

Comentário crítico sobre o artigo Análise do movimento de projéteis na presença de forças dissipativas para o regime de altas velocidades. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 45, e20230060 (2023)

Fernando Lang da Silveira*¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.

Recebido em 26 de julho de 2023. Revisado em 05 de agosto de 2023. Aceito em 08 de agosto de 2023.

Para o problema do movimento do projétil com força de arrasto proporcional ao quadrado da velocidade **não se conhece uma solução analítica exata**. Essa é a razão de ele não aparecer em consagrados textos de Mecânica como Symon, Goldstein, Marion O problema pode, entretanto, ser abordado por métodos numéricos.

No artigo em pauta os autores encontraram soluções analíticas que não valem para o projétil no regime de altas velocidades. Ou seja, os autores obtiveram soluções para equações diferenciais equivocadas. Indico a seguir os equívocos.

Se a força de arrasto, como concordam os autores, é dada por

$$\vec{F}_A = -b.v.\vec{v}, \quad (1)$$

então suas componentes x e y são dadas por

$$F_{A,x} = -b.v.v_x \quad (2)$$

e

$$F_{A,y} = -b.v.v_y. \quad (3)$$

Desta forma a resultante das forças horizontais sobre o projétil é

$$F_{R,x} = -b.v.v_x \quad (4)$$

ou

$$F_{R,x} = -b.\sqrt{v_x^2 + v_y^2}.v_x. \quad (5)$$

Nota-se agora que a equação 4 no artigo está equivocada pois ela é apresentada como

$$F_{R,x} = -b.v_x^2. \quad (6)$$

Idem para equação diferencial 6 no artigo, cuja forma correta é

$$m \frac{dv_x}{dt} = -b.\sqrt{v_x^2 + v_y^2}.v_x. \quad (7)$$

Equívoco semelhante aconteceu quando os autores obtiveram as equações para o eixo y. Por exemplo, equação diferencial 12 no artigo deveria ter sido escrita como

$$m \frac{dv_y}{dt} = -m.g - b.\sqrt{v_x^2 + v_y^2}.v_y. \quad (8)$$

Desta forma, dado que os autores partem de equações diferenciais equivocadas, todos os demais resultados no artigo não são válidos para o movimento de projétil com força de arrasto proporcional ao quadrado da velocidade.

Finalmente indico alguns artigos que tratam desse interessante problema.

Referências

- [1] P. Chudinov, Athens Journal of Sciences **1**, 97 (2014).
- [2] V. Eltyshev, Y. Barykin e P. Chudinov, Engineering Sciences and Technology Journal **10**, 2 (2015)
- [3] J. Tatum, *Air Resistance Proportional to the Square of the Speed*, disponível em: [https://batch.libretexts.org/print/url=https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical_Mechanics/Classical_Mechanics_\(Tatum\)/07%3A_Projectiles/7.03%3A_Air_Resistance_Proportional_to_the_Square_of_the_Speed.pdf](https://batch.libretexts.org/print/url=https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical_Mechanics/Classical_Mechanics_(Tatum)/07%3A_Projectiles/7.03%3A_Air_Resistance_Proportional_to_the_Square_of_the_Speed.pdf), acessado em 23/07/2023.
- [4] P. Chudinov, V. Eltyshev e Y. Barykin, Revista Brasileira de Ensino de Física **40**, e1308 (2018).

*Endereço de correspondência: lang@if.ufrgs.br