

## Ensino do algoritmo de multiplicação por intermédio do ábaco romano\*

Wilter Freitas Ibiapina<sup>I, II</sup>

<http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.99i252.3484>

### Resumo

Este artigo descreve os resultados de um estudo cujo objetivo foi a aplicação de uma alternativa didática com base no uso do ábaco romano para o ensino de multiplicação, desenvolvido com alunos do 2º ano do ensino fundamental. Foi utilizada como abordagem metodológica a pesquisa qualitativa, visto que o objeto analisado se ajusta aos objetivos dessa modalidade de pesquisa. Quanto aos procedimentos, a investigação pode ser tratada como uma pesquisa-ação, desenvolvida no próprio ambiente escolar. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: observação, diário de bordo, questionários, entrevista e análise documental. Assim, com base nos resultados, pode-se indicar o uso pedagógico do ábaco romano para o ensino do algoritmo de multiplicação.

Palavras-chave: ábaco romano; ensino de matemática; multiplicação, algoritmo.

\* O trabalho guarda singularidades que justificam o ineditismo em relação aos já publicados Ibiapina (2015) e Ibiapina (2017).

<sup>I</sup> Universidade Federal do Cariri (UFCA). Brejo Santo, Ceará, Brasil. *E-mail:* <wilteribiapina@gmail.com>; <<http://orcid.org/0000-0002-1050-7150>>.

<sup>II</sup> Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Natal, Rio Grande do Norte, Brasil.

## **Abstract**

### ***The teaching of the multiplication algorithm through the use of the roman abacus***

*This paper presents the results of a study on the implementation of an alternative approach to teaching multiplication, based on the use of the roman abacus, carried with 2nd-year-elementary school students. The chosen methodological approach is the qualitative research, justified by the suitability of the analyzed object to the goals of this research mode. Furthermore, regarding the procedures, the investigation can be understood as a action-research, which is developed within the school environment. The instruments used to collect data were: observation, logbook, questionnaires, interviews and document analysis. Thus, based on the results, the pedagogical use of the roman abacus can be proposed for the teaching of the multiplication algorithm.*

*Keywords: roman abacus; mathematics teaching; multiplication.*

---

## **Introdução**

Na história da matemática, sabe-se que houve um período em que o homem não sabia contar. Entretanto, ele conseguia estabelecer diferenças entre quantidades e também compará-las sem recorrer à contagem abstrata. Ele conseguia reconhecer vários números sem ter que contar e também sem conhecer as quantidades envolvidas. Dessa forma, a mão do homem é o instrumento mais antigo de contagem e de cálculo. Contudo, ao longo do tempo, ele precisou fazer contagens e cálculos cada vez mais complicados. Diante dessa necessidade, foi então criado o ábaco.

Esse instrumento teve grande importância no comércio e é o antecessor das máquinas de calcular e dos computadores. Atualmente, apesar de todos os benefícios que o uso desse instrumento pode trazer para o ensino de matemática, principalmente nos anos iniciais, existem professores que o ignoram. Outro fator problemático é que, entre os que optam por utilizá-lo, alguns o fazem não pelo que o instrumento pode proporcionar ao aluno, mas apenas como demonstração.

Em relação ao conhecimento matemático ensinado nos anos iniciais do ensino fundamental, percebe-se que existe grande defasagem entre o ideal e o real, sobretudo pelo fato de que, nessa fase do ensino, os conteúdos trabalhados relacionam, e muitas vezes limitam, "as quatro operações elementares de adição, subtração, multiplicação e divisão com o desenvolvimento correto de algoritmos que simplesmente resolvem o problema proposto". (Fetzer, 2011, p. 2).

Uma das dificuldades geradas por esse tipo de procedimento pode ser percebida no ensino do algoritmo de multiplicação para as crianças do ensino

fundamental. As multiplicações desenvolvidas por elas se caracterizam pela ideia de que multiplicar implica fazer uma correspondência entre essa operação e a adição de parcelas iguais. Diante disso, apesar de muitas delas estabelecerem a referida assimilação, na maioria dos casos, as crianças não conseguem antecipar o resultado.

Outros fatores que também podem ser apontados como práticas pedagógicas insatisfatórias são a transmissão oral de conceitos matemáticos, a aplicação de exercícios rotineiros como único meio para que o aluno possa exercitar o que foi transmitido e o fato de muitos professores não permitirem que o aluno efetue multiplicações com dois algarismos, iniciando da esquerda para a direita.

O ábaco romano era um tipo de ábaco de mesa com fichas soltas e várias colunas verticais, o qual era construído, na maioria das vezes, em um pano. Cada coluna, nesse instrumento, representava um agrupamento, geralmente, em potências de base dez. A colocação das fichas é arbitrária. Além disso, não há necessidade de uma maneira especial para a representação do zero, pois a ausência de fichas em uma coluna faz o papel de zero na notação posicional.

O ábaco romano foi escolhido para o desenvolvimento desse trabalho por ser um instrumento de fácil manuseio e que permite rapidez nos cálculos matemáticos. Além disso, sua manipulação é semelhante ao algoritmo ensinado atualmente. O instrumento funciona como uma ferramenta de contagem, que faz o sujeito acompanhar e entender todos os processos realizados. Por meio desse instrumento, desenvolve-se a memória, o cálculo mental e o raciocínio matemático.

A escolha da turma foi realizada com base em dois argumentos: primeiro, os alunos ainda não tinham sido ensinados a multiplicar; segundo, a turma estava vinculada a um projeto de pesquisa, do qual o pesquisador fazia parte. Portanto, visando a facilitação do processo de ensino-aprendizagem de matemática, este trabalho pretende mostrar um recorte da pesquisa que faz uso da história da matemática em atividades com a manipulação do ábaco romano pelo aluno, cujo objetivo foi construir uma alternativa didática para o ensino de multiplicação.

### **História da matemática**

A perspectiva histórica se apresenta como uma tendência metodológica que permite mostrar a matemática como construção humana e também como conjunto de conhecimentos que está em evolução. Essa perspectiva, como recurso didático em sala de aula, é importante, pois, além de motivar as aulas, dando-lhes mais emoção, pode justificar para os alunos o motivo de certos assuntos serem estudados.

Para Mendes (2006, p. 99), pode-se recorrer ao uso de fontes originais na sala de aula por duas razões: "para aproximar os estudantes da

experiência de construção Matemática (conhecimento histórico e cotidiano) e para iniciá-los de modo prazeroso no mundo da Matemática como ciência (conhecimento escolar e científico)”.

Segundo Fossa (2001), uma das formas de se trabalhar com a história da matemática em sala de aula é aquela em que são utilizados materiais concretos. Conforme o autor, esses materiais têm usos importantes na educação matemática, dentre os quais se destaca a possibilidade de apresentar ao aluno várias entidades matemáticas cuja forma analítica é relativamente complexa. Assim:

a História da Matemática, porém, é uma fonte rica em matéria-prima para o desenvolvimento destes tipos de atividades. E estas podem ser destinadas tanto às aulas conduzidas usando o método de redescoberta quanto à elaboração de exercícios de fixação não rotineiros. (Fossa, 2001, p. 56).

Mendes (2006, p. 87) corrobora esse entendimento ao pontuar que:

somos da opinião de que os estudantes podem vivenciar experiências manipulativas resgatadas das informações históricas, com vistas a desenvolver o seu espírito investigativo, sua curiosidade científica e suas habilidades Matemáticas, de modo a alcançar sua autonomia intelectual, principalmente por percebermos que atualmente a escola está deixando cada vez mais de lado esses aspectos indispensáveis para uma educação integral e formadora de cidadãos pensantes.

Desse modo, desde que se desenvolva em forma de atividades para o aluno, a história da matemática pode ser uma grande parceira para a geração da matemática escolar, podendo ser usada de forma investigativa, de modo a ser um agente de estímulo ao ato de aquisição do conhecimento matemático em sala de aula. A base fundamental para que as atividades históricas se constituam em um processo ativo-reflexivo vem da teoria construtivista.

## O ábaco

O ábaco foi um dos instrumentos de cálculo mais usados pela humanidade até o aparecimento dos algarismos hindu-arábicos. O número era registrado no ábaco em notação posicional, o que facilitava as operações aritméticas. A representação não era cifrada como no sistema hindu-arábico, mas, sim, iterada, como no sistema babilônico.

As operações no ábaco são equivalentes às realizadas em sistemas de agrupamentos simples. Segundo Fossa (2010), isso traz como vantagens o fato de que as operações são:

- familiares ao operador pelo seu conhecimento de um sistema numérico de agrupamento simples;
- mecanizadas por meio da manipulação de materiais concretos (as fichas).

A desvantagem é que o operador não desfruta das propriedades do sistema posicional e, assim, perde em eficiência. Em virtude disso, novos procedimentos foram inventados e aproximaram a computação com o ábaco de algoritmos apropriados a sistemas posicionais.

Segundo Smith (1958 *apud* Fossa, 2010), existem três formas básicas de ábaco: uma mesa coberta de pó; uma mesa com fichas soltas; e uma tábua com contas presas em fileiras de arame ou outro material semelhante. O primeiro tipo nada mais era do que uma mesa coberta com pó ou areia, na qual as marcas eram feitas com o dedo. Na realidade, a mesa de pó foi um simples instrumento para registrar um escrito ou uma figura, enquanto o ábaco é um instrumento de cálculo.

Em relação ao ábaco de mesa com fichas soltas, Fossa (2010) informa que são os primeiros ábacos verdadeiros, frequentemente denominados de tabuleiros de contagem ou *countingboards*. Esse objeto é constituído basicamente por uma mesa ou prancha de madeira com várias colunas verticais, nas quais cada uma representa um agrupamento que geralmente está em potências de base dez. Para a representação do zero, não há uma maneira especial, basta deixar a coluna vazia, pois a ausência de fichas em uma coluna faz o papel do zero na notação posicional.

Segundo Fossa (2010), os ábacos romanos, geralmente, apresentavam estrutura semelhante à representada na Figura 1, porém com os numerais do sistema de numeração romano. Inicialmente, as fichas eram feitas de pedra, vidro ou metal, sem nenhuma imagem estampada nelas. Mais tarde, já no século 13, na França, as fichas começaram a ser estampadas com várias imagens.

Devido ao problema de visualização de unidades grandes, poucos ábacos tinham a estrutura conforme a Figura 1. Para simplificar sua forma, muitos utilizavam uma sub-base, como mostra a Figura 2. Vale destacar que cada ficha nas colunas da parte de baixo do ábaco, apresentado na Figura 2, representa uma unidade, enquanto as fichas na coluna acima dos números representam cinco unidades.

| $10^5$ | $10^4$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ |        |        | ●      |        | ●      | ●      |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ●      | ●      | ●●     | ●      | ●●     | ●      | $10^5$ | $10^4$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ |
| ●      | ●      | ●●     | ●      | ●●     | ●      | ●      | ●      | ●      | ●      | ●      |        |
| ●      | ●      | ●●     |        | ●●     | ●      | ●      | ●      |        | ●      | ●      |        |
|        | ●      | ●      |        | ●●     | ●      | ●      | ●      |        |        | ●      |        |
|        |        |        |        | ●      | ●      |        | ●      |        |        | ●      |        |

**Figura 1**  
**Modelo A do ábaco romano**

Fonte: Acervo do autor.

**Figura 2**  
**Modelo B do ábaco romano**

Fonte: Acervo do autor.

Os romanos tiveram ábacos portáteis construídos em pequenas pranchas de metal, geralmente de bronze com segmentos paralelos, por onde deslizavam pequenas esferas. Esses segmentos estão divididos em duas partes, inferior e superior.

Segundo Fossa (2010), durante a Idade Média, Gerbert d'Aurillac (c. 950-1003), que mais tarde se tornou o Papa Silvestre II (999-1003), inventou um ábaco com fichas marcadas com símbolos numéricos. Gerbert, em vez de colocar traços ou marcas em cada coluna, construiu fichas com a numeração hindu-arábica que trouxera da Espanha.

O terceiro tipo de ábaco era o de fichas presas, em que as fichas corriam sobre um fio vertical, dividido em duas partes por um pedaço de madeira, onde as contas eram realizadas movimentando as fichas de um lado para o outro, dependendo do número.

Os ábacos foram instrumentos concretos que necessitavam de manipulação para a representação e a realização de qualquer operação. A percepção dos números se fazia por meio de sua disposição no material. O seu uso é uma técnica concreta de representação de números.

### A representação no ábaco romano

Para representar o número 695 no ábaco romano, é preciso observar o valor numérico de cada algarismo e colocar a quantidade de fichas que corresponde ao valor de cada algarismo. Não há uma ordem para o início da representação dos números no ábaco, entretanto, para exemplificação neste trabalho, a ordem será da direita para a esquerda. Na primeira coluna, no sentido descrito anteriormente, colocam-se cinco fichas, como mostra a Figura 3; na segunda coluna do mesmo sentido, colocam-se nove fichas e, na terceira, seis fichas.

| M | C   | X   | I   |
|---|-----|-----|-----|
|   | • • | • • | • • |
|   | • • | • • | • • |
|   | • • | • • | •   |
|   |     | • • |     |
|   |     | •   |     |

Figura 3 – Representação do número 695

Fonte: Acervo do autor.

Dependendo da quantidade de colunas, pode-se representar no ábaco qualquer número natural. Vale ressaltar que não há necessidade de representar o zero, pois a ausência de fichas em uma coluna faz o papel do zero na notação posicional.

### A multiplicação

O método de multiplicação, utilizado nesta pesquisa, é conhecido como método das ordens numéricas mais altas, o qual é semelhante ao que se

usa hoje em dia com o algoritmo, porém se começa pelas ordens numéricas mais altas. Nele, as fichas em cada parte de uma coluna de um fator são multiplicadas pelas fichas em cada parte de cada coluna do outro fator.

Pelo fato de se iniciar a multiplicação pelas ordens mais altas, Fossa (2010) afirma que é preciso uma regra que determine onde colocar os produtos parciais. Segundo essa regra, "sejam as fichas em coluna  $m$  'multiplicadas' pelas fichas em coluna  $n$ , então as unidades do produto são colocadas na coluna  $m + n - 1$ , onde as colunas são numeradas começando com as das unidades" (Fossa, 2010, p. 302). Ou seja, iniciava-se multiplicando a coluna de ordem maior do fator superior pela ordem maior do fator inferior. Para determinar onde colocar os produtos parciais, utilizava-se a regra:  $m + n - 1$ , em que  $m$  e  $n$  representam as colunas. Elas eram numeradas começando das unidades.

Exemplo: multiplique 58 por 32:

1º passo: os fatores são registrados no ábaco, conforme Figura 4.

| M | C | X   | I   |                   |
|---|---|-----|-----|-------------------|
|   |   | • • | • • | Multiplicador (u) |
|   |   | • • | • • |                   |
|   |   | •   | • • | Multiplicando (m) |
|   |   | • • | • • |                   |
|   |   | • • | • • | Produto (p)       |

Figura 4 – 1º passo

Fonte: Acervo do autor.

Observe que os produtos parciais serão registrados na parte inferior do ábaco.

2º passo: começa-se com as cinco fichas da coluna das dezenas do multiplicador e três da coluna das dezenas do multiplicando. Então:  $5 \times 3 = 15$ , e coloca-se na coluna  $2 + 2 - 1 = 3$ , que é a coluna das centenas, ou seja, colocam-se cinco fichas na coluna das centenas e uma na coluna das unidades de milhar.

Continuando, tem-se:

- $5 \times 2 = 10$  em coluna  $2 + 1 - 1 = 2$ . Portanto, deixa-se a coluna das dezenas vazia e se acrescenta uma ficha na coluna das centenas.

| M | C                 | X               | I                        |                   |
|---|-------------------|-----------------|--------------------------|-------------------|
|   |                   | • •<br>• •<br>• | • •<br>• •<br>• •<br>• • | Multiplicador (u) |
|   |                   | • •<br>•        | • •                      | Multiplicando (m) |
| • | • •<br>• •<br>• • |                 |                          | Produto (p)       |

Figura 5 – 2º passo

Fonte: Acervo do autor.

3º passo: faz-se o mesmo procedimento com as oito fichas da coluna das unidades do multiplicador.

- $8 \times 3 = 24$  em coluna  $1 + 2 - 1 = 2$ . Acrescentam-se quatro fichas da coluna das dezenas do produto e em seguida acrescentam-se duas fichas na coluna das centenas do produto.
- $8 \times 2 = 16$  em coluna  $1 + 1 - 1 = 1$ . Colocam-se seis fichas na coluna das unidades e uma na coluna das dezenas.

| M | C                        | X               | I                        |                   |
|---|--------------------------|-----------------|--------------------------|-------------------|
|   |                          | • •<br>• •<br>• | • •<br>• •<br>• •<br>• • | Multiplicador (u) |
|   |                          | • •<br>•        | • •                      | Multiplicando (m) |
|   | • •<br>• •<br>• •<br>• • | • •<br>•        | • •<br>• •<br>• •        | Produto (p)       |

Figura 6 – 3º passo

Fonte: Acervo do autor.

Segundo Fossa (2010), o que é notável em relação a essa maneira de multiplicar é que se afasta da estrutura interativa do ábaco e se aproxima da estrutura posicional implícita no instrumento. Para isso, há um aumento nos cálculos mentais, pois, nesse método, necessita-se aprender a tabuada de multiplicação em vez de contar as fichas.

Além disso, o procedimento é bastante parecido com o método atual de multiplicação, baseado na notação posicional. Entretanto, a operação inicia com as ordens numéricas mais altas e isso faz com que seja necessário o uso de uma regra para determinar a coluna em que as fichas devem ser colocadas.



### Desenvolvimento metodológico: caminhos percorridos

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola municipal na cidade de Natal, no estado do Rio Grande do Norte, cuja data de fundação é entre 1959 e 1960. A clientela da escola é formada por crianças, jovens e adultos de famílias com perfis bem diversificados, incluindo aqueles que residem no bairro em que a escola está localizada, bem como em outros bairros, além de filhos de pessoas que trabalham próximo à escola.

A turma pesquisada era formada por 20 alunos, sendo 12 meninos e 8 meninas, com a faixa etária variando de 7 a 9 anos. A maioria era de filhos de comerciários, mecânicos e domésticas; um era filho de professora de uma escola privada da região, outro era filho de vigilante. Entretanto, dois eram criados pelos avós: um deles porque os pais ou se encontravam presos ou eram usuários de drogas; já o outro porque a mãe havia se casado com outra pessoa e deixara o filho aos cuidados dos avós.

No ano em que a pesquisa foi desenvolvida, a escola funcionava no turno matutino para o público de educação infantil e ensino fundamental, do 1º ao 5º ano, com um total de 215 alunos; no turno vespertino, para o público de ensino fundamental, do 6º ao 9º ano, com 259 alunos; e, por fim, no noturno, para alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em um total de 190 alunos.

Os alunos da turma investigada já sabiam somar e subtrair números com apenas um algarismo, assim como realizavam algumas das adições e subtrações sem o auxílio de materiais; em outras, eles ainda usavam os dedos para chegar ao resultado, mas quase todos sabiam somar ou subtrair números com apenas um algarismo, porém, não sabiam efetuar operações com números com mais de dois algarismos. Além disso, não sabiam efetuar multiplicações porque era um conteúdo que ainda não lhes fora ensinado.

Este estudo utiliza como abordagem metodológica a investigação qualitativa. De acordo com o que elenca Godoy (1996 *apud* Oliveira, 2012) e Bogdan e Biklen (1994), esta pesquisa pode ser qualitativa, pois apresenta as características que, segundo os autores, configuram esse tipo de estudo: ambiente natural como fonte direta de dados e pesquisador como instrumento fundamental; caráter descritivo; significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida, que deve ser uma preocupação do investigador; e enfoque indutivo.

Além disso, esta pesquisa comunga com a abordagem qualitativa por utilizar-se de alguns instrumentos inerentes a essa abordagem metodológica, como as entrevistas (que ocorreram por meio do diálogo entre o professor-pesquisador e os alunos), as observações, o diário de bordo, os questionários, a análise documental e o estudo de caso.

Entre as modalidades da pesquisa qualitativa, optou-se pela pesquisa-ação, devido ao fato de que o pesquisador se introduz “no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo, para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes” (Fiorentini; Lorenzato, 2006, p. 112).

Um dos instrumentos utilizados para a coleta de dados foi a observação. Para Vianna (2003, p. 12), esse método consiste em “uma das importantes fontes de informações em pesquisas qualitativas em educação”, uma vez que se trata de técnica de coleta de dados que ajuda o pesquisador a identificar e a obter provas a respeito de objetivos que quer alcançar, pois ele terá um contato mais direto com a realidade. Entre as modalidades de observação, optou-se pela observação participante: “Uma das vantagens da observação participante é a de que, com seu próprio comportamento, é possível ao pesquisador testar hipóteses por intermédio da criação de situações que normalmente não ocorreriam” (Vianna, 2003, p. 50).

Quanto ao questionário, esse instrumento foi utilizado a fim de caracterizar e descrever os sujeitos do estudo, destacando algumas variáveis como idade, sexo, entre outros aspectos. Esse método foi escolhido também devido à facilidade de aplicação a um grande número de sujeitos. Segundo Oliveira (2012, p. 83), de modo geral, “os questionários têm como principal objetivo descrever as características de uma pessoa ou de determinados grupos sociais”. Entre as modalidades de questionário, optou-se pela aberta. Essa modalidade não apresenta alternativas para as respostas.

Para o registro das observações, foi utilizado um diário de campo. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), esse é um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo, pois é nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, registra episódios ou retrata diálogos.

Neste estudo, os diários assumiram dupla perspectiva: uma descritiva, na qual se prenderam à descrição de atividades e afetividades, diálogos, gestos, procedimentos didáticos, ambiente e dinâmica da prática do próprio comportamento do observador; e outra interpretativa, que, por sua vez, apontou o olhar para a escola e a sala de aula como espaços socioculturais produzidos por seres humanos, isto é, “por sujeitos que participam da trama social com seus sentimentos, ideias, sonhos, decepções, intuições, experiências, reflexões e relações interpessoais” (Fiorentini; Lorenzato, 2006, p. 119).

A entrevista foi utilizada para aprofundar e esclarecer alguns elementos que permeiam a presente pesquisa. De modo geral, esse instrumento foi utilizado como avaliação final dos alunos. O método, nesse sentido, permite uma obtenção mais direta e imediata dos dados. Segundo Oliveira (2012, p. 86), a entrevista “é um excelente instrumento de pesquisa por permitir a interação entre pesquisador(a) e entrevistado(a) e a obtenção de descrições detalhadas sobre o que se está pesquisando”.

Na pesquisa aqui relatada, adotou-se especificamente uma entrevista semiestruturada, pois nessa modalidade o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre várias questões específicas, organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a conversa e, de acordo com o seu desenvolvimento, poderá alterar a ordem desses pontos ou, até mesmo, formular questões não previstas inicialmente.

Para a análise documental, foram utilizados os principais documentos relacionados à pesquisa, mais especificamente, as observações da

pesquisa-ação, os questionários, as notas de campo, as atividades desenvolvidas durante as aulas e as avaliações. Todos esses documentos foram utilizados a fim de contextualizar o objeto, aprofundar o estudo e completar as informações coletadas por meio de outras fontes.

### **A experiência educacional: o desenvolvimento em relação à proposta pedagógica**

A investigação foi desenvolvida entre os meses de abril e setembro do ano de 2013, tendo um recesso no mês de julho devido às férias escolares. O pesquisador frequentou a escola, em média, duas vezes por semana, participando das aulas, cuja duração era de duas horas.

Foram desenvolvidas atividades de construção do ábaco pelos próprios alunos, seguidas da representação e da multiplicação utilizando o ábaco romano. Além disso, no final de todo o trabalho de pesquisa, foi realizada uma avaliação final.

Durante o desenvolvimento das atividades de construção e representação, a turma foi dividida em duplas. A composição dessas duplas, no que se refere à escolha de seus membros, ficava a critério dos alunos. Na oportunidade, eles se agrupavam obedecendo a critérios, sobretudo, relativos à afinidade.

O primeiro momento teve como objetivo a construção do ábaco realizada pelos próprios alunos; para tanto, eles utilizaram régua, pincel e cartolina. No início da confecção do aparelho, foi-lhes apresentado o modelo a partir do qual construiriam os próprios ábacos. Menciona-se aqui que as fichas foram construídas anteriormente pelo pesquisador e que foram confeccionadas em um papel do tipo cartão e depois plastificadas. Esses materiais foram utilizados pelo fato de serem de fácil acesso e de baixo custo, o que torna viável a utilização deles durante as aulas.

Inicialmente, foi perguntado aos alunos como construiriam as colunas do ábaco. Muitos sinalizaram com os dedos, fazendo o desenho do instrumento. Desse modo, eles ficaram à vontade para fazer o aparelho como acreditavam que fosse.

Na sequência, passou-se à atividade de representação no ábaco, cujos objetivos eram que os alunos representassem as quantidades no instrumento; identificassem as características do material e pudessem manipulá-lo; verificassem as quantidades representadas no ábaco, associando as peças aos valores numéricos; reconhecessem e utilizassem o valor posicional como característica do Sistema de Numeração Decimal; e, por fim, que reconhecessem a importância do zero no valor posicional.

Em seguida, foi-lhes perguntado como representariam o número quatro no ábaco. Eles responderam que colocariam quatro fichas no aparelho. Quanto à coluna em que deveriam colocar as fichas, as respostas dos alunos foram conflituosas. Todas as casas chegaram a ser mencionadas.

Com a percepção das divergências, os alunos foram confrontados com os números que estavam na parte superior do aparelho. Foi-lhes perguntado

o que significavam aqueles números. Apenas um dos estudantes soube dizer que aquele numeral “um”, na coluna das unidades, significava que, a cada ficha colocada na coluna, uma unidade seria representada, ou seja, que o dez na coluna das dezenas significava que cada ficha representava dez unidades e assim por diante.

Os alunos, inicialmente, representaram o número dez no ábaco colocando dez fichas na coluna das unidades. Essa resposta foi comum entre todos os alunos. Convém lembrar que a resposta não está errada, mas, de acordo com a estrutura do ábaco, quando uma coluna possui dez fichas, as fichas devem ser trocadas por uma na casa subsequente.

Logo foi perguntado quanto valia cada ficha nas unidades. Um aluno X (os nomes serão substituídos por letras para que o aluno não seja identificado) disse que valia “um” e justificou explicitando que esse era o valor de cada ficha porque era o número que estava na parte superior da coluna. Depois disso, perguntou-se qual número estava na coluna seguinte, e o aluno X disse que era “dez”. Assim, foi perguntado o que significava aquele dez na coluna seguinte. Ele disse, então, que cada ficha naquela coluna representava dez unidades. Depois foi questionado aos demais alunos como fariam para representar o dez. Naquele momento, eles não responderam, apenas representaram o número corretamente no aparelho.

Em seguida, os alunos foram orientados a representar o número 25 no ábaco e a proposição foi desenvolvida sem dificuldades. Na oportunidade, pediu-se que fosse observada a forma como o número era representado no ábaco e a sua representação simbólica e, depois, as semelhanças existentes entre as duas representações foram discutidas com eles.

Os alunos conseguiram notar que o numeral dois significava que eram duas fichas na coluna das dezenas e que valia 20 unidades. Perceberam, também, que o numeral cinco era equivalente a cinco fichas na coluna das unidades.

A atividade seguinte referiu-se à multiplicação. Inicialmente, perguntou-se aos alunos se eles já haviam ouvido falar em multiplicação. Todos os alunos disseram não, exceto Y, que disse sim. Então, foi perguntado ao aluno como ele fazia para multiplicar. Ele afirmou que “somava os números bem grandes”. A ideia de somar números grandes significava para ele a adição de parcelas, em que um dos fatores apresenta valor absoluto alto. Foi-lhe perguntado quais eram esses números, como era feita essa soma e, em seguida, qual era a multiplicação de dois por quatro, mas ele não soube responder.

A primeira pergunta relacionada à atividade foi a seguinte: “Se uma pessoa tem dois olhos, então quantos olhos têm três pessoas?”. Após esse questionamento, vários alunos começaram a separar os dedos, de dois em dois, até chegar a seis. Eles separaram três grupos, e cada grupo tinha dois dedos, que estavam relacionados aos dois olhos.

A segunda pergunta foi: “Se uma pessoa tem dois braços, quantos braços têm cinco pessoas?”. Alguns alunos resolveram separando de dois em dois dedos, seguindo o mesmo procedimento anterior. Entretanto, o aluno M apontava para seus amigos da classe e contava os braços de cada um.

Por fim, foi perguntado: "Se uma mão tem cinco dedos, então quantos dedos têm cinco mãos?". Todos os alunos, exceto J, contaram os seus dedos se atentando para quantas mãos seriam contadas. Após a contagem, eles deram o resultado sinalizando para 25 dedos. Logo após, perguntou-se aos alunos se eles sabiam qual era o símbolo da multiplicação; eles responderam que não. Assim, foi apresentado a eles o símbolo "×", que representa a multiplicação. Depois, foi perguntado quanto era cinco vezes dois. Como esperado, os alunos não souberam dizer qual o resultado dessa multiplicação.

Então, foi repetida a pergunta: "Se uma pessoa tem dois braços, quantos braços têm cinco pessoas?". Em seguida, perguntou-se qual procedimento eles utilizaram para solucionar. Todos procuraram responder, e a ideia que transmitiram foi a seguinte: "pegamos dois, depois somamos mais dois, depois mais dois...".

Com isso, questionou-se aos alunos quantas vezes eles somaram o número dois. Eles disseram que "foram cinco vezes". Então, foi colocado no quadro  $5 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ .

A primeira questão da atividade escrita era semelhante aos primeiros itens da atividade oral. Um dos problemas propostos foi o seguinte: "Um ferreiro precisa colocar ferraduras em 6 cavalos. Sabendo que cada cavalo possui 4 patas, quantas ferraduras serão colocadas?". Os alunos responderam desenhando no espaço da resposta os cachorros, os cavalos, as bolinhas e as petecas. Outros fizeram conforme o algoritmo; representaram a operação e depois colocaram o resultado.

Já na segunda questão, era proposto que os alunos resolvessem as multiplicações cujo multiplicador era um ou dois. Quando o multiplicador era dois, os alunos, antes de colocar o resultado, representavam em forma de adições repetidas. Já para o multiplicador igual a um, eles apenas colocavam o resultado. Isso pressupõe que eles colocaram o resultado direto devido a ser apenas uma parcela. Alguns chegaram até a expressar oralmente, por exemplo: "um vezes nove é igual a nove, porque é o nove uma vez".

A terceira questão tinha como proposta que os alunos resolvessem as multiplicações com diferentes multiplicadores. Muitos estudantes responderam usando a adição de parcelas repetidas. Outros usaram os dedos ou as próprias fichas do ábaco para contar e colocaram apenas os resultados. A ideia dessas duas primeiras atividades era apenas que os alunos soubessem como realizar a operação da multiplicação, que eles se familiarizassem com ela, já que nunca haviam ouvido falar.

A primeira questão da segunda atividade escrita abordou a multiplicação de dois números naturais, em que um deles era constituído de apenas um algarismo, enquanto o outro possuía dois ou três algarismos, ou seja, os três primeiros subitens abordaram a multiplicação de dois números naturais, dos quais um dos números possuía um algarismo, enquanto o outro, dois algarismos. Nessa questão, não era necessário fazer a conversão de dez unidades em dezenas.

As multiplicações foram realizadas com base na manipulação do ábaco. Os alunos representaram os dois números no aparelho e, em seguida, cinco

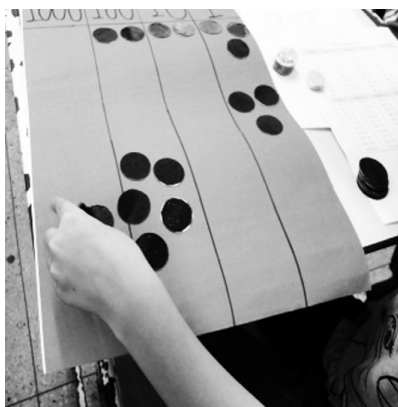
alunos juntaram as fichas e deram o resultado; e outros multiplicaram as unidades e colocaram as mesmas fichas das dezenas no resultado, como se tivessem somado. Por exemplo, se a proposta era multiplicar 12 por 3, eles representavam os números 12 e 3 no aparelho; em seguida, apenas juntavam as fichas, totalizando 15. Outros representavam os dois números no aparelho e, em seguida, multiplicavam 2 por 3, colocavam o resultado na parte de baixo e, na coluna das dezenas, colocavam uma ficha. Os demais realizaram a soma de parcelas repetidas, como fizeram na multiplicação de dois números com apenas um algarismo.

Como os alunos não responderam conforme o esperado, foi feita uma intervenção. Aos alunos que fizeram com adição de parcelas iguais, foi dito que o modo como eles responderam estava certo, mas que o objetivo da atividade era responder de outra forma, que poderia ser, inclusive, mais fácil para eles.

Foi colocado no quadro o modo como a maioria fez; no caso, era o modo que já estava sendo trabalhado. Como o objetivo era multiplicar 12 por 3, foi colocado que  $3 \times 12 = 12 + 12 + 12$ . Com isso, foi perguntado quantas vezes o número 2 aparecia. Alguns disseram que três vezes, outros ficaram calados. Então, indagou-se: "Já que o 2 está sendo somado 3 vezes, pode-se dizer que isso é  $3 \times 2$ , ou seja,  $3 \times 2$  é igual a  $2 + 2 + 2$ , que é igual a 6?"

Depois, foi perguntado quantas vezes o "um" estava sendo somado. Todos disseram três vezes. Então, foi perguntado se aquilo era o mesmo que  $3 \times 1$ . Após algum tempo pensando, um aluno disse que sim, outros três confirmaram. Em seguida, foi perguntado se eles observavam alguma relação na multiplicação que haviam feito. O aluno Y disse que "era como se multiplicasse o 1 e o 3". Logo, foi dito que estava certo e explicado aos demais o raciocínio do aluno e como eles deveriam resolver a multiplicação. Assim, todos foram estimulados a solucionar as demais multiplicações.

Durante a resolução, os alunos resolveram de três modos diferentes: um com base na multiplicação de ordens altas; outro considerando a multiplicação de ordens baixas; além disso, um aluno ainda resolveu um dos subitens por meio da adição de somas repetidas. As figuras 7, 8 e 9 mostram como os alunos X, J e L responderam a multiplicação de 21 por 4.



**Figura 7**  
Multiplicação da aluna A

Fonte: Pesquisa do autor.



**Figura 8**  
Multiplicação do aluno X

Fonte: Pesquisa do autor.



**Figura 9**  
Multiplicação do aluno L

Fonte: Pesquisa do autor.

Na Figura 7, pode-se perceber que a aluna A começou a multiplicação nas ordens mais altas, enquanto a Figura 8 mostra o aluno X resolvendo pela adição de parcelas iguais. A Figura 9 mostra o aluno L colocando as fichas relacionadas à multiplicação de 4 por 20. Como se pode observar, multiplicou primeiro as unidades e depois multiplicou unidade por dezena.

Quanto aos três últimos subitens da primeira questão, as dificuldades apresentadas pelos alunos relacionavam-se à leitura do número, pois eles não sabiam ler números com mais de três algarismos. Por exemplo, na letra "e", pedia-se para multiplicar 223 por 3. Um dos alunos, ao encontrar o resultado, perguntou: "Eu coloco 66 e depois o 9, né?". Entretanto, em relação à multiplicação, eles não apresentaram dificuldades.

Quanto à segunda questão dessa atividade, a única dificuldade apresentada pelos alunos foi em falar o resultado quando envolvia centenas. Eles efetuaram as multiplicações conforme o item anterior; entretanto, nesse item, eles tiveram que fazer as conversões de unidades em dezenas. Apesar disso, não apresentaram dificuldades, pois já haviam desenvolvido atividades semelhantes anteriormente.

Na terceira atividade escrita, as multiplicações dos três primeiros subitens eram semelhantes às atividades anteriores. Essas multiplicações foram utilizadas para reforçar o que já havia sido trabalhado a fim de facilitar as multiplicações dos subitens seguintes. Os alunos não tiveram dificuldades em resolvê-las; todos resolveram conforme o que já havia sido trabalhado.

Quanto aos subitens seguintes, eles abordavam multiplicações de números com dois algarismos. Os alunos iniciaram as operações normalmente, por exemplo, na multiplicação entre os números 12 e 23, eles representaram os dois números no ábaco e iniciaram multiplicando as unidades do multiplicador pelas unidades do multiplicando; depois multiplicaram as unidades do multiplicador pelas dezenas do multiplicando. Quando multiplicaram as dezenas do multiplicador, todos efetuaram as multiplicações. Os alunos colocaram os resultados abaixo do anterior, seguindo o mesmo raciocínio da multiplicação das unidades do multiplicador, sem considerar o valor posicional de cada algarismo.

Com isso, foi necessário realizar uma intervenção. Foi mostrado a eles que a parte inicial da multiplicação estava correta. Quanto à segunda parte, foi dito que não estava certa por causa da disposição das fichas. Para chamar a atenção dos alunos, foi perguntado a eles qual número faltava ser multiplicado. Todos disseram que era o número 2. Questionou-se, também, qual multiplicação estava sendo proposta. Eles disseram que era "12 por 23". Então, foi perguntado a eles se a segunda parte da multiplicação era 12 por 20 ou 12 por 2. Ficaram em silêncio e depois um aluno disse que era por 20.

Dessa forma, foi pedido que eles multiplicassem 12 por 20. Eles multiplicaram 2 por 20 efetuando a adição de duas parcelas de 20. Em relação ao número 10, eles somaram o número 20 dez vezes. Logo após realizarem essas multiplicações, foi pedido que eles juntassem com a multiplicação das três unidades do multiplicador, pois a ideia era multiplicar 12 por 23, e o numeral 23 é formado por  $20 + 3$ .



A primeira questão da atividade seguinte era semelhante à atividade anterior. O objetivo era enfatizar a multiplicação com dois algarismos. Os alunos ficaram à vontade para multiplicar. Eles não apresentaram dificuldades nessa parte. Como sempre, iniciaram multiplicando unidades por unidades, em seguida unidades por dezenas. Depois, dezenas por unidades e, por fim, dezenas por dezenas. Sempre que necessário, faziam as conversões e colocavam as fichas conforme os valores de cada ordem.

A segunda questão abordava a multiplicação das dezenas. Apesar de os alunos terem efetuado multiplicações semelhantes antes, nessa etapa eles chegaram ao resultado com base na adição de parcelas iguais. Entretanto, somente a partir do terceiro subitem e depois de serem confrontados sobre a relação da quantidade de zeros com a quantidade de casas vazias, alguns alunos perceberam a relação.

Para finalizar o ciclo de aplicação das atividades, foi realizada uma atividade avaliativa sem o auxílio do ábaco. As intervenções foram feitas lembrando aos alunos como realizaram as operações com o ábaco. Pode-se perceber que eles não apresentaram dificuldades e não demoraram a terminar a tarefa.

The image shows four handwritten multiplication problems on a grid background:

- $32 \times 12$ : The student has written  $32$  above  $12$ , with a horizontal line. Below the line, they have written  $364$  and  $320$  with a plus sign between them, and a final result of  $384$ .
- $42 \times 32$ : The student has written  $42$  above  $32$ , with a horizontal line. Below the line, they have written  $182$  and  $1230$  with a plus sign between them, and a final result of  $1322$ .
- $15 \times 64$ : The student has written  $15$  above  $64$ , with a horizontal line. Below the line, they have written  $20$ ,  $40$ ,  $300$ , and  $600$  with plus signs between them, and a final result of  $960$ .
- $47 \times 82$ : The student has written  $47$  above  $82$ , with a horizontal line. Below the line, they have written  $47$ ,  $140$ ,  $800$ , and a final result of  $987$ .

Figura 10 – Resposta de um dos alunos durante a avaliação

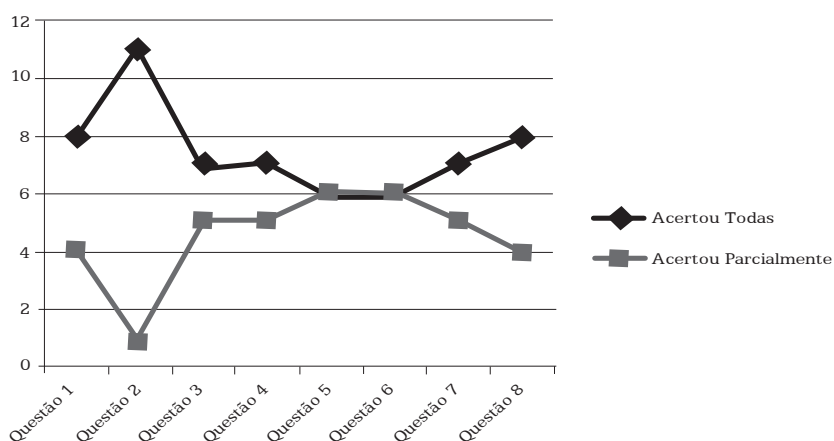
Fonte: Pesquisa do autor.

Por fim, a Figura 10 mostra uma das respostas apresentadas pelos alunos durante a avaliação. Como se percebe, o aluno fez todos os cálculos, exceto durante a multiplicação de 20 por 40, pois muitos deles perceberam a relação entre os zeros dos fatores e o do produto. Não só esse aluno, mas a maioria deles não colocou o sinal da adição no final. Pode-se perceber também que, na multiplicação de 15 por 64, o aluno, inicialmente, multiplicou 5 por 4 e, em vez de colocar o zero abaixo do 4 e, em seguida, colocar o número 2 em cima do 1 para somar com o resultado da multiplicação de 1 por 4, preferiu registrar o resultado normalmente e depois efetuar as adições necessárias. O interessante disso é a experiência desenvolvida pelo aluno, o fato de ele vivenciar essas experiências lhe proporciona a organização do próprio conhecimento.



### Apresentação de dados mensuráveis

Foram desenvolvidas oito questões respondidas individualmente pelos alunos. A primeira questão abordou problemas de multiplicação cuja finalidade era introduzir as ideias de multiplicação, pois os alunos ainda não haviam sido ensinados a multiplicar. Nessa questão, o erro foi, sobretudo, na contagem das parcelas, pois, como eles desenvolveram por meio da soma de parcelas iguais, faltava uma parcela para completar ou faltava uma unidade para chegar ao resultado. O desempenho dos alunos nessa questão pode ser observado no Gráfico 1:



**Gráfico 1 – Quantidade de alunos que acertaram todos os itens e parcialmente a atividade de multiplicação**

Fonte: Elaboração própria.

Na segunda questão, os alunos efetuaram multiplicações por 1 e por 2. O aluno X errou um dos itens, pois deveria ter multiplicado o número 2 por 1 e ele apenas colocou 1 como resultado. Seguindo o desenvolvimento dos itens anteriores, o aluno adicionaria um a um e encontraria o resultado da multiplicação. Entretanto, colocou apenas uma parcela.

Na terceira questão, o aluno J disse que eram muitos números e que estava com preguiça de fazer. O aluno Z errou pelo fato de ter colocado como resposta um dos fatores. O aluno Y errou, pois colocou também como resposta um dos fatores. O aluno M errou ao somar as parcelas de um dos itens e também por deixar outros itens em branco. Por fim, a aluna P errou, pois colocou como resposta um dos fatores. Ressalta-se que ela não chegou a efetuar a operação, apenas colocou o fator como resposta.

Na quarta questão, o aluno M errou um item e deixou outros em branco. A justificativa para ter deixado em branco foi que não estava interessado em fazer as atividades. Já o erro ocorreu porque, ao multiplicar 4 por 21, ele colocou como resultado 80 e, ao multiplicar 122 por 4, colocou como

resultado 422. Mesmo com as intervenções e com as conversas, ele disse que não queria fazer e que estava com sono, pois havia dormido tarde.

Já em relação à aluna O, não se conseguiu reconhecer o resultado colocado por ela. Foi-lhe perguntado que número era aquele apresentado como resposta e ela não soube responder. Em outro item, ela errou ao apontar o resultado.

Em relação à quinta questão, pode-se perceber que o erro dos alunos X, M, N e O foi pelo fato de eles terem se esquecido de acrescentar uma ficha na coluna das dezenas ao realizar a conversão das unidades em dezena, enquanto o erro de outros dois (Y e K) ocorreu porque repetiram os fatores.

Na sexta questão, por mais que se buscasse extrair algo do aluno M ou incentivá-lo a participar, ele não dava muita atenção ao que era falado. Quando não abaixava a cabeça dizendo que estava com sono e queria dormir, ele queria brincar. Os alunos B e A erraram por falta de atenção ao representar o resultado.

Em relação à sétima questão, os alunos K e P erraram a multiplicação de 36 por 13, pois colocaram como resultado 428. A aluna A errou, pois colocou como resposta 345, que é a resposta da multiplicação seguinte. Os alunos X e O erraram, pois colocaram como respostas os primeiros fatores de cada multiplicação. Esses alunos não chegaram a efetuar as multiplicações, apenas colocaram como resposta os primeiros fatores.

Os alunos X, Y, R e T erraram a oitava questão, pois apenas repetiram um dos fatores. Depois da intervenção, todos eles conseguiram responder corretamente os itens seguintes. Nessa questão, os alunos observaram a semelhança entre a quantidade de “zeros” dos fatores e a do resultado e, a partir do terceiro e do quarto itens, eles não usavam mais o ábaco, pois passaram a realizar cálculos mentais de algumas multiplicações, acrescentando os zeros.

Pelo Gráfico 1, pode-se perceber que, nas questões quatro e cinco, a quantidade de alunos que acertaram todas e que também acertaram parcialmente foi a mesma. Entretanto, pode ser visto que a quantidade de alunos que acertaram todas sempre foi superior à quantidade de alunos que acertaram parcialmente.

### **Considerações finais**

Com base no que foi exposto, pode-se perceber que o ábaco apresentou-se como um instrumento capaz de auxiliar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da criança sobre o sistema de numeração hindu-arábico.

Durante as atividades de representação, os alunos puderam conhecer algumas características do sistema de numeração decimal, entre elas a de que cada algarismo representa uma determinada quantidade de acordo com a posição que ele ocupa na representação do numeral. Por meio das atividades, eles aprenderam a multiplicar. Para introduzir essa operação, abordou-se inicialmente a adição sucessiva para o conceito de multiplicação,

incluindo a antecipação do produto de dois números com um algarismo. Entretanto, devido às sequências das atividades, os alunos abandonaram progressivamente a ideia de adição sucessiva e foram direto ao resultado.

É interessante desenvolver atividades nesse sentido, pois os alunos constroem gradativamente as ideias iniciais de multiplicação. Além disso, aos poucos, aprendem a tabuada e progridem em cada etapa da atividade, deixando de lado a adição sucessiva e passando para o raciocínio multiplicativo.

Já as multiplicações iniciais de um número de um algarismo por um número de dois algarismos, com ou sem conversões, permitiram aos alunos adquirir agilidade e conhecer a estrutura multiplicativa. Puderam decompor um deles em dezenas e unidades e utilizar a propriedade distributiva para efetuar as multiplicações. Assim, conheceram, com base no concreto, a estrutura do algoritmo de multiplicação. Deixar os alunos multiplicarem da esquerda para direita ou da direita para a esquerda permitiu que eles pudessem comparar os resultados e verificar que são os mesmos; com isso, ganharam independência quanto à escolha do método.

A multiplicação de um número de dois algarismos por outro número de dois algarismos, com ou sem conversões, permitiu que os alunos pudessem compreender o algoritmo de multiplicação. Além disso, as atividades permitiram que eles alcançassem agilidade nos cálculos, domínio do cálculo mental e visualização da relação entre a multiplicação e a adição dos resultados parciais.

O aprendizado do algoritmo da multiplicação com base na manipulação do ábaco é interessante, pois o aluno, ao manipular o instrumento, pode visualizar toda a estrutura matemática contida na operação, o que é importante porque a criança ainda necessita do contato com o concreto, necessita entender todo o processo a partir da visualização e do manuseio. Ir direto ao algoritmo é muito vago e, sempre que a criança não entender, o professor deve procurar estabelecer relação com o concreto.

---

### Referências bibliográficas

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Ed., 1994. p. 15-80.

FETZER, F. As quatro operações aritméticas: ensino e aprendizagem numa perspectiva conceitual. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2011, Recife. *Anais...* Recife: CIAEM, 2011.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

Fossa, J. A. Papéis avulsos. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 6, n. 7, p. 85-89, 1991.

Fossa, J. A. *Ensaio sobre a educação matemática*. Belém: Ed. UEPA, 2001.

Fossa, J. A. *Os primórdios da teoria dos números*. Natal: Ed. UFRN, 2010.

Ibiapina, W. F. O ábaco romano no ensino do algoritmo de multiplicação. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 11., 2015, Natal. *Anais...* Natal: Ed. UFRN, 2015.

Ibiapina, W. F. *Ábaco romano: ensino, possibilidades e perspectivas*. Curitiba: Appris, 2017.

Mendes, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: FOSSA, J. A.; MENDES, I. A.; VALDÉS, J. E. N. *A História como um agente de cognição na educação matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 79-136.

Oliveira, M. M. *Como fazer pesquisa qualitativa*. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

Vianna, H. M. *Pesquisa em educação: a observação*. Brasília: Plano, 2003. (Pesquisa em Educação).

---

Recebido em 16 de agosto de 2017.

Solicitação de correções em 19 de janeiro de 2018.

Aprovado em 5 de fevereiro de 2018.