

Modelagem e previsão do valor em risco com modelos de volatilidade baseada em variação: evidências empíricas

Value-at-risk modeling and forecasting with range-based volatility models: empirical evidence

Leandro dos Santos Maciel

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Administração e Ciências Contábeis, Departamento de Ciências Contábeis, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Rosângela Ballini

Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Economia, Campinas, SP, Brasil

Recebido em 10.08.2016 – Desk aceite em 18.08.2016 – 2ª versão aprovada em 23.03.2017

RESUMO

Este artigo considera a modelagem da volatilidade baseada em variação para a identificação e previsão de modelos de volatilidade condicional baseados em retornos. Sugere-se a inclusão da medida de variação, definida como a diferença entre o preço máximo e mínimo de um ativo em um intervalo de tempo, como uma variável exógena em modelos generalizados de heterocedasticidade condicional autorregressiva (GARCH). A motivação é avaliar se a variação proporciona informações adicionais ao processo de volatilidade (variabilidade intradiária) e aprimora a previsão, quando comparada a abordagens do tipo GARCH e ao modelo de variação autorregressiva condicional (CARR). A análise empírica emprega dados dos principais índices das bolsas de valores das economias norte-americana e brasileira, ou seja, S&P 500 e Ibovespa, respectivamente, no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014. O desempenho é comparado em termos de precisão, modelagem e previsão do valor em risco (VaR). Os resultados fora da amostra indicam que os modelos de volatilidade baseados em variação proporcionam previsões do VaR mais precisas do que os modelos GARCH.

Palavras-chave: volatilidade, modelos de previsão, mercados financeiros, variação de preço, valor em risco (VaR).

ABSTRACT

This article considers range volatility-based modeling for identifying and forecasting conditional volatility models based on returns. It suggests the inclusion of range measuring, defined as the difference between the maximum and minimum price of an asset within a time interval, as an exogenous variable in generalized autoregressive conditional heteroscedasticity (GARCH) models. The motivation is evaluating whether range provides additional information to the volatility process (intraday variability) and improves forecasting, when compared to GARCH-type approaches and the conditional autoregressive range (CARR) model. The empirical analysis uses data from the main stock market indexes for the U.S. and Brazilian economies, i.e. S&P 500 and IBOVESPA, respectively, within the period from January 2004 to December 2014. Performance is compared in terms of accuracy, by means of value-at-risk (VaR) modeling and forecasting. The out-of-sample results indicate that range-based volatility models provide more accurate VaR forecasts than GARCH models.

Keywords: volatility, forecasting models, financial markets, price range, value at risk (VaR).

1. INTRODUÇÃO

A modelagem e a previsão da volatilidade desempenham um papel importante na precificação de derivativos, na gestão de riscos, na seleção de carteiras e nas estratégias de negociação (Leite, Figueiredo Pinto, & Klotzle, 2016). Também é digno de nota para os decisores políticos e os reguladores, uma vez que a dinâmica da volatilidade está intimamente relacionada à estabilidade nos mercados financeiros e na economia como um todo. Modelos de séries temporais, como o modelo de heterocedasticidade condicional autorregressiva generalizada (GARCH), a modelagem de volatilidade estocástica, a volatilidade implícita de contratos de opções e as medidas diretas, como a volatilidade realizada, são as escolhas mais comuns para estimar a volatilidade em finanças (Val, Figueiredo Pinto, & Klotzle, 2014; Poon & Granger, 2003).

Em comparação a outros métodos, as abordagens do tipo GARCH são as mais utilizadas para modelar a volatilidade condicional variável no tempo, devido à sua forma simples, fácil estimação e adaptação flexível em relação à dinâmica da volatilidade. Como métodos baseados em retornos, os modelos GARCH são elaborados com uso de dados relativos aos preços de fechamento, ou seja, retornos diários. Assim, podem negligenciar informações relevantes da variação intradiária de preços. Além disso, como os modelos GARCH dependem das médias variáveis com pesos gradualmente decrescentes, eles são lentos para se adaptar aos níveis variáveis de volatilidade (Andersen, Bollerslev, Diebold, & Labys, 2003; Sharma & Vipul, 2016). Para superar essa questão, os modelos de volatilidade intradiária surgem como ferramentas alternativas. Outro procedimento simples para modelar a variação intradiária é adotar uma faixa de preços.

A variação é definida como a diferença entre os preços máximo e mínimo de mercado ao longo de um intervalo de amostragem fixo, p. ex., variabilidade diária ou semanal. A literatura indica que os estimadores de volatilidade baseados em variação são mais eficazes do que os estimadores de volatilidade histórica (p. ex., Garman & Klass, 1980; Parkinson, 1980; Rogers & Satchell, 1991; Yang & Zhang, 2000). Essa abordagem é de fácil implementação; ela só requer preços disponíveis, máximos, mínimos, de abertura e de fechamento. Andersen e Bollerslev (1998) relatam a utilidade explicativa da variação para discutir a volatilidade realizada. Gallant, Hsu e Tauchen (1999) e Alizadeh, Brandt e Diebold (2001), em uma estrutura de volatilidade estocástica, incluem a variação nos modelos de preços de ativos em equilíbrio. Brandt e Jones (2002) afirmaram que um modelo heterocedástico condicional

autorregressivo exponencial generalizado (EGARCH) oferece melhores resultados para a previsão da volatilidade fora da amostra do que um modelo baseado em retorno. Utilizando dados do S&P 500, Christoffersen (2002) afirmou que a volatilidade baseada em variação apresentou maior persistência do que o retorno ao quadrado com base em autocorrelações estimadas, assim, suas séries temporais podem ser usadas para elaborar um modelo de volatilidade dentro do quadro autorregressivo tradicional.

Lidar com modelos baseados em variação não chamou a atenção na estimação e previsão da volatilidade, devido ao seu fraco desempenho em estudos empíricos. Chou (2005) indica que os modelos baseados em variação não podem captar a dinâmica da volatilidade e, ao modelar adequadamente a dinâmica, a variação mantém sua superioridade na previsão da volatilidade. Assim, o autor propôs um método de volatilidade baseado em variação denominado modelo de variação autorregressiva condicional (CARR). Da mesma forma que as abordagens do tipo GARCH, o modelo CARR consiste em uma abordagem dinâmica para a faixa alta/baixa de preços de ativos em intervalos fixos de tempo. Os resultados empíricos com uso dos dados do S&P 500 mostraram que o modelo CARR oferece melhores estimativas de volatilidade do que um modelo GARCH padrão.

Li e Hong (2011) também sugerem um modelo de volatilidade autorregressiva baseado em variação e inspirado nas abordagens GARCH e EGARCH. Os resultados relativos aos dados do S&P 500 demonstram que uma abordagem baseada em variação capta com sucesso a dinâmica da volatilidade e apresenta um desempenho melhor do que os modelos do tipo GARCH. Por outro lado, Anderson, Chen e Wang (2015) sugerem um modelo de volatilidade baseado no intervalo de tempo para capturar a dinâmica de volatilidade de contratos imobiliários de securitização, com uso de uma função de cópula de transição suave para identificar comovimentos não lineares entre os principais mercados de crédito em investimentos imobiliários (REIT) na presença de mudanças estruturais. Além disso, Chou, Liu e Wu (2007) aplicaram o modelo CARR a um contexto multivariado usando o modelo de correlação condicional dinâmica (CCD). Os autores observaram que um modelo de CCD baseado em variação é melhor na previsão da covariância do que outros métodos de volatilidade baseados no retorno.

Na última década, tem ocorrido considerável crescimento no uso de modelos de volatilidade baseados

em faixas de variação em finanças (Chou, Chou, & Liu, 2010; Chou, Chou, & Liu, 2015). No entanto, a maior parte da literatura avalia os modelos em termos da precisão de previsão, em vez das aplicações financeiras com uso das previsões de volatilidade. Além disso, a literatura ainda carece de trabalhos empíricos que abordem modelos de volatilidade baseados em variação em economias emergentes.

Este artigo tem por objetivo avaliar modelos de volatilidade baseados em variação nos mercados de ações dos EUA e do Brasil. A contribuição deste trabalho é dupla. Primeiro, teoricamente, sugere uma abordagem do tipo GARCH desenhada para incorporar a volatilidade baseada em variação como uma variável exógena nos modelos GARCH e em heterocedasticidade condicional autorregressiva limiar (TARCH). O objetivo principal é avaliar os ganhos na previsão, incluindo a variação como informação adicional em abordagens do tipo GARCH. Observe-se que no modelo CARR, Chou (2005) abordou a modelagem baseada em variação com uso de uma abordagem de variância condicional, diferentemente dos modelos do tipo GARCH, que lidam com a modelagem dos retornos dos ativos financeiros. Aqui, recorremos a uma abordagem do tipo GARCH, isto é, baseados nos retornos, mas também inclui a variação como uma fonte de informação adicional sobre a volatilidade. Segundo, empiricamente, avaliamos o desempenho de modelos de volatilidade baseados em variação nos mercados de ações dos EUA e do Brasil. Vale notar que este artigo contribui com a literatura abordando empiricamente um mercado emergente; há falta de estudos nesse contexto, por isso nossos resultados podem oferecer informações de grande

valor para os agentes do mercado de ações.

Nossa análise empírica utiliza dados dos principais índices das bolsas de valores da economia dos EUA e do Brasil, ou seja, S&P 500 e Ibovespa, respectivamente, no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014. Os experimentos empregam análises estatísticas e, ainda, critérios econômicos em termos de análise de risco. As previsões são avaliadas com uso de medidas de precisão e testes estatísticos. Os modelos baseados em variação são avaliados por meio da previsão de valor em risco (VaR). O VaR é a medida usada com maior frequência na análise empírica e sua computação precisa também é fundamental para outras medidas de estimativa de risco baseadas em quantil, como o *expected shortfall* (Wang & Watada, 2011; Hartz, Mittinik, & Paoletta, 2006). As previsões de VaR produzidas por meio de abordagens tradicionais, tais como simulação histórica, média variável exponencialmente ponderada (EWMA), métodos GARCH e TARCH, são comparadas ao modelo CARR tradicional e aos modelos GARCH e TARCH que incluem a volatilidade de baseada em variação como uma variável exógena.

Este artigo consiste em quatro partes, além desta introdução. A seção 2 descreve modelos do tipo GARCH e abordagens de volatilidade baseadas em variação, incluindo as sugeridas neste artigo. A seção 3 relata sucintamente a metodologia, em relação aos dados, às medidas de desempenho, aos conceitos básicos de VaR, bem como suas abordagens de estimação e medidas de validação tradicionais. A seção 4 compreende os achados empíricos e suas discussões. Por fim, são apresentadas a conclusão e as questões para futuras pesquisas.

2. MODELOS DE VOLATILIDADE

Esta seção oferece um breve panorama dos modelos GARCH e TARCH tradicionais, bem como desses modelos com uso da volatilidade baseada em variação como uma variável exógena. O método CARR também é descrito.

2.1 Modelos GARCH e TARCH

Uma das formas mais simples para a modelagem dos retornos diários pode ser escrita da seguinte forma:

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \boxed{1}$$

onde $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ é o retorno logarítmico em t , P_t é o preço do ativo em t , $\epsilon_t \sim i.i.d.(0,1)$ é um ruído branco de média zero, frequentemente assumido como normal, e σ_t é

a volatilidade variante no tempo. Diferentes especificações para σ_t definem os distintos modelos de volatilidade.

O modelo GARCH foi introduzido por Bollerslev (1986), como uma extensão do modelo de heterocedasticidade condicional autorregressiva (ARCH) proposto por Engle (1982), e permitiu incluir a variância condicional passada na equação da variância condicional atual. Trata-se de um dos modelos de volatilidade mais amplamente utilizados e

mais bem conhecidos devido à sua flexibilidade e precisão na modelagem dos fatos estilizados dos retornos de ativos financeiros, p. ex., leptocurtose e agrupamento de volatilidade.

Um modelo GARCH (p, q) pode ser descrito da seguinte forma:

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t, \tag{2}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \tag{3}$$

onde $\omega > 0$ é uma constante, $\alpha_i \geq 0$ é um coeficiente para medir o impacto em curto prazo de ϵ_t na variância condicional, e $\beta_j \geq 0$ é um coeficiente para medir o impacto em longo prazo na variância condicional.

O modelo TARCH constitui abordagem assimétrica baseada no pressuposto de que mudanças inesperadas nos

retornos apresentam efeitos diferentes sobre a variância condicional, ou seja, a variância responde de modo diferente aos choques positivos e negativos, explicando o efeito assimetria. Um modelo TARCH (p, q) é definido de acordo com Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), como:

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t, \tag{4}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i r_{t-i}^2 I_{t-i}, \tag{5}$$

onde $I_{t-1} = 1$, se $r_{t-1} < 0$ (choques negativos), $I_{t-1} = 0$, se $r_{t-1} \geq 0$ (choques positivos) e o coeficiente γ_i denota um efeito assimétrico, também conhecido como efeito de alavancagem. Um efeito de alavancagem é observado se γ_i for positivo, caso contrário, γ_i igual a zero indica uma resposta simétrica de mudanças nos retornos na volatilidade.

2.2 Modelos de Volatilidade Baseados em Variação

Em relação a um ativo, a variação de preços logarítmicos, R_t , é definida como a diferença entre os preços diários máximo H_t e mínimo L_t em um tipo logarítmico, no dia de negociação, podendo ser calculado de acordo com Chou et al. (2015):

$$R_t = \ln(H_t) - \ln(L_t), \tag{6}$$

Vale notar que diferentes estimadores de variação podem ser considerados como aqueles sugeridos por Parkinson (1980) ou Garman e Klass (1980), que também incluem preços de abertura e fechamento para estimar a variação. No entanto, aqui, a volatilidade baseada em variação, assim como em (6) é escolhida devido à sua

capacidade de descrever a dinâmica de volatilidade, como indicado por Christoffersen (2002), e também porque é a mesma medida usada no modelo CARR. Assim, é mais adequada para fins de comparação.

Este artigo adota duas classes dos modelos de volatilidade baseados em variação. A primeira ocupa-

se de incluir a variação realizada como uma variável exógena na equação de variância dos modelos GARCH e TARCH tradicionais. O objetivo principal é avaliar se a volatilidade baseada em variação oferece melhor

informação aos modelos do tipo GARCH, a fim de obter melhores previsões e redução de persistência. Portanto, o modelo GARCH das equações (2) e (3) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^s \theta_k R_{t-k}^2, \quad (8)$$

onde θ_k são os parâmetros que medem a contribuição da volatilidade baseada em variação para o processo de volatilidade.

Denotamos o modelo em (7) e (8) como o modelo de heterocedasticidade condicional autorregressiva

generalizada (RGARCH) (p,q,s) . Do mesmo modo, o modelo de limiar de variação de heterocedasticidade autorregressiva condicional (RTARCH) (p,q,s) é escrito desta forma:

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad (9)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i r_{t-i}^2 I_{t-i} + \sum_{k=1}^s \theta_k R_{t-k}^2. \quad (10)$$

Por outro lado, a segunda classe de modelos de volatilidade baseados em variações considerada é o modelo CARR, proposto por Chou (2005), que constitui um caso especial do modelo de erro multiplicativo (MEM), sugerido por Engle (2002), estendido para a abordagem GARCH. O MEM é usado para modelar um processo com

valor não negativo, como volume de negociação, duração, volatilidade realizada e variação. Em vez de modelar a variação logarítmica, Chou (2005) enfocou diretamente o processo da variação de preço. Considerando os dados da série temporal da variação de preço R_t , o modelo CARR (p,q) é escrito deste modo:

$$R_t = h_t \epsilon_t, \quad (11)$$

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (12)$$

onde h_t é o valor médio baseado em variação condicional de todas as informações até o tempo t e a distribuição do termo de perturbação ϵ_t pressupõe-se uma função de densidade $f(\bullet)$ com uma média unitária. Para uma discussão detalhada do modelo CARR, ver Chou (2005).

Observe-se que a abordagem CARR se refere ao processo de modelagem da variação de preços (R_t), ao passo que os modelos do tipo GARCH se concentraram

nos retornos de ativos (r_t) usando a modelagem de variância condicional. Os modelos aqui propostos assumem a modelagem de retornos de ativos, assim como na abordagem GARCH, mas incluem defasagens da variação realizada como uma variável exógena para verificar a contribuição na estimativa e previsão da volatilidade.

3. METODOLOGIA

Esta seção revisa as fontes de dados e as medidas de desempenho adotadas neste artigo. Os conceitos básicos de modelagem e previsão de VaR também são detalhados, assim como sua análise de validação.

3.1 Dados

Consideramos os preços máximo, mínimo e de fechamento dos principais índices das bolsas das economias dos EUA e do Brasil, ou seja, S&P 500 e Ibovespa, respectivamente, no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014. Além disso, como as realizações de volatilidade são inobserváveis, uma *proxy* para a volatilidade é necessária para elaborar as funções de perda ao analisar o desempenho dos modelos. O retorno ao quadrado é uma *proxy* amplamente utilizada, mas uma vez que é calculada por meio de preços de fechamento, a variabilidade intradiária é negligenciada. Patton (2011) sugere usar a volatilidade realizada como um estimador imparcial. Também é mais eficiente do que o retorno ao quadrado se o preço logarítmico seguir um movimento browniano (Tian & Hamori, 2015). A volatilidade realizada é a soma de retornos de alta frequência ao quadrado dentro de um dia. Ela evita convenientemente as complicações da análise de dados, ao cobrir mais informações durante as transações diárias. Portanto, a “volatilidade real” é considerada por meio da medida de volatilidade realizada. Para computar a volatilidade diária realizada, os dados também incluem cotações de 1 minuto de janeiro de 2004 a dezembro de 2014, de acordo com os índices S&P 500 e Ibovespa. Observe-se que os dados intradiários foram usados apenas para calcular a volatilidade diária realizada, como uma *proxy* para a volatilidade. Os modelos consideraram os dados de preços diários, fornecidos pela Bloomberg. A amostra

é dividida em duas partes: os dados de janeiro de 2004 a dezembro de 2010 foram tomados como amostra de estimativa (dentro da amostra), ao passo que os dados dos 4 anos restantes foram utilizados como período fora da amostra para a previsão da volatilidade e do VaR. As previsões fora da amostra são calculadas tendo por base os parâmetros dos modelos de volatilidade reestimados, de acordo com uma janela de dados fixos.

Os resultados experimentais são analisados com base em critérios estatísticos e também consideram critérios econômicos em termos de análise de risco. As subseções a seguir descrevem os métodos de avaliação.

3.2 Avaliação de Previsão

O desempenho da previsão é comparado em termos de funções de perda estatística. Como a verdadeira volatilidade é latente, o erro de estimação na *proxy* para a volatilidade pode distorcer a classificação das previsões de volatilidade concorrentes. Patton (2011) comparou diferentes funções de perda amplamente utilizadas para a previsão de volatilidade e demonstrou que apenas as funções de perda de erro quadrático médio (MSE) e quase probabilidade (QLIKE) são robustas a uma imperfeição na *proxy* para a volatilidade. Estes dois critérios são considerados aqui.

O MSE penaliza o erro de previsão de forma simétrica. De outro modo, QLIKE é uma função de perda assimétrica que penaliza a subprevisão mais fortemente do que a superprevisão, é mais adequada para aplicações como a gestão de risco e a previsão de VaR, onde a subprevisão da volatilidade pode ser mais cara do que a superprevisão (Sharma & Vipul, 2016). O MSE e a QLIKE são definidos como:

$$\text{MSE} = E(\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_t^2), \quad (13)$$

$$\text{QLIKE} = E(\log(\hat{\sigma}_t^2) + \sigma_t^2 \hat{\sigma}_t^{-2}), \quad (14)$$

onde $\hat{\sigma}_t^2$ é a variância prevista em $\hat{\sigma}_t^2$ e σ_t^2 é a variância real (observe-se que para o modelo CARR, $\hat{\sigma}_t^2 = \hat{h}_t^2$), que é a variância realizada, calculada de acordo com:

$$\sigma_t^2 = \sum_{j=1}^{\frac{1}{\Delta}} r_{t+j\Delta, \Delta}^2, \quad (15)$$

onde $r_{t,\Delta} = \ln(P_t) - \ln(P_{t-\Delta})$ é a amostra discreta do retorno Δ -período (neste artigo Δ é igual a cotações de 1 minuto).

Tanto para o MSE como para QLIKE, quanto menores forem os valores, mais preciso será o modelo. Apesar do bom desempenho das medidas de previsão amplamente utilizadas na prática, elas não revelam se a previsão de um modelo é estatisticamente melhor do que a de outro. Portanto, é indispensável usar testes adicionais para ajudar a comparar dois ou mais modelos concorrentes em termos

de precisão de previsão. Além disso, este artigo emprega o teste estatístico de Diebold-Mariano (DM) para avaliar a hipótese nula de igual precisão preditiva entre métodos de previsão concorrentes (Diebold & Mariano, 1995). Assume-se que as perdas para modelos de previsão i e j são dadas por L_t^i e L_t^j , onde $L_t = \sigma_t^2 - \hat{\sigma}_t^2$. O teste de DM verifica a hipótese nula $E(L_t^i) = E(L_t^j)$. O teste estatístico é baseado no diferencial de perda $d_t = L_t^i - L_t^j$. A hipótese nula de precisão preditiva é:

$$H_0: E(d_t) = 0. \quad (16)$$

A estatística do teste DM é então calculada como:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\text{Var}(\bar{d})}}, \quad (17)$$

onde $\bar{d} = T^{-1} \sum_{j=1}^T d_{t+j}$, e T é o número total de previsões. A variância de \bar{d} , $\text{Var}(\bar{d})$, é estimada pelo estimador de heterocedasticidade e autocorrelação consistente (HAC), como proposto por Newey e West (1987). De acordo com Diebold e Mariano (1995), sob a hipótese nula de exatidão preditiva igual, o teste estatístico segue a distribuição normal com valor médio zero e variância unitária.

3.3 Estimativa e Validação do VaR

Para avaliar a utilidade dos métodos de previsão de

volatilidade sugeridos pela aplicação da perspectiva, analisa-se o desempenho dos modelos por meio de critérios econômicos em termos de análise de risco. O VaR foi adotado pelos profissionais e reguladores como o mecanismo padrão para medir o risco de mercado dos ativos financeiros. Ele determina a perda potencial de valor de mercado de um ativo financeiro em um horizonte de tempo h , em um nível de significância ou cobertura α_{VaR} . De modo alternativo, reflete a perda do valor de mercado do ativo ao longo do horizonte temporal h , que não se espera que seja excedido com a probabilidade $1 - \alpha_{\text{VaR}}$, portanto:

$$\Pr(r_{t+h} \leq \text{VaR}_{t+h}^{\alpha_{\text{VaR}}}) = 1 - \alpha_{\text{VaR}}. \quad (18)$$

Assim, VaR é o quantil de α_{VaR} -ésimo da distribuição condicional dos retornos, definido como: $\text{VaR}_{t+h}^{\alpha_{\text{VaR}}} = CDF^{-1}(\alpha_{\text{VaR}})$ onde $CDF(\bullet)$ se refere à função de

distribuição cumulativa de retorno e $CDF^{-1}(\bullet)$ denota seu inverso. Aqui, consideramos $h = 1$, pois este tem o maior interesse prático com periodicidade diária.

Portanto, o VaR paramétrico em $t + 1$ é dado por:

$$\text{VaR}_{t+1}^{\alpha_{\text{VaR}}} = \hat{\sigma}_{t+1} \text{CDF}_Z^{-1}(\alpha_{\text{VaR}}), \tag{19}$$

onde $\hat{\sigma}_{t+1}$ é a volatilidade prevista em $t + 1$ e $\text{CDF}_Z^{-1}(\alpha_{\text{VaR}})$ é o valor crítico da tabela de distribuição normal no nível de confiança α_{VaR} .

Em um contexto de previsão de VaR, a modelagem da volatilidade desempenha um papel crucial, assim, vale destacar os modelos de volatilidade adotados. Nesta pesquisa, as previsões de VaR, como em (19), são obtidas com uso de modelos tradicionais de volatilidade baseada em retorno, como GARCH e TARARCH; assim como essas mesmas abordagens que consideram a variação da volatilidade como uma variável exógena (modelos RGARCH e RTARCH), o modelo CARR de volatilidade baseado em variação também é considerado nas comparações. As previsões não paramétricas de VaR também são elaboradas pela simulação histórica, uma vez que esta é amplamente utilizada na literatura sobre modelagem de VaR. A simulação histórica é uma abordagem não paramétrica da estimativa de VaR, onde a

questão principal é a construção da função de distribuição cumulativa (FDC) para os retornos dos ativos ao longo do tempo. Ao contrário dos modelos VaR paramétricos, a simulação histórica não assume uma distribuição específica dos retornos dos ativos. Além de sua estimativa simples, a simulação histórica pressupõe que os retornos dos ativos consistem em variáveis aleatórias independentes e distribuídas de modo idêntico, mas não é este o caso: com base em evidências empíricas, sabe-se que os retornos dos ativos não são claramente independentes, pois apresentam padrões, como agrupamento de volatilidade. Além disso, este método também aplica igual peso sobre os retornos ao longo de todo o período.

O desempenho dos modelos de previsão de VaR é avaliado com uso de duas funções de perda: a razão de violação (RV) e a função de magnitude quadrática média. A RV é a porcentagem de perda real superior à perda máxima estimada na estrutura de VaR. A RV é calculada do seguinte modo:

$$\text{RV} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \delta_t \tag{20}$$

onde $\delta_t = 1$ se $r_t < \text{VaR}_t$ e $\delta_t = 0$ se $r_t \geq \text{VaR}_t$, se onde VaR_t é o VaR de um passo à frente previsto para o dia t e T é o número de observações na amostra. Observe-se que, em alguns casos, uma RV menor não indica um melhor desempenho. Se o VaR for estimado em um nível de confiança $(1 - \alpha_{\text{VaR}})\%$, espera-se um $\alpha_{\text{VaR}}\%$ geral de violações. Uma RV muito menor (muito maior) do que $\alpha_{\text{VaR}}\%$ indica que o VaR foi superestimado (subestimado),

o que revela menor precisão do modelo, resultando em implicações práticas, como mudanças nas posições de investimento devido a estratégias de alerta baseado em VaR.

A função de magnitude quadrada média (ASMF) (Dunis, Laws, & Sermpinis, 2010) considera a quantidade de possível padrão medindo o custo quadrático médio das exceções. É calculado usando:

$$\text{ASMF} = \frac{1}{\vartheta} \sum_{t=1}^{\vartheta} \xi_t, \tag{21}$$

onde ϑ é o número de exceções no respectivo modelo, $\xi_t = (r_t - \text{VaR}_t)^2$ quando $r_t < \text{VaR}_t$ e $\xi_t = 0$, quando $r_t \geq \text{VaR}_t$. A função de magnitude quadrática média permite distinguir entre modelos com taxas de acerto semelhantes ou idênticas. Tanto para as medidas RV e ASMF, quanto menores os valores, maior a precisão. Como o VaR estima a perda potencial, sua precisão é relevante nas decisões de investimento.

Uma vez que o VaR abrange algumas hipóteses restritivas, são necessários testes estatísticos para verificar a validade das estimativas de VaR. Os modelos

de previsão do VaR também são avaliados usando testes de cobertura condicional e incondicional. O teste de cobertura incondicional (LR_{uc}), proposto por Kupiec (1995), examina se a taxa de cobertura incondicional é estatisticamente consistente com o nível de confiança prescrito para o modelo de VaR. A hipótese nula é definida como a probabilidade de falha de cada ensaio ($\hat{\pi}$) igual à probabilidade especificada do modelo (α_{VaR}). Ocorreu uma falha quando o VaR previsto não pode cobrir a perda realizada. O teste de razão de probabilidade estatística é dado por:

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[\frac{\alpha_{VaR}^f (1 - \alpha_{VaR})^{T-f}}{\hat{\pi}^f (1 - \hat{\pi})^{T-f}} \right] \sim \chi^2_{(1)}, \quad [22]$$

onde $\hat{\pi} = f/T$, a taxa de falha, é a estimativa de máxima verossimilhança de α_{VaR} , $f = \sum_{t=1}^T \delta_t$ denota uma variável aleatória de Bernoulli que representa o número total de violações de VaR para observações de T . A hipótese nula da taxa de falha α_{VaR} é testada contra a hipótese alternativa de que a taxa de falha é diferente de α_{VaR} , isto é, o teste verifica se a RV observada de um modelo é estatisticamente consistente com o nível de confiança de VaR previamente especificado.

Embora o teste LR_{uc} possa rejeitar um modelo que sobestima ou subestima o VaR real, ele não pode determinar se as exceções são distribuídas aleatoriamente.

Em uma estrutura de gerenciamento de risco, é de suma importância que as exceções de VaR não estejam correlacionadas ao longo do tempo (Su & Hung, 2011). Assim, o teste de cobertura condicional (LR_{cc}), tal como proposto por Christoffersen (1998), é abordado. Ele testa a cobertura incondicional e a independência serial. O teste estatístico é $LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$; LR_{ind} representa a estatística de verossimilhança que verifica se as exceções são independentes. Considerando a hipótese nula de que o processo de falha é independente e a proporção esperada de exceções é igual a α_{VaR} , a razão de verossimilhança é calculada como:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} = -2 \ln \left[\frac{\alpha_{VaR}^f (1 - \alpha_{VaR})^{T-f}}{\hat{\pi}_{01}^{f_{01}} (1 - \hat{\pi}_{01})^{f_{00}} \hat{\pi}_{11}^{f_{11}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{f_{10}}} \right] \sim \chi^2_{(2)}, \quad [23]$$

onde f_{ij} é o número de observações com valor i seguido de valor j ($i, j = 0, 1$), $\hat{\pi}_{ij} = \Pr\{\delta_t = j \mid \delta_{t-1} = i\}$, $\hat{\pi}_{01} = f_{01}/(f_{00} + f_{01})$, $\hat{\pi}_{11} = f_{11}/(f_{10} + f_{11})$.

4. RESULTADOS EMPÍRICOS

Esta seção apresenta os resultados empíricos dos modelos de volatilidade baseados em variação em comparação com modelos de volatilidade baseados em retorno, utilizando dados dos principais índices de Bolsa das economias dos EUA e do Brasil, ou seja, S&P 500 e Ibovespa, respectivamente, no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014.

A Tabela 1 apresenta as estatísticas dos retornos S&P 500 e Ibovespa e da volatilidade baseada em variação. Os retornos tanto para os índices S&P 500 e Ibovespa têm um valor médio em torno de zero, desvio padrão similar, alta curtose positiva e assimetria negativa, indicando caudas pesadas, como de costume em séries de retornos financeiros. Em relação à série de variações de volatilidade, os intervalos diários para S&P 500 e Ibovespa têm valores

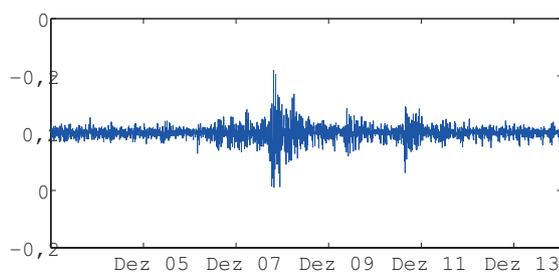
médios aproximados de 1% e 2%, respectivamente, e desvio padrão semelhante à série de retorno (Tabela 1). No entanto, as variações de volatilidade têm uma curtose maior do que a série de retorno e a assimetria positiva, conforme esperado para a variância. Vale observar os diferentes valores para as funções de autocorrelação (FAC) e as estatísticas Q de Ljung-Box para os retornos e as séries de variação, que indicam um nível de persistência muito mais alto para a variação do que para as séries de retorno. Esse fato confirma o uso do modelo CARR na previsão de volatilidade de variação. A Figura 1 ilustra as séries diárias de volatilidade de retorno e variação dos índices S&P 500 e Ibovespa para o período em estudo. A série revela os agrupamentos de volatilidade.

Tabela 1. Estatísticas descritivas dos retornos no S&P 500 e Ibovespa e volatilidade baseada na variação no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014.

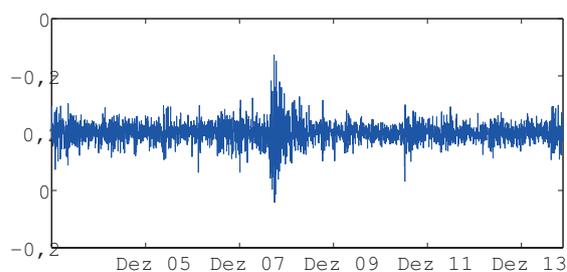
Estatística	Retornos S&P 500	Volatilidade baseada na variação S&P 500	Retornos Ibovespa	Volatilidade baseada na variação Ibovespa
Média	0,0002	0,0130	0,0003	0,0224
Desvio padrão	0,0125	0,0108	0,0181	0,0136
Curtose	11,5540	20,1899	5,2376	19,2702
Assimetria	-0,3271	3,6427	-0,0490	3,2491
Mínimo	-0,0947	0,0000	-0,1210	0,0032
Máximo	0,1096	0,1090	0,1368	0,1681
FAC(1)	-0,1093	0,6987	-0,0112	0,5717
FAC(15)	-0,0494	0,5316	0,0110	0,4006
Q(15)	79,2194	15727,91	26,4686	9507,68

Nota: A estatística $Q(15)$ representa as estatísticas de Ljung-Box Q para autocorrelação nas séries de volatilidade de retornos e variação.

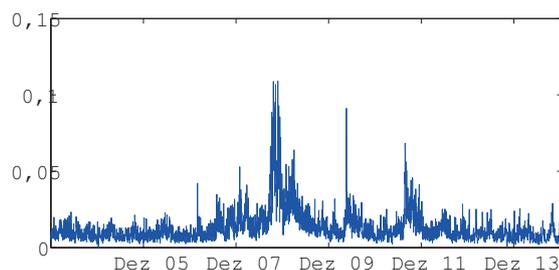
Fonte: Elaborada pelos autores.



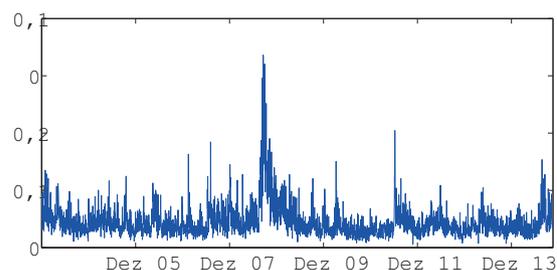
(a) S&P 500 - retornos



(b) IBOVESPA - retornos



(c) S&P 500 - volatilidade baseada em variação



(d) IBOVESPA - volatilidade baseada em variação

Figura 1. Série de retornos e variações de volatilidade dos índices S&P 500 e Ibovespa no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014.

Fonte: Elaborada pelos autores.

O número de atrasos, p e q , para os modelos GARCH, TARCH e CARR, e p , q e s , para os modelos RGARCH e RTARCH, é determinado de acordo com o critério de Schwarz. Para ambos os índices, todos os modelos foram estimados considerando $p = q = s = 1$, o que resulta em estruturas parcimoniosas com alta precisão e poucos parâmetros. A Tabela 2 ilustra as estimativas dos modelos de volatilidade baseados no retorno e na variação para o índice S&P 500. A amostra de estimativa considera os dados de janeiro de 2004 a dezembro de 2010. Todos os modelos são afetados pelo noticiário, pois os valores de ω em cada caso são significativos, exceto para RTARCH. Em modelos assimétricos, TARCH e RTARCH, o efeito de retornos passados ao quadrado, medido pelo parâmetro α , está negativamente relacionado à volatilidade, ao

passo que nos modelos simétricos esse parâmetro tem um sinal positivo. O valor β no modelo CARR baseado em variação é menor do que nas outras abordagens, indicando uma memória mais curta em seu processo de volatilidade. O parâmetro γ indica a presença de um efeito de alavancagem sobre o processo de volatilidade no índice S&P 500, ou seja, a volatilidade responde de modo diferente aos choques negativos e positivos (retornos). A significância do parâmetro θ nos modelos RGARCH e RTARCH indica que a volatilidade baseada em variação oferece informações para a modelagem da volatilidade no índice S&P 500. Por fim, os critérios de informações de Akaike (AIC) e o critério de informações bayesiano (BIC) confirmam que a simplicidade dos modelos (baixo número de parâmetros) é adequada.

Tabela 2. Estimativas do modelo de volatilidade baseada no retorno e na variação para o índice S&P 500 no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2010.

Parâmetro	GARCH (1,1)	TARCH (1,1)	RGARCH (1,1,1)	RTARCH (1,1,1)	CARR (1,1)
ω	1,20E-06 (0,0000)	9,66E-07 (0,0000)	-2,69E-06 (0,0074)	-5,57E-07 (0,3711)	3,92E-06 (0,0153)
α	0,075 (0,0000)	-0,031 (0,0000)	0,055 (0,0000)	-0,038 (0,0000)	0,182 (0,0000)
β	0,915 (0,0000)	0,953 (0,0000)	0,891 (0,0000)	0,928 (0,0000)	0,802 (0,0000)
γ	-	0,135 (0,0000)	-	0,155 (0,0000)	-
θ	-	-	0,001 (0,0002)	0,003 (0,0052)	-
\mathcal{L}	5634,65	5677,66	5638,47	5676,15	5077,79
CIA	-6,392	-6,440	-6,399	-6,440	-5,761
CIB	-6,383	-6,427	-6,386	-6,425	-5,750

Nota: Os valores entre parênteses representam os *p*-valores, \mathcal{L} é o valor da função log de verossimilhança, e o AIC e o BIC denotam os critérios de informações de Akaike e Schwarz, respectivamente.

Fonte: Elaborada pelos autores.

As estimativas dos modelos de volatilidade para o índice Ibovespa são ilustradas na Tabela 3. Do mesmo modo, exceto para o modelo RTARCH, a volatilidade no Ibovespa é afetada pelo noticiário, como a significância do coeficiente ω . Os valores passados de retorno quadrado e a variação (para o modelo CARR), medidos pelo parâmetro α , apresentam um efeito positivo sobre a volatilidade, mas essa estimativa não é significativa apenas para o modelo TARCH. A estimativa do valor β indica a persistência da volatilidade; o mercado brasileiro é menos persistente do que as estimativas β para o S&P 500 (ver Tabela 2). Quanto ao modelo CARR, vale notar uma

menor persistência na volatilidade baseada em variação (Tabela 3). Os modelos de limiar, TARCH e RTARCH, implicam pela significância do parâmetro γ um efeito de alavancagem sobre a volatilidade do Ibovespa; Os modelos RGARCH e RTARCH também indicam que considerar a volatilidade baseada em variação é significativo para modelar a dinâmica da volatilidade e a volatilidade tem impactos positivos de acordo com as estimativas θ . O log de verossimilhança, assim como os valores AIC e BIC, confirma a adequação de estruturas parcimoniosas para a modelagem da volatilidade.

Tabela 3. Estimativas de volatilidade de retorno e de variação para o índice Ibovespa no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2010.

Parâmetro	GARCH (1,1)	TARCH (1,1)	RGARCH (1,1,1)	RTARCH (1,1,1)	CARR (1,1)
ω	6,99E-06 (0,0001)	1,04E-05 (0,0000)	-1,40E-05 (0,0067)	-7,61E-06 (0,1289)	2,77E-05 (0,0115)
α	0,072 (0,0000)	0,0033 (0,7771)	0,034 (0,0213)	-0,038 (0,0135)	0,190 (0,0000)
β	0,907 (0,0000)	0,898 (0,0000)	0,856 (0,0000)	0,851 (0,0000)	0,769 (0,0000)
γ	-	0,134 (0,0000)	-	0,159 (0,0000)	-
θ	-	-	0,002 (0,0002)	0,002 (0,0001)	-
\mathcal{L}	4561,47	4584,97	4569,92	4591,02	3951,85
CIA	-5,269	-5,295	-5,281	-5,304	-4,565
CIB	-5,260	-5,283	-5,268	-5,289	-4,555

Nota: Os números entre parênteses representam os *p*-valores, \mathcal{L} é o valor de função log de verossimilhança, e o AIC e o BIC denotam os critérios de informações Akaike e Schwarz, respectivamente.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Como mencionado na seção 3.2, o desempenho da previsão dos modelos de volatilidade é avaliado por meio das funções de perda MSE e QLIKE. Para essa avaliação, a volatilidade realizada, computada por (15) e por cotações de 1 minuto do S&P 500 e do Ibovespa, é tomada como *proxy*. Nossa análise diz respeito à previsão da volatilidade fora da amostra, ou seja, usamos dados de janeiro de 2011 a dezembro de 2014. Na análise fora da amostra, os parâmetros do modelo de volatilidade foram reestimados para previsão por meio de uma janela de dados fixos. Para cada previsão, a última observação era removida, a fim de manter a janela de dados do mesmo tamanho.

A Tabela 4 ilustra a avaliação da previsão dos índices S&P 500 e Ibovespa para as funções de perda MSE e QLIKE. Quanto menor os valores, melhor o modelo. Quanto ao índice S&P 500, os modelos baseados em variação – como o RGARCH, o RTARCH e o CARR – apresentaram valores de função de perda menores do que os métodos GARCH e TARCH tradicionais. Isso

era esperado, pois os modelos GARCH padrão têm um conjunto de informações limitado que inclui apenas retornos diários. As abordagens de limiar apresentaram pior desempenho (valores maiores de função de perda). Os resultados também indicam que o modelo CARR supera as demais metodologias relativas aos valores de MSE e QLIKE. Resultados semelhantes são encontrados para o índice Ibovespa. No entanto, os métodos baseados em alavancagem, TARCH e RTARCH, resultam em melhor desempenho contra GARCH e RGARCH, respectivamente. Novamente, incluir a volatilidade baseada em variação nos modelos RGARCH e RTARCH oferece informações relevantes para o processo de volatilidade, pois esses modelos obtiveram melhor desempenho de previsão do que os modelos (GARCH e TARCH). Além disso, a modelagem baseada na variação direta, isto é, o modelo CARR, surge como a abordagem mais precisa, com menores valores de MSE e QLIKE, quanto aos métodos alternativos em foco.

Tabela 4. Desempenho dos modelos de previsão de volatilidade dos índices S&P 500 e Ibovespa com base nos critérios MSE e QLIKE no período de janeiro de 2011 a dezembro de 2014.

Modelos	S&P 500		Ibovespa	
	MSE	QLIKE	MSE	QLIKE
GARCH	8,7337E-05	-2,2002	2,0099E-04	-1,8630
TARCH	8,8467E-05	-2,1405	1,8305E-04	-1,9095
RGARCH	8,1272E-05	-2,6004	1,2468E-04	-2,1896
RTARCH	7,9599E-05	-2,8640	1,0051E-04	-2,2177
CARR	7,7771E-06	-2,8763	6,3166E-05	-2,4938

Fonte: Elaborada pelos autores.

Em seguida, fornecemos os resultados do teste de DM para verificar se um modelo é estatisticamente superior do que outro. A Tabela 5 ilustra as estatísticas do teste de DM para um par de modelos de previsão concorrentes. Todos os valores estatísticos significativos no nível de 5% são marcados com asteriscos. Para o índice S&P 500, o modelo CARR oferece um melhor desempenho de precisão em termos estatísticos do que os modelos GARCH e TARCH. O modelo CARR também supera o

modelo GARCH em relação à previsão de volatilidade do índice Ibovespa de acordo com o teste de DM. Em todos os casos restantes, a previsão da volatilidade pode ser considerada igualmente acurada em termos estatísticos. Um melhor desempenho do modelo CARR pode dever-se ao fato de que essa abordagem recorre à modelagem de volatilidade baseada em variação em vez da modelagem de volatilidade baseada em retorno nos modelos da família GARCH.

Tabela 5. Estatísticas do teste de Diebold-Mariano para previsão de volatilidade dos índices S&P 500 e Ibovespa no período de janeiro de 2011 a dezembro de 2014.

S&P 500				
Modelos	TARCH	RGARCH	RTARCH	CARR
GARCH	1,11	-1,80	-1,74	-2,60*
TARCH	-	-1,55	-1,40	-2,79*
RGARCH	-	-	0,82	-1,02
RTARCH	-	-	-	-1,45
IBOVESPA				
Modelos	TARCH	RGARCH	RTARCH	CARR
GARCH	-0,70	-1,66	-1,89	-2,04*
TARCH	-	-1,49	-1,30	-1,80
RGARCH	-	-	-0,68	-1,13
RTARCH	-	-	-	-1,30

Nota: * indica significância no nível de 5%.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os modelos de volatilidade também são comparados em termos de previsão de VaR, que diz respeito à avaliação econômica. O VaR é uma medida amplamente utilizada para a avaliação de modelos de previsão da volatilidade condicional. Diz-se que uma estimativa de VaR é válida se atender à condição de cobertura incondicional, como proposto por Kupiec (1995), e à independência e cobertura condicional, como proposto por Christoffersen (1998). As previsões de um passo à frente também são avaliadas em termos de RV e ASMF. A RV evidencia a proporção em que os retornos reais excedem o VaR, enquanto a ASMF tem por objetivo medir a magnitude da superação do VaR. Aqui, ajustamos $\alpha_{VaR} = 5\%$, isto é, VaR no nível de confiança de 95%. Como referência, o VaR não paramétrico de simulação histórica é comparado aos modelos de volatilidade de retorno e de variação: GARCH, TARCH, RGARCH, RTARCH e CARR.

A Tabela 6 mostra os resultados de *backtesting* do VaR fora da amostra para o índice S&P 500. Todos os modelos geram previsões de VaR válidas, tanto para o teste de cobertura incondicional, como proposto por Kupiec (1995), quanto pelo teste de cobertura condicional, como proposto por Christoffersen (1998), exceto pela

abordagem de simulação histórica, as estimativas de VaR estão estatisticamente alinhadas ao nível de confiança de VaR pré-especificado (5% neste estudo).

Em termos de excedência de RV, geralmente os métodos que consideram a volatilidade da variação apresentam menores índices de violação: modelos RGARCH, RTARCH e CARR (Tabela 6). Isso também é confirmado pela função de perda de ASMF. Além de oferecer estimativas de VaR válidas, de acordo com testes de cobertura condicional e incondicional, a RV no modelo CARR (3,2076%) é significativamente menor que a taxa de falha esperada (5%). Isso indica que, em alguns casos, o VaR é superestimado, e isso pode causar mudanças de posição desnecessárias para investidores avessos ao risco. Por outro lado, RGARCH e RTARCH mostraram valores de RV que indicam estimativas de VaR mais precisas, isto é, de acordo com a taxa de falha esperada de 5% (nível de confiança de 95%). Por fim, note-se que a inclusão da volatilidade baseada em variação em modelos condicionais, RGARCH e RTARCH, além de oferecer previsões de volatilidade mais precisas (ver Tabela 4), também melhora a previsão de VaR, em comparação com as abordagens GARCH e TARCH, isto é, menores valores de RV e ASMF são obtidos.

Tabela 6. Backtesting do VaR em um passo à frente com nível de confiança de 95% para o índice S&P 500 no período de janeiro de 2011 a dezembro de 2014.

Modelos	RV (%)	ASMF (%)	LR _{uc}	LR _{cc}
HS	6,7652	0,0129	0,8726*	6,4663
GARCH (1,1)	5,4108	0,0082	0,3458*	3,8723*
TARCH (1,1)	6,0120	0,0067	2,0268*	3,7261*
RGARCH (1,1,1)	4,8762	0,0059	0,3458*	4,9827*
RTARCH (1,1,1)	5,0321	0,0055	1,0188*	4,2001*
CARR (1,1)	3,2076	0,0049	3,3649*	5,5374*

Nota: * indica um nível de significância de 5%, e LR_{uc} e LR_{cc} são as estatísticas de testes de cobertura incondicional e condicional, respectivamente. Para o teste de cobertura incondicional e condicional, os valores críticos são 3.841 e 5.991, respectivamente.

Fonte: Elaborada pelos autores.

A Tabela 7 exibe os resultados de *backtesting* do VaR para o índice Ibovespa. São obtidas previsões de VaR válidas para todos os modelos relativos aos testes de cobertura condicional e incondicional, uma vez que o LR_{uc} e o LR_{cc} são significativos em um nível de significância de 5%. A simulação histórica apresenta o pior desempenho em contraste com os modelos VaR paramétricos em termos de RV e os respectivos valores médios de função de magnitude quadrática. Ao incluir a volatilidade baseada em variação nos modelos GARCH e TARCH, a previsão do VaR é aprimorada, revelando que a variação oferece informações relevantes ao processo de volatilidade, ou seja, a medida de RV diminui em cerca de 12,82% ao usar

RGARCH e RTACRH em vez dos modelos GARCH e TARCH (Tabela 7). Esse aprimoramento é mais relevante em termos de RV para o índice Ibovespa do que para o índice S&P 500 recorrendo aos modelos RGARCH e RTARCH (ver Tabela 6). Além disso, no contexto do mercado de ações brasileiro, os modelos de volatilidade assimétrica, TARCH e RTARCH, demonstraram ser melhores do que as abordagens de volatilidade simétrica para indicar a significância dos efeitos de alavancagem na modelagem da volatilidade. Novamente, o modelo CARR oferece uma RV menor, o que indica que em alguns casos o VaR é superestimado.

Tabela 7. *Backtesting do VaR em um passo à frente com nível de confiança de 95% para o índice Ibovespa no período de janeiro de 2011 a dezembro de 2014.*

Modelos	RV (%)	ASMF (%)	LR_{uc}	LR_{cc}
HS	6,2359	0,0166	0,9182*	5,4663*
GARCH (1,1)	4,4442	0,0141	0,6789*	3,8721*
TARCH (1,1)	4,1303	0,0154	2,3961*	3,4469*
RGARCH (1,1,1)	3,9434	0,0124	0,9522*	4,7262*
RTARCH (1,1,1)	3,5319	0,0119	3,4413*	5,2039*
CARR (1,1)	3,4813	0,0112	3,7341*	5,7770*

Nota: * indica um nível de significância de 5%, e LR_{uc} and LR_{cc} são as estatísticas de testes de cobertura incondicional e condicional, respectivamente. Para o teste de cobertura incondicional e condicional, os valores críticos são 3.841 e 5.991, respectivamente.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Em geral, as previsões de VaR geradas pelos modelos de volatilidade baseados em variação são confiáveis para os índices S&P 500 e Ibovespa. Além disso, no contexto dos mercados de ações dos EUA e do Brasil, incluir essa variável exógena nos modelos tradicionais de variância condicional aprimora a previsão de volatilidade e também

oferece estimativas de VaR mais precisas, uma questão-chave em muitas situações de gerenciamento de risco. Portanto, os benefícios de abordar a volatilidade baseada em variação são mais significativos no mercado de ações brasileiro.

5. CONCLUSÃO

A volatilidade é uma variável-chave na alocação de ativos, no apreçamento de derivativos, em decisões de investimento e na análise de risco. Assim, nas últimas décadas, a modelagem da volatilidade, como uma questão importante nos mercados financeiros, tem chamado a atenção de acadêmicos de finanças e profissionais do mercado de capitais. Uma vez que a volatilidade dos preços dos ativos não pode ser observada, é necessário estimá-la. Na literatura sobre modelagem e previsão de volatilidade condicional, os modelos de tipo GARCH são amplamente utilizados e bem conhecidos devido à sua precisão para lidar com a modelagem dos fatos estilizados de retornos financeiros, como agrupamento de volatilidade e autocorrelação. No entanto, são

modelos baseados em retornos calculados por meio de dados dos preços de fechamento. Assim, eles não captam a variabilidade intradiária dos preços dos ativos, negligenciando informações significativas.

A variação de preços, ou variação de volatilidade, definida como a diferença entre os preços de mercado máximo e mínimo em um intervalo de amostragem fixo, é conhecida há muito tempo e recentemente recuperou seu interesse crítico como uma *proxy* para a volatilidade. Muitos estudos demonstraram que podemos usar a escala variação dos preços para aprimorar a estimativa e a previsão da volatilidade, sendo mais eficaz do que a utilização dos retornos quadrados diários. Assim, este artigo avalia o desempenho de modelos de volatilidade

baseados em variação em uma aplicação de gestão de risco: previsão de VaR. Este artigo sugere a inclusão da variação da volatilidade como uma variável exógena nos modelos GARCH e TARCH tradicionais, a fim de avaliar se a variação oferece informações adicionais sobre a volatilidade e melhor previsão de volatilidade do que as abordagens de tipo GARCH baseadas no retorno e o modelo CARR. Nossa análise empírica utiliza dados dos principais índices das bolsas das economias dos EUA e do Brasil, ou seja, S&P 500 e Ibovespa, respectivamente, assim um mercado desenvolvido e um mercado emergente são abordados; os modelos são comparados em termos de funções de perda e testes estatísticos para avaliação da volatilidade, também considerando abordagens de

backtesting de VaR.

Nossos resultados fora da amostra indicam que os modelos de volatilidade baseados em variação oferecem informações adicionais aos modelos GARCH e TARCH tradicionais. Além disso, previsões de VaR mais precisas são obtidas pelos modelos que incluem a variação como uma variável exógena na equação de variância para ambos os índices de ações avaliados. Futuras pesquisas devem incluir a avaliação de diferentes medidas de variação de volatilidade como a variação realizada, bem como a comparação dos modelos de previsão em longo prazo, abordando diferentes padrões de volatilidade, como em cenários de crise, e sua aplicação a estratégias de negociação de ativos.

REFERÊNCIAS

- Alizadeh, S., Brandt, M., & Diebold, F. X. (2001). Range-based estimation of stochastic volatility models or exchange rate dynamics are more interesting than you think. *Journal of Finance*, 57, 1047-1092.
- Andersen, T. G., & Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39, 885-905.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Labys, P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica*, 71(2), 579-625.
- Anderson, R. I., Chen, Y.-C., Wang, L.-M. (2015). A range-based volatility approach to measuring volatility contagion in securitized real state markets. *Economic Modelling*, 45, 223-235.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Brandt, M., & Jones, C. (2002). Volatility forecasting with range-based EGARCH models (manuscript). Philadelphia, PA: University of Pennsylvania.
- Chou, R. Y. (2005). Forecasting financial volatilities with extreme values: the conditional autoregressive range (CARR) model. *Journal of Money, Credit and Banking*, 37(3), 561-582.
- Chou, R. Y., Chou, H., & Liu, N. (2010). Range volatility models and their applications in finance. In C.-F. Lee, & J. Lee (Ed.), *Handbook of quantitative finance and risk management* (pp. 1273-1281). New York: Springer.
- Chou, R. Y., Chou, H., & Liu, N. (2015). Range volatility: a review of models and empirical studies. In C.-F. Lee, & J. Lee (Ed.), *Handbook of financial econometrics and statistics* (pp. 2029-2050). New York: Springer.
- Chou, R. Y., Liu, N., & Wu, C. (2007). Forecasting time-varying covariance with a range-based dynamic conditional correlation model (working paper). Taipé, Taiwan: Academia Sinica.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39, 841-862.
- Christoffersen, P. F. (2002). *Elements of financial risk management*. San Diego, CA: Academic.
- Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253-263.
- Dunis, C., Laws, J., & Sermpinis, G. (2010). Modeling commodity value-at-risk with high order neural networks. *Applied Financial Economics*, 20(7), 585-600.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Engle, R. F. (2002). New frontiers for ARCH models. *Journal of Applied Econometrics*, 17, 425-446.
- Gallant, R., Hsu, C., & Tauchen, G. (1999). Calculating volatility diffusions and extracting integrated volatility. *Review of Economics and Statistics*, 81, 617-631.
- Garman, M. B., & Klass, M. J. (1980). On the estimation of price volatility from historical data. *Journal of Business*, 53, 67-78.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- Hartz, C., Mittinik, S., & Paoletta, M. S. (2006). Accurate value-at-risk forecasting based on the normal-GARCH model. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(4), 2295-2312.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk management models. *Journal of Derivatives*, 3, 73-84.
- Leite, A. L., Figueiredo Pinto, A. C., & Klotzle, M. C. (2016). Efeitos da volatilidade idiossincrática na

- precificação de ativos. *Revista Contabilidade & Finanças*, 27(70), 98-112.
- Li, H., & Hong, Y. (2011). Financial volatility forecasting with range-based autoregressive model. *Financial Research Letters*, 8(2), 69-76.
- Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A simple, positive semi-definite heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703-708.
- Parkinson, M. (1980). The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business*, 53, 61-65.
- Patton, A. J. (2011). Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies. *Journal of Econometrics*, 160, 246-256.
- Poon, S., & Granger, C. W. J. (2003). Forecasting volatility in financial markets: a review. *Journal of Economic Literature*, 41, 478-539.
- Rogers, L. C. G., & Satchell, S. E. (1991). Estimating variances from high, low, opening, and closing prices. *Annals of Applied Probability*, 1, 504-512.
- Sharma, P., & Vipul (2016). Forecasting stock market volatility using realized GARCH model: international evidence. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 59, 222-230.
- Su, J., & Hung, J. (2011). Empirical analysis of jump dynamics, heavy tails and skewness on value-at-risk estimation. *Economic Modeling*, 28(3), 1117-1130.
- Tian, S., & Hamori, S. (2015). Modeling interest rate volatility: a realized GARCH approach. *Journal of Banking & Finance*, 61, 158-171.
- Val, F. F., Figueiredo Pinto, A. C., & Klotzle, M. C. (2014). Volatility and return forecasting with high-frequency and GARCH models: evidence for the Brazilian market. *Revista Contabilidade & Finanças*, 25(65), 189-201.
- Wang, S., & Watada, J. (2011). Two-stage fuzzy stochastic programming with value-at-risk criteria. *Applied Soft Computing*, 11(1), 1044-1056.
- Yang, D., & Zhang, Q. (2000). Drift-independent volatility estimation based on high, low, open, and close prices. *Journal of Business*, 73, 477-491.

Endereço para correspondência:

Leandro dos Santos Maciel

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Administração e Ciências Contábeis, Departamento de Ciências Contábeis
Avenida Pasteur, 250, sala 242 – CEP: 22290-240
Urca – Rio de Janeiro – RJ – Brasil
E-mail: maciel@facc.ufrj.br