

## A configuração geométrica inicial na análise avançada de portais planos de aço

Arthur Ribeiro de Alvarenga

PROPEC - Mestrado em Construção Metálica - Departamento de Eng. Civil  
Escola de Minas - UFOP - Ouro Preto, MG, Brasil  
E-mail: artalvarenga@ig.com.br

Ricardo Azoubel da Mota Silveira

PROPEC - Mestrado em Construção Metálica, Professor Adjunto  
Departamento de Eng. Civil - Escola de Minas - UFOP - Ouro Preto, MG, Brasil  
E-mail: ricardo@em.ufop.br

### Resumo

Esse artigo aborda a influência da configuração geométrica inicial na carga-limite de portais planos de aço, determinada empregando-se uma análise inelástica de segunda ordem baseada na aplicação do método da zona plástica. Essa configuração geométrica inicial inclui imperfeições como a curvatura inicial e o fora de prumo, que fazem parte dos requerimentos mínimos para se qualificar essa análise inelástica como avançada. Os passos necessários para desenvolver essa análise serão mostrados, incluindo a formulação, as exigências de cálculo e os exemplos utilizados nesse estudo. Finalmente, são apresentados as conclusões e um roteiro de análise, que podem auxiliar o engenheiro a estabelecer a configuração inicial mais crítica, a partir da qual pode-se determinar a carga-limite de um problema estrutural mais complexo.

**Palavras-chave:** pórticos metálicos, análise avançada, método da zona plástica, configurações iniciais, imperfeições geométricas.

### Abstract

*This paper studies the contribution of initial geometric configuration to the limit load defined by a second-order plastic-zone inelastic analysis applied to steel plane frames. This initial configuration must include geometric imperfections (out-of-straightness and out-of-plumb) that are required for qualifying the inelastic analysis as advanced one. The necessary steps to apply this analysis are shown, including formulation, requirements and the studied examples. Lastly, a step-by-step procedure and a conclusion are given, providing the critical initial configuration by which the engineer will define the limit load for more complex structural problems.*

**Keywords:** steel frames, advanced analysis, plastic-zone method, initial configuration, geometric imperfections.

## 1. Introdução

A evolução dos recursos computacionais nas últimas décadas possibilitou o desenvolvimento da análise estrutural em teoria de segunda ordem, por conseguinte uma modelagem mais próxima da realidade, na qual o estudo da estabilidade pôde, efetivamente, ser realizado, principalmente para sistemas estruturais menos esbeltos.

O método dos elementos finitos, o método dos estados limites e a avaliação da plasticidade distribuída, em conjunto, formam uma base para inúmeras pesquisas em todo o mundo, culminando, agora, com o crescimento do conceito denominado *análise avançada*.

A análise avançada é definida como uma análise inelástica de segunda ordem muito precisa, em que são incluídas imperfeições na modelagem da estrutura, como a curvatura inicial (CI), o fora de prumo (FP) e as tensões residuais (TR), entre outras que podem ser atribuídas, e cumprindo ainda severas exigências, de forma a se obter uma carga-limite através da qual não sejam necessárias outras verificações de resistência ou de estabilidade para a estrutura analisada naquele plano (Chen et al., 1996).

Pretende-se, então, neste artigo, explorar o conceito da análise avançada, dando ênfase à configuração geométrica inicial, que precisa incluir as imperfeições já citadas, ou seja, são avaliados os efeitos da curvatura inicial e fora de prumo sem, no entanto, se preocupar com a influência das tensões residuais.

Este trabalho procura, então, apresentar, sob a ótica da plasticidade *distribuída* ou método da zona plástica (ZP), uma estratégia de análise não-linear aplicada às estruturas metálicas e a seu dimensionamento (Alvarenga, 2005). Trata-se de uma contribuição do PROPEC/DECIV/EM/UFOP, mais especificamente da linha de pesquisa *Comportamento e Dimensionamento de Estruturas Metálicas*, que visa a estudar, isoladamente ou em conjunto, as diversas partes de uma estrutura. Entre outras contribuições do PROPEC nessa área, destacam-se: Caldas (2004), Machado (2005) e

Rocha e Silveira (2005). Os dois últimos abordam a inelasticidade do aço através do método das rótulas plásticas, dita plasticidade concentrada.

São apresentadas, na próxima seção, algumas considerações sobre a análise avançada. Na seção 3, são feitos comentários sobre a formulação numérica do método da zona plástica, com o emprego da técnica das fatias (Lavall, 1996); já a seção 4 aborda tópicos da implementação computacional realizada; em seguida, nos exemplos numéricos, estudam-se os portais de Vogel (1985) e o modificado de Zhou (Zhou et al., 1990; Alvarenga, 2005), onde os efeitos das imperfeições geométricas da configuração inicial são tratados. Por fim, são feitas considerações importantes envolvendo os resultados obtidos e é apresentado um roteiro de cálculo para projetistas estruturais que desejam utilizar, como ferramenta, a análise avançada.

## 2. Análise avançada

A norma australiana AS4100 (1990) foi a primeira a reconhecer que, se todos os aspectos significativos do comportamento da estrutura no plano são adequadamente modelados numa análise inelástica de segunda ordem, a verificação de barras à flexo-compressão por fórmulas de interação seria desnecessária. Assim, o termo *avançada* significa que a análise estrutural também inclui o processo de dimensionamento, caracterizando, assim, um avanço (um passo adiante) na direção de projeto estrutural.

Também a carga-limite resultante representará uma carga real, similar a que seria obtida no caso de um ensaio de laboratório procurando reproduzir o modelo original do problema, ou seja, é um valor de grande confiabilidade.

Para se realizar uma análise avançada, diversas atribuições podem ser estabelecidas e várias exigências devem ser cumpridas. Chen e White (1993) forneceram um sumário de atributos que podem ser considerados em uma análise avançada. Nesse trabalho são considerados os seguintes atributos:

- A não-linearidade geométrica, com os efeitos de segunda ordem:  $P\Delta$ ,  $P\delta$  e  $M\Phi$  (ver Figura 1a-b).
- A não-linearidade física, avaliando a plasticidade distribuída com ZP.
- As imperfeições geométricas iniciais: fora de prumo e curvatura inicial.

Além disso, supõe-se, também, que: as tensões residuais iniciais não interferem nesses resultados, as barras são todas adequadamente travadas fora do plano, as seções transversais dos perfis adotados são geometricamente simétricas, todos os elementos finitos (EF) são prismáticos, todos os painéis são rígidos (com enrijecedores adequados), todas as ligações são rígidas (soldadas com penetração total) e todas as cargas são aplicadas estaticamente, consideradas centradas e conservativas e do tipo incremental ou fixa. O efeito das tensões residuais será tratado nos próximos trabalhos dos autores.

Por outro lado, não é correto denominar qualquer análise inelástica de segunda ordem como uma análise avançada. Para isso, algumas exigências devem ser cumpridas, como:

- Usar uma formulação matemática rigorosa fundada em teorias bem conhecidas da mecânica de sólidos e dos materiais.
- As resistências, as deformações, as distribuições internas dos esforços, as tensões, etc. devem ser confrontadas, previamente, com resultados de ensaios em escala real ou pórticos de calibragem, contidos na literatura mundial, como os trabalhos de Vogel (1985) ou Zhou et al. (1990). A carga-limite encontrada, seja de resistência ou de estabilidade, não poderá ser superior em 5% (não conservadora) aos resultados dos bancos de prova.
- Os esforços solicitantes nas seções não podem violar a resistência máxima definida pela condição de plasticidade completa da seção.
- A plasticidade distribuída deve ser avaliada, tanto na deformação axial, como na deformação por flexão, ou combinadas; e, quando a seção solicitada está num ponto da superfície

de plastificação, acréscimos de axial devem provocar a redução do momento plástico correspondente.

Existem vários métodos de análise inelástica de segunda ordem capazes de realizar uma análise avançada, mas o método da zona plástica pode ser considerado o que fornece resultados mais precisos, por isso foi adotado no presente trabalho.

Os fundamentos teóricos e alguns detalhes da implementação computacional das diversas estratégias ou métodos de análises inelásticas podem ser encontrados numa publicação de 1993, nos EUA, intitulada “*Towards Advanced Analysis in LRF*” (Chen e White, 1993). Trata-se, basicamente, de um relatório para o SSRC (Structural Stability Research Council), que contou com a colaboração de vários pesquisadores, como R.D. Ziemian, M.J. Clarke, J.Y.R. Liew e outros.

Esse artigo procura, também, dar a sua contribuição para que a análise inelástica, usando ZP, possa ser empregada pela nossa engenharia estrutural.

### 3. Formulação numérica

O método da zona plástica (ZP) requer, usualmente, o emprego de uma

malha de EF mais fina, na qual se pretende monitorar a formação das zonas plásticas. Esse é um método mais preciso, porém exige grande esforço computacional. Destacam-se, aqui, as seguintes publicações relacionadas com a abordagem da ZP: Clarke (1994), Foley e Vinakota (1999) e Folley (2001). No Brasil, vale destacar os trabalhos de Lavall (1996) e Pimenta (1996), com a utilização de uma aproximação denominada de técnica das fatias, que será adotada também no presente trabalho.

As barras utilizadas na modelagem das estruturas são consideradas prismá-

ticas, compostas de EF interligados, cada elemento com extensão  $L$ , conectado a dois nós, como mostra a Figura 2a. Todas as barras (e os EFs) possuem seções homogêneas (nesse trabalho: perfis I de aço, duplo simétricos, altura  $h$ , largura  $b$ , espessuras  $t$  na aba e  $a$  na alma, como ilustrado na Figura 2b). Por sua vez, cada EF é composto de subdivisões retangulares longitudinais denominadas fatias  $e$ , através dessas fatias, se avalia a zona de plastificação, ou como se distribui a plasticidade (Owen & Hinton, 1980).

Na técnica das fatias, considera-se que a fibra (linha de centro de cada fatia,

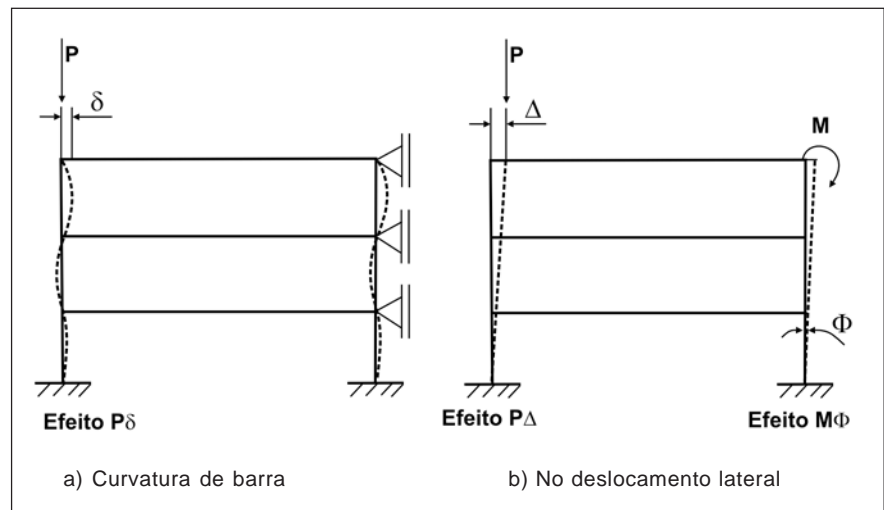


Figura 1 - Efeitos de segunda ordem.

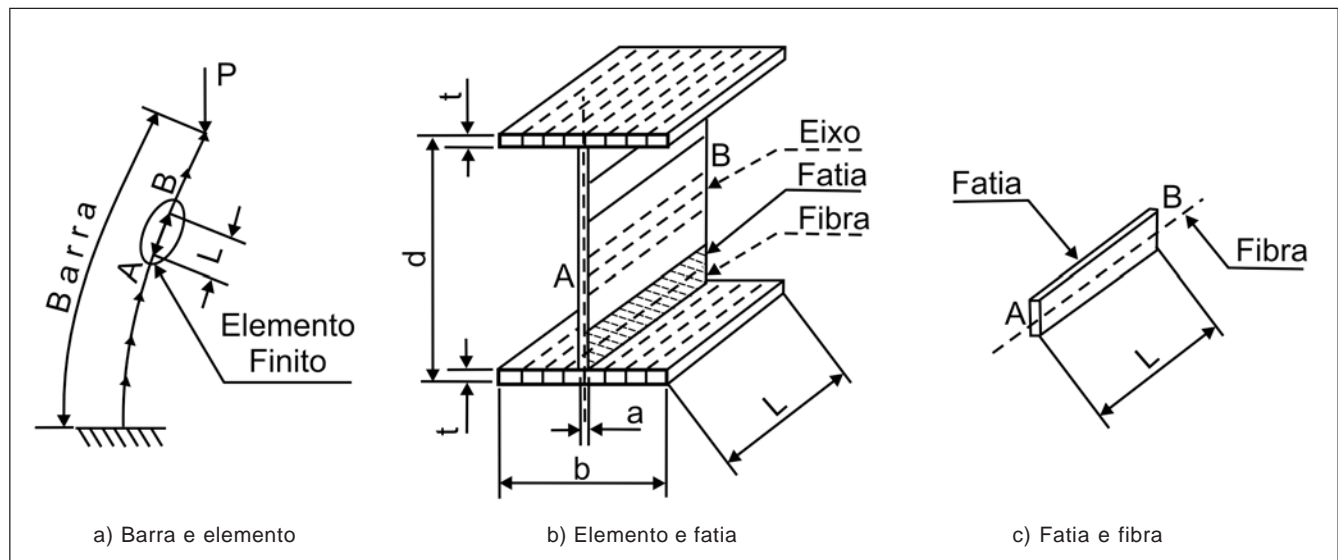


Figura 2 - Modelagem da zona plástica.

como mostra a Figura 2c) determina o estado da fatia, em cada passo de carga, através do seu estado de tensão e de deformação correspondente. O estado de todas as fatias, em conjunto, estabelece a situação das seções nas extremidades do EF, e, portanto, o comportamento do próprio EF, avaliando, assim, a ZP.

A formulação adotada nesse trabalho tem, então, as seguintes características (Lavall, 1996; Alvarenga, 2005):

- Utiliza um referencial Lagrangiano atualizado corrotacional para acompanhar o movimento do elemento finito e, dessa maneira, minimiza a influência das rotações de corpo-rígido na qualidade dos resultados (Silveira, 1995).
- Aplica uma relação constitutiva na fibra com tensões de Biot e alongamento linear, considerando o material elástico-perfeitamente plástico.
- Introduz simplificações baseadas na teoria de Bernoulli-Euler, complementada pelas colaborações de Navier, Vlassov, Neal e Galambos (Alvarenga, 2005).
- Define um campo de deslocamento, a partir de três componentes corrotacionais, e aproxima a deformação da fibra como uma função linear da deformação da fibra do centróide e da posição relativa da fibra considerada ao centróide.
- Adota funções de interpolação que expressam o estado de deformação em relação ao campo de deslocamentos corrotacionais.

### 3.1 Matriz de Rigidez

No contexto do método dos elementos finitos, a relação de equilíbrio não-linear do problema estrutural, na forma incremental, que é resolvida aqui através do processo incremental-iterativo de Newton-Raphson, pode ser expressa segundo:

$${}^{\omega}\mathbf{S} \, {}^{\omega+1}\Delta\mathbf{u} = {}^{\omega+1}\Delta\mathbf{F}, \quad (1a)$$

em que os vetores de deslocamentos nodais  $\mathbf{u}$  e esforços  $\mathbf{F}$ , no passo atualizado  $\omega+1$ , são obtidos através da soma dos vetores no passo anterior  $\omega$ , com os vetores acréscimos estabelecidos pela relação com a matriz de rigidez global  $\mathbf{S}$ , isto é:

$${}^{\omega+1}\mathbf{u} = {}^{\omega}\mathbf{u} + {}^{\omega+1}\Delta\mathbf{u} \quad (1b)$$

$${}^{\omega+1}\mathbf{F} = {}^{\omega}\mathbf{F} + {}^{\omega+1}\Delta\mathbf{F} \quad (1c)$$

A matriz de rigidez na forma global é definida através da soma ordenada da matriz de rigidez de cada EF,  $\mathbf{K}$ , que, por sua vez, é obtida por diferenciação da expressão do campo de deformações e cuja expressão é mostrada a seguir (Alvarenga, 2005):

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{ep} + \mathbf{K}_h + \mathbf{K}_{g\alpha} \quad (2)$$

sendo  $\mathbf{K}_{ep}$  a parcela constitutiva,  $\mathbf{K}_h$  a parcela de curvatura (que avalia  $P\delta$ ) e  $\mathbf{K}_{g\alpha}$  a parcela de movimento de corpo-rígido (que avalia  $P\Delta$  e  $M\phi$ ). Essas matrizes são definidas através das expressões:

$$\mathbf{K}_{ep} = \begin{bmatrix} A & 0 & B & -A & 0 & B \\ & C & D & 0 & -C & D \\ & & E & B & -D & E/2 \\ & \text{sim.} & & A & 0 & -B \\ & & & & C & -D \\ & & & & & E \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{K}_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & F & G & 0 & -F & G \\ & & H & 0 & -G & -J \\ & \text{sim.} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & F & -G \\ & & & & & H \end{bmatrix} \quad (3b)$$

$$\mathbf{K}_{g\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & M & 0 & 0 & -M & 0 \\ & N & 0 & -M & -N & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sim.} & & 0 & M & 0 \\ & & & & N & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3c)$$

com os coeficientes  $A, B, C, \dots, M$  e  $N$ , dados por:

$$\begin{aligned} A &= D_{1m} / L_r, & B &= D_{2m} / L_r, & C &= 12D_{3m} / (L_r L_d^2), & D &= 6D_{3m} / (L_r L_d), \\ E &= 4D_{3m} / L_r, & F &= 6H_m, & G &= 3H_m L_d, & H &= 4J, \\ J &= H_m L_d^2, & N &= Q_1 / L_d, & M &= (Q_2 + Q_3) / L_d^2, & H_m &= Q_1 / (30L_d). \end{aligned} \quad (4)$$

Observe que esses termos são expressos em função do comprimento do EF de referência (na configuração inicial)  $L_r$  e do comprimento deformado (na configuração atualizada)  $L_d$ , como mostra a Figura 3a. As integrais de propriedades elasto-plásticas da seção são avaliadas pelas variáveis  $D_{1m}$ ,  $D_{2m}$  e  $D_{3m}$  através das expressões:

$$D_{km} = 0.5(D_{ka} + D_{kb}), \quad \text{com } 1 \leq k \leq 3 \quad (5)$$

em que se avalia no nó índice  $j$  (a ou b):

$$D_{kj} = \int_{A_r} D_j(y_c)^{(k-1)} dA_r = \sum_{i=1}^{n \text{ fatias}} \left[ D_{ij}(y_{ci})^{(k-1)} dA_{ri} \right] \quad (6)$$

ou seja,  $D_{1j}$ ,  $D_{2j}$  e  $D_{3j}$  avaliam numericamente a integral de  $(D dA)$ ,  $(D y_c dA)$  e  $(D y_c^2 dA)$ , respectivamente, no nó  $j$  (somando em todas as fatias da seção);  $D_{ij}$  é obtido pela relação  $d\sigma/d\varepsilon$  do material (ver Figura 3b) para cada fatia  $i$  do nó  $j$ ; e  $y_c$  é a cota atualizada da fibra de cada fatia ao centróide da seção remanescente elástica (que não necessariamente coincide com o eixo do EF, caso aconteça plastificação do elemento). Por fim, as grandezas  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$ , indicadas também na Figura 3c, definem os esforços corrotacionais.

O desenvolvimento dessas relações pode ser visto com maiores detalhes em Alvarenga e Silveira (2005) ou Alvarenga (2005).

### 3.2 Integração iterativa dos esforços normais

Os esforços solicitantes  $N$  (normal) e  $M$  (momento-fletor) podem ser obtidos, em cada nó  $j$  do elemento, por integração direta das tensões nas fatias, ou seja:

$$N_j = \int_{A_r} \sigma dA_r = \sum_{i=1}^{n \text{ fatias}} [\sigma_i dA_{ri}] \quad (7a)$$

$$M_j = \int_{A_r} \sigma y_c dA_r = \sum_{i=1}^{n \text{ fatias}} [\sigma_i y_{ci} dA_{ri}] \quad (7b)$$

nos quais  $\sigma_i$  e  $A_{ri}$  representam a tensão e a área de referência da fatia  $i$ , avaliada no nó  $j$ . Porém, como se exige que nos dois pontos nodais do elemento  $N_a \cong N_b$ , e como se supõe que não podem ocorrer tensões superiores à de escoamento  $\sigma_y$ , quando acontece, por exemplo, a plastificação apenas de um nó do EF, como ilustrado na Figura 4a, aparece, então, uma diferença  $d_N = N_a - N_b \neq 0$ .

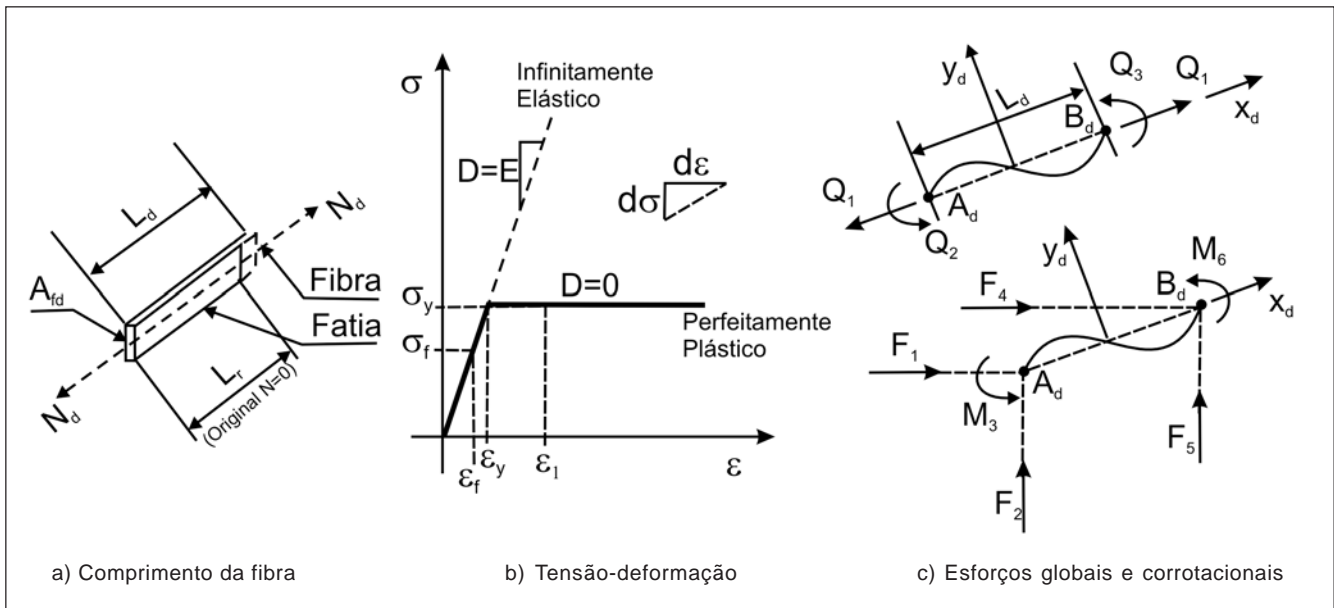


Figura 3 - Comportamento da fibra e do material.

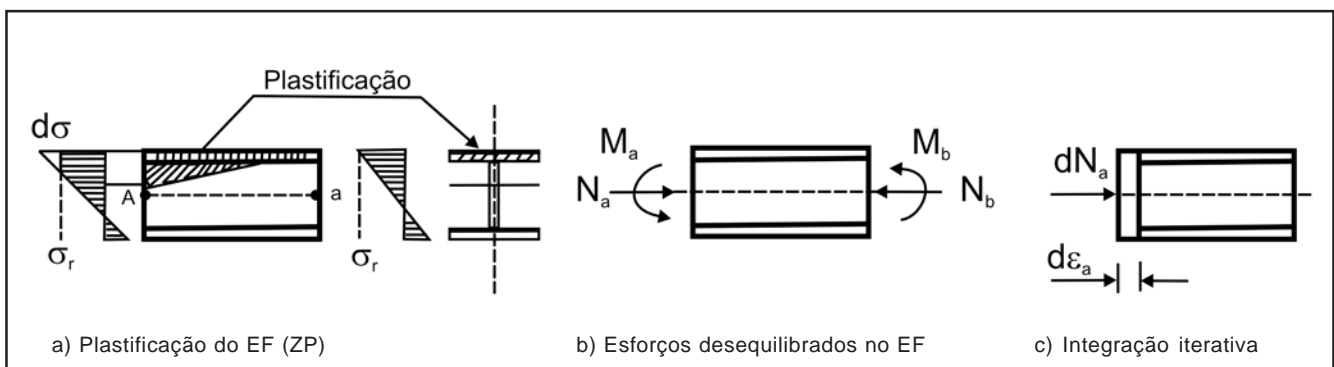


Figura 4 - Avaliação da plasticidade distribuída.

Com o intuito de reduzir essa diferença  $dN$ , foi implementado, no programa computacional, um processo iterativo de integração. Esse processo é feito calculando-se um acréscimo de deformação no nó onde aconteceu o desequilíbrio dado por  $\delta\epsilon_j = dN_j/A_{c_j}$ , na qual  $A_{c_j}$  é a área da seção conhecida (naquela iteração), avaliada no nó de índice  $j$  (a ou b), que é atualizada iterativamente. Assim, novas tensões serão obtidas e, também, outros esforços e o ciclo será repetido até que os valores obtidos apresentem diferenças dentro de uma dada tolerância.

#### 4. Comentários sobre a implementação computacional

O desenvolvimento da ferramenta computacional usada neste trabalho seguiu o fluxograma geral de solução de problemas estruturais não-lineares apresentado por Owen e Hinton (1980). Foram previstas, adicionalmente, possibilidades de expansões, de recursos automáticos de geração da malha e, principalmente, de geração da configuração geométrica inicial com imperfeições, como é proposto em seguida.

Acompanhando a Figura 5a, onde é caracterizado um EF genérico, o fora de prumo (FP) de cada EF (numa cota  $x_1$ ,

por exemplo) corresponde a uma fração  $\Delta_1$  proporcional ao valor máximo  $\Delta_0$  em relação à extensão  $L$  da coluna, usualmente definido com o valor  $\Delta_0 = L/500$ , como mostra a Figura 5b.

A curvatura inicial (CI), na forma de arco senoidal (ou na forma de arco de círculo, como adotada no presente trabalho), é relacionada pela expressão da deflexão  $\delta_1$ , calculada na cota  $x_1$ , quando em  $L/2$  tem-se a flecha máxima  $\delta_0$ , que, normalmente, é avaliada como sendo  $L/1000$  (ver a Figura 5c).

Já a imperfeição combinada CI + FP da coluna, por exemplo, é gerada aqui para cada cota  $x_1$ , primeiramente fazendo a avaliação da CI com  $\delta_1$  e, depois, somando o traslado do FP  $\Delta_1$ , como indicado na Figura 5d. Com esse procedimento, consegue-se obter o valor de  $\delta_0$  ( $L/1000$ ) exatamente localizado na cota  $L/2$ .

#### 5. Exemplos numéricos

Essa seção traz dois exemplos de aplicação da análise avançada com ZP em portais planos de aço. O primeiro sistema estrutural tem o objetivo de validar a teoria exposta; o segundo exemplo é destinado à verificação da influência da imperfeição geométrica inicial (FP e CI) no comportamento do pórtico em estudo.

#### 5.1 Portal de Vogel (1985)

Esse portal é um problema de banco de provas mundial, usado frequentemente para validar análises inelásticas de segunda ordem. Como ilustrado na Figura 6, trata-se de um portal engastado nas bases, sujeito, simultaneamente, a duas cargas verticais  $P = 80\%$  de  $N_y$  e uma carga horizontal de distúrbio  $H = 1.25\%$   $P$ , todas aplicadas de forma incremental. Na modelagem desse pórtico, já se impõem os valores das imperfeições geométricas: fora de prumo ( $\Delta_0 = L/400 = 1.25$  cm) e curvatura inicial ( $\delta_0 = L/1000 = 0.5$  cm). O material é considerado elástico perfeitamente plástico, com o módulo de Young  $E = 20500$  kN/cm<sup>2</sup>, aço ASTM A 7, com tensão de escoamento  $\sigma_y = 23.5$  kN/cm<sup>2</sup>.

Os perfis laminados europeus HEB 300 e HEA 340 são aproximados por equivalentes, ajustando-se as medidas ( $t$  e  $a$ ), conforme a Tabela 1. São consideradas, também, as tensões residuais duplamente lineares, segundo os padrões europeus, com valor máximo  $0.5\sigma_y$ .

Vários pesquisadores realizaram análises inelásticas nesse portal, de onde destacam os trabalhos de Ziemian (1992), Clarke (1994) e, recentemente, Machado (2005), que usou a abordagem da plasticidade concentrada. A trajetória de equilíbrio desse sistema, obtida através pro-

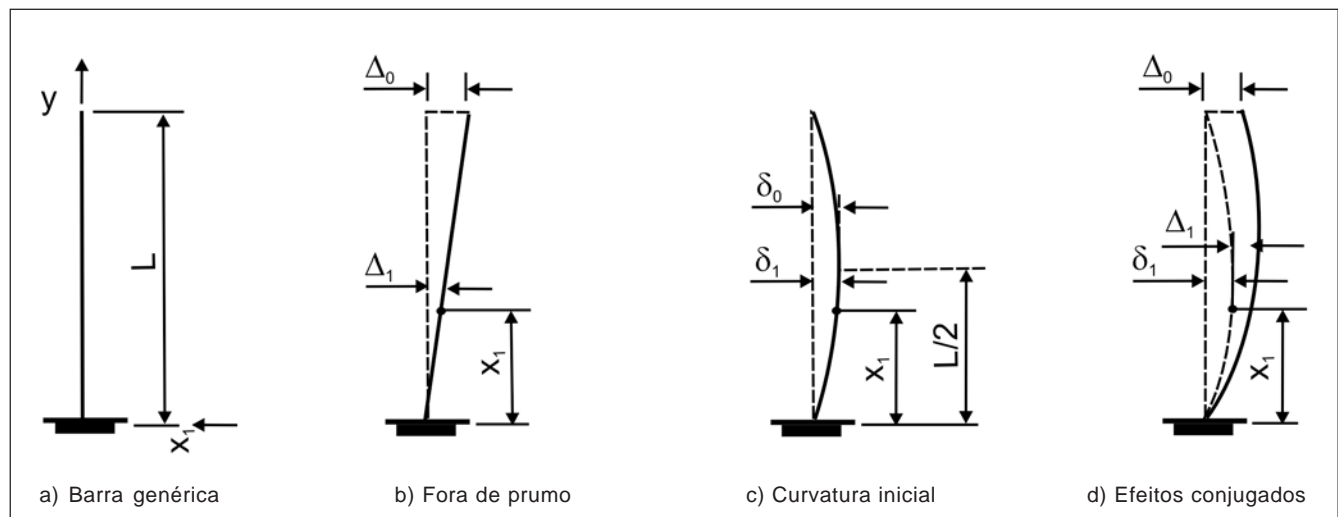


Figura 5 - Imperfeições geométricas das barras.

grama desenvolvido, é apresentada na Figura 7 juntamente com outros resultados extraídos da literatura. Adicionalmente, os valores do fator de colapso versus deslocamento no topo do portal são mostrados na Tabela 2. A Tabela 3 indica os esforços na situação pré-coloapso.

Através da Figura 7 e das tabelas apresentadas, pode-se comprovar que os resultados oriundos desse trabalho estão coerentes com os da literatura mundial.

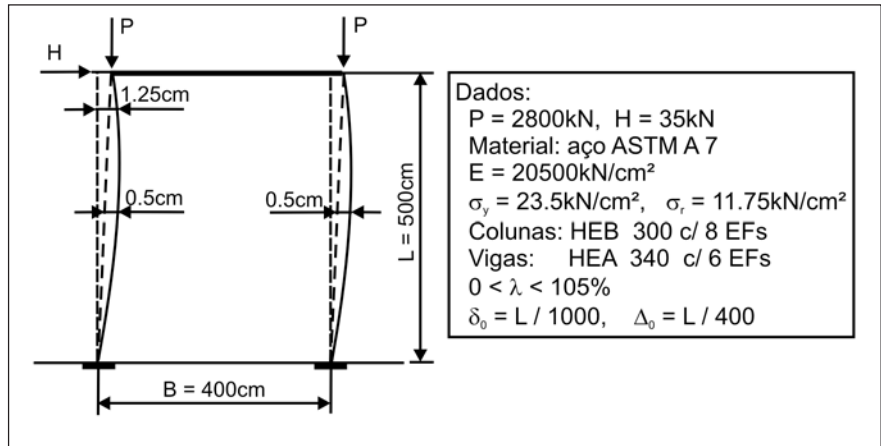


Figura 6 - Portal de Vogel (1985).

### 5.2 Portal de Zhou et al. (1990) modificado

O portal de aço analisado nessa seção é ilustrado na Figura 8a, sendo uma modificação do proposto inicialmente por Zhou et al. (1990). As colunas e viga são de perfil WF 8'31, com seção equivalente mostrada na Figura 9 e dados da Tabela 4. O material é considerado elástico perfeitamente plástico, com o módulo de Young  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ , aço tipo ASTM A 36, com tensão de escoamento  $\sigma_y = 25 \text{ kN/cm}^2$  e adota-se o modelo sem tensões residuais ( $\sigma_r = 0$ ). São aplicadas duas cargas  $P = N_y$  e uma carga horizontal  $H = 0.5H_y$ , no topo das colunas, sendo  $H_y = M_p/A$ .

Deseja agora estudar o que acontece com a carga-limite em relação às várias configurações geométricas iniciais com imperfeições que serão idealizadas. Em todos os modelos de EF são consideradas a CI com  $\delta_0 = A/1000$  e o FP de  $\Delta_0 = A/500$ .

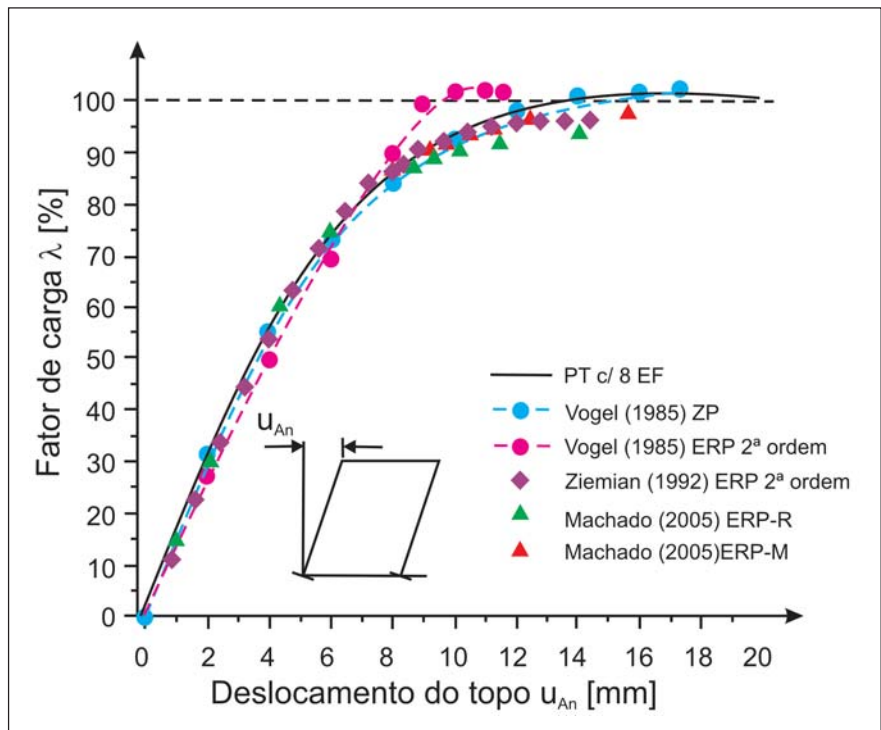


Figura 7 - Trajetórias de equilíbrio do portal de Vogel.

Tabela 1 - Propriedades das seções I do portal de Vogel.

Perfil	Dimensões da seção I [mm]				Área $A_g$ [cm <sup>2</sup> ]	Inércia $I_z$ [cm <sup>4</sup> ]	Módulo resistente	
	Altura d	Largura b	Espessuras				Elástico $W_z$ [cm <sup>3</sup> ]	Plástico $Z_z$ [cm <sup>3</sup> ]
			Aba t	Alma a				
HEA340	330	300	16.5	9.5	133.0	27690.0	1678.2	1850.0
PT	330	300	17.498	9.495	133.0	27690.4	1678.2	1847.0
HEB 300	300	300	19.0	11.0	149.0	25170.0	1678.0	1869.0
PT	300	300	19.965	11.230	149.0	25170.7	1678.1	1867.2

Tabela 2 - Carga de colapso  $\lambda_{col}$  versus deslocamento  $u_{An}$  no portal de Vogel.

	Vogel (1985)		Ziemian (1992)		Clarke (1994)		Liew et al. (1996)	
	ZP	ERP	ZP	ERP-R	ZP	s/ TR	ERP-CN	ERP-R
$\lambda_{col}$ [%]	102.2	101.7	99.9	105.0	102.3	104.0	99.9	96.0
$u_{An}$ [mm]	17.3	11.5	14.2	12.0	17.1	–	12.9	14.8
	Teh e Clarke (1999)	Avery e Mahen (2000)	Kim e Lee (2002)	Chan e Zhou (2004)	Machado (2005)		PT ZP	
					ERP-R	ERP-M	4 EF/col	8 EF/col
$\lambda_{col}$ [%]	100.5	101.0	103.0	103.3	94.0	98.0	100.8	100.7
$u_{An}$ [mm]	20.0	16.2	19.2	16.0	17.01	32.56	17.13	17.00

Obs.1) Mahen: Mahendran e Kim e Lee = elemento de casca do Abacus em 3D.

2) Métodos: ZP= zona plástica, ERP = elástico com rótula plástica de segunda ordem, ERP-R = elástico com rótula plástica-refinada, ERP-M = elástico com rótula plástica e seção montada, ERP-CN = elástico com rótula plástica e cargas nocionais, s/ TR = sem tensões residuais, PT = presente trabalho.

Tabela 3 - Esforços nos EFs do portal de Vogel.

Esforços Atuantes	Vogel (1985) ZP	Ziemian (1992) ZP	Clarke (1994) ZP	Liew et al. (1996)		Machado (2005) ERP-M	PT ZP	
				ERP-R	ERP-CN			
$N_A$	2770.2	2765.0	2821.0	2649.0	2752.0	2711.0	2782.7	2780.7
$N_B$	2829.9	2843.0	2905.0	2721.0	2846.0	2791.0	2862.0	2858.5
$N_V$	13.4	–	–	–	–	–	15.8	15.8
$Q_1$	30.8	–	–	–	–	–	40.8	40.5
$Q_n$	28.4	–	–	–	–	–	25.6	21.7
$M_{A1}$	9071.0	8703.0	9385.0	8586.0	10600.0	9248.0	9768.5	9854.4
$M_{na}$	7464.0	7955.0	8721.0	7357.0	9580.0	8174.0	8202.4	8058.1
$M_{B1}$	9055.0	8242.0	8277.0	8389.0	9270.0	8784.0	8721.8	8832.1
$M_{Bn}$	7462.0	7573.0	8084.0	7069.0	9207.0	7804.0	7645.9	7492.7
$\lambda_{col}$	1.022	0.999	1.023	0.960	1.040	0.980	1.008	1.007
EF/col.	–	50	50	1	1	1	4	8

Obs.:  $N_A$  e  $N_B$  = normais nas colunas da esquerda (A) e da direita (B),  $N_V$  = normal na viga,  $Q_1$  e  $Q_n$  = cortantes superior e inferior na coluna A,  $M_{A1}, M_{An}$  = momentos-fletores na base e no topo da coluna A,  $M_{B1}, M_{Bn}$  = idem para coluna B, EF/col. = número de EFs usados para modelar cada coluna.

Estudam-se, inicialmente, as variações de CI indicadas na Figura 10. Os resultados obtidos aqui para essas variações são apresentados na Tabela 5. Em seguida, a imperfeição FP é avaliada nas situações da Figura 11 e os resultados encontrados são mostrados na Tabela 6. Vale ressaltar que, nesse caso (FP apenas), não se introduziu a carga horizontal H, visto que esta aumenta o deslocamento no topo, e, conseqüentemente, aumenta o efeito  $P\Delta$ , mascarando, assim, o

efeito do FP que se deseja avaliar. Finalmente, com as diversas situações da Figura 12, avaliam-se as combinações das imperfeições CI e FP, obtendo-se, então, os resultados mostrados na Tabela 7.

Após esses estudos, pode-se afirmar que a carga-limite do portal é  $\lambda = 64.5\%$ . Mais importante, entretanto, é verificar que a configuração deformada crítica do portal é semelhante à mostrada anteriormente na Figura 8b.

## 6. Considerações finais

A partir do último exemplo, presume-se que a consideração de FP e de CI gera várias possibilidades de configurações iniciais a serem estudadas numa estrutura maior, como, por exemplo, um prédio de andares múltiplos, o que torna o problema complicado e extenso.



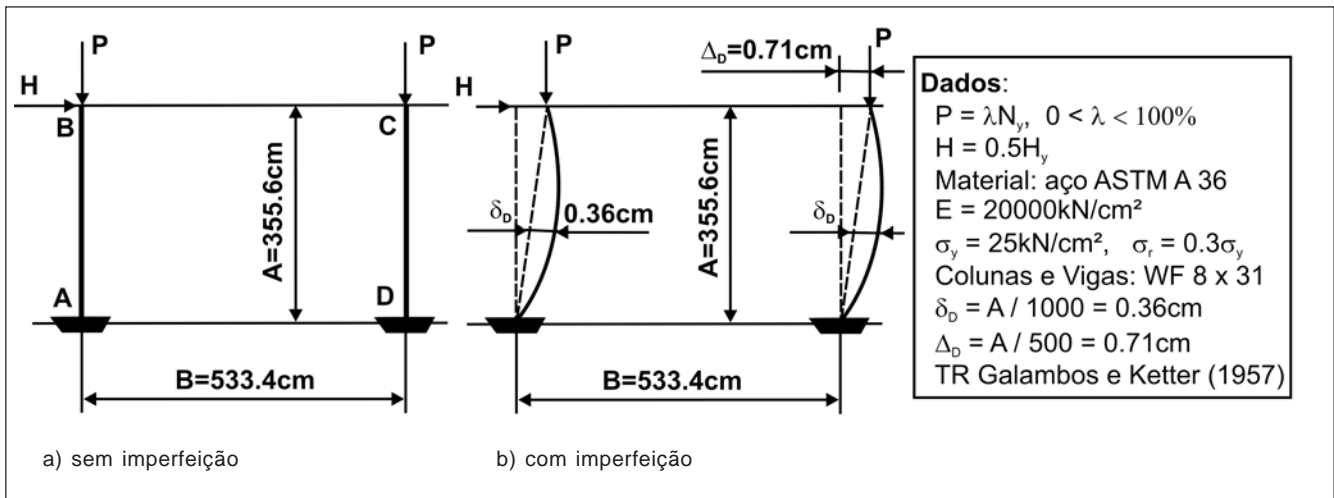


Figura 8 - Portal de Zhou et al. (1990) modificado.

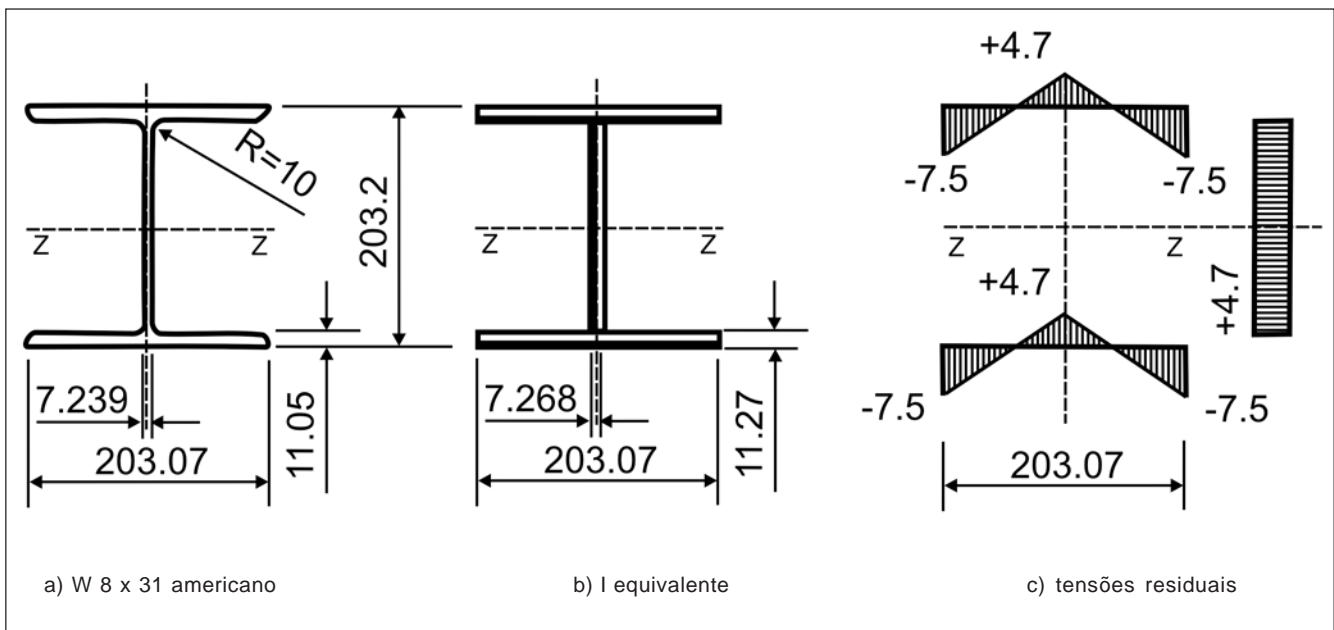


Figura 9 - Perfil adotado para as colunas e viga.

Tabela 4 - Propriedades da seção WF 8'31 das colunas.

Referência	Dimensões da seção I [mm]				Área $A_g$ [cm <sup>2</sup> ]	Inércia $I_z$ [cm <sup>4</sup> ]	Módulo resistente	
	Altura d	Largura b	Espessuras				Elástico $W_z$ [cm <sup>3</sup> ]	Plástico $Z_z$ [cm <sup>3</sup> ]
			Aba t	Alma a				
AISC 1978	8.000 in	7.995 in	0.435 in	0.285 in	9.13 in <sup>2</sup>	110 in <sup>4</sup>	27.5 in <sup>3</sup>	30.4 in <sup>3</sup>
Convertido	203.20	203.07	11.049	7.239	58.903	4578.54	450.64	498.16
PT	=	=	11.270	7.268	=	4577.30	450.50	498.50

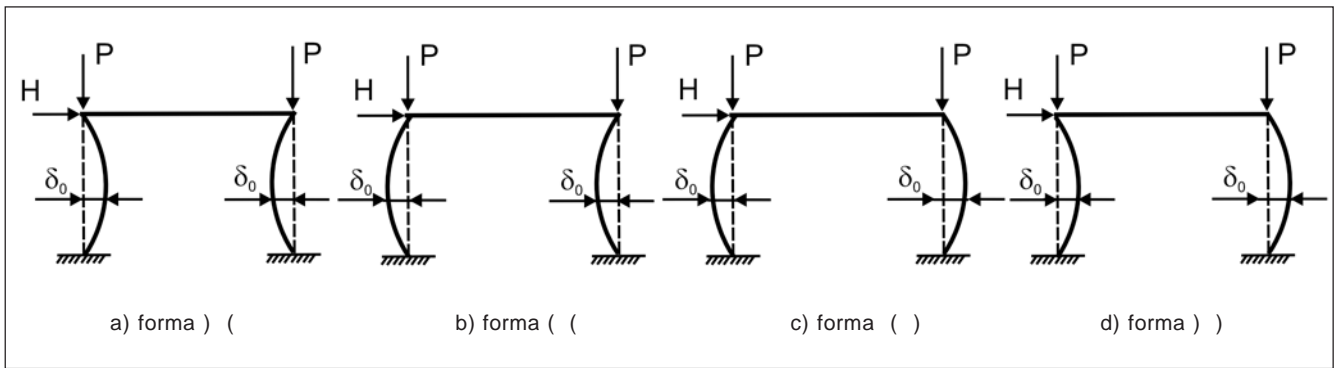


Figura 10 - Estudo da curvatura inicial nas colunas.

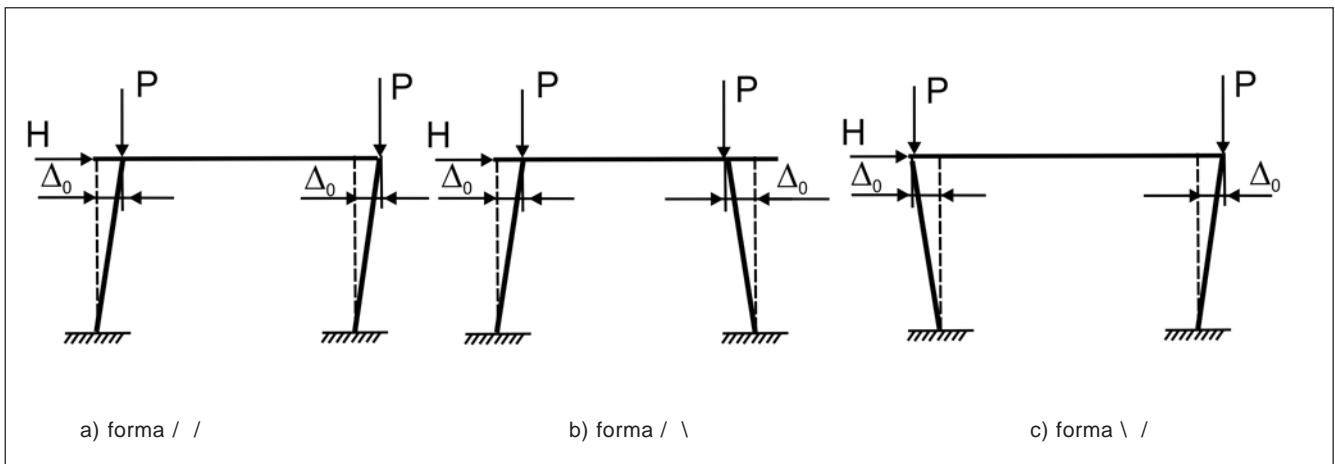


Figura 11 - Estudo do fora de prumo das colunas.

Tabela 5 - Efeito da CI no portal modificado ( $c/H: \beta = +0.5$ ).

Fator [%]	CI $\delta_0 = A / 1000$ para as duas colunas e utilizando a viga com WF 16x50.				
	sem	a. ) (	b. ( (	c. ( )	d. ) )
$\lambda_y$ sup.	66.5	65.8	66.7	64.3	64.7
$\lambda_{col}$ inf.	71.5	71.3	71.5	71.4	71.2

Quando as cargas verticais não são preponderantes nas colunas (esforços normais pequenos), os efeitos secundários serão também menores e pode acontecer um limite de resistência por formação de mecanismo plástico de colapso (de viga, de andar ou combinado). Nesses casos, a configuração inicial pouco interfere no resultado final.

Tabela 6 - Efeito do FP no portal modificado.

Fator [%]	Efeito de $\Delta_0 = A / 500$ ( $s/H: \beta = 0.0$ )		
	sem	a. / /	b. / \, c. \ /
$\lambda_y$ sup.	99.9	93.1	99.9
$\lambda_{col}$ inf.	100.0	94.2	100.0

Entretanto, quando os valores dos esforços normais, nas colunas, não são desprezáveis, o colapso será determinado, invariavelmente, pela flambagem (elástica ou inelástica) de uma parte ou de todo o sistema estrutural. Se a estrutura é esbelta, a flambagem tende a acontecer no regime elástico e a possível plasticidade, se acontecer, é localizada, não modificando o comportamento da estrutura.

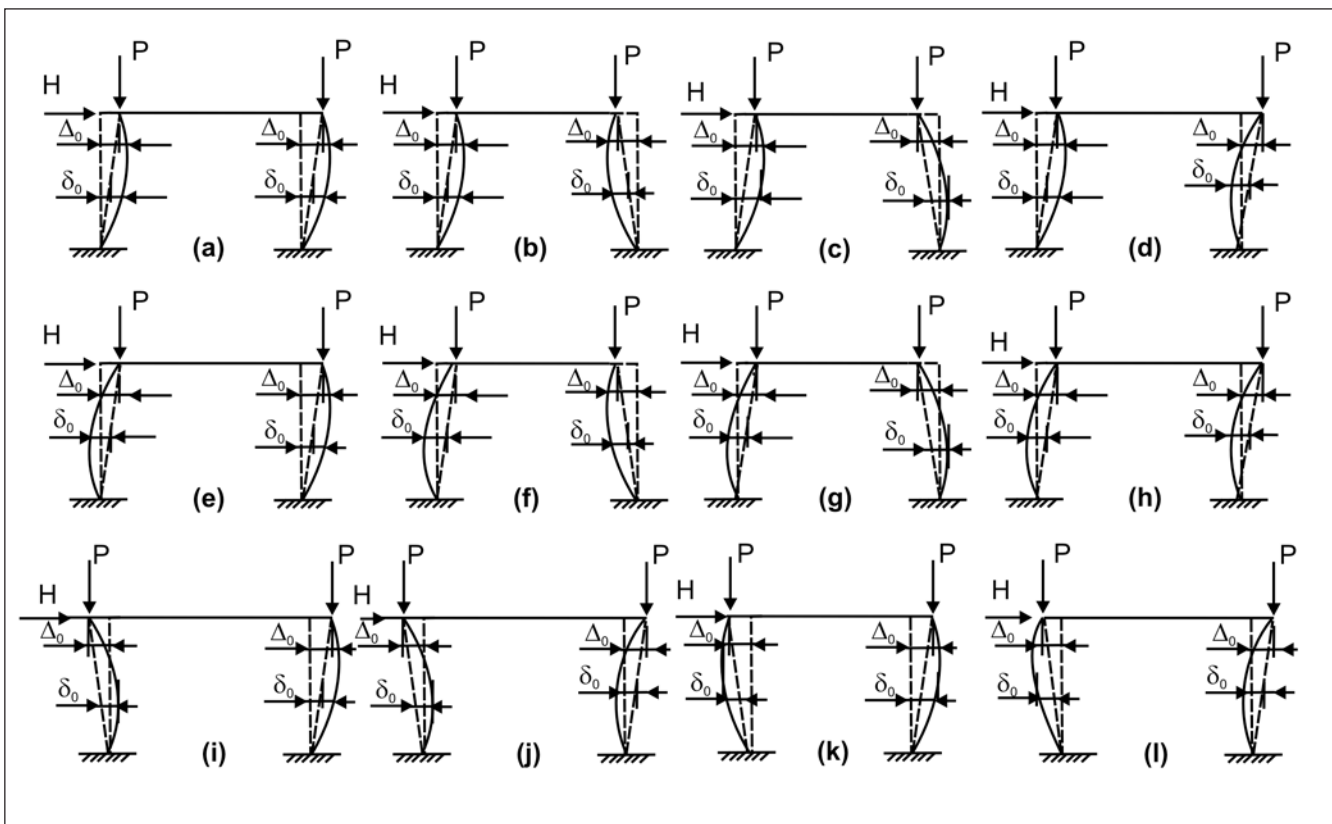


Figura 12 - Estudo da curvatura inicial e fora de prumo conjugados.

Tabela 7 - Efeito do CI e FP conjugados, no portal modificado.

Fator [%]	H=βH <sub>y</sub>	FP + CI em 2 colunas					
		a: ) )	b: ) (	c: ) \	d: ) (	e: ( )	f: ( (
λ <sub>y</sub> sup.	β= 0.0	91.4	89.8	97.1	95.8	89.5	97.1
	β= +0.5	55.8	56.1	59.2	59.2	54.9	61.5
λ <sub>col</sub> inf.	β= 0.0	92.7	93.4	97.6	97.4	93.5	97.6
	β= +0.5	64.5	64.9	67.5	68.0	65.0	68.5
Fator [%]	H=βH <sub>y</sub>	FP + CI em 2 colunas					
		g: ( \	h: ( (	i: \ )	j: \ (	k: \ )	l: \ (
λ <sub>y</sub> sup.	β= 0.0	95.9	92.4	97.1	95.9	95.8	97.1
	β= +0.5	58.1	57.9	59.0	59.1	57.9	61.3
λ <sub>col</sub> inf.	β= 0.0	97.3	93.8	97.5	97.4	97.3	97.5
	β= +0.5	68.0	65.4	67.4	67.8	67.9	68.3

Obs.: Efeito de Δ<sub>0</sub> = A / 500 e δ<sub>0</sub> = A / 1000 em 2 colunas, sem TR.

No caso da estrutura robusta, a flambagem será inelástica e, então, os efeitos secundários tornam-se importantes. Por isso a configuração inicial é fundamental, visto que essa configuração determina se a estrutura atingirá o colapso (flambagem) rapidamente ou não, ou seja, se a carga-limite mínima (que se deseja determinar com precisão) da análise avançada é obtida com uma dada configuração ou não.

Assim, chega-se à seguinte conclusão: *a configuração crítica de flambagem inelástica de uma estrutura, com colunas robustas, sujeita a um dado carregamento, é semelhante à configuração geométrica com imperfeições iniciais de aspecto similar, de onde se obtém o menor valor do fator de carga  $\lambda$  para atingir o colapso.*

Isso significa que, quando o colapso é determinado por flambagem, qualquer configuração inicial com imperfeições, no contexto da análise avançada, leva a uma mesma configuração de colapso. Portanto, uma vez determinada a configuração deformada de colapso, pode-se ajustar, antecipadamente, a configuração inicial com imperfeições que se aproxime dessa deformada e, conseqüentemente, o fator de carga de colapso tenderá a ser o mínimo.

Isso é uma recíproca da idéia de Chwalla (1934), no que se refere às cur-

vas de deflexão de colunas, onde era estimada a configuração final de flambagem das colunas a partir dos esforços que ali atuavam. Note que os esforços estão relacionados aos deslocamentos e, portanto, à configuração de flambagem, ou seja, à deformada inelástica.

A demonstração dessa conclusão pode ser feita acompanhando-se a Figura 13a, onde se mostra o portal estudado com a configuração com imperfeições iniciais crítica, porém na direção oposta ao esforço horizontal H (portal oposto). Se não houvesse essa carga, a configuração de flambagem seria oposta à indicada na Figura 13b. No entanto, a configuração de flambagem repete, por assim dizer, a produzida com a configuração inicial da Figura 8b.

Como a configuração inicial da oposta (Figura 13a) é exatamente o contrário da mais crítica (Figura 8b), devem-se encontrar valores de fatores de carga maiores, como de fato foram obtidos:

- a. escoamento:  $\lambda_y = 65.3$  (oposto)  $>$   $\lambda_y = 55.7$  (limite); e
- b. flambagem:  $\lambda_{col} = 71.8$  (oposto)  $>$   $\lambda_{col} = 64.5$  (limite).

Note que os valores de  $\lambda$  do portal oposto são também superiores a todos os indicados na Tabela 7, ou seja, a configuração inicial pode favorecer (ou desfavorecer), desde que esteja reproduzindo favoravelmente (ou não) o aparecimento da configuração de flambagem inelástica. É importante salientar que essa proposta somente é verificada para problemas onde não ocorrem condições antagônicas de esforços e efeitos secundários.

Deve-se esclarecer que as tensões residuais não alteram essa conclusão, por isso não foram incluídas nesse exemplo.

Apresenta-se, agora, um roteiro para aplicação da análise avançada, considerando a influência da configuração inicial (colapso por flambagem inelástica), composto dos seguintes passos:

- a. Fazer o lançamento da estrutura ou esboçar a concepção estrutural.
- b. Realizar um cálculo preliminar elástico de primeira ordem, para uma visão inicial do comportamento estrutural e fazer o pré-dimensionamento (estimar os perfis).
- c. Executar um cálculo elástico de segunda ordem, com o objetivo de obter a deformada da estrutura, ou configuração deslocada básica, e avaliar se é necessário

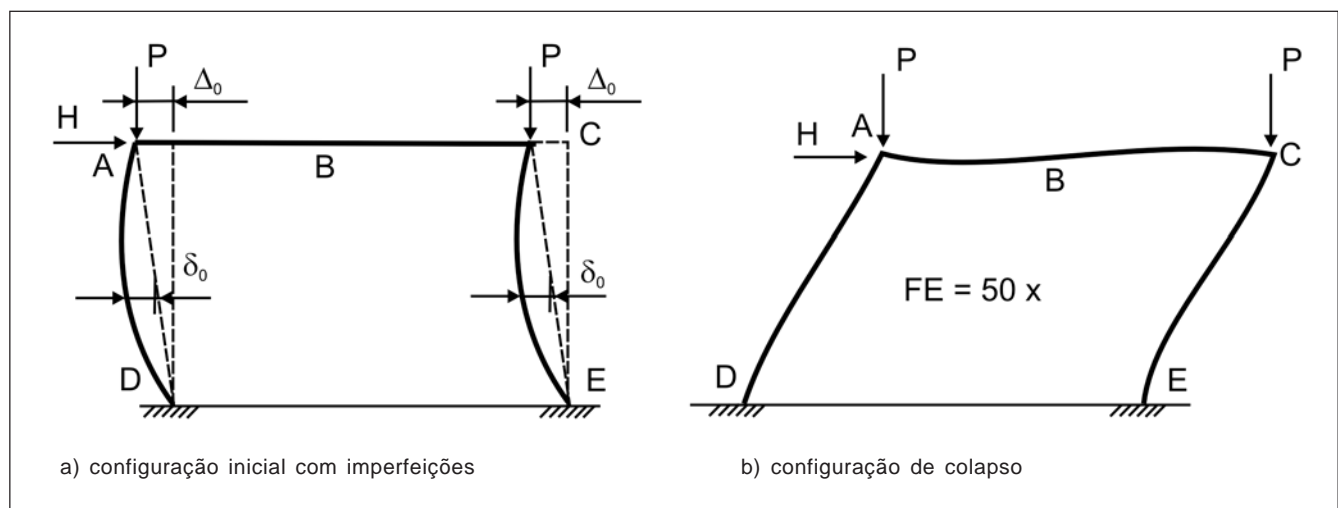


Figura 13 - Demonstração da conclusão.

desenvolver um modelo inelástico (verificar se ocorre plasticidade e se isso afeta o comportamento da estrutura).

- d. Com base nos resultados anteriores, para cada hipótese, deverá o engenheiro, usando, também, da sua experiência, dispor as imperfeições geométricas que sejam favoráveis à obtenção da configuração de colapso.
- e. Realizar a análise inelástica de segunda ordem e determinar a configuração de colapso, ajustando, em seguida, as imperfeições geométricas, de forma a procurar reproduzir condições para que essa geometria inicial favoreça o aparecimento da configuração final, ajustando e voltando ao passo (e), quando acontecer a introdução de modificações ou alterações de comportamento.
- f. Por fim, executar a análise avançada e verificar, assim, o dimensionamento.
- g. Analisar os resultados, ajustar perfis, materiais ou a configuração inicial, retornando aos passos (d), (e) ou (f), se necessário.
- h. Verificar adequação ao uso (as deformações sob carga de trabalho) e as condições complementares, inclusive as requeridas pelo método, seguindo tal procedimento para o restante do cálculo e dimensionamento.

Por fim, deve-se salientar, mais uma vez, que todo esse estudo torna-se necessário, porque, na análise avançada com o método da zona plástica, as imperfeições geométricas devem ser introduzidas, explicitamente, nos modelos.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio recebido do CNPq, FAPEMIG, PERSEC e USIMINAS para a realização desse trabalho de pesquisa.

## 8. Referências bibliográficas

- ALVARENGA, A.R. *Aspectos importantes na análise avançada com zona plástica de portais planos de aço*. Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil /EM/UFOP, 2005. (Dissertação de Mestrado).
- ALVARENGA, A.R., SILVEIRA, R.A.M. Aspectos importantes na análise avançada de colunas de aço. Proceedings of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Guarapari: CILAMCE, 2005 AS4100. *Steel Structures*. Sidney: Standards Association of Australia, 1990.
- CALDAS, R.B. *Análise numérica de pilares mistos aço-concreto*. Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/EM/UFOP, 2004. (Dissertação de Mestrado).
- CHEN, W.F., GOTO, Y., LIEW, J.Y.R. *Stability design of semi-rigid frames*. Nova Iorque: John Willey and Sons, 1996.
- CHEN, W.F., WHITE, D.W. *Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames - An assessment of the state-of-the-art*. Bethlehem: SSRC, 1993.
- CHWALLA, E. Theorie des aussermittig gedruckten stabes aus baustahl, *Stahlbau*, Berlin: v. 7, p. 10-11, 1934.
- CLARKE, M.J. *Advanced analysis of steel frames: theory, software and applications*. CRC Press, Boca Raton. In: CHEN, W.F., TOMA, S., (Ed.). 1994.
- FOLEY, C.M., VINNAKOTA, S. Inelastic behavior of multistory partially restrained steel frames. Part I-II. *ASCE J. Struct. Engineer*. Nova Iorque: v. 125, n. 8, p. 854-868, 1999.
- FOLEY, C.M. Advanced analysis of steel frames using parallel processing and vectorization. *Computer-aided Civil and Infrastructure Eng.* v. 16, p. 305-325, 2001.
- GALAMBOS, T.V., KETTER, R.L. In: Columns under combined bending and thrust. *Transactions ASCE*. 1961. Nova Iorque: v. 126, n. 1, p. 1-25, 1957.
- LAVALL, A.C.C. *Uma formulação teórica consistente para a análise não linear de pórticos planos pelo método dos elementos finitos considerando barras com imperfeições iniciais e tensões residuais na seção transversal*. São Carlos: Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil / EESC/USP, 1996. (Tese de Doutorado).
- MACHADO, F.C.S. *Análise inelástica de segunda ordem de sistemas estruturais metálicos*. Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/EM/UFOP, 2005. (Dissertação de Mestrado).
- PIMENTA, R.J. *Proposição de uma curva de flambagem para perfis I soldados formados por chapas cortadas à maçarico*. Belo Horizonte: Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas/EEUFMG, 1996. (Dissertação de Mestrado).
- OWEN, D.R.J., HINTON, E. *Finite elements in plasticity: theory and practice*. Swansea: Pineridge Press Ltd, 1980.
- ROCHA, P.A., SILVEIRA, R.A.M., Formulação de um elemento finito híbrido para análise inelástica de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas. Proceedings of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Guarapari: CILAMCE, 2005.
- SILVEIRA, R.A.M. *Análise de elementos estruturais esbeltos com restrições unilaterais de contato*. Rio de Janeiro: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/PUC/RJ, 1995. (Tese de Doutorado).
- VOGEL, U. Calibrating Frames. *Stahlbau*. Berlin: v. 10, p. 295-301, 1985.
- ZIEMIAN, R.D. *Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames - An assessment of the state-of-the-art*. Bethlehem: SSRC. In: WHITE, D.W., CHEN, W.F. (Ed.). 1992.
- ZHOU, S.P., DUAN, L., CHEN, W.F. Comparison of design equations for steel beam-columns. *Structural Engineering Review*, v. 2, n. 1, p. 45-53, 1990.

Artigo recebido em 22/02/2006 e  
aprovado em 24/02/2006.

**REM - Revista Escola de Minas**  
**70 anos divulgando CIÊNCIA.**