

Análise não-linear inelástica de edifícios

João de Deus Fonseca Neto

*Professor Doutor, Departamento de Estruturas
Universidade Federal do Piauí, Teresina - Brasil
E-mail: jdfonsec@ufpi.br*

Paulo de Mattos Pimenta

*Professor Titular, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica
Universidade de São Paulo, São Paulo - Brasil
E-mail: ppimenta@usp.br*

Resumo

Esse trabalho apresenta uma investigação original, ao estudar o comportamento estrutural de edifícios de múltiplos andares, através de um modelo de análise não-linear inelástica. Emprega-se a teoria geometricamente exata para cascas inicialmente planas em regime elástico não-linear e para barras no espaço tridimensional em regime elasto-plástico em carregamento monotônico modelado por elasticidade não-linear. Considera-se a influência da rigidez transversal da laje de concreto fundido no local como material homogêneo.

Diferentes estruturas de edifícios são analisadas e com o auxílio do GID, versão 7, o comportamento estrutural dos edifícios pode ser observado através de diversas figuras. Os exemplos numéricos demonstram a robustez, precisão e eficiência do método e do programa computacional empregados.

Palavras-chave: análise não-linear, análise de edifícios, métodos numéricos, pórtico tridimensional, edifícios, aço.

Abstract

This work presents an original investigation to study multiple-floor structural behavior of buildings through a nonlinear inelastic analysis. It uses the geometrically exact theory for shells initially plane in nonlinear elasticity and rods in the three-dimensional space works in elastic-plastic way. It considers the concrete slabs transversal rigidity influence like homogeneous material molten in loco.

Several different buildings structures including both geometric and material nonlinearities are analyzed and with GID's help, version 7, the buildings structural behavior can be observed. The numerical examples demonstrate the robustness, accuracy and efficiency of the method and computer program.

Keywords: *nonlinear analysis, buildings analysis, numerical methods, three-dimensional frames, buildings, steel.*

1. Introdução

Os sistemas estruturais de edifícios consistem na reunião de elementos estruturais de concreto, aço, misto ou outros, de maneira que trabalhem de forma conjunta para resistir às ações atuantes no edifício e garantir sua resistência e estabilidade. Conforme sua altura os efeitos das forças laterais, principalmente causadas pelo vento, não podem ser desprezados.

Na análise realizada, o comportamento estrutural das lajes é estudado através da teoria não-linear geometricamente exata para cascas inicialmente planas apresentada por Campello, Pimenta, e Wriggers (2003) em regime elástico não-linear e o comportamento estrutural dos pilares e vigas de aço é estudado de forma tridimensional, em regime elasto-plástico, em carregamento monotônico, modelado por elasticidade não-linear. Empregou-se a teoria não-linear geometricamente exata para barras apresentada por Pimenta (1986), Yojo (1993), cujas formulações são desenvolvidas com o auxílio do método dos elementos finitos. Pode-se acompanhar o comportamento da estrutura do edifício na medida em que ocorre o aumento das cargas e este sofre deformações não elásticas, até alcançar condições limitantes.

Liew, Chen, W. e Chen, H. (2000) analisaram um edifício de 24 andares, mostrando a importância de combinar teorias de estabilidade com as teorias de plasticidade. O deslocamento lateral encontrado pelos autores citados foi de 0,2195 m no topo do edifício, bastante próximo daquele encontrado por Fonseca Neto, (2005) de 0,2454 m, ao analisar o mesmo edifício com uma redução do núcleo.

A combinação dos elementos triangulares de casca com os elementos de barra e geradores de malha, tipo GID, confiáveis e poderosos, proporcionaram uma ferramenta excelente para análise não-linear inelástica de edifícios, via método dos elementos finitos (Fonseca Neto, 2005).

2. Teoria não-linear geometricamente exata para barras

A teoria não-linear para barras retas tridimensionais apresenta uma efetiva interação entre a estabilidade da estrutura e os critérios de resistência dos materiais de forma sistemática, sem a necessidade de impor restrições de qualquer ordem. As hipóteses cinemáticas podem incorporar, no movimento das barras, alongamento por forças normais, deformações rotacionais conjugadas dos momentos, o efeito da distorção da barra por forças cortantes, bem como o empenamento da seção transversal por torção. Essa seção transversal foi também desenvolvida sem a consideração do empenamento. A formulação Lagrangiana total utiliza a geometria da barra de referência indeformada para expressar as equações não-lineares de equilíbrio da estrutura deformada. Na descrição do movimento de uma barra, no espaço, o tensor das rotações, descrito através da fórmula de Euler-Rodrigues (Pimenta, 1987), é dado por:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I} + \frac{\sin \theta}{\theta} \mathbf{\Theta} + \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2} \mathbf{\Theta}^2 \quad (1)$$

onde $\mathbf{\Theta}$ é um tensor anti-simétrico, cujo vetor dual é designado por $\boldsymbol{\theta}$, e $\theta \leq \|\boldsymbol{\theta}\|$. Os componentes de $\boldsymbol{\theta}$ caracterizam os graus de liberdade de rotações das seções transversais.

Supõe-se que as seções transversais, inicialmente ortogonais ao eixo da barra, permaneçam indeformáveis, porém deixam de ser ortogonais e planas, devido à consideração do empenamento por torção durante o seu movimento. Os pontos situados na seção transversal da barra sofrem um deslocamento e uma rotação; é superposto um deslocamento na direção ortogonal à seção transversal da barra na configuração deformada, Figura 1.

Na configuração atualizada, o movimento de uma barra pode ser descrito por uma função vetorial $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}(\xi, t)$ dada por $\mathbf{x} = \mathbf{z} + \mathbf{a} + \psi^s p \mathbf{e}_3$, onde $\mathbf{z} = \hat{\mathbf{z}}(\xi, t)$, descreve o movimento do eixo da barra, $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}(\xi, t)$ descreve o movimento relativo dos demais pontos de uma seção, $\psi^s = \psi^s(\xi, t)$ é a função empenamento, relativo ao centro de cisalhamento, e $p = \hat{p}(\xi, t)$ é um parâmetro associado ao empenamento. O vetor dos deslocamentos dos pontos da barra é dado por

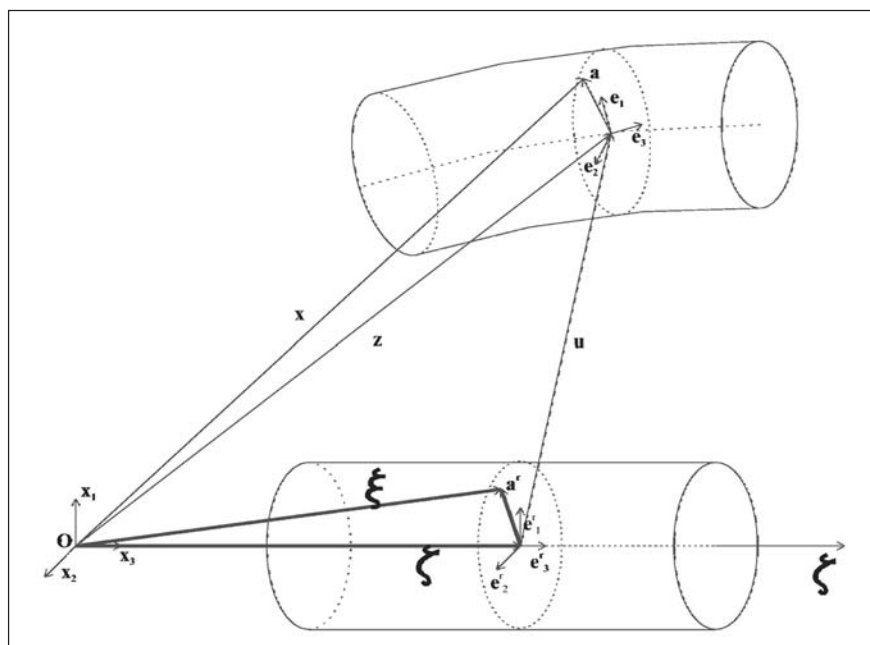


Figura 1 - Sistemas de coordenadas e deformação de uma barra no espaço.

$\delta \square \mathbf{x} - \xi$. Define-se, então, o vetor dos deslocamentos $\mathbf{u} \square \mathbf{z} - \zeta$, que caracteriza os graus de liberdade de translações das seções transversais. A velocidade de um ponto da barra é dada por:

$$\dot{\delta} = \dot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{a} + \psi^S p \mathbf{e}_3) + \psi^S \dot{p} \mathbf{e}_3 = \dot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{a} + \mathbf{e}_3 \psi^S p) + \psi^S \dot{p} \mathbf{e}_3$$

onde $\boldsymbol{\Omega} \square \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{Q}^T$ é o tensor anti-simétrico das velocidades angulares e $\boldsymbol{\omega}$ é o seu vetor axial. Diferenciando-se (1) no tempo (Pimenta e Yojo, 1991) e multiplicando por \mathbf{Q}^T ,

obtem-se a expressão $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Gamma}\dot{\boldsymbol{\theta}}$ onde $\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{I} + \frac{1}{2} \frac{\text{sen}^2(\theta/2)}{(\theta/2)^2} \boldsymbol{\Theta} + (1 - \frac{\text{sen}\theta}{\theta}) \frac{1}{\theta^2} \boldsymbol{\Theta}^2$

O gradiente das velocidades dado pela diferenciação no tempo de \mathbf{F} é

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial \dot{\delta}}{\partial \xi} = \boldsymbol{\Omega}\mathbf{F} + \mathbf{Q} \left\{ \dot{p} \psi_{,\alpha}^S \mathbf{e}_3^r \otimes \mathbf{e}_\alpha^r + \left[\dot{\boldsymbol{\eta}}^r + \boldsymbol{\kappa}^r \times (\mathbf{a}^r + \psi^S p \mathbf{e}_3^r) + \psi^S \dot{p} \mathbf{e}_3^r + \psi^S \dot{p} \boldsymbol{\kappa}^r \times \mathbf{e}_3^r \right] \otimes \mathbf{e}_3^r \right\}$$

onde as deformações são dadas por $\dot{\boldsymbol{\eta}}^r = \mathbf{Q}^T(\dot{\mathbf{u}}' - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{z}') = \mathbf{Q}^T \left[\dot{\mathbf{u}}' + \mathbf{z}' \times (\boldsymbol{\Gamma}\dot{\boldsymbol{\theta}}) \right]$ e por

$$\boldsymbol{\kappa}^r = \mathbf{Q}^T(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\omega}' = \mathbf{Q}^T(\boldsymbol{\Gamma}'\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\Gamma}\dot{\boldsymbol{\theta}}')$$

Embora as deformações, aqui apresentadas, não pertençam a nenhuma família de deformações (Pimenta, 2002), elas possuem a propriedade de serem invariantes perante a mudança de base.

É empregado o primeiro tensor das tensões de Piola-Kirchhoff \mathbf{P} . As equações de equilíbrio, formuladas através do Princípio dos Trabalhos Virtuais, resultam, na forma de componentes, nas seguintes equações locais do equilíbrio da barra:

$$\begin{aligned} V'_\alpha + \bar{n}_\alpha &= 0, & N' + \bar{n}_3 &= 0, & M'_\alpha + e_{\alpha\beta} z'_3 V'_\beta + e_{\alpha\beta} z'_\beta V'_3 + \bar{m}_\alpha &= 0, \\ T' + e_{\alpha\beta} z'_\alpha V'_\beta + \bar{m}_3 &= 0, & B' - Q + \bar{B} &= 0 \end{aligned}$$

3. Teoria não-linear geometricamente exata para cascas

É assumida uma configuração de referência plana para a superfície média da casca, Figura 2 (a). As rotações finitas são consideradas, aqui, através da fórmula de Euler-Rodrigues (1) de modo puramente Lagrangiano.

Na configuração atualizada, o movimento de qualquer ponto da casca pode ser descrito por uma função vetorial dada por

$$\mathbf{x} = \mathbf{z} + \mathbf{a} \tag{2}$$

onde $\mathbf{z} = \hat{\mathbf{z}}(\xi_\alpha)$ descreve a posição atual de um ponto na superfície média e \mathbf{a} descreve a posição relativa dos demais pontos da casca na posição atualizada. Por diferenciação de (2) com relação a ξ , tem-se o gradiente de deformação

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q} \left[\mathbf{I} + (\boldsymbol{\eta}_\alpha^r + \boldsymbol{\kappa}_\alpha^r \times \mathbf{a}^r) \otimes \mathbf{e}_\alpha^r \right] \text{ onde os vetores } \boldsymbol{\eta}_\alpha^r \text{ e } \boldsymbol{\kappa}_\alpha^r \text{ são considerados}$$

$$\boldsymbol{\eta}_\alpha^r = \mathbf{Q}^T \mathbf{z}_{,\alpha} - \mathbf{e}_\alpha^r \text{ e } \boldsymbol{\kappa}_\alpha^r = \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\theta}_{,\alpha}$$

O tensor das tensões aqui empregado é o primeiro tensor das tensões de Piola-Kirchhoff e pode ser escrito como $\mathbf{P} = \mathbf{Q}\mathbf{P}^r$, onde \mathbf{P}^r é o primeiro tensor das tensões de Piola-Kirchhoff retrorrotacionado, representado por $\mathbf{P}^r = \boldsymbol{\tau}_i^r \otimes \mathbf{e}_i^r$. Os vetores

de tensão $\boldsymbol{\tau}_i^r$ atuam em planos transversais, cujas normais, na configuração de referência, são \mathbf{e}_i^r . A integração desses vetores de tensão, ao longo da espessura da casca, conduz às tensões generalizadas da seção transversal

$$\mathbf{n}_\alpha^r = \int_H \boldsymbol{\tau}_\alpha^r d\zeta \text{ e } \mathbf{m}_\alpha^r = \int_H \mathbf{a}^r \times \boldsymbol{\tau}_\alpha^r d\zeta$$

Onde \mathbf{n}_α^r são as forças e \mathbf{m}_α^r são os momentos na seção transversal, retrorrotacionados, ambos por unidade de comprimento. As equações de equilíbrio são dadas por

$$\mathbf{n}_{\alpha,\alpha} + \bar{\mathbf{n}} = \mathbf{0} \text{ e } \mathbf{m}_{\alpha,\alpha} + \mathbf{z}_{,\alpha} \times \mathbf{n}_\alpha + \bar{\mathbf{m}} = \mathbf{0}$$

e as resultantes, na seção transversal, em relação à configuração atualizada, são $\mathbf{n}_\alpha = \mathbf{Q}\mathbf{n}_\alpha^r$ e $\mathbf{m}_\alpha = \mathbf{Q}\mathbf{m}_\alpha^r$. Pode-se escrever o tensor simétrico das deformações de Green-Lagrange como

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^{rT} \mathbf{F}^r - \mathbf{I}), \tag{3}$$

com o segundo tensor de tensão de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} , energeticamente conjugado a \mathbf{E} , obtém-se $\mathbf{P} = \mathbf{F}\mathbf{S}$ e pode-se mostrar que $\mathbf{P}^r = \mathbf{F}^r \mathbf{S}$ também é válida.

Um material hiperelástico isotrópico pode ser completamente descrito por uma função de energia de tensão específica $\psi = \psi(\mathbf{E})$, tal que o segundo tensor de tensão de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} seja

$$\text{dado por: } \mathbf{S} = \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{E}}. \text{ Com a função de}$$

energia de tensão escrita como uma função dos invariantes $\psi = (I_1, I_2, J)$ do tensor direito $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{F}^{rT} \mathbf{F}^r$ de deformações de Cauchy-Green, tem-se

$$\mathbf{P}^r = \boldsymbol{\tau}_i^r \otimes \mathbf{e}_i^r = \left(\frac{1}{2} \lambda (J^2 - 1) - \mu \right) \mathbf{F}^{r-T} + \mu \mathbf{F}^r$$

onde as constantes de Lamé λ e μ são parâmetros do material.

Utiliza-se uma formulação de casca totalmente não-linear e um elemento finito triangular e não convencional de casca com seis nós, denominado de T6-3i, baseado em deslocamento especial com uma interpolação linear para o vetor de rotações $\boldsymbol{\theta}$ não-conforme, colocado somente nos meios dos lados, e

um campo de deslocamento \mathbf{u} compatível e quadrático, colocado em todos os nós, é utilizado para resolver as equações de equilíbrio, Figura 2 (b).

Um modelo de casca para deformações finitas totalmente não-lineares com seis parâmetros (três deslocamentos e três rotações) é utilizado por ser muito conveniente para aplicações de engenharia. Nenhum esquema especial de conexão é necessário nas extremidades e no meio do elemento finito de casca, como também nenhum cuidado particular precisa, ser tomado, quando da união dos elementos de casca com os elementos de barra.

4. Plasticidade nas barras de aço

Nos problemas reais, admite-se, como hipótese simplificadora, que os materiais têm um comportamento elástico até certo limite e que, a partir desse limite, apresentam comportamento plástico.

O vetor das tensões pode ser utilizado para a definição da equação constitutiva da barra sob não-linearidade geométrica com as deformações extraídas diretamente do tensor \mathbf{E} de Green (3). Observa-se que, até a primeira ordem, $\mathbf{Q}^T \mathbf{P} = \mathbf{S}$, de modo que as tensões retro-rotacionadas de \mathbf{P} podem ser relacionadas com as deformações \mathbf{E} do tensor de Green.

Para analisar o comportamento elasto-plástico da seção transversal, esta foi discretizada, adotando-se elasticidade linear apenas para obtenção dos esforços cortantes, momento torçor e bicortante (Fonseca Neto, 2005).

5. Análise não-linear inelástica de edifício com diferentes números de andares e 6 prumadas de pilares

Nesse exemplo, procurou-se analisar, de modo bastante aproximado, o edifício analisado por Kim, Park e Choi,

(2001), através de um método prático e direto de análise de estruturas 3D, usando funções de estabilidade para capturar efeitos de não-linearidade geométrica, associados com os efeitos P- δ e P- Δ . Tal análise foi feita usando também o conceito de módulo tangente do CRC, para considerar o escoamento gradual, devido a tensões residuais e, um modelo de função parabólica, para representar a transição da rigidez elástica, até a rigidez zero, associada com a formação das rótulas plásticas. As superfícies de escoamento propostas pelo LRFD (AISC, 1993) e Orbison (1982) foram usadas para indicar a formação de rótulas plásticas. As seções das barras foram consideradas compactas, podendo plastificar-se totalmente sem risco de flambagem local.

No que se refere ao carregamento, a pressão do vento foi mais bem distribuída ao longo das vigas, ao invés de simular cargas equivalentes concentradas nas junções das vigas com os pilares, e a sobrecarga nas lajes foi considerada como carga distribuída uniformemente, ao invés de carga concentrada no topo dos pilares.

Utilizaram-se, para o aço, as seguintes propriedades: tensão de escoamento de 250 MPa, módulo de elasticidade de 205.000 MPa, módulo de elasticidade transversal de 80.500 MPa e módulo plástico de 22.000 MPa. Os resultados para esforços estão em Newton.

As Figuras 4 a 7 mostram os esforços normais nas barras e os deslocamentos na direção do eixo Y, indicando o deslocamento do ponto A, para o carregamento proposto na Figura 3, 1.4 vezes, 1.7 vezes e 2.06 vezes esse carregamento.

Para a carga última de 2.06 vezes a proposta na Figura 3, o deslocamento do ponto A encontrado pelos autores citados acima foi de 250 mm, sem a consideração do cortante e de 247 mm com a consideração do cortante. Nesse trabalho, o valor encontrado foi de 245.86 mm conforme mostra a Figura 7.

6. Análise não-linear inelástica de edifício de dez andares no prumo e com duas inclinações diferentes

O edifício da Figura 8 foi analisado no prumo e com duas inclinações diferentes, Figura 9 (a) e (b), para o carregamento nas lajes com espessura de 10 cm igual a -4.900 N/m², na direção do eixo Z, somado à carga de vento, na direção do eixo X de 1.320 N/m, ao longo das vigas da lateral de 20 metros. Utilizaram-se, para o aço, as seguintes propriedades: tensão de escoamento de 250 MPa, módulo de elasticidade de 205.000 MPa, módulo de elasticidade transversal de 80.500 MPa e módulo plástico de 22.000 MPa.

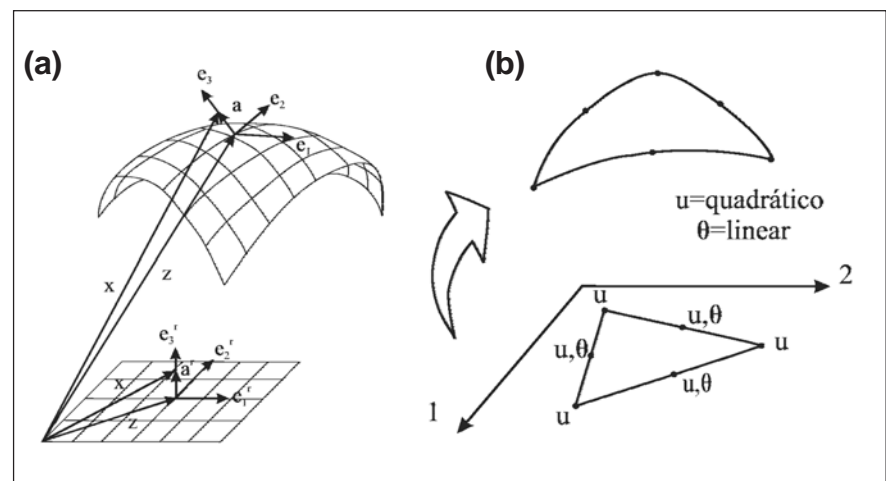


Figura 2 - (a) Sistema de coordenadas e deformação de uma casca no espaço. (b) O elemento finito na configuração de referência e na configuração deformada.

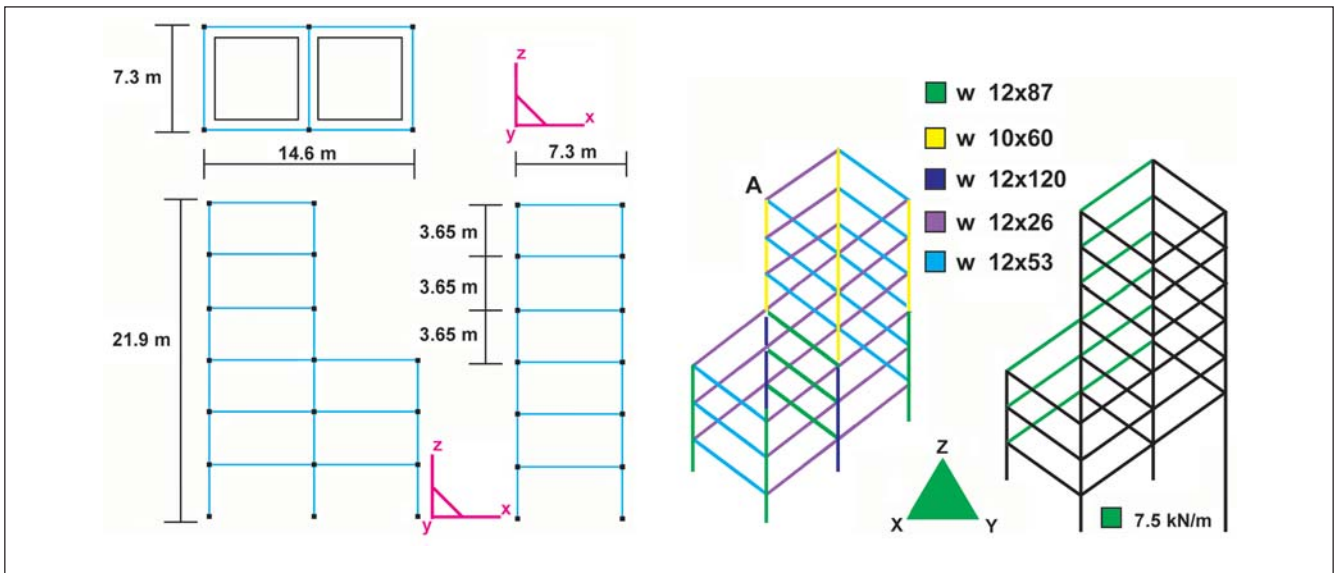


Figura 3 - Planta baixa, cortes, propriedades geométricas e posição dos perfis, carga de vento de 7.5 kN/m, na direção do eixo Y, para o edifício com espessura de laje igual a 12.7cm e sobrecarga nas lajes de -4800 N/m² na direção do eixo Z.

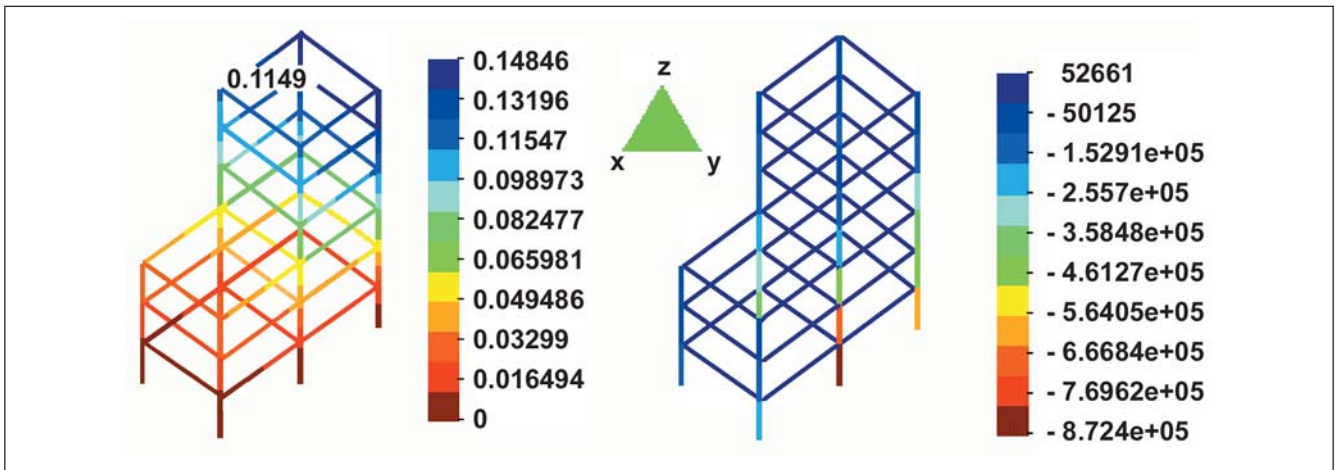


Figura 4 - Esforços normais nas barras e deslocamentos, na direção do eixo Y, para o carregamento proposto na Figura 3, indicando o deslocamento do ponto A.

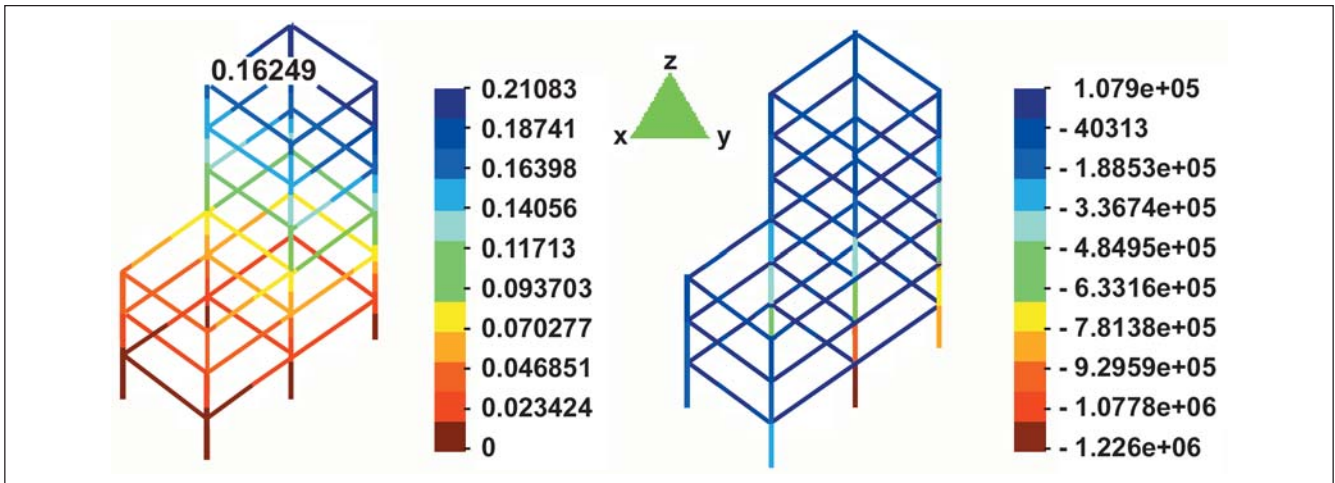


Figura 5 - Esforços normais nas barras e deslocamentos, na direção do eixo Y, para o carregamento proposto na Figura 3, aumentado de 40%, indicando o deslocamento do ponto A.

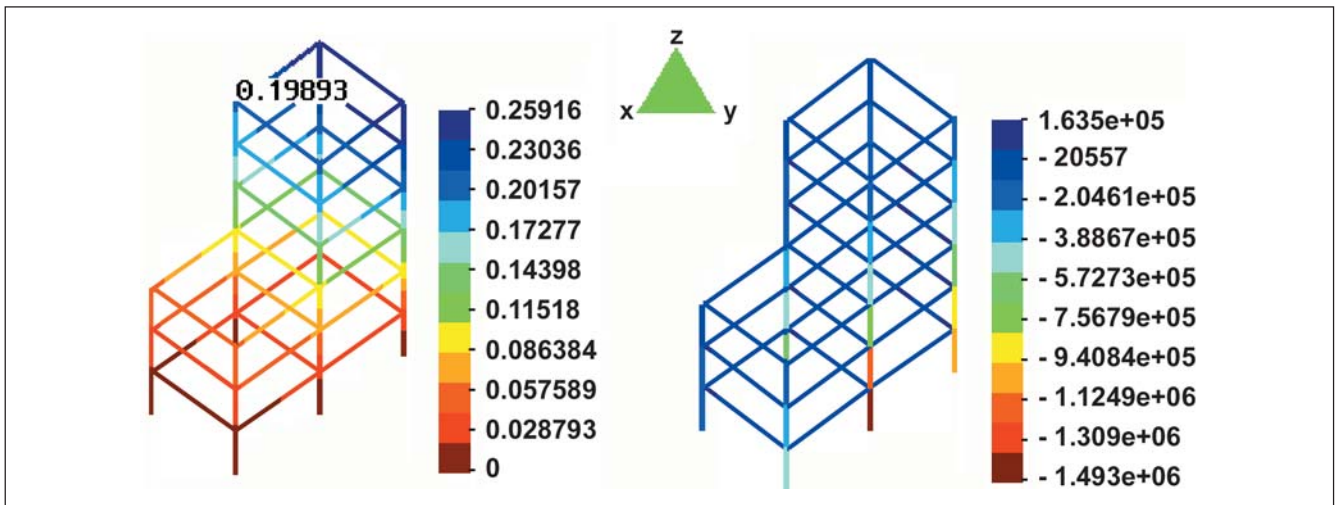


Figura 6 - Esforços normais nas barras e deslocamentos, na direção do eixo Y, para 1.7 vezes o carregamento proposto na Figura 3, indicando o deslocamento do ponto A.

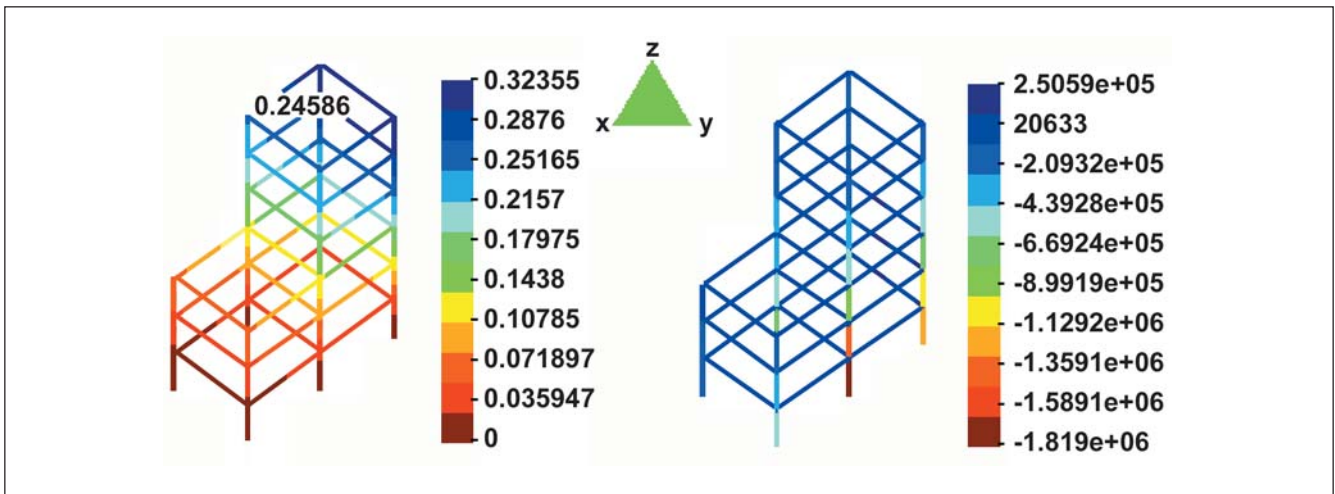


Figura 7 - Esforços normais nas barras e deslocamentos, na direção do eixo Y, para 2.06 vezes o carregamento proposto na Figura 3, indicando o deslocamento do ponto A.

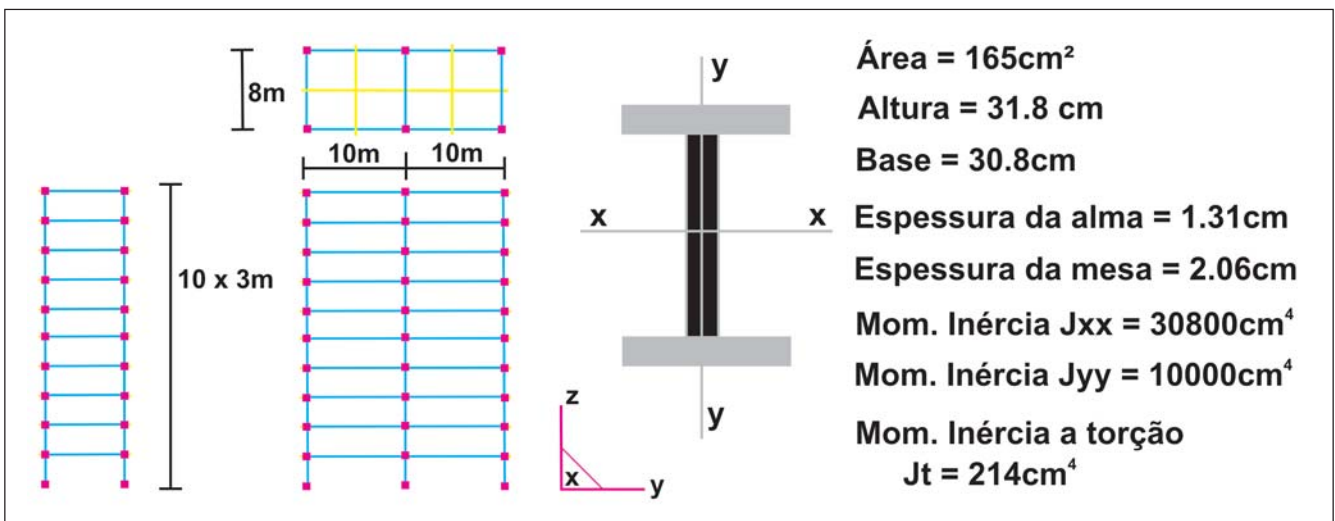


Figura 8 - Planta baixa, cortes e propriedades geométricas.

Os resultados para esforços estão em Newton, na Figura 10, para o edifício no prumo. Os esforços normais e a taxa de plastificação da seção transversal, para o edifício com pequena inclinação, Figura 9(a), estão na Figura 11 e, para o edifício com uma inclinação grande, Figura 9(b), os esforços normais e a taxa de plastificação da seção transversal estão na Figura 12.

A inclinação provocou um aumento importante em todos os esforços, na estrutura, e a inclinação da Figura 9(b) já comprometeu a estrutura. Uma inclinação maior que esta causou instabilidade e o processo de análise foi finalizado.

A estrutura, quando está no prumo, sofre um deslocamento horizontal máximo, na direção do eixo X de 0.123 metros, cuja relação com a altura total do edifício é de 0.004. Quando a estrutura é inclinada de um grau, o mesmo deslocamento horizontal é de 0.149 metros, portanto há um acréscimo de 21%, em relação ao obtido, quando a estrutura está no prumo, se acrescentado o deslocamento causado diretamente pela inclinação, mostrado na Figura 9(a), a relação com a altura total do edifício passa a ser de 0.022, portanto 5.6 vezes maior.

Quando a estrutura é inclinada de dois graus, o mesmo deslocamento hori-

zontal é de 0.235 metros, portanto há um acréscimo de 90%, em relação ao obtido quando a estrutura está no prumo, se acrescentado o deslocamento causado diretamente pela inclinação, mostrado na Figura 9(b), a relação com a altura total do edifício passa a ser de 0.042, portanto 10.67 vezes maior.

A taxa de escoamento das seções transversais dos pilares, na Figura 12, demonstra o grau, comprometimento dos mesmos, que passou da faixa de 10% a 30%, quando o edifício está no prumo, para a faixa de 60% a 100%, quando a inclinação é acentuada, demonstrando o efeito da inclinação no edifício.

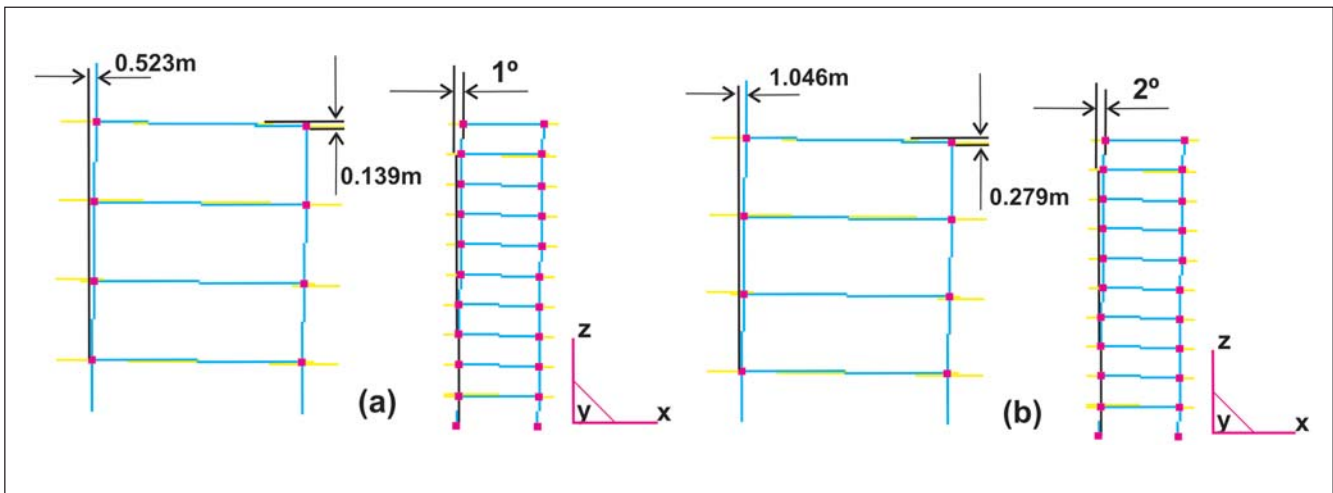


Figura 9 - Inclinação: (a) Um grau e (b) Dois graus.

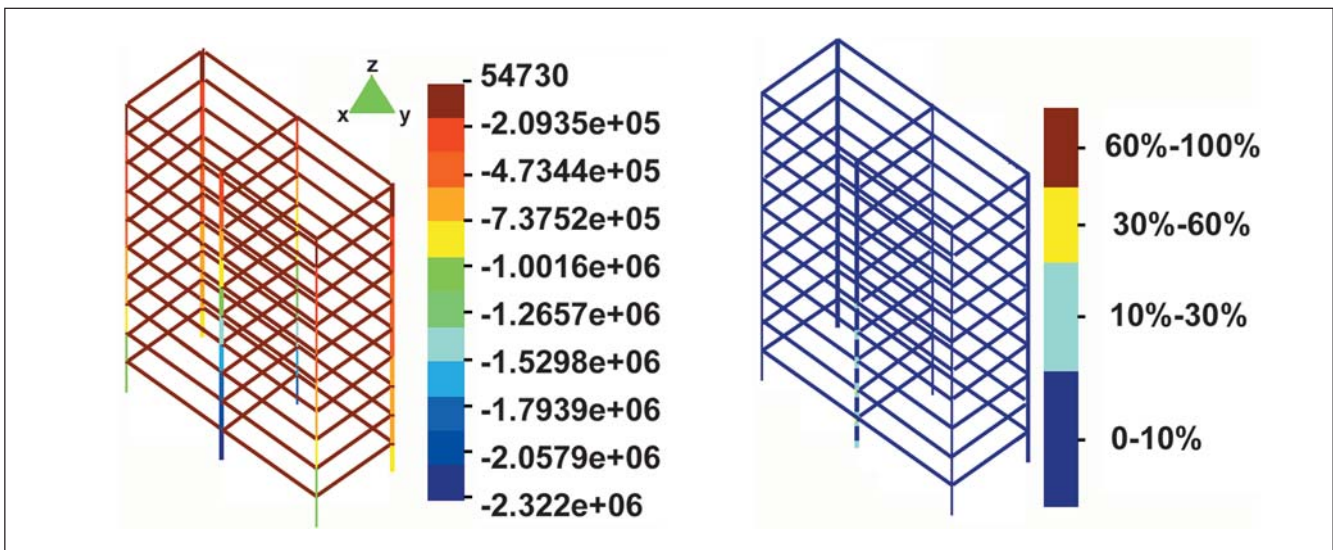


Figura 10 - Esforço normal (N) e taxa de escoamento para vigas e pilares com o edifício no prumo.

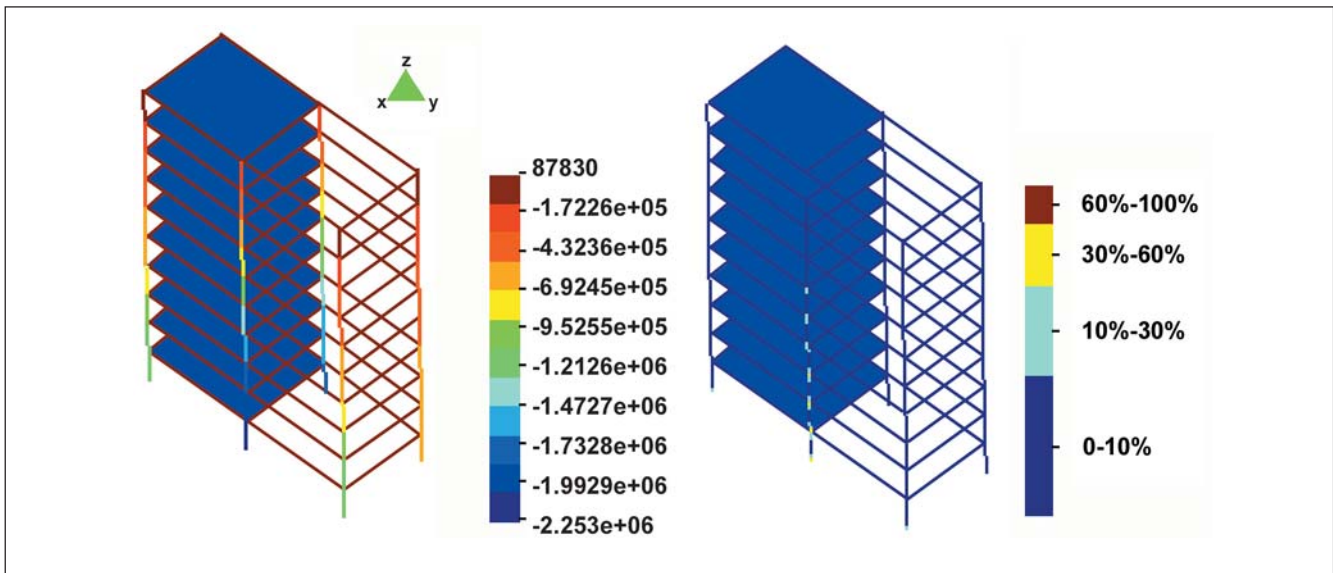


Figura 11- Esforços normais (N) e taxa de escoamento para vigas e pilares com o edifício com um grau de inclinação.

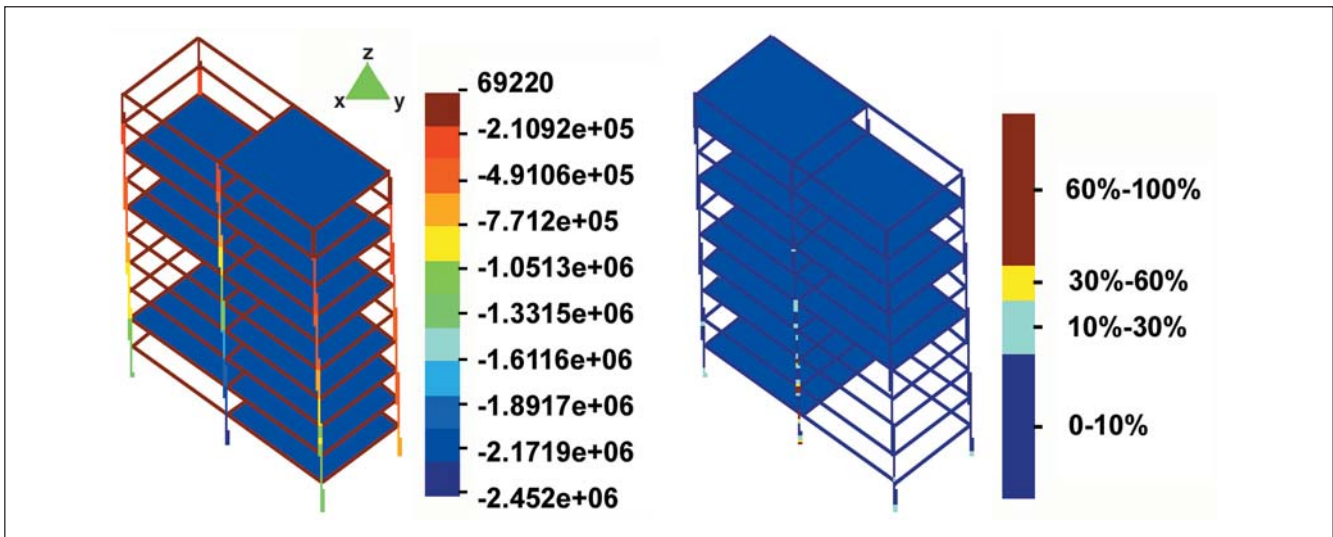


Figura 12 - Esforços normais (N) e taxa de escoamento para vigas e pilares com o edifício com dois graus de inclinação.

Embora as deformações possam ser consideradas de intensidade moderada, o edifício está no limite de sua estabilidade já com uma inclinação de dois graus, como mostra a Figura 12.

5. Conclusões

O uso das teorias geometricamente exatas sob não-linearidade geométrica possibilitou a análise dos edifícios apresentados nesse trabalho. A plasticidade considerada apenas em relação à tensão normal mostrou-se bastante satisfatória. O uso do pós-processador GID, versão

7, permitiu identificar o início da plastificação em qualquer barra da estrutura do edifício e avaliar o conjunto.

Os edifícios foram analisados, considerando-se o encruamento do aço, o que retardou o comprometimento da seção transversal em relação à plastificação da mesma. A interação das vigas e lajes se mostrou de grande importância, na estabilidade do edifício.

A análise não-linear inelástica realizada nesse trabalho considerou a influência da rigidez transversal da laje de concreto fundido no local como material

homogêneo e foi capaz de avaliar a estabilidade do edifício e identificar os membros críticos que precisam de modificações.

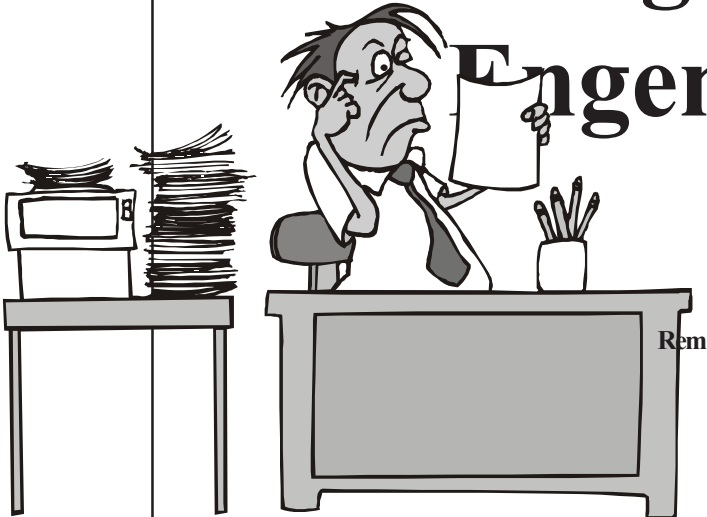
7. Referências bibliográficas

- AISC - LRFD. Load and resistance factor design, manual of steel construction, Vol. 1 and 2, 2nd. *American Institute of Steel Construction*. Chicago. 1993.
- CAMPELLO, E.M.B., PIMENTA, P.M., WRIGGERS, P. A triangular finite shell element based on a fully nonlinear shell

- formulation. *Computational Mechanics*. n. 31, p. 505-518. 2003.
- FONSECA NETO, J.D. *Análise não-linear inelástica de edifícios de múltiplos andares com estruturas de aço ou mista*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005. (Tese de Doutorado em Engenharia).
- KIM, S.E., PARK, M.H., CHOI, S.H. Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis. *Engineering Structures*, v. 23, Issue 11, p.1491-1502, 2001.
- LIEW, J.Y.R., CHEN, W.F., CHEN, H. Advanced inelastic analysis of frame structures *Journal of Constructional Steel Research*, v. 55, n.1-3, p.245-265 Jul-Sep, 2000.
- ORBISON, J. G. Nonlinear static analysis of three-dimensional steel frames. *Report No. 82-6*. Ithaca, New York: Department of Structural Engineering, Cornell University. 1982.
- PIMENTA, P. M. Análise não linear de treliças espaciais. *Boletim Técnico BT/PEF-8604*. Escola Politécnica da USP. 1986.
- PIMENTA, P. M. Rotações finitas. *Boletim Técnico BT / PEF-8714*. Escola Politécnica da USP - São Paulo. 1987.
- PIMENTA, P. M. *Fundamentos da teoria das estruturas*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002. (Notas de aula).
- YOJO, TAKASHI. *Análise não-linear geometricamente exata de pórticos espaciais*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1993. (Tese de Doutorado em Engenharia).

Artigo recebido em 13/06/2005 e aprovado em 08/02/2006.

Descubra as muitas informações da: **Geologia, Mineração, Metalurgia & Materiais Engenharia Civil.**



Assine e publique na Rem

Conheça o nosso novo site: **www.rem.com.br**