes Zenteno Zuleta¹, Marco Antonio Ridenti^{*1}

¹Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Laboratório Didático de Mecânica Clássica, São José dos Campos, SP, Brasil.

Recebido em 19 de fevereiro de 2024. Revisado em 25 de abril de 2024. Aceito em 07 de maio de 2024.

Neste trabalho, propomos um método experimental para medir a velocidade do som por meio do efeito Doppler gerado por fonte sonora em rotação. Esse método experimental é comparado com o método mais convencional, comumente designado experimento do tubo ressonante, baseado na medição das frequências de ressonância acústica em um tubo com uma das extremidades fechadas. Embora o uso didático de uma fonte sonora girante para a demonstração do efeito Doppler não seja novidade, não encontramos na literatura um procedimento detalhado de aquisição experimental e tratamento quantitativo de dados que leve em conta a descrição completa da variação da frequência em função do tempo observada no referencial do laboratório. Este procedimento experimental foi formulado por alunos e professores do Instituto Tecnológico de Aeronáutica e aplicado no laboratório de física do curso FIS-26 (Mecânica II). Consideramos que o procedimento experimental aqui apresentado em detalhe é de interesse a um público mais amplo envolvido com ensino de física em nível universitário e médio.

Palavras-chave: Ondas mecânicas, efeito Doppler, ondulatória, velocidade do som.

In this work, we propose an experimental method to measure the speed of sound through the Doppler effect generated by a rotating sound source. The method is compared with the conventional resonant tube method, based on the measurement of acoustic resonance frequencies in a tube with one end closed. Although the didactic use of a rotating sound source to demonstrate the Doppler effect is not new, we did not find in the literature a detailed procedure for data acquisition and quantitative treatment using the full description of the time varying frequency in the laboratory reference frame. This experimental procedure was formulated by students and professors from the Aeronautics Institute of Technology and applied in the physics laboratory of the FIS-26 (Mechanics II) course. We consider that the experimental procedure presented here in detail could be useful for a wider audience working with physics teaching at university and secondary level.

Keywords: Mechanical waves, Doppler effect, waves, speed of sound.

1. Introdução

Fenômenos físicos envolvendo ondas mecânicas são abordados em cursos de física no ensino médio e superior. No Brasil, em nível de ensino médio, a matriz curricular do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) prevê as noções de ondas, pulsos e propagação de ondas em diferentes meios [2]. Ainda em nível médio, o documento norteador do currículo nacional, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), prevê o desenvolvimento da habilidade matemática necessária para a descrição de fenômenos cíclicos, tais como as ondas sonoras [3]. Já em nível superior, os cursos de exatas costumam abordar o tema nas disciplinas de física do ciclo fundamental, sendo especialmente relevantes nos cursos de engenharia [4, 5]. Também os cursos envolvendo ciências biológicas e biomédicas oferecem cursos de física básica específicos, em

que os fenômenos ondulatórios costumam ser destacados em razão das muitas aplicações envolvendo ultrassom e efeito Doppler [6].

Apesar da relevância, o assunto costuma ser abordado exclusivamente em aulas teóricas, principalmente no ensino médio. Com o advento do programa do mestrado profissional em ensino de Física da Sociedade Brasileira de Física, tem aumentado o interesse de professores e escolas em adquirir ou desenvolver ferramentas de ensino de física de laboratório. Na área de ondulatória, com foco no efeito Doppler, tópico deste trabalho, citamos o exemplo da dissertação de mestrado de Nascimento [7], que explora o efeito Doppler em aulas práticas usando aplicativos de celular e um *skate* como objeto em movimento. Um artigo um pouco anterior a esta dissertação, tendo como coautor o orientador deste mestrado, apresenta em detalhes um sistema eficiente e de baixo custo para demonstrar o efeito Doppler com *tablet* e *smartphone* [8]. Apesar de exemplos positivos,

*Endereço de correspondência: marcoridenti@gmail.com

como estes, e de vários esforços ao longo das últimas décadas, parece prevalecer no Brasil um ensino de física com pouca ou nenhuma prática laboratorial, por várias razões, como falta de recursos, espaço, preparo docente e políticas educacionais adequadas [9].

No ensino superior, por sua vez, o laboratório de física é obrigatório na maior parte dos cursos de engenharia [10], o que consideramos positivo. Em nossa visão, o laboratório de física é indispensável para a formação em nível fundamental de um engenheiro e pré-requisito para um aproveitamento ótimo das disciplinas do ciclo profissional. Nos cursos de física, geofísica e áreas correlatas, a necessidade das disciplinas de laboratório é muito bem compreendida. No entanto, entre os muitos assuntos tratados em laboratório, temos a impressão que os fenômenos físicos relacionados às ondas mecânicas nem sempre são abordados, e as razões podem estar atreladas às dificuldades técnicas e materiais associadas às montagens experimentais.

Com a finalidade de contribuir para o ensino de física experimental, vamos apresentar neste trabalho uma prática laboratorial para o ensino superior que abordará o problema da medida da velocidade do som usando o efeito Doppler. Antes de prosseguir, convém destacar aqui que, em nível superior, as práticas laboratoriais não se restringem unicamente a demonstrar os fenômenos físicos. Elas vão além disso ao propor métodos e procedimentos de medida. Assim, a questão central não é apenas colocar o aluno em contato com a manifestação do fenômeno real, mas demonstrar que os fenômenos físicos podem ser estudados sistematicamente pela experimentação, segundo o método científico.

O experimento aqui descrito para a determinação da velocidade do som usando o efeito Doppler traz, passo-a-passo, o que seria esperado de um procedimento detalhado para o ensino superior. Portanto, exige conhecimento prévio dos alunos a respeito do assunto e várias habilidades periféricas, que normalmente são esperadas de alunos bem preparados em uma escola de engenharia. No entanto, acreditamos que uma variante deste procedimento, com as devidas adaptações, poderia ser aplicada no ensino médio. Ao fim da apresentação deste trabalho, vamos traçar algumas idéias de como isso poderia ser feito.

Apontamos anteriormente o fato de que as limitações materiais e técnicas poderiam explicar as dificuldades de implementação de experimentos na área de ondas mecânicas no ensino superior. De fato, a própria física impõe algumas dificuldades. Fazendo uma busca na literatura de trabalhos prévios, encontramos soluções interessantes para os problemas mais comuns [11, 12]. Para se ter noção dessas dificuldades, consideremos que uma fonte sonora de 440 Hz em movimento a uma velocidade constante típica de laboratório, digamos, 1,0 m/s, gera um desvio Doppler de apenas 1,3 Hz. Mesmo fontes de som mais agudas, de 1500 Hz, produzem um desvio Doppler de 4,4 Hz. Esses desvios são mensuráveis, porém

é difícil obter a precisão necessária em um procedimento de medição da velocidade do som, por exemplo. Uma das possíveis soluções para esse problema seria o aumento da velocidade da fonte sonora ou receptor, mas o movimento linear teria que ter uma velocidade muito alta para gerar o benefício desejado, gerando o inconveniente da colisão necessária para frear o movimento. Para contornar esta dificuldade, a solução que adotamos foi usar um movimento circular uniforme, relativamente fácil de produzir e fácil de frear. O movimento circular, por sua vez, exige um tratamento teórico um pouco mais elaborado, pois um observador no laboratório observa um desvio Doppler oscilante, como veremos na próxima seção.

Outra solução, que consideramos bastante engenhosa, consiste em aumentar a frequência do som, usando fontes sonoras de ultrassom e microfones detectores de ultrassom chamados microfones de eletreto. Vários autores propuseram essa solução, fornecendo inclusive detalhes técnicos de como montar um sistema desse tipo [11]. Essa metodologia ainda tem a vantagem de não gerar sons audíveis, que podem ser um fator de irritabilidade para o experimentador. No ITA (Instituto Tecnológico de Aeronáutica), por exemplo, alguns alunos aviadores se queixam da exposição a um som elevado que poderia levá-los a uma perda da acuidade auditiva. A única dificuldade desta metodologia, em nossa opinião, é a dificuldade técnica da montagem, muito específica, que exige o trabalho artesanal de preparo de muitos *kits* para turmas grandes – assumindo aqui, talvez por desconhecimento nosso, que não existam soluções comerciais. No entanto, como proposta para projetos a serem realizados pelos alunos, consideramos o uso da fonte de ultrassom e microfone de eletreto uma possibilidade muitíssimo interessante do ponto de vista didático, sobretudo para alunos de engenharia.

O uso da fonte sonora em rotação não é uma novidade. Outros autores já propuseram essa metodologia [1, 12]. O trabalho de Almeida et al [1], por exemplo, propõe um procedimento experimental e de tratamento de dados em um arranjo que usa *smartphones*, apresentando tanto uma metodologia quantitativa quanto uma metodologia qualitativa para aplicação em sala de aula. Este trabalho tem um aspecto muito interessante, que é o estudo quantitativo do desvio Doppler com a variação da frequência da fonte sonora. No entanto, a abordagem quantitativa que esses autores propuseram estava restrita à detecção das frequências máxima e mínima. O que trazemos de novo aqui, e que pode interessar à comunidade ligada ao ensino de física, é o estudo teórico e experimental da variação da frequência em função do tempo durante todo o movimento. Para isso, é necessário rastrear a variação da frequência em função do tempo, o que é possível fazer a partir do espectrograma do som, como mostraremos. Além disso, esse procedimento experimental foi aplicado no Instituto Tecnológico de Aeronáutica para as turmas de engenharia que realizam atividades de laboratório na

disciplina FIS-26 (Mecânica II). Cada turma tem até 9 grupos, e de fato implementamos até nove experimentos, realizados simultaneamente pela turma no Laboratório Didático de Mecânica Clássica do ITA (LabDiM). Trata-se, portanto, de um procedimento testado.

Para fins de validação, comparamos os resultados do método baseado no efeito Doppler com o método do tubo ressonante. Este é um dos métodos mais conhecidos e utilizados para a determinação da velocidade do som. Resumidamente, o método consiste em inferir experimentalmente a velocidade do som a partir das frequências de ressonância do som em um tubo semiaberto de comprimento variável. O uso de experimentos diferentes para a determinação da mesma grandeza cumpre outros objetivos didáticos, permitindo a abordagem de alguns conceitos estatísticos relevantes na área experimental, como o conceito de teste de hipótese e média ponderada.

Este trabalho tem uma estrutura padrão, apresentando as considerações teóricas nas subseções da **Introdução**, o detalhamento metodológico na seção **Procedimento Experimental**, os resultados e discussões na seção **Resultados**, e por fim as considerações finais na seção **Conclusões**.

1.1. Efeito Doppler

O efeito Doppler é um fenômeno físico que ocorre quando há uma variação na frequência de ondas sonoras ou de outras ondas, como ondas de luz, devido ao movimento relativo entre a fonte da onda e o observador [4]. Esse efeito tem diversas aplicações, pois pode ser usado para inferir a velocidade de objetos em relação a pontos fixos de observação.

Quando a fonte de som se move em relação ao observador, a distância entre as frentes de onda é afetada pelo movimento da fonte ($\lambda_1 > \lambda_2$, vide Figura 1). Como a velocidade do som é igual para todos os observadores, a frequência aparente também se desviará da frequência intrínseca ($f_2 > f_0 > f_1$). Com isso, é possível determinar a velocidade de objetos em movimento, como aviões e carros. Na área biomédica, uma importante aplicação é a medida do fluxo sanguíneo em vasos sanguíneos por meio do uso de ultrassom [4].

A frequência de uma fonte sonora em movimento, observada em um ponto fixo, será dada pela equação [4, 5]

$$f = f_0 \cdot \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} \pm v_{\text{dist}}} \tag{1}$$

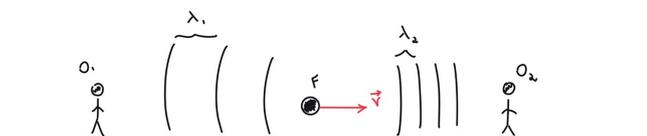


Figura 1: Representação visual do efeito Doppler.

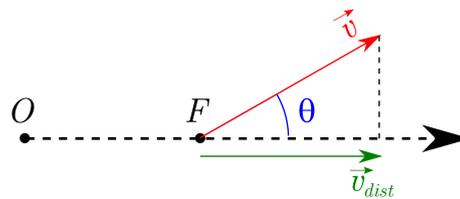


Figura 2: Referência utilizada no efeito Doppler.

em que f é a frequência percebida, f_0 é a frequência da fonte sonora, v_{som} a velocidade do som no meio em que o experimento ocorre e v_{dist} a velocidade de distanciamento do observador em relação à fonte. Importante ressaltar que, para a determinação do sinal no denominador da fórmula, é padronizada a referência *Observador – Fonte*, apresentada na Figura 2.

Para o caso mais geral em que o vetor velocidade não é necessariamente paralelo à reta que conecta fonte ao observador, a frequência percebida pelo observador O será dada por [13]

$$f = f_0 \cdot \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} + v_{\text{dist}}} = f_0 \cdot \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} + v \cos \theta} \tag{2}$$

sendo θ o ângulo entre \vec{v} e a reta \overrightarrow{OF} (ver Figura 2 e 3). No experimento da fonte sonora girante, uma mesa giratória gera a aproximação e o afastamento da fonte com relação ao microfone fixo na bancada, produzindo o efeito discutido nesta seção. Neste caso, porém, o ângulo entre o vetor velocidade e a reta que conecta a fonte sonora ao observador não somente não é nulo, mas também varia com o tempo. Na próxima seção, abordaremos em detalhe este problema.

1.2. Demonstração da frequência percebida pelo microfone

A fim de se calcular a frequência percebida pelo microfone levando em conta o efeito Doppler que ocorre em função da rotação da fonte de som, pode-se representar o aparato de uma maneira mais simples, visando a resolução do problema, como representa a Figura 3. Da figura, verifica-se que:

- \overrightarrow{OP} : reta referência para o cálculo do ângulo β .
- Pontos O, P, F : Centro da circunferência, microfone e fonte sonora, respectivamente.
- β : O ângulo que a fonte faz com a reta referência.
- θ : O ângulo entre a velocidade e a reta que liga o microfone à fonte.
- ω : velocidade angular do sistema.
- \vec{v} : vetor velocidade da fonte.
- R : Distância fonte - centro da circunferência.
- l : Distância do microfone à circunferência.

Assim, levando em conta as definições na Figura 3, vamos dar início à demonstração. A frequência percebida pode ser calculada partindo-se da equação (2). Antes

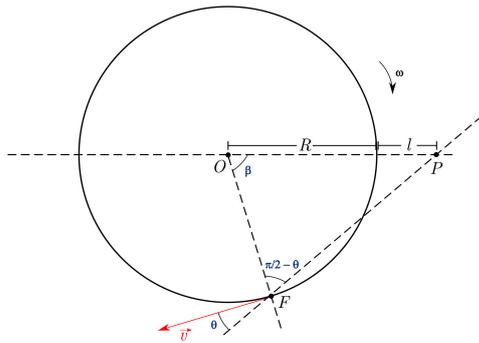


Figura 3: Representação visual do experimento.

de prosseguir, é necessário chamar a atenção ao fato de que esta equação é válida dentro do pressuposto de que entre a emissão de duas frentes de onda sucessivas a mudança do ângulo θ é desprezível. Essa aproximação é válida contanto que a frequência da onda seja muito maior do que a frequência de rotação do movimento circular uniforme (f_{rot}), isto é, $f_0 \gg f_{rot}$. O caso geral também pode ser tratado, e deixamos ao leitor interessado algumas referências que exploram o problema mais geral do efeito Doppler em referenciais acelerados [14, 15]. Outro trabalho muito interessante explora o efeito Doppler para o caso geral de movimento em três dimensões, sem considerar todavia o efeito da mudança de velocidade no intervalo de tempo entre duas emissões sucessivas das frentes de onda [13].

Vamos agora determinar θ na equação (2) em termos dos parâmetros do movimento circular uniforme, isto é, da sua velocidade angular (ω) e fase inicial (ϕ), e da variável tempo (t). Aplicando a lei dos senos no triângulo OPF , temos:

$$\frac{\overline{FP}}{\sin \beta} = \frac{R + l}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}.$$

Substituindo os valores conhecidos e definindo $R+l$ como L , temos

$$\frac{\overline{FP}}{\sin \beta} = \frac{L}{\cos \theta} \rightarrow \cos \theta = \frac{L \sin \beta}{\overline{FP}}. \quad (3)$$

Para o cálculo de \overline{FP} , aplica-se a lei dos cossenos no triângulo OPF , de modo que

$$\overline{FP} = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos \beta}. \quad (4)$$

Substituindo (4) e (3) em (2), obtemos

$$f = f_0 \cdot \frac{v_{som}}{v_{som} + \frac{vL \sin \beta}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos \beta}}}.$$

Como o movimento realizado pela fonte é circular uniforme, pode-se dizer que $v = \omega R$, além de que, tomada \overrightarrow{OP} como referência, β pode ser reescrito como

$\beta = \omega t + \phi$, em que ϕ é a defasagem inicial e t o tempo de medição do experimento. Logo, substituindo tais valores, chegamos à expressão final para f em termos dos parâmetros e variáveis de interesse

$$f = f_0 \cdot \frac{v_{som}}{v_{som} + \frac{\omega RL \sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\omega t + \phi)}}}. \quad (5)$$

Esta é a expressão da frequência percebida em função do tempo que desejávamos obter. A medida nos fornece a frequência em função do tempo, de modo que o ajuste da Equação (5) aos dados experimentais pelo método dos mínimos quadrados nos permite estimar experimentalmente a velocidade do som [16, 17].

1.3. Tubo ressonante

Na física, os tubos sonoros são usados para estudar as propriedades das ondas sonoras, como a frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação, sendo eles especialmente úteis para entender a natureza das ondas estacionárias, que ocorrem quando duas ondas sonoras idênticas se propagam em direções opostas e interferem construtiva ou destrutivamente.

O tubo ressonante com uma extremidade aberta apresenta modos ressonantes cuja frequência é expressa por $f_n = \frac{n}{4L} v_{som}$ [5], onde v_{som} é a velocidade do som e n é a ordem do harmônico (sendo $n = 1, 3, 5, \dots$). A determinação experimental da velocidade do som pelo tubo ressonante é realizada medindo-se as frequências de ressonância, f_{ni} para um comprimento fixo L_i , até uma ordem máxima n_{max} . Em posse dos valores experimentais das duas variáveis, representada pelos pares ordenados (f_{ni}, L_i) , podemos escrever a relação entre as variáveis experimentais como

$$f_{ni} = \frac{n}{4L_i} v_{0,som} + \epsilon_n, \quad (6)$$

onde ϵ_n é o erro experimental associado à frequência de ressonância. Temos portanto um modelo linear com um único parâmetro a ser estimado pelo método dos mínimos quadrados [16, 17], que é a velocidade do som experimental $v_{0,som}$. Note que, neste ajuste a variável dependente é f_n e a variável independente é $\xi = n/4L_i$.

2. Procedimento Experimental

2.1. Efeito Doppler

O aparato experimental do experimento do efeito Doppler com fonte em movimento circular uniforme está esquematizado na Figura 4. O aparato era composto de um eixo rotatório vertical acoplado a uma plataforma horizontal onde foi fixado o buzzer e a bateria de 9 V que o alimentava. O eixo rotatório foi acoplado a um mancal apoiado sobre a bancada. Uma correia de borracha foi utilizada para acoplar o eixo rotatório de um motor elétrico ao eixo rotatório vertical do aparato.

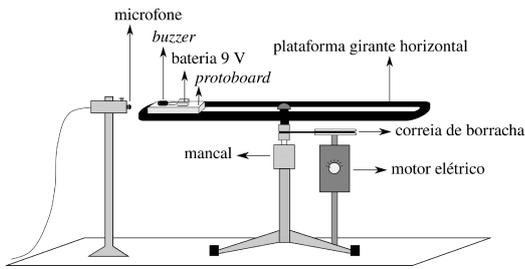


Figura 4: Aparato experimental utilizado no experimento do efeito Doppler com fonte sonora em movimento de rotação.

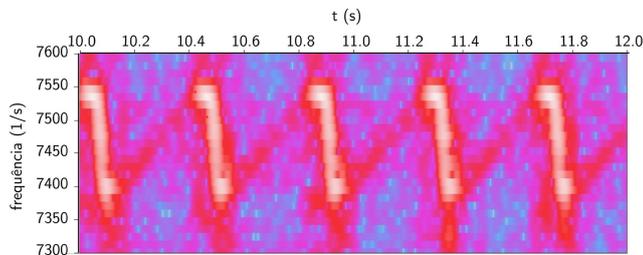


Figura 5: Captura de tela do software Audacity. Os eixos são a frequência (eixo das ordenadas) e o tempo (eixo das abscissas).

No mesmo nível de altura da fonte de som (*buzzer*), foi fixado um microfone de lapela para que, por meio do software Audacity, fosse verificado o efeito Doppler. A Figura 5 mostra uma captura de tela em meio a utilização dessa ferramenta computacional durante o experimento. O gráfico mostra o espectrograma do som, que é a representação da densidade espectral do som captado em um plano da frequência pelo tempo.

O procedimento experimental é muito simples e rápido. O experimento inicia-se com o acionamento do buzzer e do motor elétrico para colocar o sistema em rotação com a fonte de som em operação. A função de gravação do software Audacity é acionada assim que o sistema atinge uma velocidade angular constante. A gravação é interrompida depois de uma aquisição de 20 s a 30 s de áudio, e o motor é desligado. O procedimento experimental consiste nessas simples etapas que, no total, não duram mais do que dois minutos. Todos os dados necessários para a etapa de análise terão sido adquiridos ao fim deste procedimento.

Com os dados da gravação, foi utilizada a ferramenta “espectrograma” do software Audacity para obter a frequência do som em função do tempo (ver Figura 5). Para se obter um espectrograma de alta resolução a gravação deve ser realizada com a maior taxa de amostragem possível, de acordo com as possibilidades da placa de som do computador utilizado. Para facilitar a extração da curva da frequência em função do tempo a partir do espectrograma foi utilizado outro software, o *Datathief*, que tem uma ferramenta capaz de extrair as coordenadas de um gráfico em formato digital. Assim, foi possível obter uma sequência de pares ordenados

(f_i, t_i) , correspondendo aos valores experimentais das variáveis f e t da Equação 5. Utilizando estes dados e a Equação 5, aplicamos o método dos mínimos quadrados para estimar os parâmetros desta equação.

2.2. Tubo ressonante

O procedimento experimental associado ao experimento do tubo ressonante utilizou um tubo de acrílico que mede aproximadamente 80 cm para comportar as ondas geradas pela fonte sonora (pequeno alto falante). Ao lado da fonte sonora havia um pequeno microfone (vide Figura 6), utilizado para captar as ondas sonoras refletidas no tubo. Para configurar a frequência do som produzido pelo alto falante, foi utilizado o módulo da PASCO chamado *ScienceWorkshop750 Interface* em associação com o amplificador de potência da mesma marca, chamado *Power Amplifier II CI-6552A*. O primeiro aparelho foi utilizado para gerar um sinal senoidal de frequência prescrita e o segundo aparelho foi utilizado para amplificar esse sinal, convertido em som por um pequeno alto falante próximo à extremidade aberta do tubo.

Para o controle sobre a frequência da fonte e monitoramento do sinal sonoro captado pelo microfone foram utilizados dois softwares: o PASCO Capstone, para controle do gerador de sinais, e o Audacity, para monitoramento do sinal sonoro captado. Um êmbolo de acrílico foi utilizado para variar o comprimento do tubo de 35 cm até 80 cm, em passos de 5 cm. Para cada uma das posições medidas, realizaram-se medições dos três primeiros harmônicos. A medida dos modos ressonantes foi realizada de acordo com o seguinte procedimento. Primeiro foi gerado um som de 10 Hz de frequência e depois, gradativamente, a frequência foi aumentada de 10 Hz em 10 Hz até se observar no painel do software Audacity a amplitude máxima captada pelo microfone. A medição experimental da frequência de ressonância é o valor da frequência correspondente à amplitude máxima observada. A frequência era então aumentada mais uma vez, gradativamente, para se obter os próximos dois harmônicos pelo mesmo método. A velocidade do som foi estimada aplicando-se o método dos mínimos quadrados aos dados experimentais resultantes deste procedimento.

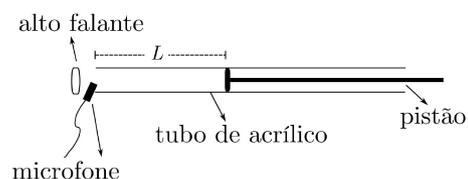


Figura 6: Representação esquemática do arranjo experimental do experimento do tubo ressonante.

2.3. Tratamento Estatístico

Para validar os dados obtidos em ambos os experimentos, foi necessário a utilização de certos critérios quantitativos a fim de avaliar a qualidade dos ajustes realizados e estimar a incerteza da velocidade do som estimada experimentalmente. Esses fatores são a soma de resíduos quadráticos (SSE) e o χ^2 , sendo relacionados pela seguinte Equação 7 (considerando que todas as variáveis dependentes y_i possuem uma incerteza σ_i iguais e equivalentes à σ):

$$\chi^2 = \frac{SSE}{\sigma_f^2}, \quad (7)$$

onde que σ_f representa uma incerteza a ser estimada a fim de que o valor numérico de χ^2 se aproxime do número de n_{gl} , tal que n_{gl} representa o número de graus de liberdade calculado pela diferença entre o número de pontos experimentais e o número de parâmetros a serem determinados.

Deste modo, o procedimento estatístico tomado consiste das seguintes etapas:

- Ajuste dos pontos experimentais pelo *app Curve Fitter* do *software* MATLAB;
- Obtenção da soma dos resíduos quadráticos (SSE) fornecida pela própria aplicação;
- Estimativa da incerteza da variável dependente, afim de aproximar χ^2 de n_{gl} .
- Estimativa da incerteza do parâmetro estimado, que nos dois casos foi a velocidade do som.

Este procedimento é válido contanto que as medidas sejam independentes e identicamente distribuídas e que o modelo forneça a descrição correta da relação entre a variável dependente e independente. Essas são aproximações que se aplicam bem ao nosso caso, como mostraremos na próxima seção.

3. Resultados

3.1. Experimento do tubo ressonante

Vamos apresentar, brevemente, os resultados do tubo ressonante, cuja finalidade neste trabalho é servir como padrão de comparação com os resultados do novo método proposto para a determinação experimental da velocidade do som. O gráfico expresso na Figura 7 mostra os pontos experimentais em um gráfico de f_n em função de $n/4L$ e a curva ajustada. A relação linear entre as duas variáveis é evidente, como esperado. O gráfico dos resíduos absolutos é apresentado na Figura 8, mostrando o que poderia ser interpretado como uma tendência nos dados. Um estudo mais detalhado seria necessário para explicar esse efeito. Porém, para nossos objetivos, tais efeitos serão negligenciados, considerando-se o nível satisfatório da acurácia da velocidade do som determinada experimentalmente.

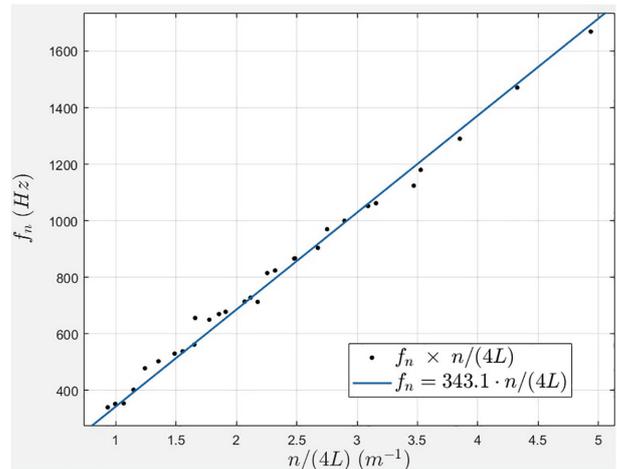


Figura 7: Interpolação linear da variável dependente pela variável independente.

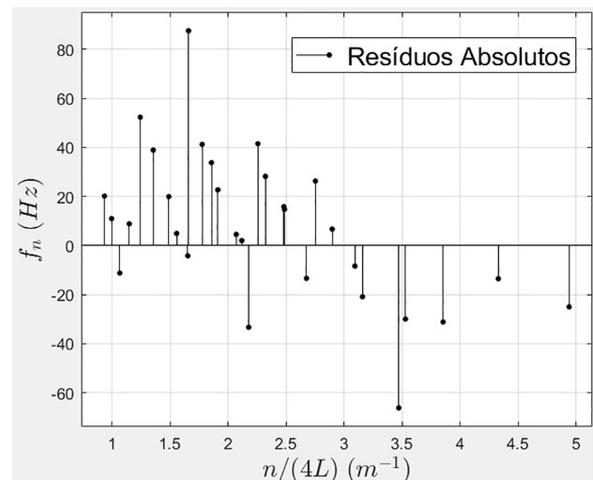


Figura 8: Resíduos Absolutos do experimento.

Como pode ser observado pela Equação 4, o coeficiente angular da reta obtida é a velocidade do som no meio. Dessa forma, o valor da velocidade do som determinado a partir da ferramenta de ajuste pelo método dos mínimos quadrados do *software* MATLAB, foi de $343,1 \pm 2,3$ m/s. Este valor tem um desvio relativo de 1% com relação ao valor esperado segundo a aplicação da fórmula $v_{\text{som}} = \sqrt{\gamma RT/M}$ [18], que resulta em um valor de 347 m/s para uma temperatura de 26°C.

3.2. Experimento do Efeito Doppler

A análise do espectrograma de frequências da gravação da fonte sonora em rotação forneceu os valores da frequência percebida pelo artefato de captação fixo em função do tempo. Com a utilização desses dados, construiu-se o gráfico que é apresentado na Figura 9, onde os valores experimentais estão representados por pontos em um gráfico da frequência em Hz em

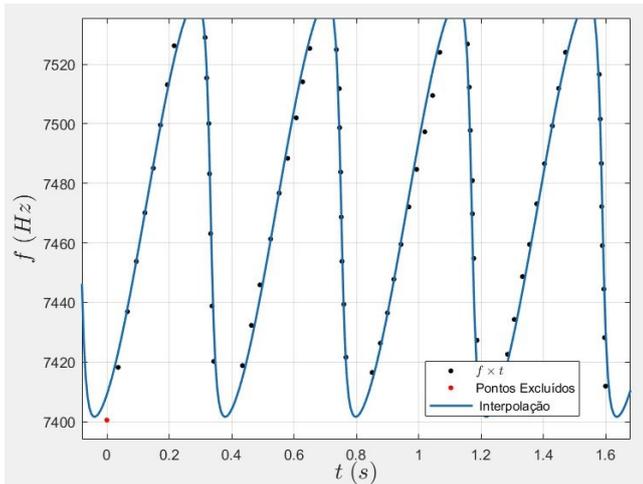


Figura 9: Interpolação personalizada da variável dependente pela variável independente.

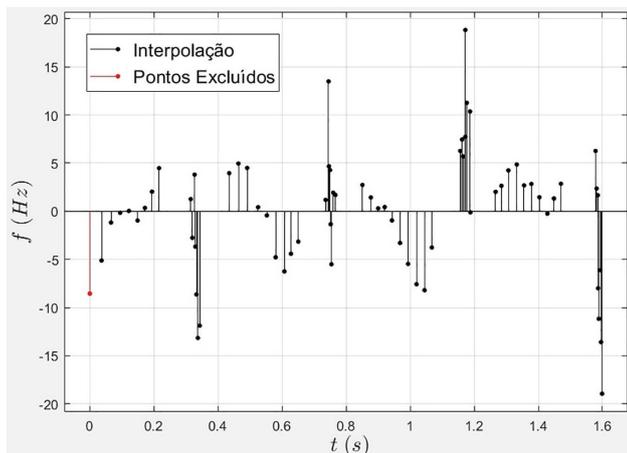


Figura 10: Resíduos obtidos no gráfico do experimento Doppler.

função do tempo em segundos. No mesmo gráfico, está representada a curva dada pela Equação 5 que melhor ajusta os pontos experimentais segundo o método dos mínimos quadrados. O gráfico da Figura 10 apresenta os resíduos absolutos deste ajuste.

A partir do ajuste, obteve-se o valor de $15,01 \pm 0,03$ rad/s ($2,389 \pm 0,005$ rotações/s) para a velocidade angular e de 339 ± 16 m/s para a velocidade do som no meio. O valor de velocidade angular obtido condiz com o valor esperado de estimativas iniciais feitas a partir do período das oscilações de frequência do espectrograma. Por exemplo, obteve-se o valor de $0,420 \pm 0,010$ s para o período de rotação da haste, resultando em uma estimativa da velocidade angular de aproximadamente $14,95 \pm 0,36$ rad/s, valor condizente com o obtido diretamente do ajuste.

Para verificarmos a qualidade do ajuste dos pontos à interpolação, leva-se em consideração a soma dos resíduos quadráticos (SSE) que, para o ajuste em questão,

Tabela 1: Valores de velocidade do som obtidos no experimento do Tubo Ressonante e do Doppler.

| | Velocidade do som (m/s) |
|-----------------|-------------------------|
| Tubo Ressonante | $343,1 \pm 2,3$ |
| Doppler | 339 ± 16 |

foi de $SSE = 2749$. Para que se tenha um χ^2 próximo ao número de graus de liberdade, utilizando a Equação 7, temos que o desvio nos valores da medida devem ser de aproximadamente 6,5 Hz, um desvio bem pequeno com relação à frequência central de aproximadamente 7470 Hz, mas maior do que o desvio de apenas 1 Hz estimado a priori. Usando essa estimativa da variância dos dados, calculou-se o valor da incerteza da velocidade do som, apresentada no parágrafo anterior e na Tabela 1. O gráfico de resíduos apresentou uma tendência que já era esperada em razão de certa subjetividade envolvida na extração dos pontos que melhor representam a curva do espectrograma medido (ver Figura 5). Os pontos da região de máximo e mínimo da curva são críticos caso mal estimados, e foram propositalmente excluídos para se evitar o enviesamento dos parâmetros ajustados. Os pontos da região de subida e descida da curva são mais facilmente identificáveis na Figura 5, sendo necessário especial cuidado no procedimento de extração de pontos para que a inclinação observada experimentalmente seja corretamente reproduzida pelos pontos extraídos.

Com tudo isso, percebe-se que o valor de velocidade do som obtido no experimento *Doppler* é compatível com o valor obtido no experimento do tubo ressonante. Os valores experimentais da velocidade do som estão apresentados na Tabela 1. Comparando os resultados concluímos que o presente método, se corretamente aplicado, resultou em uma estimativa acurada da velocidade do som, com precisão menor mas comparável com a do experimento tradicional do tubo ressonante.

4. Conclusão

Neste artigo, apresentamos o procedimento detalhado de como determinar experimentalmente a velocidade do som a partir da análise do espectrograma do som gerado por uma fonte sonora em movimento circular. O método forneceu um valor da velocidade do som compatível com o valor esperado e com o valor experimental determinado a partir do tradicional método do tubo ressonante. Os diversos detalhes técnicos e os cuidados necessários foram apresentados com o objetivo de auxiliar a reprodução deste experimento em sala de aula.

Em razão dos objetivos e do nível de dificuldade teórica e experimental deste experimento, nos parece que sua aplicação é mais recomendada em disciplinas ou projetos de ensino superior. Ainda assim, ao aplicar esse experimento em aulas de física experimental para turmas de engenharia de segundo ano, notamos que podem surgir certas dificuldades, que comentaremos a seguir.

Primeiramente, notamos certa dificuldade em compreender o significado do espectrograma. A razão é compreensível, tendo em vista que no terceiro semestre dos cursos de engenharia dificilmente os alunos têm contato com séries e transformadas de Fourier. Um fator atenuante foi que, em nosso caso, paralelamente à realização do experimento, os alunos tiveram aulas teóricas de física básica sobre ondas mecânica que incluíram, excepcionalmente, noções sobre séries de Fourier. Outra possível dificuldade poderia advir da falta de contato prévio com ajustes de curva por funções não lineares nos parâmetros. Para superar essa dificuldade, é recomendável que, antes da execução deste experimento, os alunos sejam instruídos em aula introdutória sobre ajustes não lineares nos parâmetros. Além disso, é necessário alguma orientação sobre pacotes ou códigos computacionais para a aplicação do método ao problema em questão.

Na aplicação ao ensino superior, não observamos dificuldade quanto à dedução da Equação 5 e sua compreensão, mas entendemos que alunos do ensino médio devem apresentar dificuldades para compreender esta dedução. Por isso, consideramos que a aplicação deste experimento no contexto do ensino médio não seria possível sem adaptações, a não ser talvez em disciplinas avançadas para alunos em itinerários da área de exatas ou para cursos preparatórios para olimpíadas de física.

Com certas adaptações e simplificações, o experimento pode ser utilizado no ensino médio. Os alunos podem ser instigados a explicar qualitativamente por que a frequência percebida aumenta e diminui periodicamente, sem necessariamente entrar nos detalhes da dedução teórica da expressão exata que descreve a frequência em função do tempo. A dinâmica de aula pode ser modificada para se evitar a dificuldade envolvida na execução do procedimento experimental. Como exemplo, sugerimos que os alunos coloquem em movimento o sistema e sejam instigados a escutar atentamente o efeito do som em movimento. Depois, o professor pode apresentar a medida da frequência em função do tempo, como resultado “dado” do experimento, e por fim discutir com os alunos a interpretação da observação experimental.

Agradecimentos

Agradecemos ao técnico de laboratório Mário Rodolfo Dias pelo seu auxílio na montagem experimental. Também agradecemos ao prof. Douglas Marcel Gonçalves Leite, que nos chamou atenção para este problema experimental e nos disponibilizou resultados de uma realização prévia deste experimento.

Referências

- [1] S.B.B. Almeida, P.A. Pimentel e W.Q.Neves, *A Física na Escola* **19**, 32 (2016).
- [2] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *Matriz de Referência ENEM, 2023*, disponível em: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf.

- [3] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *Base Nacional Comum Curricular*, disponível em: <http://basenacional.comum.mec.gov.br/abase/>.
- [4] G. Mosca e P. Tipler, *Física, V.2 - para Cientistas e Engenheiros* (LTC, Rio de Janeiro, 2006), 5 ed.
- [5] R. Resnick, D. Halliday e K.S. Krane, *Física 2* (LTC, Rio de Janeiro, 2003), 9ed.
- [6] E. Okuno, I.L. Caldas e C. Show, *Física para Ciências Biológicas e Biomédicas* (Editora Harbra Ltda., São Paulo, 1982), 1 ed.
- [7] M.S. Nascimento, *Efeito Doppler no Ensino Médio: uma Sequência de Ensino de Ondulatória com Prática, Uso de TICs e Metodologia Ativa*. Tese de Mestrado, Sociedade Brasileira de Física, São Paulo (2016).
- [8] A.C.P. Fernandes, L.T.S. Auler, J.A.O. Huguenin e W.F. Balthazar, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **38**, e3504 (2016).
- [9] J.C. Goulart, *Investigação sobre o Uso do Laboratório Didático de Física por Professores do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado da Universidade Tecnológica Federal do Paraná*. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná (2015).
- [10] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Resolução nº 2*, de 24 de Abril de 2019. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/pdf/CNE_RES_CNE_CESN22019.pdf, acesso em 2023-11-16.
- [11] E. Lüdke, P.J. Cauduro, A.M. Vieira e R.B. Adornes, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **34**, 1702 (2012).
- [12] M.M.F. Rosa e R.A.S. Saba, *The Physics Teacher* **41**, 89 (2003).
- [13] C. Neipp, A. Hernández, J.J. Rodes, A. Márquez, T. Beléndez e A. Beléndez, *European journal of physics* **24**, 497 (2003).
- [14] C.H. Wörner e R. Rojas, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **38**, e4310 (2016).
- [15] C.H. Wörner e R. Rojas, *The Physics Teacher* **59**, 239 (2021).
- [16] J.H. Vuolo, *Fundamentos da teoria de erros* (Editora Blucher, São Paulo, 1996), 2 ed.
- [17] O.A.M. Helene e R.V. Vito, *Tratamento estatístico de dados em física experimental* (Editora Blucher, São Paulo, 1981), 2 ed.
- [18] G. Joos e I.M. Freeman, *Theoretical physics* (Blackie e Son, Ltd., Glasgow, 1958), 3 ed.