

Da valorização dos erros à construção das soluções apropriadas: uma estratégia didática na aprendizagem das equações de Maxwell

(From valuation of the errors to construction of the appropriate solution:
a didactic strategy in the learning of Maxwell's equations)

Osman Rosso Nelson¹ e Ranilson Carneiro Filho

Departamento de Física Teórica e Experimental, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, Brasil

Recebido em 3/8/2010; Aceito em 19/5/2011; Publicado em 10/10/2011

O presente trabalho toma como base uma situação-problema, no contexto da teoria eletromagnética, apresentada para alunos em diversas turmas de graduação em física da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). As principais linhas de raciocínio por eles desenvolvidas foram condensadas em três soluções contemplando diversas opiniões apresentadas. A análise dessas soluções sinaliza para a existência de equívocos, constituindo-se numa parte relevante para a compreensão da abordagem correta. Essa prática da valorização dos erros para a construção de soluções apropriadas revelou ter um alto alcance didático.

Palavras-chave: transiente, equações de Maxwell.

This work is based on a problem situation, in the context of the electromagnetic theory, presented to students in various undergraduate classes in physics at the Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). The main lines of reasoning developed by student were concentrated in three solutions reuniting diverse presented opinions. The analysis of those solutions indicates the existence of mistakes, which became an important part in understanding the correct approach. This practice of valuation of the errors for the construction of the appropriate solutions revealed to have a high didactic scope.

Keywords: transient, Maxwell's equations.

1. Introdução

Dentre os aspectos históricos da teoria eletromagnética, uma situação particularmente discutida em sala de aula é a possibilidade de uma corrente elétrica poder afetar a orientação de uma agulha imantada. Tal experiência, realizada por Hans Christian Oersted em 1820, considerada um marco na história da física, ressalta a profunda conexão entre as ciências da eletricidade e do magnetismo.

Essa relação, apesar de inicialmente não compreendida, já era conhecida muito antes da famosa experiência de Oersted. Por volta de 1800, muitos já acreditavam nessa possível conexão, mas havia grandes dificuldades em se estabelecer bases consistentes para sua comprovação.

Uma busca histórica revela alguns fatos que antecederam a experiência de Oersted e mostravam a existência desses indícios. Por exemplo, era bem conhecido que as bússolas eram perturbadas por raios durante tempestades e objetos de ferro poderiam ser imantados pela ação destes, como citado na revista *Philosophical*

Transactions da Royal Society de Londres [1].

Esses elementos históricos facilmente nos conduzem a uma conexão entre eletricidade e magnetismo, entretanto, não foi sempre assim, como vemos num trecho da carta de Benjamim Franklin, datada de 1773, ao discutir a analogia entre essas duas áreas da física: “Em relação ao magnetismo que parece ser produzido pela eletricidade, minha opinião real é que esses dois poderes da natureza não possuem afinidade mútua e que a aparente produção do magnetismo (pelas descargas elétricas) é puramente acidental” [1].

Apesar das controvérsias de que a descoberta de Oersted pode ter acontecido acidentalmente, a declaração contida na Enciclopédia de Edinburg, transcrita abaixo, nos leva a outra interpretação, parecendo natural que ele fora guiado por motivações filosóficas na sua busca da ligação entre a eletricidade e o magnetismo e sua descoberta não fora fruto de um simples acaso [2]. Nessa citação, consta que Oersted teria sido guiado pelo pensamento de que “todos os fenômenos são produzidos pelo mesmo poder original” [1].

Durante um tempo, logo após a publicação do seu

¹E-mail: osman@dfe.ufrn.br.

trabalho intitulado *Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticam* (Experiências sobre o efeito do conflito elétrico sobre a agulha magnética) [3], uma controvérsia surgiu quanto ao pioneirismo da descoberta do eletromagnetismo. A hipótese é de que o jurista italiano Gian Domenico Romagnosi surgiu como o detentor desse título em 1802. Essa questão foi esclarecida por Martins [2], ficando o mérito da descoberta do eletromagnetismo para o professor Oersted, da Universidade de Copenhague [1].

Na experiência por ele realizada, um fio metálico, que posteriormente seria percorrido por uma corrente elétrica, foi colocado na vizinhança de uma bússola cuja agulha estava originalmente orientada com o campo magnético da Terra. Com o fio posicionado paralelo à agulha da bússola, ele ligou uma fonte de força eletromotriz, fazendo circular corrente no fio, percebendo então que a agulha imantada sofria um desvio da sua direção original.

A situação que iremos relatar guarda certa analogia com essa experiência, substituindo-se a agulha imantada por uma carga elétrica em repouso, na vizinhança de um fio longo percorrido por uma corrente elétrica.

2. Metodologia

A pesquisa descrita nesse trabalho foi realizada durante aulas ministradas na UFRN (Universidade Federal do Rio Grande do Norte) para alunos da disciplina Eletromagnetismo Clássico II. Esses alunos cursaram anteriormente as disciplinas introdutórias de física básica [4, 5] e uma disciplina de nível mais avançado, o Eletromagnetismo Clássico I [6, 7]. Como o número de alunos na disciplina de Eletromagnetismo Clássico II é bastante reduzido, uma média de 15 alunos por turma em cada semestre, adotamos procedimentos de uma pesquisa qualitativa, em que alunos de turmas sucessivas, em épocas distintas, responderam individualmente à situação problema em aulas expositivas.

Os diferentes grupos de respostas que foram identificados receberam suporte por parte do professor, de forma a permitir explorar ao máximo suas consequências e os possíveis conflitos cognitivos encontrados. Em linhas gerais, não houve predominância de um determinado grupo de resposta e os alunos não apresentaram grandes dificuldades com o formalismo matemático envolvido. Com esse tipo de encaminhamento, as diversas possibilidades de soluções que foram construídas, com a participação do professor, apresentavam em suas raízes algum tipo de conflito cognitivo, que serviu de base para buscas de novas soluções. As inquietações oriundas desses conflitos foram de extrema relevância para a obtenção de uma solução satisfatória [8].

3. Situando o problema

A situação problema apresentada aos alunos teve como objetivo principal identificar dificuldades com situações físicas envolvendo transientes nas equações de Maxwell. Com essa finalidade foi apresentada a questão abaixo, que remete parcialmente a experiência de Oersted:

É possível afetar o estado de repouso de uma carga elétrica que se encontra próxima de um fio retilíneo longo ao ligarmos a este uma fonte de força eletromotriz?

Nesse procedimento será produzida uma corrente elétrica I_0 (constante) descrita matematicamente por

$$I(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0), \\ I_0 & (t > 0). \end{cases} \quad (1)$$

A partir desta apresentação identificamos dois diferentes grupos de respostas que serão analisados nas seções seguintes.

3.1. Grupo 1 de respostas

No primeiro grupo de respostas, foi afirmado que a corrente não afeta a carga em repouso, com justificativa baseada nos seguintes argumentos:

a) o fio é eletricamente neutro, portanto, a carga elétrica, não estando sujeita a um campo eletrostático, não sofre ação de uma força elétrica;

b) o campo magnético não é capaz de agir em cargas em repouso.

Concluíram, assim, que a carga elétrica, não sofrendo a ação de nenhuma força de Lorentz, continuaria em repouso. Observamos que essa classe de respostas é compatível com uma base conceitual de situações que envolvem correntes estacionárias. Esse grupo não percebeu a existência de um transiente na corrente elétrica com todas as implicações que disso decorre.

3.2. Grupo 2 de respostas

Nesse segundo grupo, afirmaram que a corrente que percorre o fio afeta a carga em questão. Foram observados dois níveis distintos de respostas, os quais, linhas gerais, deram origem a uma subdivisão, sendo classificados em subgrupo 2a e subgrupo 2b.

3.2.1. Subgrupo 2a de respostas

Nessa subdivisão do Grupo 2, as respostas fornecidas levaram à conclusão de que a corrente afeta a carga em repouso, mas os alunos se depararam com um “paradoxo”. Essa solução foi construída com a seguinte argumentação:

a) o fio, sendo eletricamente neutro, não afeta a carga em repouso via campo eletrostático. Entretanto, um campo elétrico não conservativo pode ser gerado devido à variação temporal do campo magnético;

b) um campo magnético descrito por linhas de campo circulares, concêntricas ao fio, apareceriam na posição da carga, inicialmente em repouso. Ou seja, quando a corrente ainda é nula, o campo magnético é nulo e, depois que a corrente elétrica começa a circular pelo fio, aparece um campo magnético que, pela lei de Faraday, devido à variação do fluxo do campo magnético com o tempo, dá origem a um campo elétrico;

c) admitem, assim, a existência de um campo elétrico oriundo da variação do fluxo magnético. Entretanto, acreditam existir um paradoxo no momento de identificar a direção e sentido desse campo, pois, segundo alguns argumentos, a escolha de diferentes percursos de integração para a aplicação da lei de Faraday conduz a diferentes resultados, como, por exemplo, os caminhos circulares 1 e 2, mutuamente perpendiculares, mostrados na Fig. 1.

Na argumentação, a dificuldade encontrada deve-se ao fato de que, segundo esse grupo, para o caminho 1, não haveria variação de fluxo magnético (concluindo que não haveria campo elétrico induzido) e, no caminho 2, haveria uma variação de fluxo e, portanto, o aparecimento de um campo elétrico induzido. Concluíram que a carga estaria, possivelmente, sujeita a uma força elétrica que proporcionaria o início do movimento. Iniciado este, a carga também ficaria sob a ação de uma força magnética. Entretanto, reconheceram não saber como calcular o campo elétrico e, apesar do paradoxo por eles encontrado, acreditaram que haveria movimento da carga.

Observamos que essa classe de respostas acolhe uma postura de convivência pacífica com o conflito cognitivo por eles detectado na forma de um paradoxo. Esse grupo percebeu a existência de um transiente na corrente elétrica com algumas das implicações que disso decorre. Demonstrou uma compreensão limitada do significado da lei de Faraday ao concluírem a existência ou não do campo elétrico induzido.

Não articularam a necessidade de resolver simultaneamente as equações de Maxwell. A variação temporal do campo magnético foi percebida, no entanto, a existência de um campo elétrico induzido com dependência temporal não foi detectada como uma possível fonte de campo magnético.

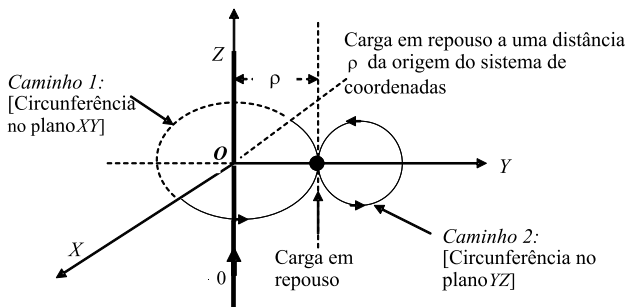


Figura 1 - Caminhos usados na aplicação da lei de Faraday.

3.2.2. Subgrupo 2b de respostas

Apesar desse grupo não encontrar nenhum paradoxo, como no subgrupo 2a, por argumentos de violação de simetria, manifestaram insatisfação com a solução obtida. Esse conjunto de respostas foi construído baseado nas argumentações abaixo:

- a) o fio, sendo eletricamente neutro não afeta a carga em repouso via campo eletrostático. Entretanto, um campo elétrico não conservativo pode ser gerado devido à variação temporal do fluxo do campo magnético;
- b) um campo magnético descrito por linhas de campo circulares, concêntricas ao fio, apareceria na posição da carga.

Ou seja, inicialmente, quando a corrente é nula, o campo magnético é nulo e, depois que a corrente elétrica começa a circular pelo fio, aparece um campo magnético que, pela lei de Faraday, devido à variação do fluxo, dá origem a um campo elétrico.

Assim, apesar de admitirem a existência de um campo elétrico oriundo da variação do fluxo magnético, não reconheceram a existência de um conflito ao determinar a direção e sentido desse campo. Diferentemente da solução apresentada pelo subgrupo 2a, a escolha de diferentes percursos de integração no uso da lei de Faraday apenas veio dar elementos para obter a solução. Sendo assim, os dois percursos de integração mutuamente perpendiculares apresentados na Fig. 1 são utilizados.

Apelos de simetrias estão fortemente presentes nessa solução. Nesse contexto, as respostas foram criadas, admitindo-se que, por simetria, usando-se coordenadas cilíndricas, o campo elétrico induzido não poderia ter dependência em relação às variáveis ϕ e z , portanto $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\rho)$. A princípio podem existir

$$E_\rho = E_\rho(\rho); \quad E_\phi = E_\phi(\rho); \quad E_z = E_z(\rho)$$

Logo, a aplicação da lei de Faraday nos dois percursos distintos conduziria à solução, pois da expressão do rotacional do campo elétrico, nesta lei, concluíram que pelo menos a componente E_z é diferente de zero. Assim

$$\nabla \times \mathbf{E} = \hat{\rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} \right] + \hat{\phi} \left[\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right] + \hat{z} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\phi) - \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} \right] = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Como esse subgrupo admitiu que o campo magnético é dado pela expressão do campo produzido por uma corrente estacionária, *a priori* escreveram que: $\mathbf{B} = B \hat{\phi}$, conseqüentemente, $\frac{\partial E_z}{\partial \rho} = \frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$, portanto, $E_z = E_z(\rho) \neq \text{cte} \neq 0$.

Assim, para o percurso 1 encontraram que a variação de fluxo magnético é dada por $\frac{d\phi_B}{dt} = 0$ e que o elemento de linha é escrito como $d\mathbf{l} = \rho d\phi \hat{\phi}$.

Usando a lei de Faraday na forma integral, escreveram: $E_\phi \rho \oint_{C_1} d\varphi = 0$, e concluíram que $E_\phi = 0$.

Portanto, nessa linha de raciocínio, deduziram que o campo elétrico podia ter duas componentes, dadas por $E_z = E_z(\rho)$; $E_\rho = E_\rho(\rho)$. Para o percurso 2, $\frac{d\phi_B}{dt} \neq 0$, e o elemento de linha vale $d\mathbf{l} = d\rho \hat{\rho} + dz \hat{z}$. Da lei de Faraday $\oint_{C_2} E_\rho d\rho + \oint_{C_2} E_z dz = -\frac{d\varphi}{dt} \neq 0$. Usando $\oint_{C_2} E_z dz = E_z \oint_{C_2} dz = 0$, encontraram $\oint_{C_2} E_\rho d\rho = -\frac{d\varphi}{dt} \neq 0$.

Portanto, $E_\rho = E_\rho(\rho) \neq 0$, e concluíram que $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\rho + \mathbf{E}_z$.

A obtenção desse resultado gerou um conflito com as idéias de simetria. Segundo a análise crítica desse subgrupo, haveria certa direção privilegiada para o movimento da partícula sob a ação desse campo elétrico. Estabeleceram, então, que a carga, estando sujeita à ação de uma força elétrica, entraria em movimento.

Iniciado o movimento, essa carga também ficaria submetida a uma força magnética. Apesar dessa conclusão, sinalizaram para possíveis dificuldades na solução apresentada diante de uma análise com base em argumentos de simetria.

Observamos que essa classe de respostas apresenta um nível de conflito cognitivo aparentemente mais suave que o da situação anterior.

Esse grupo percebeu a existência de um transiente na corrente elétrica com algumas das implicações que disso decorre. A variação de campo magnético foi percebida; no entanto, a existência de um campo elétrico induzido com dependência temporal não foi detectada como uma possível fonte de campo magnético. Não articularam, portanto, a necessidade de resolver as equações de Maxwell simultaneamente.

4. Abordagem esperada

Diante desse quadro de respostas obtidas, verificamos que nenhuma solução apresentada sinalizou para a necessidade de serem resolvidas simultaneamente as equações de Maxwell, como também a solução via conceito de potencial foi totalmente ignorada.

Para a solução adequada do problema, consideraremos o cálculo dos campos elétrico e magnético no ponto onde se encontra a carga.

Nas equações de Maxwell para o vácuo, podemos ver a íntima relação entre os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} , dadas por

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_c / \varepsilon_0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \partial \mathbf{E} / \partial t. \quad (5)$$

Na Eq. (4), a lei de Faraday destaca como a variação temporal de campo magnético produz campo elétrico e, através da Eq. (5), simetricamente, vemos que variação de campo elétrico produz campo magnético. Assim, esperava-se que os alunos percebessem o quanto esses campos, elétrico e magnético, encontram-se interligados, sendo necessário, portanto, resolver essas equações de forma simultânea.

A Eq. (3) permite definir o potencial vetor magnético \mathbf{A} , dado por

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (6)$$

Usando a Eq. (6) na Eq. (4), ficamos com $\nabla \times [\mathbf{E} + \partial \mathbf{A} / \partial t] = \mathbf{0}$.

Assim, $\mathbf{E} + \partial \mathbf{A} / \partial t = -\nabla \varphi$, logo

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (7)$$

Dessa forma, com auxílio dos potenciais, φ (potencial escalar) e \mathbf{A} (potencial vetor magnético), os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} das Eqs. (6) e (7) podem ser obtidos. Essas equações não definem de forma única os potenciais, o que nos permite a liberdade de impor condições extras para φ e \mathbf{A} , sem afetar os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} (liberdade de gauge).

Assim, inserindo as Eqs. (6) e (7) nas equações de Maxwell não homogêneas, obtemos: da lei de Gauss dada pela Eq. (2)

$$\nabla^2 \varphi + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) = \frac{-\rho_c}{\varepsilon_0}, \quad (8)$$

e, da lei de Ampère, fornecida pela Eq. (4)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mu_0 \mathbf{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right). \quad (9)$$

Com o auxílio da identidade vetorial, $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - (\nabla^2 \mathbf{A})$, a Eq. (9) toma a forma

$$\left(\nabla^2 \mathbf{A} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \right) - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (10)$$

As novas Eqs. (8) e (10) contêm todas as informações das quatro equações de Maxwell. Esse é um ganho substancial no tratamento, pois reduz um problema de cálculo de seis componentes (as três componentes do campo \mathbf{E} e as três do campo \mathbf{B}) por um de quatro componentes (as três componentes do potencial vetor \mathbf{A} e o potencial escalar φ). Entretanto, a apresentação das Eqs. (8) e (10) desencoraja adotarmos um tratamento via potencial, pois os potenciais φ e \mathbf{A} não se encontram em equações independentes. Felizmente, com a liberdade de gauge, podemos fazer escolhas simplificadoras que permitem que cada potencial seja descrito independentemente, sem com isso modificar as Eqs. (6) e (7).

Uma vez que o vetor \mathbf{A} não está completamente especificado, temos a liberdade de atribuir um valor para sua divergência, que diante do nosso interesse em desacoplar os potenciais, estabeleceremos a relação para divergência, conhecida como condição de Lorentz, a saber

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (11)$$

Portanto, usando a condição de Lorentz nas Eqs. (8) e (10) teremos, como apresentado abaixo, duas equações totalmente análogas, uma para cada potencial

$$\nabla^2 \varphi - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_c}{\varepsilon_0}, \quad (12)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (13)$$

No caso estático, as Eqs. (12) e (13) reduzem-se a

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho_c}{\varepsilon_0}, \quad (12a)$$

cujas soluções são

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho_c(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv', \quad (12b)$$

e

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}, \quad (13a)$$

com solução dada por

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv', \quad (13b)$$

onde \mathbf{r} e \mathbf{r}' são, respectivamente, as posições em relação a uma determinada origem, do ponto em que desejamos calcular os potenciais e dos elementos de carga ou de corrente.

Assim, para cargas em repouso ou para correntes estacionárias, os potenciais podem ser calculados pelas Eqs. (12b) e (13b). No entanto, dificuldades surgem quando as cargas estão em movimento ou se as correntes têm dependência temporal (como é o caso da questão proposta para os nossos alunos).

Nesse caso, os potenciais têm dependência com o tempo, $\varphi(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$. O cálculo desses potenciais, num dado tempo t na posição \mathbf{r} , não pode ser feito como se poderia pensar, simplesmente efetuando-se a integral nas Eqs. (12b) e (13b) com $\rho_c(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$. Como bem estabelecido, temos que levar em consideração que nenhuma informação se propaga com velocidade superior à velocidade c da luz no vácuo. Por isso, o cálculo dos potenciais num tempo t depende das posições das cargas e correntes nos instantes anteriores, $t_r = t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c$ (tempo retardado), e não num tempo t .

Os potenciais assim obtidos são designados de potenciais retardados.

Assim sendo, esperávamos como nível de resposta desejável, que os alunos reconhecessem a necessidade de tratar a questão proposta efetuando o cálculo dos campos elétrico e magnético com o auxílio dos potenciais retardados.

5. Procedimento esperado para o cálculo dos campos elétrico (\mathbf{E}) e magnético (\mathbf{B}) no ponto onde se encontra a carga

A corrente no fio está sendo descrita matematicamente pela Eq. (1), onde uma corrente elétrica I_0 (constante) é estabelecida pela bateria. A Fig. 2 ilustra essa situação.

O potencial vetor retardado no ponto P (à distância ρ do eixo) é dado por [6]

$$\mathbf{A}(\rho, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \hat{z} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I(t_r)}{r} dz.$$

Para estabelecermos os limites de integração, devemos considerar que:

▷ Para $t < \frac{\rho}{c}$, as informações não alcançaram ainda o ponto P e o potencial é nulo.

▷ Para $t > \frac{\rho}{c}$, apenas o segmento $|z| \leq \sqrt{(ct)^2 - (\rho)^2}$ contribui, pois fora desse intervalo t_r é negativo, o que implica $I(t_r) = 0$. Assim

$$\mathbf{A}(\rho, t) = \frac{2\mu_0 I_0}{4\pi} \hat{z} \int_0^{\sqrt{(ct)^2 - \rho^2}} \frac{dz}{\sqrt{\rho^2 + z^2}},$$

resultando em

$$\mathbf{A}(\rho, t) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \ln \left[\frac{ct + \sqrt{(ct)^2 - \rho^2}}{\rho} \right] \hat{z}. \quad (14)$$

Como o fio é eletricamente neutro, $\varphi(\mathbf{r}, t) = 0$, portanto da Eq. (7) e Eq. (14) obtemos que

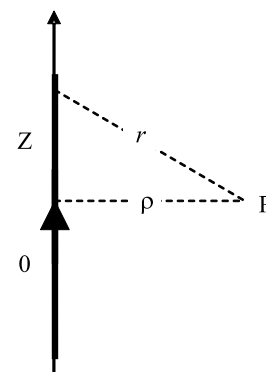


Figura 2 - Corrente elétrica estabelecida no fio.

$$\mathbf{E}(\rho, t) = -\frac{\mu_0 I_0 c}{2\pi\sqrt{(ct)^2 - \rho^2}} \hat{z}. \quad (15)$$

O potencial vetor magnético, dado pela Eq. (14), mostra que $\mathbf{A}(\rho, t)$ possui apenas a componente z , logo, da Eq. (6), temos $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = -\frac{\partial A_z}{\partial \rho} \hat{\phi}$, resultando em

$$\mathbf{B}(\rho, t) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi\rho} \frac{ct}{\sqrt{(ct)^2 - (\rho)^2}} \hat{\phi}. \quad (16)$$

Note que, nas Eqs. (15) e (16), para $t \rightarrow \infty$, nós recuperamos o caso estático, onde $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, e $\mathbf{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi\rho} \hat{\phi}$.

Com base nesses campos acima calculados, conclui-se que a carga elétrica entrará em movimento.

6. Conclusões

Diante das respostas obtidas, parece claro que, apesar de os alunos, a princípio, terem conhecimento dos conceitos necessários no tratamento do eletromagnetismo, via potencial, esses elementos não foram incorporados pelos diferentes grupos ao apresentarem suas respostas. A situação-problema gerou alguns conflitos cognitivos e os discentes não conseguiram esboçar uma solução satisfatória, revelando uma aprendizagem superficial dos conceitos relevantes para a solução do problema.

Digno de nota é a ênfase de criação de campo elétrico devido à variação de campo magnético; entretanto, a criação de campo magnético, em virtude da variação de um campo elétrico, não foi percebida como um elemento importante nas soluções. Ressaltamos que, na apresentação da lei de Ampère nos cursos introdutórios de eletromagnetismo [4, 5], a correção dessa lei com a contribuição de Maxwell (corrente de deslocamento), só é apresentada quando os alunos já fixaram bem esta lei com a ausência desse termo (sem fazer a ponte que campo elétrico variável com o tempo gera campo magnético). Provavelmente a maneira de apresentar esse conteúdo gera essa diferença de percepção entre variações de campo magnético (como fonte de campo elétrico) com as variações de campo elétrico (como fonte de campo magnético). Disso decorre a ausência da necessidade dos alunos resolverem simultaneamente as equações de Maxwell.

A análise das respostas revela, portanto, que o lastro conceitual dos estudantes parece estar fortemente ancorado nas situações que envolvem correntes estacionárias. As soluções propostas evidenciam que existe uma forte tendência de respostas que não sinalizam para a necessidade de se resolver ao mesmo tempo as equações de Maxwell. O formalismo de potencial retardado parece não estar presente no arcabouço teórico dos alunos, delineando a forte presença de uma aprendizagem não significativa [9]. Numa aprendizagem sig-

nificativa, as novas informações ancoram-se em conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, os quais são designados por Ausubel de *subsunçores*. Nesse tipo de aprendizagem, o processo de assimilação tem a riqueza de possuir suportes conceituais anteriores, que tornam a aquisição do novo algo natural. Tal processo permite uma dinâmica interna de construção do saber que modifica e amplia os subsunçores existentes, favorecendo à criação de novas estruturas que servirão de âncora para outras aquisições conceituais.

Nessa perspectiva, verificamos que conceitos já adquiridos em situações estacionárias, que naturalmente funcionariam como subsunçores para estruturar a aquisição de um conhecimento envolvendo situações com transientes, não sofreram as transformações esperadas presentes numa aprendizagem significativa. Assim, por exemplo, evidenciamos que o subsunçor campo magnético variável gerando campo elétrico não foi ampliado para variação de campos magnético ou elétrico gerando campos elétrico ou magnético, respectivamente.

Diante dessa constatação, acreditamos ser necessária uma forma de apresentar a lei de Ampère, desde o início, nos cursos introdutórios, dando-se a devida ênfase à corrente de deslocamento. Faz-se necessária uma presença mais marcante de situações problemas capazes de gerar maior instabilidade cognitiva e que direcionem os alunos de graduação em física na aquisição de elementos teóricos capazes de solucionar as situações envolvendo transientes.

Os tipos de respostas que foram apresentadas pelos alunos fornecem elementos capazes de estruturar estratégias de apresentação para conteúdos envolvendo as equações de Maxwell, em que, a partir da valorização dos erros, possamos construir os acertos.

Esses desequilíbrios oriundos das discordâncias ou conflitos cognitivos podem, numa abordagem centrada na visão de Piaget, constituir uma maneira adequada de modificar as estruturas cognitivas dos alunos, favorecendo a construção do saber [8]. Essa estratégia, por si só, desperta nos alunos a necessidade de uma reflexão mais profunda das implicações de suas propostas de solução para um determinado problema.

Agradecimentos

Agradecemos a Giana Gadelha Paiva Rosso Nelson pelas sugestões na elaboração desse texto. Agradecemos também aos árbitros da RBEF pelos comentários e sugestões.

Referências

- [1] José Fernando Rocha, Roberto I. Leon Ponzek, Suan T. Rubim de Pinheiro, Roberto F. Silva Andrade, Olival Freire Júnior e Aurino Ribeiro Filho, *Origens*

- e Evolução das Idéias da Física* (EDUFBA, Salvador, 2002).
- [2] R.D.A. Martins, *Cad. Hist. Fil. Ci.* **10**, 89 (1986).
- [3] H.C. Orsted, *Cad. Hist. Fil. Ci.* **10**, 115 (1986).
- [4] David Halliday, Robert Resnick e Jearl Walker, *Fundamentos de Física*, (LTC, São Paulo, 2009), 8^a ed., v. 3.
- [5] Sears & Zemansky, Young & Freedman, *Física III Eletromagnetismo* (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2009), 12^a ed.
- [6] David J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prendice Hall, Inc. Upper Saddle River, 1999), 3rd ed.
- [7] John R. Reitz, Frederick J. Milford and Robert W. Christy, *Fundamentos da Teoria Eletromagnética* (Elsevier Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1982) , 18^a reimpressão.
- [8] Jean Piaget, *O Diálogo com Criança e o Desenvolvimento do Raciocínio* (Sipione, São Paulo, 1977).
- [9] D.P. Ausubel, J.D. Novak y H. Hanesian, *Psicologia Educativa: Um Punto de Vista Cognoscitivo* (Trillas, México, 1988).