

A teoria da relatividade restrita e os livros didáticos do Ensino Médio: Discordâncias sobre o conceito de massa

(*Special relativity theory and the textbook in High School: Disagreements on the concept of mass*)

Wagner T. Jardim¹, Victor J. Vasquez Otoya, Cristiane Garcia S. Oliveira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais, Juiz de Fora, MG, Brasil

Recebido em 12/12/2014; Aceito em 9/3/2015; Publicado em 30/6/2015

Os conceitos de massa relativística e de massa de repouso no contexto da teoria da relatividade restrita (TRR) são temas de grande discussão e já motivaram publicações de diversos trabalhos científicos que indicam a necessidade de excluir a diferenciação entre tais termos. Apesar de algumas representações acerca da relação massa-energia serem classificadas como inadequadas, são as mais recorrentes em livros didáticos destinados ao Ensino Médio, o que entra em desacordo com a tendências das publicações de livros-texto voltados ao ensino superior. Buscamos, na bibliografia, argumentos que reforcem a discussão em torno dessas representações e analisamos como os 14 livros didáticos aprovados pelo PNLD física 2015 apresentam a TRR e o conceito de massa neste contexto.

Palavras-chave: conceito de massa, equivalência massa-energia, livros didáticos de física.

The concepts of relativistic mass and rest mass in the context of the special relativity theory (SRT) arise great discussion and have already motivated the publishing of several scientific papers which indicate the necessity of clarifying the differences between both terms. Although some representations about the relationship mass-energy are considered inappropriate, they are the most common in textbooks for high-school students. This is in disagreement with the trend of publishing textbooks intended for university courses. We then search for arguments to strengthen the discussion about these representations, and we analyze 14 textbooks accepted by the Physics PNLD 2015 that present the special relativity theory (SRT) and the relativistic concept of mass.

Keywords: mass concept, equivalence mass-energy, physics textbooks.

1. Introdução

O Governo Brasileiro criou o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) em uma iniciativa que visa a subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. Um relevante aspecto trazido pelo PNLD é o fato de compartilhar com os responsáveis de cada instituição a responsabilidade na escolha dos livros didáticos a serem adotados, que passa a se basear em coleções previamente avaliadas pelo programa.

A princípio, tal iniciativa abrangia apenas os livros didáticos destinados ao Ensino Fundamental, todavia, em 2004, foi implantada uma resolução que expande o programa ao Ensino Médio (EM), através do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). Em 2009 se dá o início da avaliação dos livros de física que, nesse primeiro momento, apresenta índice de reprovação de 73% das obras submetidas à análise.

Porém, nessa última avaliação (PNLD 2015) [1], alcança-se um índice de reprovação consideravelmente reduzido (30%), o que indica uma maior adequação das obras produzidas às diretrizes que buscam selecionar material de boa qualidade para ser utilizado nas escolas de ensino básico. Essa proposta de avaliação criteriosa torna-se ainda mais relevante, uma vez que, em muitos casos, o livro didático se apresenta como a principal (ou única) fonte de conhecimento científico formal com o qual o aluno do ensino básico terá contato [2,3].

No panorama que busca delinear o que seria uma física relevante à formação básica, a inserção da física moderna e contemporânea (FMC) apresenta-se como de grande importância para um ensino que contemple discussões acerca de artefatos e temas presentes na vida dos estudantes - seja na literatura, em aparatos tecnológicos, em filmes de ficção ou em noticiários em geral - e que compõem a cultura científica. É grande o número de trabalhos de pesquisa publicados que de-

¹E-mail: wagner.jardim@ifsudestemg.edu.br.

fendem tal inserção como indispensável, indicando que essa argumentação se encontra bem estabelecida [4–9]. A Pesquisa realizada nesse sentido dialoga em acordo com documentos nacionais que visam a delinear as diretrizes brasileiras do ensino de física (PCN+, 2002) e que, conseqüentemente, exercem influência direta sobre os livros didáticos. Nesse sentido, passa a ser observado, indispensavelmente, se a obra

tratou de forma adequada e pertinente, considerando os diversos estudos presentes na literatura atual da área, tópicos usualmente classificados como de física moderna e contemporânea e que sejam considerados importantes ou mesmo imprescindíveis para o exercício da cidadania ativa, crítica e transformadora, bem como para a inserção ativa, crítica e transformadora no mundo do trabalho; [1, p.17].

Ainda dentre os diversos critérios de avaliação dos Livros Didáticos pelo PNL D física (2015), destacamos na seção “Critérios de Avaliação” - que integra a ficha acerca dos aspectos avaliados pelo programa - que podem ser reprovadas as obras que “apresentaram de modo incorreto, descontextualizado ou desatualizado conceitos, informações e procedimentos” [1, p.13].

Considerando os argumentos levantados até então, buscamos analisar nos livros de física aprovados pelo PNL D física, os conceitos de “massa relativística” e “massa de repouso”, que são recorrentemente apresentados de maneira inadequada. Escolhemos este conceito pois, além de se apresentar como de grande relevância na teoria da relatividade (TR), mostra-se controverso na história da ciência e na epistemologia conceitual [10].

Nas seções seguintes, discutiremos qual a utilização mais adequada da representação de “massa” no contexto da TRR e, em seguida, analisaremos como esta se apresenta nos livros analisados. Confrontaremos, enfim, os resultados com uma primeira análise, anterior aos PNL D Ensino Médio que foi realizada por Ostermann e Ricci [2], além de levantamentos realizados em diversos níveis de ensino por Prasad [11] e Oas [12].

2. Massa de repouso e massa relativística

O conceito de massa e sua relação com a velocidade e ou energia de um corpo, gera discussões que se iniciam anteriormente à publicação do artigo de Einstein em 1905. Nomenclaturas e definições como “massa eletromagnética”, “massa cinética”, “massa mecânica”, “massa longitudinal” dentre outras, bem como muitas relações matemáticas que descrevem suas variações em relação a velocidade da partícula (ou corpo extenso)

foram construídas antes do ano mencionado. Grande parte dessas interpretações partem do estudo do Eletromagnetismo relacionado a possível existência do Éter luminífero [13].² Acerca da relação entre massa e energia na teoria da relatividade restrita (TRR), existem diversos autores que se propõem a discutir os conceitos de massa de repouso e massa relativística apontando para a eliminação desses termos [11, 12, 14, 15]. Dentre esses autores, destacamos Lev Okun, físico pertencente à escola de física de Landau, que publicou diversos trabalhos que discutem a relação massa-energia no contexto da teoria da relatividade. Okun compila em formato de livro, 30 desses artigos [16] que, segundo o autor, tem como um de seus principais objetivos fazer com que o leitor abandone o conceito de “massa de repouso”.

A partir dos postulados da TRR a seguir, discutiremos brevemente qual seria a representação mais adequada para a energia de uma partícula livre no contexto proposto.

Começaremos discutindo o 2º postulado da TRR segundo o qual “A velocidade da Luz é invariante em todos os referenciais inerciais.” Partindo da análise de um feixe de luz, temos $c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2$ para um Sistema Referencial Inercial (SRI) com velocidade v , que nos permite definir a quantidade $s^2 = c^2t^2 - x^2 + y^2 + z^2$, chamada de intervalo. O segundo postulado exige que o intervalo seja invariante em qualquer sistema de referência, dessa maneira são obtidas as transformações de Lorentz

$$x'^0 = \gamma (x^0 - \beta x^1), \quad (1)$$

$$x'^1 = \gamma (-\beta x^0 + x^1). \quad (2)$$

Podemos entender, portanto, as transformações de Lorentz como uma consequência do 2º postulado da TRR.

Analisando, agora, o primeiro postulado, cuja afirmação é a de que “As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais”, percebemos que isso se traduz no seguinte fato: as quantidades físicas devem ser representações do grupo de Lorentz, isto é, quantidades que se transformam de forma adequada respeitando a simetria de Lorentz. Estas quantidades podem ser escalares, vetoriais, tensoriais ou espinoriais. Além disso, precisamos de parâmetros universais para definir essas quantidades físicas, definimos assim, o tempo próprio como o tempo medido a partir do referencial da partícula $dx' = dy' = dz' = 0$, matematicamente expressado como $d\tau = dt/\gamma$.

A partir dessa discussão, definimos as quantidades físicas, como por exemplo, a quadri-velocidade $U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \left(U^0 = \frac{dx^0}{d\tau}, U^i = \frac{dx^i}{d\tau} \right) = (\gamma c, \gamma \mathbf{v})$ como sendo derivado do tempo próprio. Assim, também definimos o quadri-momento como $P^\mu = mU^\mu =$

²Martins (2005) faz referência a diversos pesquisadores que definem e desenvolvem os conceitos mencionados, indicando vasta gama de referências para consulta em cada contexto.

$(P^0 = \frac{E}{c}, P^i = \mathbf{p}) = (m\gamma c, \gamma m\mathbf{v})$. É interessante reconhecer dessas definições, a quantidade invariante de Lorentz (eq. 3),

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4, \quad (3)$$

conhecida como relação de dispersão (relação entre energia e momento). Esta relação torna-se fundamental no sentido de que sempre tem de ser mantida independente do referencial.

Vale ressaltar que qualquer efeito da velocidade da partícula deverá contribuir no termo que se refere ao momento, e não ao termo de massa. Logo, energia e momento variam correlacionados, o que vai ao encontro à definição já apresentada do quadri-momento em função somente de E e p . Desta última relação (3), observamos que, atribuímos às partículas sem massa, $E = pc$ e às partículas em repouso, $E = mc^2$, neste caso, iremos nos referir como $E_0 = mc^2$,

Outra observação importante é o limite não relativístico ($v \ll c$) da componente temporal do quadri-momento, do qual obtemos

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2. \quad (4)$$

Do limite não relativista mostrado na Eq. (4), podemos perceber que, por ser a massa (m) invariante, a introdução do termo massa de repouso (m_0) faz-se desnecessário. Como conclusão a essa etapa, ressaltamos duas referências relevantes ao tema. A primeira apresenta-se em um trecho de uma carta enviada por Einstein a Lincoln Barnett, no qual é destacado que o

conceito de massa relativística não é claro e que não deve ser utilizada (Fig. 1).

A segunda referência explícita ao tema é trazida por Taylor e Wheeler³

O fato de um objeto não se mover mais rápido do que a velocidade luz algumas vezes é “explicado” admitindo-se que a “massa da partícula aumenta com a velocidade.” Essa interpretação pode ser aplicada consistentemente, mas, o que isso significaria na prática? Alguém se movimentando juntamente com uma pedra que se move rapidamente não detecta um maior número de átomos nessa pedra, nem qualquer mudança nos átomos individuais, nem na energia de ligação entre seus átomos. Nosso ponto de vista, neste livro, é que a massa é um invariante[...] Na relatividade, invariantes são diamantes. Não jogue fora diamantes! (Traduzido do inglês pelo autor) [19, p. 13]

3. O conceito de massa relativística nos livros avaliados pelo PNLD física 2015

Tendo em vista a discussão apresentada, iremos dissertar sobre como os livros didáticos avaliados pelo PNLD trabalham o conceito de massa dentro da relatividade restrita. Todos os livros analisados foram editados nos anos de 2013 e 2014 e estão aprovados pelo PNLD para adoção a partir do ano de 2015.

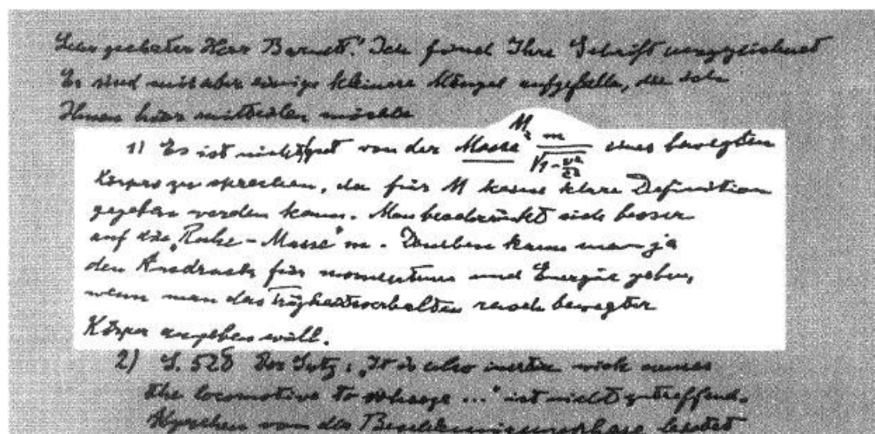


Figura 1 - Carta de Einstein para Lincoln Barnett, 19 de Junho de 1948. Einstein escreveu em Alemão; a carta foi digitada e enviada em Inglês. A Passagem destacada diz: “Não é bom introduzir o conceito de massa de um corpo em movimento, pois não é uma definição clara. É melhor não introduzir outro conceito de massa, senão o de “massa de repouso”. Ao invés de introduzir M , é melhor mencionar a expressão para o momento e energia de um corpo em movimento”. [17, p.12]. Traduzido do inglês pelo autor.

³Os autores ressaltam o fato de que, na física de partículas, entende-se a definição de partícula elementar (segundo a prescrição de Wigner [18]) nada mais sendo do que uma representação do grupo de Poincaré - este caracterizado por dois invariantes (Casimires): o quadri-momento, cujos autovalores deste operador nos fornecem a massa da partícula; e o vetor de Pauli-Lubanski, cujos autovalores nos fornecem o Spin das partículas elementares. Ambos (massa, e spin) caracterizam as partículas, logo permanecem inalterados.

O livro *Física* de Artuso e Wrublewski (2013)⁴ inicia o tema apresentando algumas questões referentes ao contexto do surgimento da teoria da TRR, tais como a luz segundo o eletromagnetismo e o experimento de Michelson-Morley. Os autores não discutem de forma aprofundada o tema energia relativística e não definem a energia total em função do fator γ ou do momento. A relação exposta é $E = mc^2 + Ec$, todavia não é explicitado o que viria ser a energia cinética Ec e não existe menção ao momento da partícula, o que pode levar à interpretação de energia total de uma partícula como sendo sempre a dos limites clássicos, em que $Ec = 1/2mv^2$.

O livro *Física - Conceitos E Contextos: Pessoal, Social, Histórico* de Pietrocola et al. (2013)⁵ apresenta o tema de relatividade restrita se utilizando do desenvolvimento histórico de conceitos, como da natureza da luz e relatividade do espaço e do tempo, porém não desenvolve a variação da energia de uma partícula com a velocidade. A equação $E = mc^2$ é apresentada brevemente no volume 2 da mesma coleção, dentro do primeiro capítulo que trata do princípio da conservação de energia.

Na obra *Física* de Guimarães, Piqueira e Carron (2013),⁶ existe um box que ocupa cerca de meia página destacando a publicação do artigo de 1905 “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” seguindo para os postulados da relatividade restrita e desenvolvimento do capítulo. Antes de definir m e m_0 os autores explicitam que

“Sendo a massa a medida da inércia de uma partícula, ou um corpo, devemos observar que o aumento na inércia (aumento de massa) de uma partícula em virtude de sua velocidade não significa aumento de quantidade de matéria. Se tivermos, por exemplo, um elétron em alta velocidade, a quantidade de matéria continua sendo de um elétron, mas sua massa aumenta, em relação ao referencial ao qual ele está em movimento.”

No entanto, utilizam de forma inadequada, a existência da variação da massa ocasionada pela mudança da velocidade do corpo e não mencionam o momento relativístico como componente da energia. Além disso, apresentam um exercício resolvido sobre cálculo de energia cinética onde a notação m_0 está presente.

A coleção *Física Aula por Aula* de Barreto e Xavier (2013)⁷ introduz o tema ressaltando brevemente questões como a concepção de luz no eletromagnetismo

e o experimento de Michelson-Morley, relembra o que seria a relatividade de Galileu e apresenta boxes que destacam a figura do Einstein e do filme *Máquina do Tempo* de Simon Wells. No que se refere ao conceito de massa, descrevem que a massa varia com a velocidade, diferenciando massa de repouso de massa relativística, destacando que o aumento na massa não é um aumento no número de partículas, mas um aumento na inércia. Todavia, explicitam a relação entre m e m_0 , utilizam a notação com o gama $E = \gamma \cdot m_0 c^2$ e retornam à utilização de m_0 expondo a relação $E_0 = m_0 \cdot c^2$. Os autores não discutem a energia total de uma partícula em movimento, não mencionando, assim, a participação do momento na equação da energia.

Na coleção *Física Contexto & Aplicações* de Máximo e Alvarenga (2013),⁸ os autores introduzem o tema situando brevemente o contexto em que Albert Einstein se encontra e ressalta seus trabalhos de maior destaque após ilustrarm em uma linha do tempo, as épocas de desenvolvimento e unificação de teorias da física clássica e moderna. Sobre a discussão que buscamos ressaltar, os autores apresentam uma seção denominada “Nota sobre o conceito de massa” na qual destacam de forma adequada a energia total em função da quantidade de movimento e da energia de repouso, chamando atenção à massa como invariante, ou seja, uma grandeza que independe do referencial. Assim, além de apresentar corretamente a discussão proposta, não diferenciando os conceitos de “massa relativística” e “massa de repouso”, chamam atenção ainda, para a possível interpretação equivocada que esta distinção pode gerar, o que se mostra relevante devido ao grande número de inadequações presentes em diversos textos.

A obra *Física* de Bonjorno et al. (2013)⁹ apresenta breve introdução histórica abordando a simultaneidade. Destaca, além disso, o tema “velocidade da luz”, mostrando as experiências de Fizeau e de Michelson-Morley com suas respectivas conclusões acerca da velocidade da luz. No item seguinte, é abordada a contração de Lorentz-Fitzgerald (contração do espaço) através de um quadro denominado “Pensando Ciência” em que se destaca a Hipótese de Henri Poincaré e se ressalta a relatividade na arte. No que diz respeito ao conceito de massa, os autores abordam a massa como relativa; o corpo em movimento possui massa m e em repouso, m_0 . O autor busca diferenciar quantidade de matéria de medida de inércia, discutindo em seguida, a influência da massa relativística na quantidade de movimento. A obra relaciona, de maneira recorrente, medidas relativísticas ao aumento de massa, como exemplo na

⁴M. Wrublewski, R. Artuso, *Física* (Ed. Positivo, São Paulo, 2013), 1ª ed. v. 3.

⁵M. Pietrocola, A. Pogibin, R. Andrade, T.R. Romero, *Física: Conceitos e Contexto: Pessoal, Social, Histórico* (Ed. FTD, São Paulo, 2013), 1ª ed., v. 3

⁶O. Guimarães, J.R. Piqueira, W. Carron, *Física* (Ed. Ática, São Paulo, 2013), 1ª ed. v. 3.

⁷B. Barreto, C. Xavier, *Física: Aula por Aula* (Ed. FTD, São Palo, 2013), 2ªv. 3.

⁸A. Máximo, B. Alvarenga, *Física: Contexto & Aplicações* (Ed Scipione, São Paulo, 2013), 1ª ed., v. 3.

⁹Bonjorno, Clinto, Prado, Casemiro, *Física* (Ed. FTD, São Paulo, 2013), 2ª ed. v. 3.

¹⁰A.G. Filho, A. Toscano, *Física Interação e Tecnologia* (Ed. Leya, Rio de Janeiro, 2013), 1ª ed., v. 3.

relação $E_0 = m_0c^2$.

O livro didático *Física Interação e Tecnologia* (2013)¹⁰ de Filho e Toscano apresenta um breve contexto histórico com algumas citações tecnológicas oriundas do advento da física moderna. Destaca em um box - “Algo A +” - a inexistência de um “pai” para determinada teoria, destacando que a ciência é construída com a contribuição de diversas pessoas. Os conceitos de dilatação do tempo, simultaneidade e contração do espaço são discutidos de maneira superficial e a relação matemática para comparação dos tempos em diferentes referenciais na TRR aparece apenas em um exercício resolvido, no qual os autores concluem em sua resolução que “Para Jorge, que ficou na Terra, a viagem do irmão durou 5 anos e para Miguel, que estava no espaço, também. Porém, a sensação que Miguel tem é de que se passaram apenas 4 anos.”, ou seja, explicitam como correto um grave erro de interpretação da TRR; o efeito de dilatação do tempo seria apenas uma sensação experimentada pelo viajante. Em relação ao conceito de massa e energia, nenhuma análise ou equação é apresentada.

O livro-texto *Física Para o Ensino Médio* (2013)¹¹ introduz o tema relatividade abordando sistemas de referenciais. Em um quadro “física na história”, é destacado o experimento de Michelson-Morley e apresentadas relações entre a física e o cotidiano, tal como sua influência na música e na tecnologia. Dentro do tópico “A massa relativística”, os autores fazem a seguinte observação “. Note que a massa não é matéria. Portanto, o que aumenta com a velocidade não é a quantidade de matéria, mas a massa que mede a inércia do corpo.”. Em seguida, eles definem a massa em função da velocidade, diferenciando massa relativística (m) da massa de repouso m_0 . Ademais, apresentam a energia relativística como função da massa relativística e a energia de repouso como função da massa de repouso não mencionando o momento da partícula como fator associado.

A coleção *Física* de Gualter, Newton e Helou (2013)¹² introduz o tema relembrando os conceitos de espaço e tempo discutidos na física clássica, ressalta a existência da TRR, bem como da teoria da relatividade geral (TRG) e desenvolve a TRR partindo de seus postulados da TRR. O Livro apresenta uma seção “massa relativística” em que os autores definem massa relativística e massa de repouso destacando que o aumento na massa não é um aumento no número de partículas, mas um aumento na inércia. Em seguida, é apresentado um exercício de variação da massa de uma pessoa que se desloca com grandes velocidades. Na seção “Equivalência entre massa e energia”, a massa de repouso é novamente explicitada na forma $E_0 = m_0c^2$ e a energia

total é referenciada como $E = E_0 + Ec$, que, como ressaltado anteriormente, não faz menção à quantidade de movimento ou aos limites clássicos referentes.

O livro *Compreendendo a Física*, de Gaspar¹³ inicia a discussão que se refere a TRR introduzindo o tema a partir de elementos históricos e da descrição do experimento de Michelson e Morley, abordando, em seguida, o desenvolvimento matemático. Na seção na qual o autor se propõe a discutir a “quantidade de movimento relativístico”, as relações matemáticas entre massa e velocidade são apresentadas corretamente. Na seção seguinte, denominada “energia relativística”, expressões para energia de repouso e momento relativístico, $E_0 = mc^2$ e $p = \gamma mv$, respectivamente, também se mostram adequadas no sentido de não diferenciar m de m_0 . Além disso, o autor traz a relação massa-energia a partir das contribuições do momento da partícula e energia de repouso. No entanto, apesar de destacar que o termo “massa relativística” não é mais aceito pela comunidade científica contemporânea, sendo a massa tratada como uma grandeza invariável, o autor não deixa claro se sua postura seria favorável ou não à adoção e diferenciação entre esse termo e “massa de repouso”. Essa ambiguidade é reforçada por um box intitulado “relatividade da massa” no qual é destacado que Richard Feynman, em uma das coleções mais respeitadas em todo o mundo, apresenta uma expressão para a massa relativística como suficiente para aqueles que pretendem apenas resolver exercícios e destaca, em seguida, que “A maioria dos textos atuais de física moderna, no entanto, omite a expressão relativística da massa, apresentando apenas a quantidade de movimento relativística”. Essa passagem indicaria que o termo “massa relativística” deveria então ser adotado? O box não avança a discussão no sentido de explicitar se a definição apresentada por Feynman seria um artifício de simplificação proposital no objetivo de se ater apenas à resolução de exercícios ou seria a postura definitivamente adotada pelo autor. Desse modo, a massa “ m ”, utilizada pelo autor nas relações matemáticas, exhibe caráter ambíguo, não está claro se a utilizada nas expressões seria “massa de repouso”, “massa relativística” ou apenas “massa”.

A coleção *Quanta Física* (2013)¹⁴ de Menezes *et al.* inicia o tema comentando sobre os limites das teorias de Newton e Galileu. Apesar de utilizar o momento de uma partícula no cálculo de sua energia total, ressaltando ainda as partículas não-massivas, os autores definem, inadequadamente, massa relativística e massa de repouso através da relação entre m e m_0 e na definição do momento relativístico $p = \gamma m_0 v$. Relacionam, além disso, o princípio da equivalência massa-energia aos pro-

¹¹L.F. Fuke, K. Yamamoto, *Física Para o Ensino Médio* (Ed. Leya, Rio de Janeiro, 2013), 3ª ed., v. 3.

¹²R.H. Doca, N.V. Bôas, G.J. Biscuola, *Física* (Ed. Saraiva, São Paulo, 2013), 2ª ed., v. 3.

¹³A. Gaspar, *Compreendendo a Física* (Ed. Ática, São Paulo, 2013), v. 3.

¹⁴C.A. Kantor, L.A. Paoliello, L.C. Menezes, M.C. Bonetti, O. Canato, V.M. Alves, *Quanta Física* (Ed. Pearson, São Paulo, 2013), 2ª ed., v. 3.

cessos de reações nucleares.

No livro *Ser Protagonista* (2013)¹⁵ - que não apresenta autores - inicia-se o tema em um viés histórico-científico de maneira bastante resumida, bem como a abordagem da TRR proposta pelo livro. A obra destaca, ainda, em formato de box, que a massa varia de acordo com a velocidade e “Assim, à medida que um corpo se aproxima da velocidade da luz, sua massa tende ao infinito.” apresentando a massa como variável de acordo com a velocidade. Os exercícios não retomam a discussão sobre o conceito de massa.

Na coleção *Conexões com a Física* de Martini et al. (2013)¹⁶ a TRR é introduzida lembrando-se as transformações de Galileu. A única menção feita à relação entre massa e energia na teoria é acerca dos processos de fissão nuclear, sendo assim, não se destina espaço à discussão do conceito de massa e energia total em relação à energia de repouso e ao momento das partículas. Por não abordar os conceitos discutidos no presente trabalho, não cabe análise de possíveis inadequações.

Na obra *Física Ciência e Tecnologia* de Torres et al. (2013),¹⁷ os autores resgatam temas como a relatividade de Galileu dentre outros nomes como Newton, Maxwell, Lorentz, Michelson e Morley. Os autores não se aprofundam em discussões que poderiam indicar qual o significado adotado para massa no contexto da TRR, nem apresentam a energia total de uma partícula em função de sua quantidade de movimento. Todavia, as fórmulas que se propõem a apresentar são explicitadas corretamente sem diferenciar ou induzir a diferenciação entre diferentes massas. As equações apresentadas são $E_0 = mc^2$, e $E_c = (\gamma - 1)mc^2$.

4. Observações finais

De acordo como o que foi discutido anteriormente, podemos perceber que as representações da relação energia-massa como $E = m_0c^2$ ou $E = mc^2$ não são adequadas,¹⁸ uma vez que a primeira parece indicar que a energia mecânica total de uma partícula livre se reduz à sua energia de repouso desconsiderando sua energia cinética; e a segunda equação - que aparenta estar isenta de equívocos - pode levar à interpretação de que a energia (E) não representa a energia de repouso, logo, deveria ser a massa relativística. No entanto, na seção anterior, mostramos que a maioria dos livros aprovados pelo PNL, além de não destacarem a quantidade de movimento de uma partícula relativística, trazem relações inadequadas que podem desembocar no desenvolvimento de concepções errôneas.

A análise que nos propusemos a realizar no presente

trabalho, versa sobre as obras voltadas ao Ensino Médio aprovadas pelo PNL 2015 física, no entanto, podemos perceber que a inadequação do conceito de massa na teoria da relatividade não é exclusiva desse contexto. Prasad [11] apresenta uma tabela de análise de livros-texto de nível superior onde encontramos diversas obras tidas como referência no cenário da física. O levantamento de Prasad indica que 19 dos 40 livros investigados contêm representações inadequadas para massa e/ou energia relativística. Oas [12] realizou um levantamento em que são classificados livros que discutem a teoria da relatividade em 4 subcategorias, “relatividade especial e geral”, “introdução e física moderna”, “popularização da relatividade e da física” e “temas gerais”, apresentando as publicações por ano de edição. Os dados indicam que a maioria dos livros-texto, em todas as 4 subcategorias, utilizam, de alguma forma, o conceito de massa relativística, inclusive em publicações mais recentes.¹⁹ Todavia, podemos observar em seus dados que, entre os livros-texto introdutórios ao tema que são mais utilizados na graduação, o termo massa relativística, bem como as representações que indicamos como inadequadas vêm sendo abandonadas ao longo dos anos, principalmente a partir da década de 90.

O conceito de massa mostra-se tema de grande discussão nos meios científicos e epistemológicos. Todavia, além de pouco explorado, muitas vezes tem sua utilização na teoria da relatividade restrita, apresentada de maneira inadequada por livros didáticos. Ressaltamos que este panorama se mostra inconsistente com o esperado, uma vez que, além da publicação de diversos trabalhos que discutem esta questão, em grande parte dos livros-texto de física introdutória de nível superior, as representações que levantamos como inadequadas vêm sendo banidas [20] e alguns autores destacam de forma explícita que a massa de uma partícula é uma grandeza invariante [21–23]. Essa avaliação indica uma possível falta de diálogo entre autores de livros didáticos de ensino básico e bibliografia atualizada de nível superior.

É perceptível que temas relacionados a física moderna e contemporânea vem adquirindo maior espaço nos livros-texto do ensino básico. A tendência atual de Inserção da FMC no ensino implica uma maior exploração de conteúdos relacionados, seja historicamente ou com aplicações tecnológicas. Entretanto, nas obras avaliadas, conceitos como de espaço, tempo e massa, considerados fundamentais, muitas vezes continuam alheios à devida discussão que os rodeia, tanto nas teorias clássicas, quanto nas teorias modernas e contemporâneas.

¹⁵Organizadores. *Ser Protagonista* (Edições SM, São Paulo, 2013), Física, 2ª ed., v. 3.

¹⁶G. Martini, W. Spinelli, H. Carneiro B. Sant’Anna, *Conexões com a Física* (Ed. Moderna, São Paulo, 2013), 2ª ed., v. 3.

¹⁷C.M. Torres, N.G. Ferraro P.A.T. Soares, P.C.P. Pentead, *Física Ciência e Tecnologia* (Ed. Moderna, São Paulo, 2013), 3ª ed., v. 3.

¹⁸As representações que julgamos como mais adequadas seriam $E_0 = mc^2$ para energia de repouso e $E = \gamma mc^2$ para energia mecânica total de uma partícula livre, sendo elas discutidas a partir da relação do momento de uma partícula e de sua energia de repouso.

¹⁹O termo “mais recentes” refere-se às publicações analisadas no trabalho em questão, próximas ao ano de 2005.

Ostermann e Ricci [2] anteciparam a análise da utilização inadequada do conceito de massa relativística em um momento anterior à publicação dos PNLEM, atentando aos possíveis erros conceituais apresentados ou às representações que poderiam gerar interpretações equivocadas por parte dos estudantes e professores. Agora, aproximadamente 10 anos depois, o panorama parece não ter se alterado de maneira satisfatória e a maioria das obras não apresenta, de forma adequada, a discussão.

Referências

- [1] Brasil, *Guia de Livros Didáticos PNLD 2015: Física* (MEC, Brasília, 2005).
- [2] F. Ostermann e T.F. Ricci, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **21**, 83 (2004).
- [3] M.D. Cordeiro e L.O.Q. Peduzzi, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **35**, 3602 (2013).
- [4] A.C. Pinto e J. Zanetic, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **16**, 7 (1999).
- [5] F.F. Oliveira, D.M. Vianna e R.S. Gerbassi, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **29**, 447 (2007).
- [6] I. Arriasecq e I. Greca, *Revista Electrónica De Enseñanza De Las Ciencias* **3**, 211 (2004).
- [7] A.P. Pereira e F. Ostermann, *Investigações Em Ensino De Ciências* **14**, 393 (2009).
- [8] J. Loch, N.M.D. Garcia, In *Anais do VII Encontro Nacional De Pesquisa Em Educação E Ciências*, Florianópolis (2009). Disponível em <http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/vii/enpec/pdfs/1335.pdf>.
- [9] A. Morais e A. Guerra, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **35**, 1502 (2003).
- [10] R. Petrônio, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **36**, 4305 (2014).
- [11] Jayanti Prasad, In: *National Center for Radio Astronomy* (Tata Institute of Fundamental Research, Pune, 2010), p. 1-7.
- [12] G. Oas, arXiv preprint physics/0504110 (2008).
- [13] R.A. Martins, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **27**, 11 (2005).
- [14] J.A. Valadares, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **15**, 110 (1993a).
- [15] J.A. Valadares, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **15** 118 (1993b).
- [16] L.B. Okun, *Energy and Mass in Relativity Theory* (Ed. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2009).
- [17] L.B. Okun, *Physics Today* **31**, 31 (1989).
- [18] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields* (Ed. Cambridge, Cambridge, 1995), v. 1.
- [19] J.A. Wheeler, E.F. Taylor, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity* (Ed. Addison Wesley Longman, San Francisco, 2000).
- [20] Halliday & Resnick. *Ótica e Física Moderna*. (Ed. Pearson, São Paulo, 2012), 9^a ed., v. 4.
- [21] S. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers With Modern Physics*. (Ed Brooks Cole, Boston, 2010), 8^a ed.
- [22] P.A. Tipler e R.A. Liewellyn, *Física Moderna* (Ed. LTC, São Paulo, 2012), 5^a ed.
- [23] Sears, Zemansky, *Física Moderna* (Ed. Person, São Paulo, 2013), 12^a ed.