

Automation of the evaluation of bonded and unbonded prestressed concrete beams, according to brazilian and french code specifications

Automatização da verificação de vigas em concreto com protensão aderente e não aderente, segundo as normas brasileira e francesa



P. M. LAZZARI^a
p.manica.lazzari@gmail.com

A. CAMPOS FILHO^b
americo@ufrgs.br

F. P. S. L. GASTAL^c
francisco.gastal@gmail.com

R. A. BARBIERI^d
r.barbieri@cte-sa.com

R. C. SCHWINGEL^e
rubem@rs-engenharia.com

Abstract

This paper presents a suggestion for the automation of the design procedures of bonded and unbonded prestressed concrete flexural members, according to the Brazilian (NBR 6118:2007) and French (Règles BPEL 91) norm specifications. Prestressing of concrete structures has been increasingly used, mainly due to its building advantages, as well as allowing reducing crack incidence and element dimensions by the use of more resistant materials. Structure is analyzed by a numerical model that employs a hybrid type finite element for planar frames, considering geometric nonlinearity, cyclic loading and composite construction. The computational algorithm implemented considers full, partial and limited prestressing situations, evaluating in each case decompression limit state, limit state of cracking, ultimate limit state and final prestressing state. Finally, two examples comparing design situations according to the Brazilian and French norms are presented.

Keywords: prestressed concrete, structural design, hybrid type finite element.

Resumo

Este artigo apresenta uma proposta para a automatização dos procedimentos de projeto de peças fletidas de concreto com protensão aderente e não aderente, conforme recomendações das normas brasileira (NBR 6118:2007) e francesa (Règles BPEL 91). É crescente a utilização da protensão em estruturas de concreto, devido principalmente às suas vantagens construtivas, à redução na incidência de fissuras e à diminuição das dimensões das peças com o emprego mais eficiente dos materiais de maior resistência. A análise estrutural é feita através de um modelo numérico que utiliza elementos finitos do tipo híbrido para pórticos planos, considerando a não-linearidade geométrica, carregamentos cíclicos e construção composta. Nas rotinas computacionais implementadas são consideradas as situações de protensão completa, limitada e parcial e verificados conforme cada caso, os estados limites de descompressão, de formação e de abertura das fissuras, além dos estados limites últimos finais e no ato da protensão. Por fim, são apresentados dois exemplos que comparam situações de projeto, segundo as normas brasileira e francesa.

Palavras-chave: concreto protendido, projeto estrutural, elemento finito tipo híbrido.

^a Graduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, p.manica.lazzari@gmail.com, Av. Osvaldo Aranha – 99, 3º andar, 90035-190, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil;

^b Graduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, americo@ufrgs.br, Av. Osvaldo Aranha – 99, 3º andar, 90035-190, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil;

^c Graduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, francisco.gastal@gmail.com, Av. Osvaldo Aranha – 99, 3º andar, 90035-190, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil;

^d Structural designer, CPA Engenharia Ltda, r.barbieri@cte-sa.com, Av. Carlos Gomes, 1998 – conjunto 704/705, 90480-002, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil;

^e Graduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, rubem@rs-engenharia.com, Av. Osvaldo Aranha – 99, 3º andar, 90035-190, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.

1. Introdução

O concreto protendido desenvolveu-se cientificamente a partir do início do século passado, e consolidou-se a partir dos anos quarenta. Segundo Rudloff [1], utilizar o sistema de protensão em estruturas de concreto significa fazer uso de uma tecnologia inteligente, eficaz e duradoura. Inteligente no sentido de aproveitar ao máximo a resistência mecânica do aço e do concreto, que são seus principais materiais constituintes. Eficaz devido a sua superioridade técnica em relação às soluções convencionais, proporcionando estruturas seguras e mais confortáveis. E duradoura no sentido de promover uma vida útil longa aos seus elementos, podendo apresentar baixa ou nenhuma necessidade de manutenção no decorrer da sua vida. Características como a ultrapassagem de grandes vãos, melhor controle e redução das deformações e da fissuração, aplicação em peças pré-fabricadas, recuperação e reforço estrutural e utilização deste sistema em elementos mais esbeltos, tipo lajes planas (sem a presença de vigas), mostram algumas vantagens que justificam o emprego global desta tecnologia tanto para execução de projetos arquitetônicos convencionais e arrojados, como em obras de pequeno, médio e grande porte. Entre as vantagens econômicas, destacam-se a redução das quantidades necessárias de concreto e aço, devido ao emprego eficiente de materiais de maior resistência, possibilidade de vencer vãos maiores que o concreto armado convencional e, ainda, para o mesmo vão, pode-se reduzir a altura necessária da peça.

Neste artigo apresentam-se as rotinas computacionais, que foram implementadas para automatizar a verificação de peças fletidas em concreto com protensão aderente e não aderente, conforme recomendações das normas brasileira (NBR 6118:2007) e francesa (*Règles BPEL 91*). O programa considera as situações de protensão completa, limitada e parcial, e verifica, conforme cada caso, os estados limites de descompressão, de formação e de abertura das fissuras, além dos estados limites últimos finais e no ato da protensão. A análise estrutural é feita com o emprego de um elemento finito do tipo híbrido para pórticos planos, empregado por Barbieri [2], que possibilita a utilização de elementos longos, de maneira que um único elemento finito pode ser utilizado para um vão de viga ou pilar. O modelo numérico implementado considera o comportamento não-linear dos materiais e a fissuração do concreto, a não-linearidade geométrica, carregamentos cíclicos e a construção composta.

Neste artigo são abordados somente alguns dos procedimentos de verificação recomendados pela norma brasileira e pela norma francesa. O texto completo, sobre estes critérios de verificação, pode ser encontrado em Lazzari [3]. Como exemplo, foram analisadas duas situações de projeto, uma com protensão parcial aderente, levando em conta a utilização de cabos retos aderentes, e, outra, não aderente, onde foram utilizados os cabos curvos não aderentes. Nestes exemplos foi feita a verificação quanto ao estado limite de serviço de abertura de fissuras e estado limite último, analisando-se os resultados de acordo com cada norma.

2. Modelo numérico

O modelo numérico baseado na formulação do elemento finito do tipo híbrido, proposto por Barbieri et al. [4], foi empregado para a análise de pórticos planos submetidos à protensão. Como as funções de interpolação deste elemento são as próprias equações que descrevem a variação das forças ao longo de uma barra e os esforços são as variáveis

interpoladas, torna-se, desta forma, possível, a utilização de elementos longos, sendo viável a utilização de um único elemento finito para a descrição de uma peça, reduzindo, assim, o esforço computacional. Conforme Barbieri [2], o caráter teoricamente exato da formulação, isto é, a utilização de condições de equilíbrio sem depender de hipóteses arbitrárias na função de interpolação, contribui para a boa modelagem dos cabos não aderentes, já que a tensão nestas armaduras depende das curvaturas de todas as seções do elemento protendido.

O modelo numérico adotado possibilita a consideração da não-linearidade geométrica, dos carregamentos cíclicos e da construção composta, que considera a concretagem por fases. Em relação aos materiais, foram empregados modelos constitutivos não-lineares para o concreto, o aço da armadura passiva e o aço de protensão, já consolidados na literatura. Uma cadeia de Maxwell de cinco elementos é utilizada na representação do modelo reológico do concreto e do aço de protensão, sempre respeitando as características de cada material.

2.1 Discretização da estrutura

No modelo numérico adotado, cada barra do pórtico plano é representada através do seu eixo longitudinal de referência, o qual coincide com o eixo do elemento finito. Cada elemento finito é composto por dois nós, o nó inicial e o nó final. Um ou mais elementos finitos, que apresentam três graus de liberdade por nó, podem ser utilizados para a discretização de cada barra de pórtico.

Para cada elemento finito é definido um número discreto ímpar de seções transversais, as quais são utilizadas como pontos de integração no interior do elemento e definem as propriedades ao longo de uma barra. Se as seções transversais estiverem uniformemente distribuídas no elemento, então poderão ser utilizadas as técnicas de integração de *Simpson* ou *Gauss-Lobatto*, caso contrário, se a distribuição de seções transversais apresentarem um espaçamento variável, então só será permitida a técnica de integração de *Gauss-Lobatto*, cujos resultados apresentam uma maior precisão em relação aos resultados da integração de *Simpson*. As matrizes de rigidez e de carga do elemento finito são montadas por integração das propriedades das seções transversais ao longo de seu eixo. As respostas ao longo do elemento, como forças, deformações e deslocamentos, são obtidas nestas mesmas seções transversais. Os módulos de integração ao longo do elemento são os subintervalos com propriedades constantes que juntos formam o intervalo total de integração, o qual é correspondente ao comprimento do elemento. Estes módulos são utilizados para que a integração de funções descontínuas, como em elementos longos com descontinuidades geométricas, constitutivas ou de carregamento ao longo de seu comprimento, apresente uma adequada precisão numérica. Estas descontinuidades podem ser de natureza geométrica, quando seções de diferentes formatos são utilizadas, ou constitutiva, no caso de ocorrerem diferentes materiais ao longo de uma mesma barra, como, por exemplo, a utilização de dois concretos-tipo no mesmo elemento. As armaduras, passivas ou de protensão, e os carregamentos também são frequentemente descontínuos, como nos casos de escalonamento da protensão ou de cargas concentradas, respectivamente.

Um número ímpar de lâminas de pequena espessura e largura qualquer se distribui ao longo do eixo vertical de simetria das seções transversais. Estas lâminas representam os pontos de integração ao longo da altura da seção. Em relação ao eixo longitudinal do elemento, sabe-se que pode interceptar cada seção

transversal em qualquer ponto arbitrário, situado ao longo do eixo vertical, não necessariamente no baricentro da seção.

Assim como os módulos de integração do elemento, existem também os módulos de integração da seção, os quais são utilizados como subintervalos com propriedades homogêneas, a fim de representar descontinuidades ao longo do eixo de integração. Variações bruscas nas larguras das lâminas, como nos casos das seções I ou T, ou partes da seção com diferentes concretos, comuns em vigas e lajes, são alguns exemplos de descontinuidade que podem ocorrer ao longo do eixo vertical das seções.

As armaduras passivas e ativas, aderentes ou não aderentes, são modeladas como lâminas adicionais incorporadas à seção. As propriedades das armaduras aderentes contribuem para a matriz de rigidez do elemento, pois são somadas à rigidez das seções. Já as armaduras não aderentes, são consideradas como componentes separados que atuam sobre a estrutura. As tensões e deformações das armaduras, inclusive as de protensão não aderentes, são determinadas nos pontos de integração do elemento.

Em relação à construção composta, as seções podem receber novos módulos de integração ao longo da análise, como, por exemplo, em lajes moldadas sobre vigas pré-moldadas. Além disso, outros elementos finitos podem ser adicionados à estrutura em qualquer instante, simulando a continuidade posterior de peças pré-moldadas. A variável de tempo é utilizada para o controle da evolução das etapas construtivas e de carregamento, mesmo em análises onde o comportamento reológico dos materiais não é considerado. A cada componente da estrutura, seja módulo de seção, elemento finito, barra de armadura ou cabo de protensão, é associada uma data de inclusão. Para os casos de carga, também são definidas datas iniciais e finais de aplicação. Assim, a cada novo carregamento, o modelo numérico compara a data inicial do caso de carga com a data de instalação de cada um dos componentes da estrutura, verificando quais devem ser considerados. No caso do peso próprio, apenas as partes da seção cuja data de inclusão coincide com a data inicial do carregamento são consideradas. Da mesma forma, apenas os cabos cujas datas de instalação são iguais ao de início da etapa de protensão são alongados (Barbieri et al, [4]).

2.2 Formulação do elemento finito tipo híbrido

Na formulação do elemento finito do tipo híbrido, a matriz de rigidez, o vetor de cargas nodais equivalentes e a equação do elemento podem ser deduzidos considerando-se a função de interpolação de forças. Durante uma análise, o sistema de equações, constituído pela matriz de rigidez e pelo vetor de cargas, é montado e resolvido, tendo como incógnitas os deslocamentos nodais. Estes deslocamentos são obtidos através da utilização das equações de equilíbrio de forças nas barras. Uma vez determinados os deslocamentos nodais, são calculados os esforços nos nós da estrutura. As respostas no interior do elemento finito, incluindo solicitações, deformações e deslocamentos, são determinadas a partir da interpolação das forças nodais (Voelcker, [5]).

A formulação do elemento finito do tipo híbrido fornece uma distribuição de curvaturas no interior do elemento de caráter teoricamente exato, a partir da distribuição teoricamente exata de momentos. Desta forma, as distribuições de curvaturas de elevada precisão permitem a utilização de elementos finitos longos. Além disto, no caso de elementos estruturais com protensão não aderente, a adequada avaliação da distribuição de curvaturas contribui para a correta estimativa das deformações nas armaduras de protensão (Barbieri, [2]).

2.3 Modelos constitutivos dos materiais

Para a análise do comportamento de uma estrutura, é essencial o conhecimento das equações constitutivas que representam o comportamento dos materiais. Elas são compatíveis com a idealização da estrutura, modelam o comportamento dos materiais nas condições de carregamento previsto e envolvem um número reduzido de variáveis, de forma a não prejudicar a eficiência computacional.

Em relação ao concreto, foram utilizados dois modelos diferentes para descrever o seu comportamento. Para o concreto comprimido foi adotada a equação de Saenz (Kabaila et Al, [6]), que é utilizada para o concreto sob cargas de compressão em carregamentos monotônicos, desde a deformação nula até o pico de resistência, conforme indica a equação (1).

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon_m}{1 + \left(\frac{E_c \varepsilon_{c0}}{f_c} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c0}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{c0}} \right)^2} \quad (1)$$

Onde:

σ_c : tensão no concreto;

E_c : módulo de elasticidade do concreto;

ε_m : deformação mecânica;

f_c : resistência à compressão ou resistência de pico;

ε_{c0} : deformação relativa ao pico de resistência.

O comportamento de amolecimento do concreto após o pico de resistência (f_c) é modelado por uma relação tensão-deformação linear, como mostrado nas equações (2) e (3), respectivamente, para a tensão e o módulo de elasticidade tangente do concreto. O comportamento do concreto à compressão pode ser observado na figura 1.

$$\sigma_c = E_c' (\varepsilon_m - \varepsilon_{c0}) + f_c \quad (2)$$

$$E_c' = \frac{f_{cf} - f_c}{\varepsilon_{cf} - \varepsilon_{c0}} \quad (3)$$

Figura 1 - Comportamento do concreto à compressão

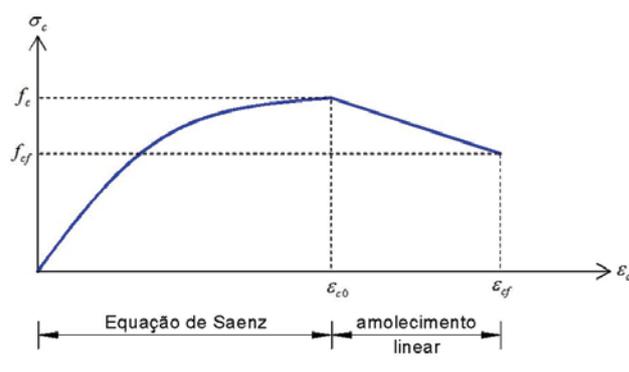
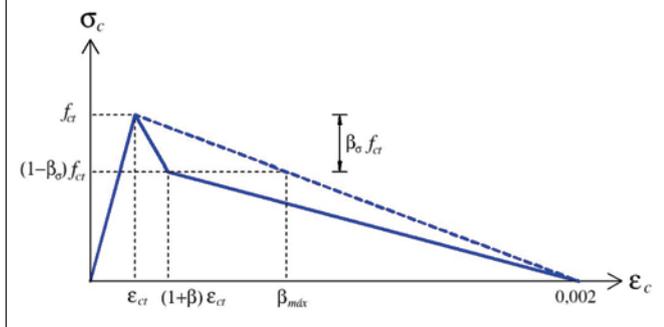


Figura 2 – Comportamento do concreto à tração



Para o concreto submetido a tensões de tração em carregamentos monotônicos, a resposta é considerada linear até a fissuração, sendo o módulo de elasticidade igual ao módulo tangente inicial (E_c). Se a resistência à tração é atingida em uma seção, considera-se esta seção fissurada, e que apenas as armaduras contribuem para a resistência aos esforços de tração. No entanto, quando existem armaduras aderentes, o concreto também contribui para resistir aos esforços de tração, aumentando, dessa forma, a rigidez do elemento na zona fissurada. Este comportamento é chamado de *tension stiffening* e é simulado por meio de uma redução suave na tensão de tração do concreto, após exceder a tensão f_{ct} . A desconsideração deste efeito normalmente resulta em uma avaliação exagerada dos deslocamentos (Ghali & Favre, [7]). O efeito *tension stiffening* ocorre em dois intervalos, sendo que o primeiro apresenta uma redução de tensão ($b_s f_{ct}$) mais acentuada e o segundo, mais suave. Após a queda inicial na resistência, a tensão no concreto decresce gradativamente a uma taxa constante até atingir um valor nulo a uma deformação de 0,2 %. A partir da deformação de 0,2 %, a tensão e o módulo de elasticidade permanecem nulos. Os intervalos acima são governados pelos parâmetros β e β_σ , conforme mostrado na figura 2 (Owen & Figueiras, [8]). Foi utilizada a relação tensão-deformação bi-linear para o aço das armaduras passivas, onde as barras de aço são representadas como um material elasto-plástico e apresentam o mesmo comportamento em tração e compressão.

Para o aço de protensão, foi utilizada a curva de Devalapura & Trados [9], indicada na figura 3, que mostra um comportamento contínuo ao longo de todo o intervalo de deformações, sem apresentar um ponto de escoamento definido. As constantes A, B e C são obtidas a partir das expressões (5), (7) e (8), respectivamente. A determinação da constante D ocorre por um processo iterativo, resolvendo a equação (4) para a tensão de escoamento ($\sigma_p = f_{py}$) e a deformação igual à ($\epsilon_p = 0,01$).

$$\sigma_p = \epsilon_p \left\{ A + \frac{B}{\left[1 + (C \epsilon_p)^D \right]^{\frac{1}{D}}} \right\} \quad (4)$$

Onde:

ϵ_p : deformação na armadura de protensão;

σ_p : tensão na armadura de protensão;

A, B, C e D: constantes.

$$A = E_{ps} \frac{f_{pu} - f_{s0}}{\epsilon_{pu} E_{ps} - f_{s0}} \quad (5)$$

$$f_{s0} = 1,04 f_{py} \quad (6)$$

$$B = E_{ps} - A \quad (7)$$

$$C = \frac{E_{ps}}{f_{s0}} \quad (8)$$

Onde:

f_{py} : tensão convencional de escoamento da armadura de protensão, relativa a uma deformação de 0,01;

f_{s0} : intersecção das tangentes dos dois segmentos lineares da curva.

3. Critérios de projeto

3.1 Normalização brasileira

Acompanhando uma tendência mundial, a norma brasileira NBR 6118 [10] reuniu em um só texto os critérios gerais que regem o projeto das estruturas de concreto simples, de concreto armado e de concreto protendido. Dependendo do grau de protensão

Figura 3 – Curva de Devalapura & Trados (9) para o aço de protensão

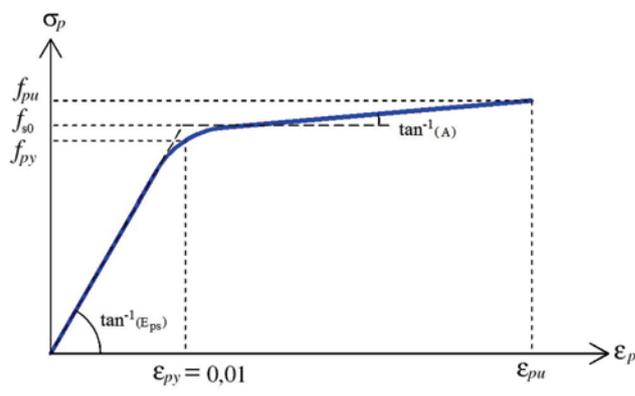


Tabela 1 – Verificações necessárias no ELS – norma brasileira (10)

Grau	Tipo de protensão/CAA	Combinações ELS	Exigências quanto à fissuração (ELS)
Protensão Parcial	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	Combinação frequente	ELS-W ($w_k \leq 0,2 \text{ mm}$)
Protensão Limitada	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Combinação frequente	ELS-F
		Combinação quase-permanente	ELS-D
Protensão Completa	Pré-tração com CAA III e IV	Combinação rara	ELS-F
		Combinação frequente	ELS-D

(completa, limitada e parcial), são verificados os estados limites de serviço de descompressão (ELS-D), de formação de fissuras (ELS-F) ou de abertura de fissuras (ELS-W), além do estado limite de serviço de deformações excessivas (ELS-DEF) e dos estados limites últimos finais e no ato da protensão. Na tabela 1 estão apresentadas de forma resumida as verificações necessárias no ELS para peças submetidas aos três níveis de protensão, onde CAA corresponde à classe de agressividade ambiental.

A protensão parcial se caracteriza pela combinação de armaduras ativas e passivas. Neste tipo de protensão é permitido que as tensões de tração no concreto atinjam valores maiores, ocasionando a formação de fissuras com aberturas inferiores ao valor limite recomendado pela norma ($w_{k,limite} = 0,2 \text{ mm}$). Na tabela 2 estão indicadas as tensões admissíveis no concreto para cada nível de protensão, sendo que o valor da tensão admissível de compressão, $0,5f_{ck}$, foi adotado por limitação da validade da formulação para consideração das deformações por fluência do concreto. A norma brasileira recomenda que o valor da resistência à tração do concreto, f_{ct} , indicado na equação (9), seja tomado pelo seu valor de resistência à tração inferior, $f_{ctk,inf}$. Como o valor de $f_{ctk,inf}$ corresponde à 70% de f_{ctm} e, para seções retangulares este valor ainda deve ser multiplicado por um fator igual a 1,5, resultando em $1,05 f_{ctm}$, adotou-se diretamente o valor da resistência média à tração, f_{ctm} , estando, assim, 5% à favor da segurança. Lembra-se que esta tensão limite de tração é

calculada com o concreto no Estádio I, ou seja, concreto não fissurado e com comportamento elástico linear dos materiais.

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (9)$$

Onde:

f_{ctm} : resistência média à tração do concreto (MPa);

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto (MPa).

A fim de verificar o estado limite de serviço de abertura de fissuras, foi implementada uma subrotina que realiza a verificação de peças com protensão parcial, sob combinação frequente, respeitando o item 17.3.3 da NBR 6118 [10]. Os critérios apresentados pela norma são avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento, devido ao fato da abertura de fissuras sofrer influência de restrições às variações volumétricas da estrutura e das condições de execução.

Segundo a NBR 6118 [10], para cada elemento ou grupo de elementos de armadura passiva e ativa aderente que controlam a fissuração do elemento estrutural, excluindo os cabos não aderentes, é considerada uma área A_{cr} do concreto de envolvimento, formada por um retângulo cujos lados não distam mais que 7,5fi

Tabela 2 – Tensões admissíveis no concreto – ELS – norma brasileira (10)

		Protensão Parcial	Protensão Limitada	Protensão Completa
Compressão	Combinação quase-permanente			
	Combinação frequente		0,5 f_{ck}	
	Combinação rara			
Tração	Combinação quase-permanente	-	0	-
	Combinação frequente	-	f_{ct}	0
	Combinação rara	-	-	f_{ct}

Figura 4 – Área de envolvimento do concreto da camada de armadura tracionada

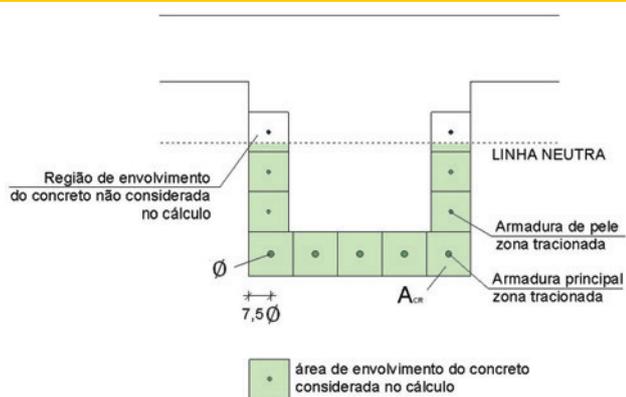
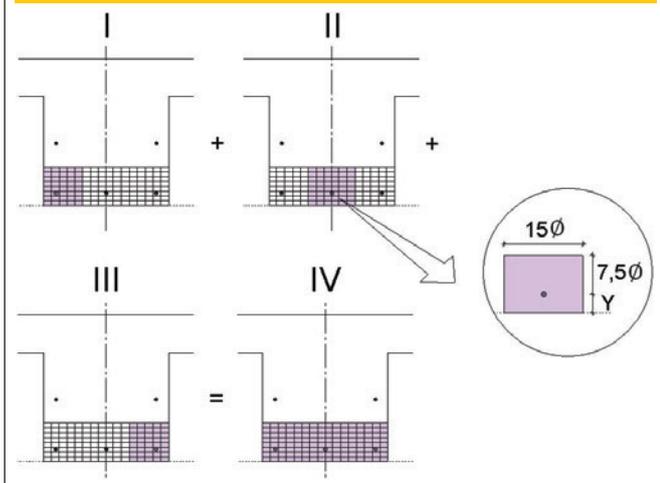


Figura 5 – Sequência de cálculo da área A_{cr}



do eixo da barra de armadura. A figura 4 mostra a área de envolvimento do concreto descrita.

A figura 5 ilustra o procedimento automático adotado para o cálculo desta área A_{cr} . Em cada módulo da seção transversal com armaduras tracionadas, é gerado um reticulado formado por pequenos elementos retangulares. A partir deste reticulado é possível identificar de forma aproximada a região da área A_{cr} de cada barra. Percorrem-se, então, todas as barras de armadura, verificando-se quais estão tracionadas e assinalando-se para cada uma delas os retângulos que se encontram na sua respectiva área de envolvimento, desconsiderando as áreas de sobreposição. Ao final do processo, a soma das áreas dos retângulos assinalados corresponderá à área A_{cr} buscada. De acordo com o item 17.3.3.2 da norma, são calculados os valores característicos da abertura de fissuras, w_{k1} e w_{k2} (equações 12 e 13), sendo que o valor utilizado para comparação é o menor entre estes dois valores. A taxa de armadura e a tensão da armadura no centro de gravidade da camada são calculadas, respecti-

vamente, pelas equações 10 e 11. Na figura 6 está representado o fluxograma simplificado da subrotina de verificação ELS-W.

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{cr}} \quad (10)$$

$$\sigma_s^{CG} = \frac{\sum A_s \cdot \sigma_s}{\sum A_s} \quad (11)$$

$$w_{k1} = \frac{\phi}{12,5 \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s^{CG}}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_s^{CG}}{f_{ctm}} \quad (12)$$

$$w_{k2} = \frac{\phi}{12,5 \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s^{CG}}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_r} + 45 \right) \quad (13)$$

Onde:

ϕ : diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

η_1 : coeficiente de conformação superficial da armadura passiva;

E_s : módulo de elasticidade do aço da armadura passiva;

f_{ctm} : resistência média à tração do concreto.

Figura 6 – Fluxograma da rotina de verificação ELS-W (norma brasileira)

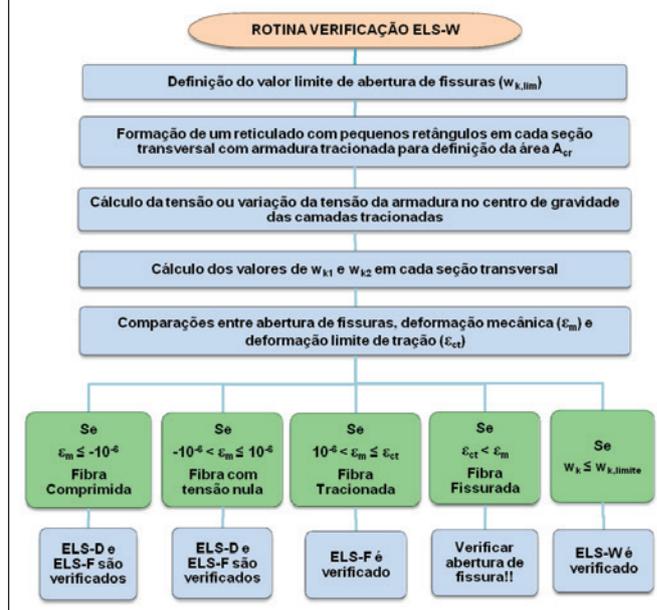
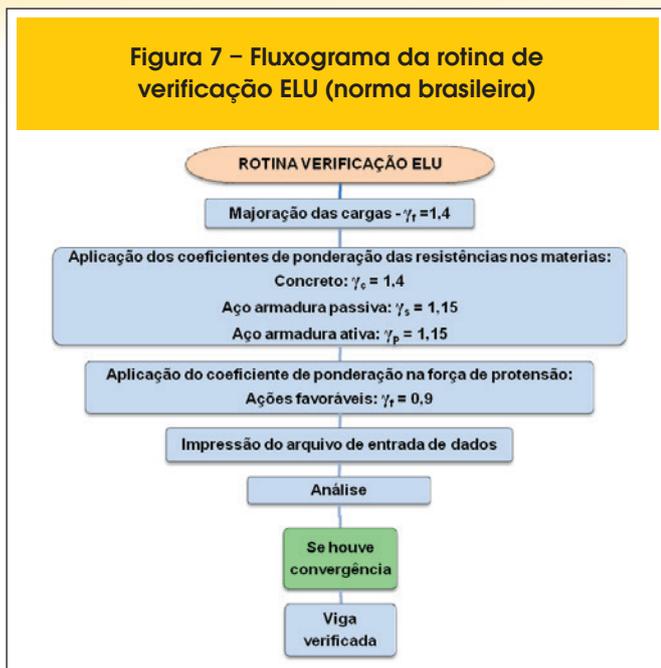


Figura 7 – Fluxograma da rotina de verificação ELU (norma brasileira)



O estado limite último está relacionado com a segurança da estrutura submetida às combinações mais desfavoráveis de ações previstas em toda a sua vida útil. Nesta verificação são majoradas as cargas, permanente e variável, e minoradas as resistências dos materiais conforme seus respectivos coeficientes de ponderação. Na figura 7 está indicado o fluxograma do modelo de verificação quanto ao ELU, sendo que a convergência ocorre quando o momento último de cálculo for menor ou igual ao momento resistente. Este momento resistente é obtido através do acréscimo de incrementos de carga, além do carregamento atuante, até a ruptura.

3.2 Normalização francesa

A fim de realizar comparações entre resultados obtidos para a norma brasileira, examinaram-se também as exigências da normalização francesa, *BPEL 91* [11]. Na tabela 3 são apresentadas as verificações necessárias no ELS para peças submetidas à protensão, utilizando-se as mesmas convenções dos estados limites da NBR 6118 [10]. Nas tabelas 4 e 5, respectivamente, estão indicadas as tensões

Tabela 3 – Verificações necessárias no ELS – norma francesa (Thonier, (12))

Grau	Combinações ELS	Exigências relativas à fissuração
Protensão Parcial	Combinação rara Combinação frequente Combinação quase-permanente	ELS-W (seção) ELS-W (zona de cobrimento*) ELS-D (zona de cobrimento*)
Protensão Limitada	Combinação rara Combinação frequente	ELS-F (f_{ij} - zona de cobrimento*; $1,5 f_{ij}$ - seção) ELS-D (zona de cobrimento*)
Protensão Completa	Combinação rara	ELS-D (seção)

*Zona de cobrimento: zona da seção que garante um cobrimento mínimo de proteção para as armaduras ativas.

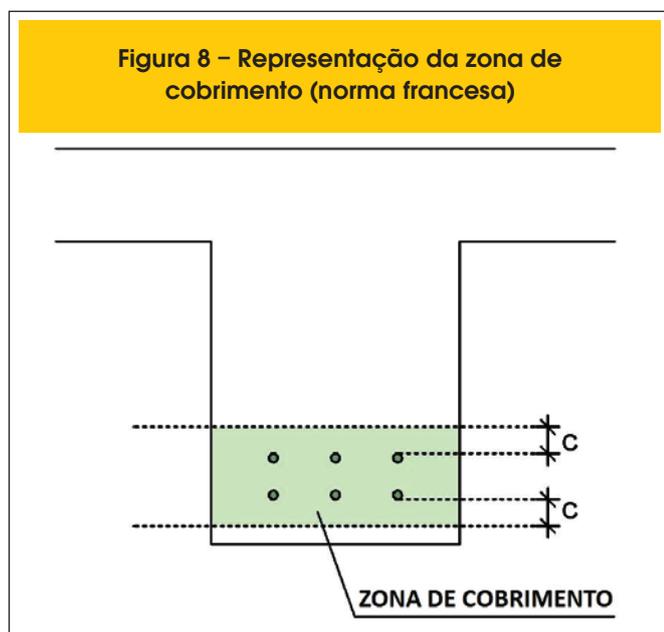
Tabela 4 – Tensões admissíveis no concreto - ELS - norma francesa (Thonier, (12))

		Protensão Completa	Protensão Limitada	Protensão Parcial
Compressão	Combinação quase-permanente		$0,5 f_{ck}$	
	Combinação frequente		$0,6 f_{ck}$	
	Combinação rara		$0,6 f_{ck}$	
	Em construção		$0,6 f_{cj}$	
Tração	Combinação quase-permanente	Zona de cobrimento	0	0
		Outras zonas	0	$1,5 f_{ij}$
	Combinação frequente	Zona de cobrimento	0	0
		Outras zonas	0	$1,5 f_{ij}$
	Combinação rara	Zona de cobrimento	0	f_{ij}
		Outras zonas	0	$1,5 f_{ij}$
	Em construção	Zona de cobrimento	$0,7 f_{ij}$	$0,7 f_{ij}$
		Outras zonas	$0,7 f_{ij}$	$1,5 f_{ij}$

Tabela 5 – Tensões admissíveis no aço - ELS - norma francesa (Thonier, [12])

		Protensão Completa	Protensão Limitada	Protensão Parcial
Aço Ativo	Combinação quase-permanente	-	-	-
	Combinação frequente	-	-	100 MPa
	Combinação rara	-	-	$\Delta\sigma_p < 0,10f_{prg}$
	Em construção	-	-	$\Delta\sigma_p < 0,10f_{prg}$
Aço Passivo	Combinação quase-permanente	-	-	-
	Combinação frequente	Zona de cobrimento	-	$0,35f_e$
		Outras zonas	-	-
	Combinação rara	-	-	$\text{Min}(2/3f_e; 110 \cdot (\eta \cdot f_{tj})^{1/2})$
	Em construção	-	-	$\text{Min}(2/3f_e; 110 \cdot (\eta \cdot f_{tj})^{1/2})$

Figura 8 – Representação da zona de cobrimento (norma francesa)



admissíveis no concreto e no aço, exigidos pela normalização francesa, para cada nível de protensão.

A zona de proteção da armadura de protensão ou zona de cobrimento de uma seção transversal está representada na figura 8. Esta zona apresenta o mesmo centro de gravidade que o das armaduras de protensão, garantindo a elas um cobrimento “c” mínimo de proteção. O valor do cobrimento “c” corresponde ao maior valor entre o diâmetro da bainha do cabo e ao cobrimento indicado para determinada classe de agressividade ambiental. Segundo a norma francesa, este valor, correspondente à classe ambiental, é igual a 3 cm em obras protegidas de intempéries, 4 cm para obras submetidas à intempéries e 5 cm para obras submetidas a uma atmosfera agressiva (Thonier, [12]).

A verificação em serviço da abertura de fissuras consiste, basicamente, na observação de limites de tensões das armaduras passivas e ativas. Se a tensão da armadura passiva for menor ou igual ao menor dos valores indicados na expressão (15) e se a variação de tensão na armadura ativa entre o estado de descompressão e o carregamento final estiver dentro do valor limite, que corresponde a 10% da resistência máxima à ruptura da armadura ativa, relativo à fadiga (expressão 16), então é verificada a segurança na peça quanto ao ELS-W. Segundo Thonier [12], se o aço da armadura passiva for CA-50, então a primeira parcela do teste

da tensão limite ($2/3 \cdot f_e$) pode ser considerado igual a 240 MPa. A figura 9 mostra o fluxograma referente à verificação do ELS-W.

$$f_{tj} = 0,06 f_{ck} + 0,6 \tag{14}$$

$$\sigma_s \leq \text{Min} \left(\frac{2}{3} f_e; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right) \tag{15}$$

$$\Delta\sigma_p \leq 0,10 f_{prg} \tag{16}$$

Onde:

- f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto (MPa);
- f_e : limite de elasticidade da armadura passiva (MPa);
- η : coeficiente de fissuração ($\eta = 1,6$ para armadura de alta aderência);
- f_{tj} : resistência característica à tração do concreto (MPa).

Figura 9 – Fluxograma da rotina de verificação ELS-W (norma francesa)

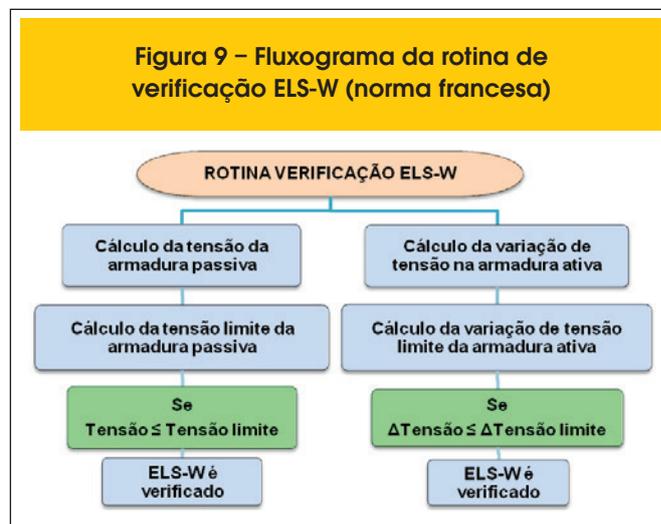
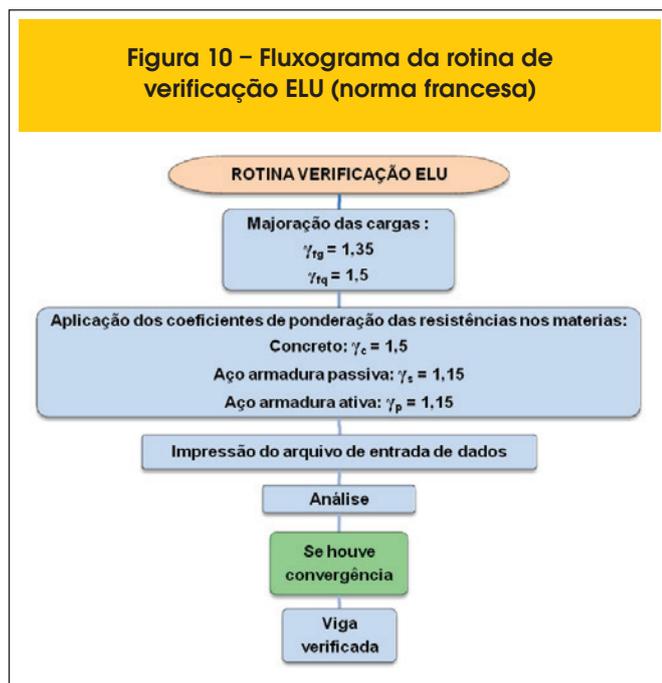


Figura 10 – Fluxograma da rotina de verificação ELU (norma francesa)



Em relação à norma francesa, o estudo do estado limite último ocorre da mesma forma que o descrito pela norma brasileira. Na figura 10 está indicado o fluxograma do modelo de verificação quanto ao ELU, sendo que, ao final desta verificação, devem ser comparados os valores de momento último com o momento resistente, a fim de saber o quanto a viga está segura quanto à ruptura.

4. Estruturas analisadas

Neste artigo são apresentadas as análises de duas vigas retiradas de estruturas reais, uma com protensão parcial aderente e, outra, não aderente. A partir destes exemplos, foi feita a verificação quanto ao estado limite de serviço de abertura de fissuras e quanto ao estado limite último, analisando-se os resultados de acordo com cada norma.

Na análise destas situações reais foi considerado o comportamento não-linear dos materiais, sendo dispensado o uso dos diagramas simplificados, recomendados pela norma. Em relação aos valores para a deformação relativa à resistência à compressão do concreto (ϵ_{co}) e a deformação final (ϵ_{cf}) adotaram-se 2‰ e 10‰, respectivamente.

O concreto utilizado tem resistência característica à compressão de 4 kN/cm² e a sua resistência à tração foi desprezada. O valor do módulo de elasticidade do concreto, calculado a partir do valor

Figura 11 – Viga biapoiada

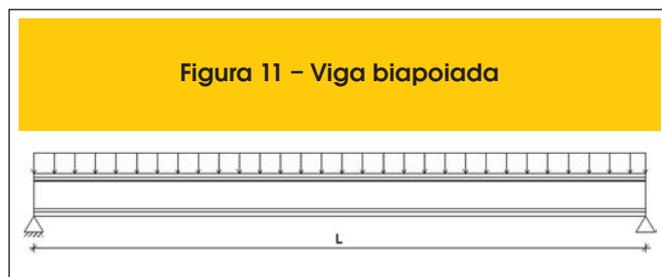


Figura 12 – Seção transversal da viga (cm)

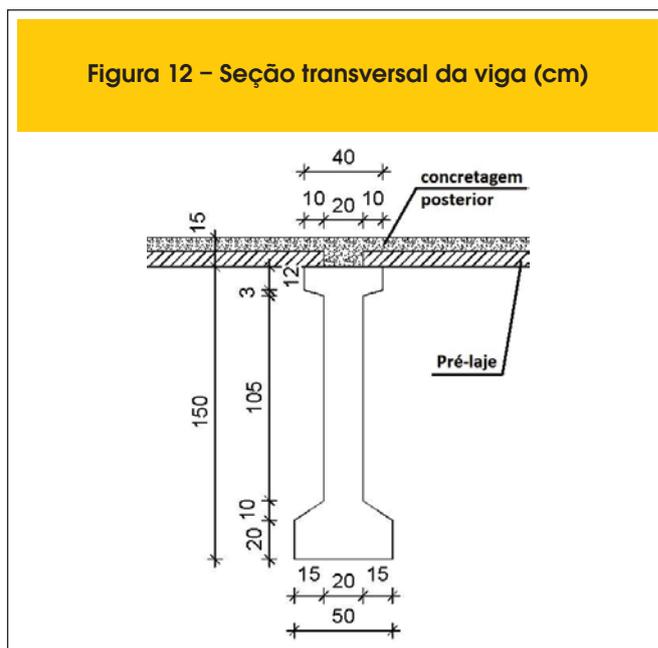
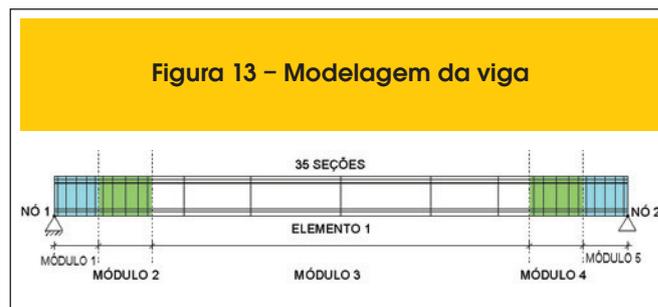


Figura 13 – Modelagem da viga



do f_{ck} , vale 3542 kN/cm² e 3762 kN/cm² no ELS, respectivamente para as normas brasileira e francesa. A resistência final do concreto foi estimada em 0,5 kN/cm².

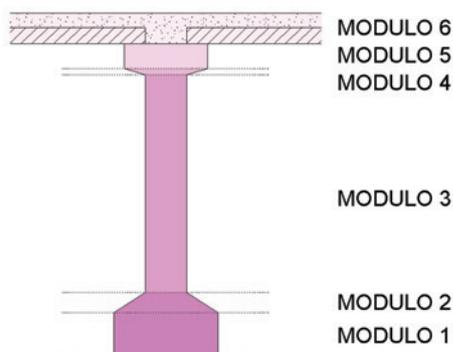
Para armadura passiva foi utilizado aço do tipo CA-50. O módulo de elasticidade da armadura de tração é igual a 21.000 kN/cm² e a sua deformação de escoamento é calculada a partir da tensão de escoamento e do módulo de elasticidade. Considera-se um comportamento frágil para o concreto em tração.

Utilizou-se o aço de protensão do tipo CP-190RB com módulo de elasticidade igual a 19.500 kN/cm². A sua tensão de escoamento, que corresponde a 90% da resistência do aço de protensão (f_{pu} = 190 kN/cm²), é igual a 171 kN/cm². Os valores da deformação convencional de escoamento e da deformação de ruptura do aço de protensão foram considerados iguais a 0,01 e 0,071, respectivamente.

4.1 Viga com protensão parcial aderente

A primeira situação analisada é a de uma viga biapoiada com protensão parcial aderente, utilizada na cobertura do teatro da Feevale, que foi construído em frente ao campus da Universidade Feevale, de Novo Hamburgo/RS [13]. A viga pré-moldada apresenta um vão de 31,8 m e recebe carregamentos permanente ($g = 15,6$ kN/m) e variável ($q = 6,9$ kN/m), distribuídos por todo seu comprimento, como indica o esquema da figura 11.

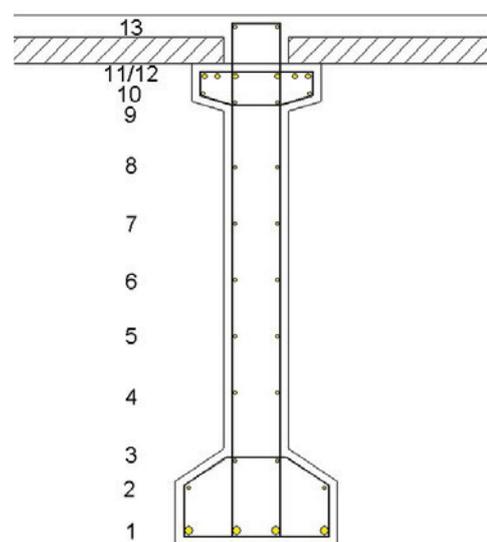
Figura 14 – Representação dos módulos na seção transversal



Na figura 12 está representada a seção transversal da viga, formada, inicialmente, por um perfil I pré-moldado de 1,50 m de altura, com armaduras passivas e ativas. Após o posicionamento da viga sobre os apoios laterais, foi acrescentada a mesa de compressão superior através da concretagem da laje de cobertura, de 15 cm de espessura e 3,4 m de largura (entre eixos das vigas).

O vão da viga foi modelado por um único elemento finito do tipo híbrido ligado pelos nós 1 e 2, conforme mostra a figura 13. O elemento foi dividido em trinta e cinco seções transversais, distribuídas em cinco módulos de integração ao longo do elemento de forma a respeitar a geometria do perfil reto dos cabos de protensão. A seção transversal total da viga, perfil I mais a mesa de compressão, foi discretizada em dezoito lâminas e dividida em seis módulos ao longo da sua altura, como ilustra a figura 14. Estas lâminas (planos horizontais) estão posicionadas nas extremidades e no centro de cada módulo, superpondo-se no encontro destes módulos. A seção transversal de perfil I é formada por cinco módulos de integração com duas camadas cada, e a mesa foi modelada com

Figura 15 – Distribuição das camadas de armadura passiva ao longo da seção



um único módulo composto por duas camadas. Escolheu-se a regra de integração numérica de *Gauss-Lobatto* por ser mais precisa que a de *Simpson* e por ser recomendada quando os pontos de integração não estão distribuídos de maneira uniforme.

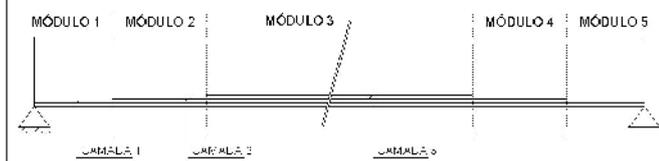
As barras de armadura passiva foram distribuídas em treze camadas, como ilustra a figura 15, respeitando cobertura de 2,5 cm. Na tabela 6 estão indicadas as características de cada camada de armadura passiva, como a posição em relação à base, bitola, quantidade de barras, seção de armadura e data.

Os cabos aderentes de protensão apresentam perfil reto e estão distribuídos em três camadas conforme indicado na figura 16. A tabela 7 mostra as características de locação, bitola, número de barras, seção

Tabela 6 – Características de cada camada de armadura passiva

Camada	Altura (cm)	Bitola (mm)	Número de barras	Área (cm ²)	Data (dias)
1	4,5	25	4	19,63	28
2	20	8	2	1,01	28
3	30	8	2	1,01	28
4	50	8	2	1,01	28
5	70	8	2	1,01	28
6	85	8	2	1,01	28
7	100	8	2	1,01	28
8	120	8	2	1,01	28
9	135	8	2	1,01	28
10	140	8	2	1,01	28
11	145	16	6	12,06	28
12	145	12,5	4	4,91	28
13	160	10	2	1,57	29

Figura 16 – Distribuição das camadas de armadura ativa ao longo da seção



de armadura e data de protensão em cada camada de armadura ativa. A tensão inicial adotada nos cabos de protensão foi de 152 kN/cm². Na tabela 8 estão indicados os casos de carga considerados na verificação do ELS. O carregamento distribuído aplicado foi calculado conforme a combinação de carga exigida nas verificações de serviço, referentes a cada norma. Na verificação quanto ao ELS-W, foi considerada uma carga distribuída de 18,4 kN/m (combinação frequente) para a norma brasileira e 22,5 kN/m (combinação rara) para a norma francesa. Conforme a tabela 8, aos 28 dias é feita a análise da peça, considerando a protensão agindo somente sobre o perfil I pré-moldado. O segundo caso de carga é aplicado aos 29 dias onde é acrescentada a mesa de compressão na parte superior da seção. Já com a seção total trabalhando de forma monolítica, adiciona-se a parcela do carregamento permanente (g), que corresponde à parcela da carga total da estrutura não minorada. Entre os 29 e 10.000 dias são calculados os efeitos do tempo de fluência, retração e relaxação, atuando sobre a seção total. Após a análise do comportamento da estrutura em relação ao tempo, é aplicada, aos 10.000 dias, a última parcela de carregamento, correspondente à carga variável (q) minorada ao longo das seções do elemento. Para os casos 1, 2, 3 e 5 foram previstos cinco incrementos de cargas.

Figura 17 – Propriedades dos materiais (norma brasileira)

```

*****
***** DADOS DE ENTRADA
*****
**** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 3541.751000
fc: -4.000000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 350.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000
-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002380
Esh: .000000
-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 171.000000
e 0.01 = .010000
fpu = 190.000000
epu = .071000
    
```

Finalizando a etapa de verificação quanto ao ELS-W pela norma brasileira e francesa, são analisados os resultados na etapa de pós-processamento. Os dados de entrada do exemplo, como propriedades dos materiais, indicados na figura 17, são comuns às duas verificações, exceto o valor do módulo de elasticidade do concreto.

Tabela 7 – Características de cada camada de armadura ativa

Camada	Altura (cm)	Bitola (mm)	Número de cordoalhas	Área (cm ²)	Data (dias)
1	9	15,2	8	11,48	28
2	14	15,2	6	8,61	28
3	19	15,2	6	8,61	28

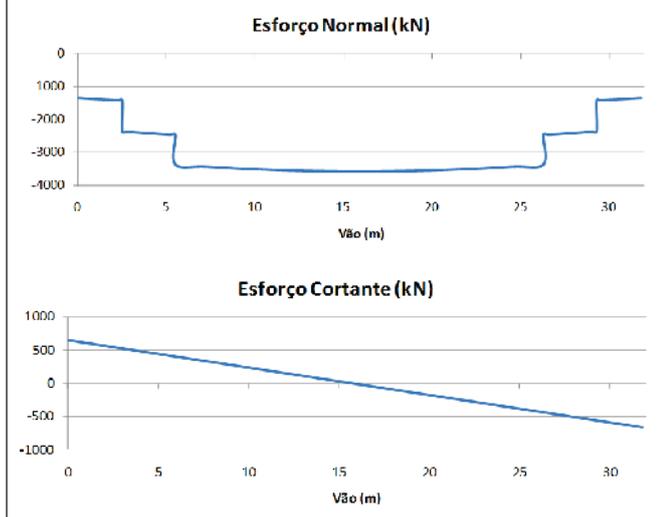
Tabela 8 – Casos de carga analisados na verificação do ELS

Casos de carga – ELS			
Casos	Tipos	Data inicial (dias)	Data final (dias)
1	Peso próprio perfil I + protensão	28	28
2	Peso próprio mesa	29	29
3	Carga permanente (g)	29	29
4	Efeitos do tempo	29	10.000
5	Carga variável (q)	10.000	10.000

Figura 18 – Forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente)

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER CARGA	
1	.00	-1358.50	-1358.50	.00	-654.44	.00	-654.44	-148115.23	-148115.23	.00	.00
2	21.22	-1364.79	-1364.79	.00	-645.71	.00	-645.71	-135005.08	-148801.01	.00	13795.93
3	66.39	-1377.44	-1377.44	.00	-627.12	.00	-627.12	-107636.73	-150180.62	.00	42543.89
4	125.00	-1393.29	-1393.29	.00	-602.99	.00	-602.99	-73318.48	-151908.36	.00	78589.87
5	183.61	-1408.50	-1408.50	.00	-578.87	.00	-578.87	-40344.40	-153566.54	.00	113222.15
6	228.78	-1419.77	-1419.77	.00	-560.28	.00	-560.28	-15844.51	-154795.45	.00	138950.94
7	250.00	-1424.98	-1424.98	.00	-551.54	.00	-551.54	-4615.49	-155363.99	.00	150748.50
8	250.00	-2369.27	-2369.27	.00	-551.54	.00	-551.54	-102482.10	-253230.60	.00	150748.50
9	275.47	-2379.47	-2379.47	.00	-541.06	.00	-541.06	-89661.40	-254322.28	.00	164660.88
10	329.67	-2400.48	-2400.48	.00	-518.75	.00	-518.75	-63184.61	-256569.74	.00	193385.13
11	400.00	-2426.36	-2426.36	.00	-489.80	.00	-489.80	-30488.03	-259237.63	.00	228849.60
12	470.33	-2450.15	-2450.15	.00	-460.86	.00	-460.86	396.01	-261882.32	.00	262278.33
13	524.53	-2466.82	-2466.82	.00	-438.55	.00	-438.55	22989.63	-263665.34	.00	286654.98
14	550.00	-2474.29	-2474.29	.00	-428.06	.00	-428.06	33225.32	-264464.38	.00	297689.70
15	550.00	-3372.17	-3372.17	.00	-428.06	.00	-428.06	-54767.06	-352456.76	.00	297689.70
16	726.57	-3439.00	-3439.00	.00	-355.39	.00	-355.39	7397.32	-359458.41	.00	366855.73
17	1102.40	-3535.60	-3535.60	.00	-200.70	.00	-200.70	101777.48	-369575.23	.00	471352.71
18	1590.00	-3580.52	-3580.52	.00	.00	.00	.00	146003.03	-374279.93	.00	520882.96
19	2077.60	-3535.60	-3535.60	.00	200.70	.00	200.70	101777.48	-369575.23	.00	471352.71
20	2453.43	-3439.00	-3439.00	.00	355.39	.00	355.39	7397.32	-359458.41	.00	366855.73
21	2630.00	-3372.17	-3372.17	.00	428.06	.00	428.06	-54767.06	-352456.76	.00	297689.70
22	2630.00	-2474.29	-2474.29	.00	428.06	.00	428.06	33225.32	-264464.38	.00	297689.70
23	2655.47	-2466.82	-2466.82	.00	438.55	.00	438.55	22989.63	-263665.34	.00	286654.98
24	2709.67	-2450.15	-2450.15	.00	460.86	.00	460.86	396.01	-261882.32	.00	262278.33
25	2780.00	-2426.36	-2426.36	.00	489.80	.00	489.80	-30488.03	-259237.63	.00	228849.60
26	2850.33	-2400.48	-2400.48	.00	518.75	.00	518.75	-63184.61	-256569.74	.00	193385.13
27	2904.53	-2379.47	-2379.47	.00	541.06	.00	541.06	-89661.40	-254322.28	.00	164660.88
28	2930.00	-2369.27	-2369.27	.00	551.54	.00	551.54	-102482.10	-253230.60	.00	150748.50
29	2930.00	-1424.98	-1424.98	.00	551.54	.00	551.54	-4615.49	-155363.99	.00	150748.50
30	2951.22	-1419.77	-1419.77	.00	560.28	.00	560.28	-15844.51	-154795.45	.00	138950.94
31	2996.39	-1408.50	-1408.50	.00	578.87	.00	578.87	-40344.40	-153566.54	.00	113222.15
32	3055.00	-1393.29	-1393.29	.00	602.99	.00	602.99	-73318.48	-151908.36	.00	78589.87
33	3113.61	-1377.44	-1377.44	.00	627.12	.00	627.12	-107636.73	-150180.62	.00	42543.89
34	3158.78	-1364.79	-1364.79	.00	645.71	.00	645.71	-135005.08	-148801.01	.00	13795.93
35	3180.00	-1358.50	-1358.50	.00	654.44	.00	654.44	-148115.23	-148115.23	.00	.00

Figura 19 – Esforço normal e cortante - norma brasileira (combinação frequente)



Na figura 19 foram traçados os gráficos de esforço normal devido à protensão e de esforço cortante ao longo do elemento devido ao carregamento frequente da norma brasileira, referentes aos valores tabelados na figura 18. Como os cabos são retos, a protensão não gera solicitações relativas ao esforço cortante.

A figura 20 mostra, primeiramente, os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (combinação frequente) e a protensão aplicada, e, em seguida, é traçado o gráfico do momento total que representa a soma destes dois. Nos gráficos de esforço normal, momento de protensão e momento total identificam-

-se claramente os “dentes” devido o uso de cabos de protensão com comprimento diferente. Nesta verificação, a partir dos valores de momento fletor, observa-se que a força de protensão absorve praticamente 72% do carregamento total, relativo à combinação frequente.

Na figura 21 apresenta-se uma tabela onde estão indicados os valores da abertura de fissuras para cada seção, segundo a verificação da norma brasileira, sendo w_k o menor valor entre w_{k1} e w_{k2} . Na figura 22 é traçado o gráfico da deformação de cada camada de armadura passiva e a deformação limite recomendada pela norma francesa.

Na análise do ELS-W, referente à norma brasileira, foram calculados os valores de abertura de fissuras somente em 4 seções localizadas nas extremidades da viga (seções 1, 2, 34 e 35). Nos módulos destas seções, onde a camada de armadura passiva está tracionada, foi gerado um reticulado formado de pequenos retângulos a fim de determinar a área A_{cr} necessária no cálculo de w_k . Ao final desta análise, verificou-se que o valor máximo de abertura de fissuras encontrado, $w_k = 0,000125$ mm, é inferior àquele estipulado pela norma brasileira ($w_{k,lim} = 0,2$ mm), garantindo, assim, a segurança da peça quanto ao ELS-W.

Em relação à normalização francesa, verifica-se o ELS-W somente através de comparações de tensões das armaduras, dispensando a discretização de cada módulo de armadura tracionada em uma malha extremamente refinada. A partir da análise do gráfico de deformações de cada camada de armadura passiva, observou-se que as camadas 7, 8, 9, 10 e 11 apresentaram tensões de tração nas seções localizadas nas extremidades da viga. Nestas seções foi feita a comparação da tensão de tração da camada de armadura com a tensão limite. Como a deformação limite correspondente é igual a 1,143%, ou seja, valor muito maior que a deformação máxima obtida de 0,538%, é garantida, assim, a segurança da viga em relação ao ELS-W.

Figura 20 – Momento fletor - norma brasileira (combinação frequente)

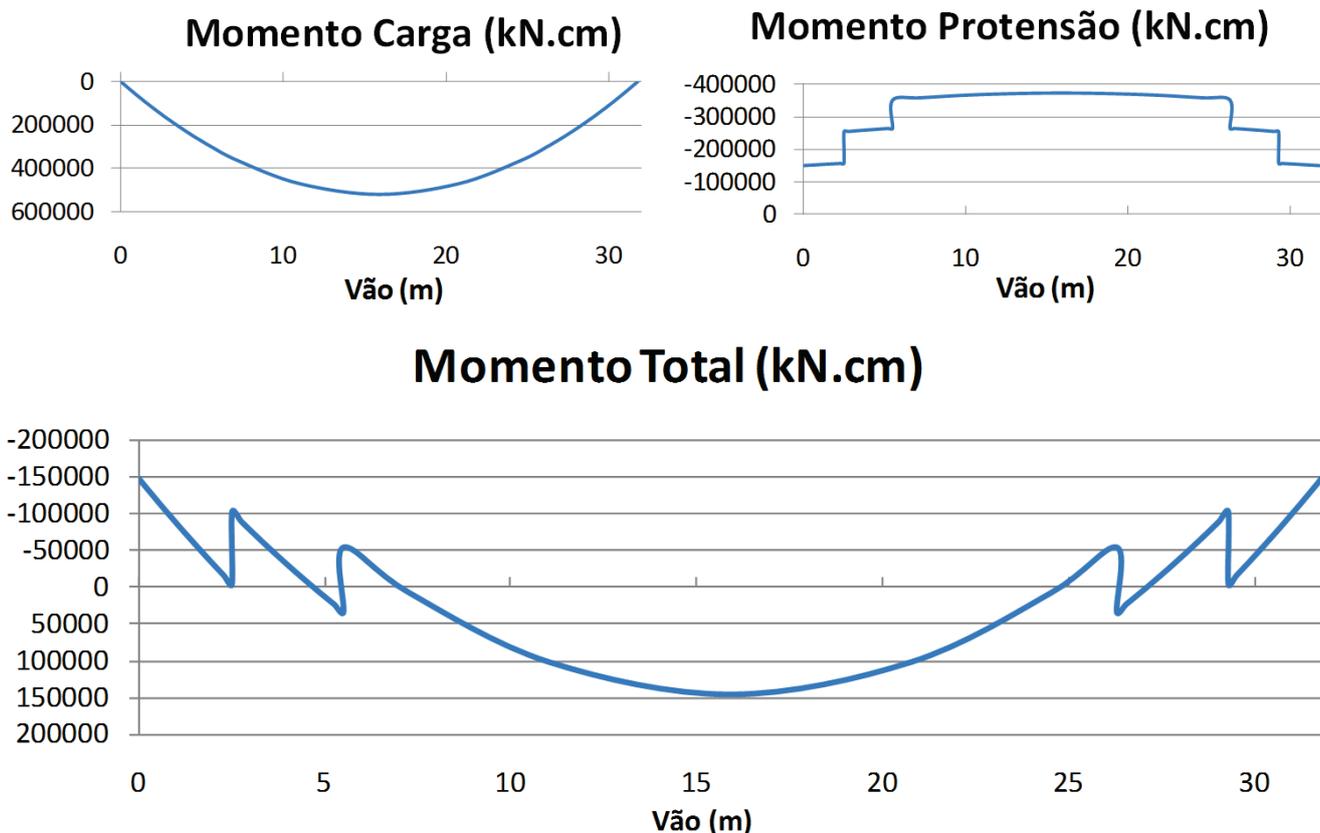


Figura 21 – Valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente)

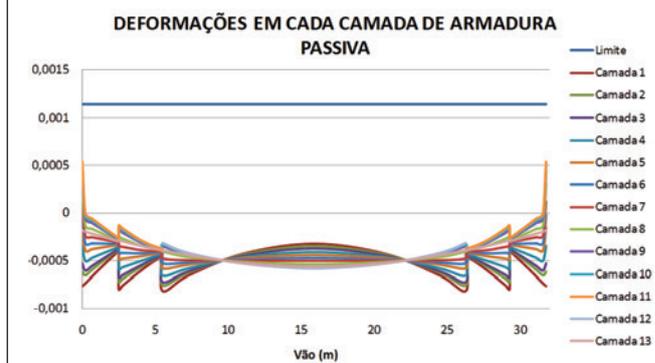
** VALOR DA ABERTURA DE FISSURAS - WK (mm)

** VALOR LIMITE ABERTURA DE FISSURAS = .200

SECAO	WK1	WK2	WK
1	.0001249864	.0319561144	.0001249864
2	.0000003583	.0018502580	.0000003583
3	.0000000000	.0000000000	.0000000000
4	.0000000000	.0000000000	.0000000000
5	.0000000000	.0000000000	.0000000000
6	.0000000000	.0000000000	.0000000000
7	.0000000000	.0000000000	.0000000000
8	.0000000000	.0000000000	.0000000000
9	.0000000000	.0000000000	.0000000000
10	.0000000000	.0000000000	.0000000000
11	.0000000000	.0000000000	.0000000000
12	.0000000000	.0000000000	.0000000000
13	.0000000000	.0000000000	.0000000000
14	.0000000000	.0000000000	.0000000000
15	.0000000000	.0000000000	.0000000000
16	.0000000000	.0000000000	.0000000000
17	.0000000000	.0000000000	.0000000000
18	.0000000000	.0000000000	.0000000000
19	.0000000000	.0000000000	.0000000000
20	.0000000000	.0000000000	.0000000000
21	.0000000000	.0000000000	.0000000000
22	.0000000000	.0000000000	.0000000000
23	.0000000000	.0000000000	.0000000000
24	.0000000000	.0000000000	.0000000000
25	.0000000000	.0000000000	.0000000000
26	.0000000000	.0000000000	.0000000000
27	.0000000000	.0000000000	.0000000000
28	.0000000000	.0000000000	.0000000000
29	.0000000000	.0000000000	.0000000000
30	.0000000000	.0000000000	.0000000000
31	.0000000000	.0000000000	.0000000000
32	.0000000000	.0000000000	.0000000000
33	.0000000000	.0000000000	.0000000000
34	.0000003583	.0018502580	.0000003583
35	.0001249864	.0319561144	.0001249864

As figuras 23 e 24 mostram, respectivamente, os quadros de fissuração referentes à norma brasileira e francesa. Observa-se que as seções centrais não estão fissuradas. A abertura de fissuras é determinada para o bordo superior nas regiões próximas aos apoios. A partir dos quadros de fissuração deste exemplo, constatou-se que a maioria das seções encontra-se ainda totalmente comprimida ao final da verificação de ELS. Observou-se que, tanto pela norma brasileira como pela francesa, grande parte das fibras inferiores e das fibras centrais das seções está comprimida (-1), di-

Figura 22 – Deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara)



ferentemente das fibras superiores, junto aos apoios, que já apresentam fissuração (2).

A título de ilustração, na figura 25 é apresentada uma visualização

Figura 25 – Colocação de uma das vigas de cobertura do teatro



Figura 26 – Viga biapoiada

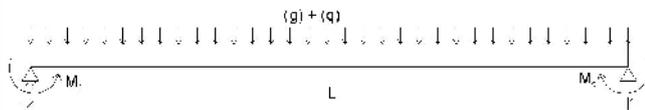


Figura 27 – Seção transversal da viga (cm)

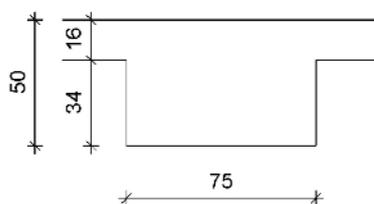


Figura 28 – Modelagem da viga



da montagem de uma das vigas de cobertura na estrutura do Teatro da Feevale em Novo Hamburgo/RS. Estas vigas chegaram à obra com uma contra-flecha inicial de aproximadamente 4 cm, e apresentaram flecha praticamente nula após aplicação da carga total. Após a análise quanto à verificação no ELU, conforme a norma brasileira e francesa, foram comparados os valores de momento último com os valores do momento resistente. Conforme os critérios da norma brasileira, comparou-se o momento resistente, 9.460 kN.m, com o momento último, 8.015 kN.m, e verificou-se que a peça apresenta um fator adicional de segurança igual a 1,18 em relação à ruptura. Segundo a verificação pela norma francesa, o valor do momento resistente, igual a 9.896 kN.m, é 1,26 vezes maior que o momento último, o qual apresentou valor igual a 7.860 kN.m, inferior ao valor obtido pela norma brasileira, devido aos diferentes coeficientes de majoração de carga. Como nos dois casos o momento último foi inferior ao momento resistente, garante-se, assim, a segurança da peça quanto à ruptura.

4.2 Viga com protensão parcial não aderente

Para ilustrar a utilização de armaduras não aderentes nas rotinas de verificação, é apresentado um exemplo de viga biapoiada com protensão parcial não aderente, como indica o esquema da figura 26. Esta estrutura foi utilizada na ampliação do shopping Estação, no ano de 2003 em Curitiba/PR [13]. A viga, moldada no local, apresenta um vão de comprimento de 12,92 m e recebe carregamentos, permanente ($g = 10 \text{ kN/m}$), sem considerar

Figura 29 – Representação dos módulos na seção transversal

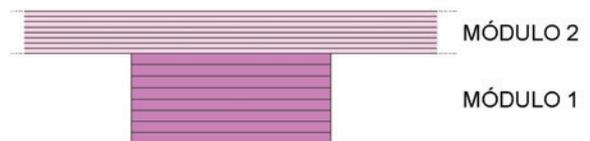


Figura 30 – Distribuição das camadas de armadura passiva ao longo do elemento e da seção

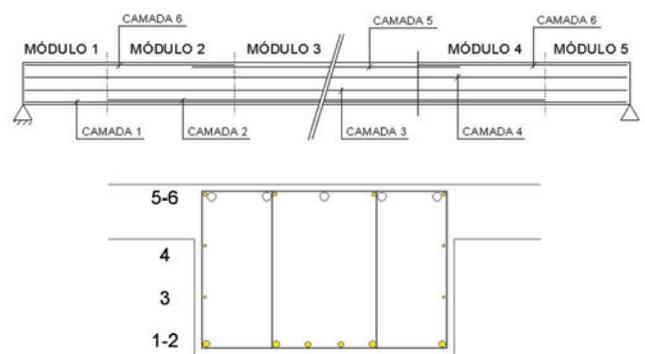


Tabela 9 – Características de cada camada de armadura passiva

Camada	Altura (cm)	Bitola (mm)	Número de barras	Área (cm ²)	Data (dias)
1	3,8	20	4	12,57	28
2	3,8	16	2	4,02	28
3	17	6,3	2	0,62	28
4	34	6,3	2	0,62	28
5	46	10	4	3,14	28
6	46	25	6	29,45	28

Tabela 10 – Características da camada 1 de armadura ativa

Camada	Altura (cm)	Bitola (mm)	Número de cabos	Área (cm ²)	Data (dias)
1	Variável	12,7	10	10,14	28

o peso próprio, e variável ($q = 23 \text{ kN/m}$), distribuídos por todo seu comprimento. Ainda nesta estrutura, são considerados os momentos $M_1 = 468 \text{ kN.m}$ e $M_2 = 526 \text{ kN.m}$ em cada extremidade da viga. Estes momentos, que levam em conta a soma da parcela do momento permanente (30% do momento total) com a do

momento variável (70% do momento total), são utilizados como um artifício de cálculo para considerar o engastamento parcial das extremidades da viga nos pilares e foram obtidos através da análise global da estrutura.

Figura 31 – Representação do perfil parabólico ao longo do elemento (camada 1)

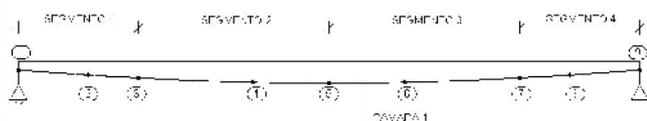


Tabela 11 – Coordenadas dos segmentos do perfil parabólico

Coordenadas dos segmentos 1, 2, 3 e 4		
Posição	Seção	Altura (cm)
1	1	31
2	10	20,8
3	14 - 15	14,5
4	17	6,2
5	18	3,4
6	19	6,2
7	21 - 22	14,5
8	26	20,8
9	35	31

Figura 32 – Propriedades dos materiais (norma brasileira)

```

*****
DADOS DE ENTRADA
*****

*** PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

-----
CONCRETO
-----
1
-----
Ec: 3541.751000
fc: -4.000000
fcf: -.500000
ft: .000100
ec: -.002000
ecf: -.010000
B: 1.000000
Bs: .400000
PESO ESPECIFICO: .000025
PERIMETRO EXPOSTO: 218.000000
UMIDADE DO AR: 80.000000

-----
MATERIAIS DAS ARMADURAS
-----
1
-----
E: 21000.000000
ey: .002380
Esh: .000000

-----
AÇO DE PROTENSÃO
-----
Ep = 19500.000000
f 0.01 = 171.000000
e 0.01 = .010000
fpu = 190.000000
epu = .071000
    
```

Tabela 12 – Casos de carga analisados na verificação do ELS

Casos de carga - ELS			
Casos	Tipos	Data inicial (dias)	Data final (dias)
1	Peso próprio perfil T + protensão	28	28
2	Carga permanente ($g + M_{1g} + M_{2g}$)	28	28
3	Efeitos do tempo	28	10.000
4	Carga variável ($q + M_{1q} + M_{2q}$)	10.000	10.000

Na figura 27 está representada a seção transversal desta viga, formada por um perfil T, moldado no local, de 50 cm de altura e 75 cm de largura da base inferior, contendo armaduras passivas e ativas. A mesa de compressão superior, pertencente à laje, apresenta 16 cm de espessura e 275 cm de largura, considerando 1 m de laje de cada lado da seção.

O vão da viga foi modelado por um único elemento finito do tipo híbrido ligando os nós 1 e 2, conforme mostra a figura 28. O elemento foi dividido em trinta e cinco seções transversais, distribuídas em cinco módulos de integração ao longo do elemento de forma a respeitar a locação das camadas de armadura passiva.

A seção transversal da viga foi discretizada em dezoito lâminas distribuídas em dois módulos ao longo da sua altura, como ilustra a figura 29. Os módulos 1 e 2 da seção transversal são formados por oito camadas cada, sendo que no primeiro módulo a camada tem espessura de 4,25 cm e no segundo, 2 cm. Assim como no exemplo anterior, escolheu-se a regra de integração numérica de Gauss-Lobatto por ser mais precisa.

As barras de armadura passiva foram distribuídas em seis camadas, como ilustra a figura 30, respeitando cobertura de 2,0 cm, conforme exigido no projeto. Na tabela 9 estão indicadas as características de cada camada de armadura passiva, como a posição em relação à base, bitola, quantidade de barras, seção de armadura e data.

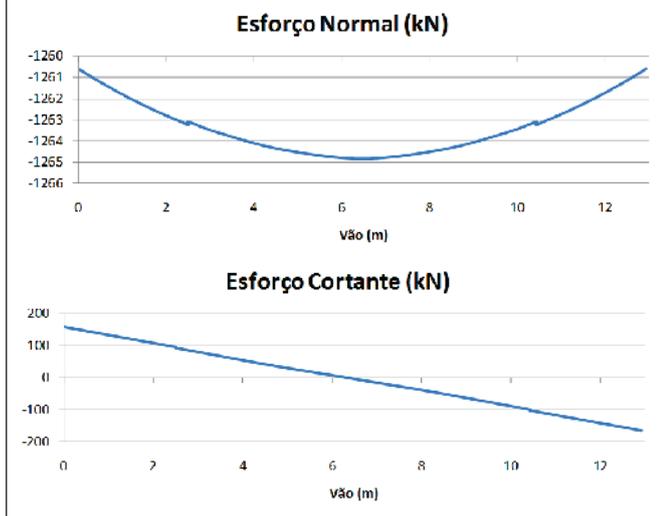
Os dez cabos não aderentes de protensão apresentam perfil parabólico e estão distribuídos em uma única camada conforme indicado na figura 31. A tabela 10 mostra as características de locação, bitola, número de cabos, seção de armadura e data de protensão da camada de armadura ativa. Na tabela 11 estão indicadas as coordenadas dos quatro segmentos de parábola utilizados no traçado do perfil curvo dos cabos de protensão. A tensão inicial adotada nos cabos de protensão foi de 147,9 kN/cm².

Na tabela 12 estão indicados os casos de carga considerados na verificação do ELS. O carregamento distribuído foi calculado e minorado conforme a combinação de carga exigida nas verificações de serviço de cada norma. Na verificação quanto ao ELS-W, foi consi-

Figura 33 – Forças nas seções transversais em kN, cm - norma brasileira (combinação frequente)

FORÇAS NAS SEÇÕES TRANSVERSAIS											
SEC.	POS.	ESFORÇO NORMAL			CORTANTE			MOMENTO FLETOR			
		TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROTENSÃO	VARIÁVEL	TOTAL	PROT ISO	PROT HIPER	CARGA
1	.00	-1260.59	-1260.59	.00	-158.68	103.29	-261.97	-36029.05	-2303.53	.00	-33725.52
2	8.49	-1260.70	-1260.70	.00	-156.54	101.94	-258.48	-34689.43	-3172.93	.00	-31516.50
3	26.56	-1260.93	-1260.93	.00	-152.00	99.07	-251.07	-31898.86	-4985.84	.00	-26913.03
4	50.00	-1261.22	-1261.22	.00	-146.10	95.34	-241.44	-28401.70	-7261.49	.00	-21140.21
5	73.44	-1261.49	-1261.49	.00	-140.20	91.62	-231.82	-25043.70	-9450.72	.00	-15592.99
6	91.51	-1261.70	-1261.70	.00	-135.66	88.74	-224.40	-22550.37	-11079.06	.00	-11471.31
7	100.00	-1261.79	-1261.79	.00	-133.52	87.39	-220.92	-21407.49	-11826.30	.00	-9581.19
8	100.00	-1261.79	-1261.79	.00	-133.52	87.39	-220.92	-21407.49	-11826.30	.00	-9581.19
9	112.73	-1261.93	-1261.93	.00	-130.32	85.37	-215.69	-19727.34	-12925.86	.00	-6801.48
10	139.84	-1262.21	-1262.21	.00	-123.51	81.06	-204.56	-16287.47	-15181.09	.00	-1106.39
11	175.00	-1262.56	-1262.56	.00	-114.67	75.46	-190.13	-12100.99	-17934.01	.00	5833.02
12	210.16	-1262.88	-1262.88	.00	-105.83	69.87	-175.69	-8226.41	-20491.23	.00	12264.83
13	237.27	-1263.11	-1263.11	.00	-99.02	65.55	-164.57	-5452.64	-22328.51	.00	16875.87
14	250.00	-1263.22	-1263.22	.00	-95.82	63.52	-159.34	-4213.38	-23151.44	.00	18938.05
15	250.00	-1263.08	-1263.08	.00	-93.08	66.26	-159.34	-4210.81	-23148.86	.00	18938.05
16	317.23	-1263.58	-1263.58	.00	-75.94	55.80	-131.74	1464.01	-27258.85	.00	28722.86
17	460.34	-1264.37	-1264.37	.00	-39.46	33.53	-72.99	9705.06	-33666.82	.00	43371.88
18	646.00	-1264.81	-1264.81	.00	3.23	.00	3.23	12628.23	-37220.13	.00	49848.36
19	831.66	-1264.37	-1264.37	.00	45.92	-33.53	79.45	8506.92	-33666.82	.00	42173.74
20	974.77	-1263.58	-1263.58	.00	82.39	-55.80	138.19	-657.62	-27258.85	.00	26601.23
21	1042.00	-1263.08	-1263.08	.00	99.53	-66.26	165.79	-6766.30	-23148.86	.00	16382.57
22	1042.00	-1263.22	-1263.22	.00	102.27	-63.52	165.79	-6768.87	-23151.44	.00	16382.57
23	1054.73	-1263.11	-1263.11	.00	105.47	-65.55	171.02	-8090.30	-22328.51	.00	14238.22
24	1081.84	-1262.88	-1262.88	.00	112.28	-69.87	182.15	-11038.97	-20491.23	.00	9452.26
25	1117.00	-1262.56	-1262.56	.00	121.12	-75.46	196.58	-15140.48	-17934.01	.00	2793.54
26	1152.16	-1262.21	-1262.21	.00	129.96	-81.06	211.02	-19553.88	-15181.09	.00	-4372.79
27	1179.27	-1261.93	-1261.93	.00	136.77	-85.37	222.14	-23168.64	-12925.86	.00	-10242.79
28	1192.00	-1261.79	-1261.79	.00	139.98	-87.39	227.37	-24930.97	-11826.30	.00	-13104.67
29	1192.00	-1261.79	-1261.79	.00	139.98	-87.39	227.37	-24930.97	-11826.30	.00	-13104.67
30	1200.49	-1261.70	-1261.70	.00	142.11	-88.74	230.86	-26128.62	-11079.06	.00	-15049.56
31	1218.56	-1261.49	-1261.49	.00	146.66	-91.62	238.27	-28738.56	-9450.72	.00	-19287.84
32	1242.00	-1261.22	-1261.22	.00	152.55	-95.34	247.90	-32247.83	-7261.49	.00	-24986.34
33	1265.44	-1260.93	-1260.93	.00	158.45	-99.07	257.52	-35896.28	-4985.84	.00	-30910.44
34	1283.51	-1260.70	-1260.70	.00	163.00	-101.94	264.94	-38803.45	-3172.93	.00	-35630.52
35	1292.00	-1260.59	-1260.59	.00	165.13	-103.29	268.42	-40197.85	-2303.53	.00	-37894.32

Figura 34 – Esforço normal e cortante - norma brasileira (combinação frequente)



derada uma carga distribuída de 24 kN/m (combinação frequente) para a norma brasileira e 33 kN/m (combinação rara) para a norma francesa. Os valores dos momentos fletores M_1 e M_2 utilizados na verificação quanto ao ELS-W correspondem à $M_1 = 337$ kN.m e $M_2 = 379$ kN.m (combinação frequente) para a norma brasileira e à $M_1 = 468$ kN.m e $M_2 = 526$ kN.m (combinação rara) para a norma francesa. Aos 28 dias é feita a análise da peça, considerando a protensão agindo sobre o perfil T e, em seguida, adiciona-se a parcela do carregamento permanente ($g + M_{1g} + M_{2g}$). Entre os 28 e 10.000 dias são calculados os efeitos do tempo de fluência, retração e relaxação, atuando sobre a seção total. Após a análise do comportamento da estrutura em relação ao tempo, é aplicada, aos 10.000 dias, a última parcela de carregamento, correspondente à carga variável ($q + M_{1q} + M_{2q}$). Depois de concluída a etapa de processamento, são analisados os resultados na etapa de pós-processamento. Inicialmente, são impressos os dados de entrada do exemplo, como propriedades dos materiais, indicados na figura 32, que são comuns às verificações do Estado Limite de Serviço, referentes às normas brasileira e francesa, exceto o valor do módulo de elasticidade do concreto. A figura 33 mostra uma tabela com os resultados das forças correspondentes ao esforço normal, esforço cortante e momento fleor ao longo do elemento.

Figura 35 – Momento fleor - norma brasileira (combinação frequente)

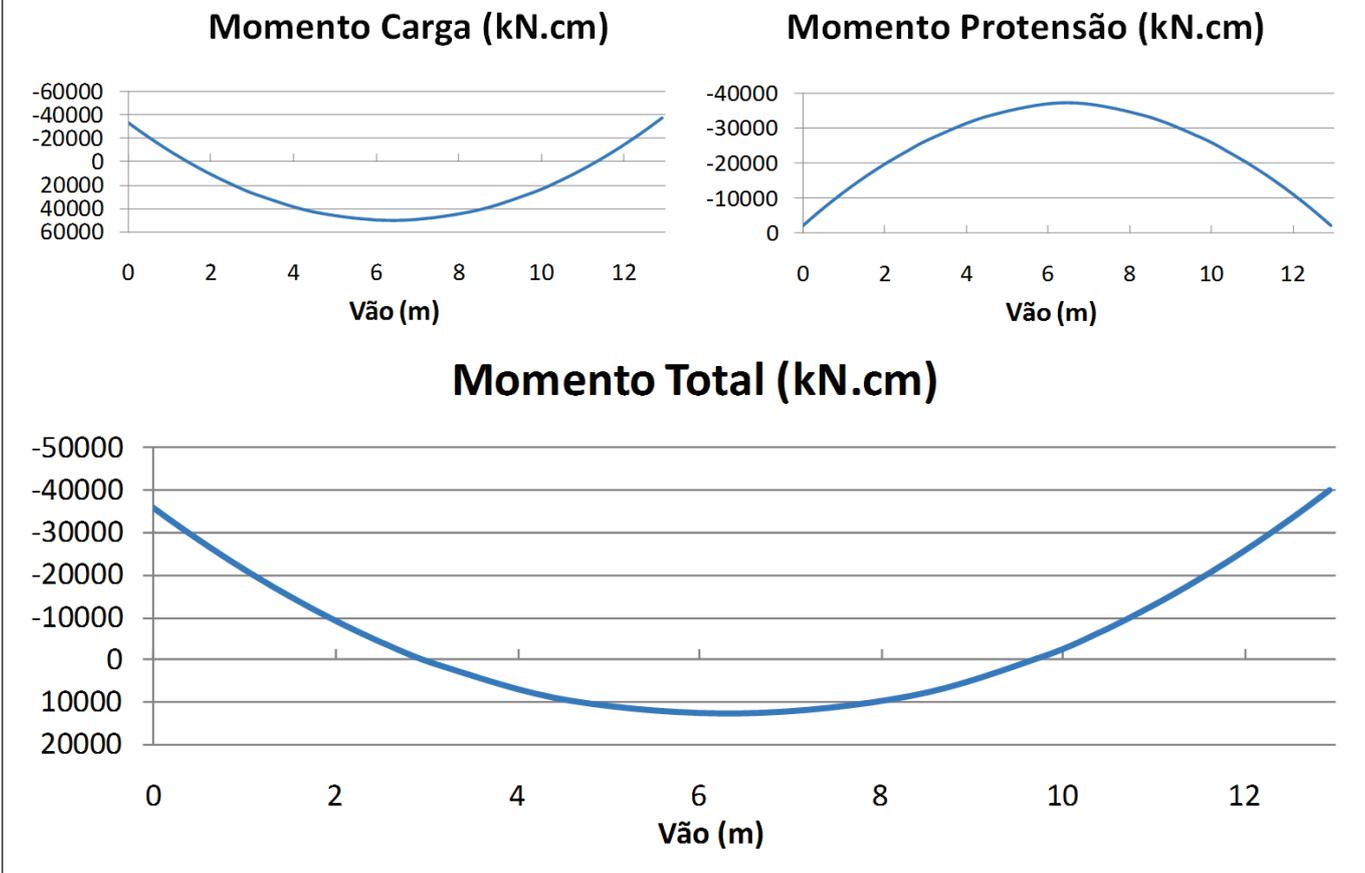
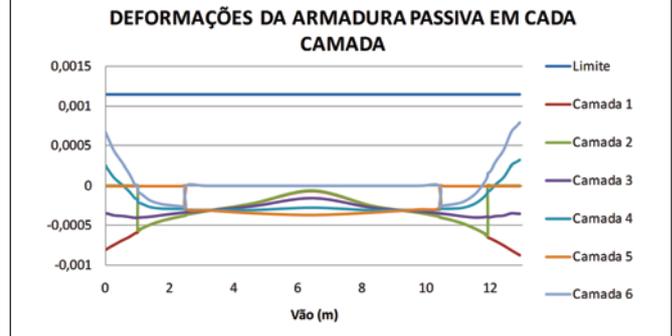


Figura 36 – Valores de abertura de fissuras ao longo das seções em mm - norma brasileira (combinação frequente)

VALOR DA ABERTURA DE FISSURAS - WK (mm)
 VALOR LIMITE ABERTURA DE FISSURAS = .200

SECAO	ELEMENTO 1		
	WK1	WK2	WK
1	.0037512937	.0687873156	.0037512937
2	.0024496383	.0555864331	.0024496383
3	.0000000000	.0000000000	.0000000000
4	.0000000000	.0000000000	.0000000000
5	.0000000000	.0000000000	.0000000000
6	.0000000000	.0000000000	.0000000000
7	.0000000000	.0000000000	.0000000000
8	.0000000000	.0000000000	.0000000000
9	.0000000000	.0000000000	.0000000000
10	.0000000000	.0000000000	.0000000000
11	.0000000000	.0000000000	.0000000000
12	.0000000000	.0000000000	.0000000000
13	.0000000000	.0000000000	.0000000000
14	.0000000000	.0000000000	.0000000000
15	.0000000000	.0000000000	.0000000000
16	.0000000000	.0000000000	.0000000000
17	.0000000000	.0000000000	.0000000000
18	.0000000000	.0000000000	.0000000000
19	.0000000000	.0000000000	.0000000000
20	.0000000000	.0000000000	.0000000000
21	.0000000000	.0000000000	.0000000000
22	.0000000000	.0000000000	.0000000000
23	.0000000000	.0000000000	.0000000000
24	.0000000000	.0000000000	.0000000000
25	.0000000000	.0000000000	.0000000000
26	.0000000000	.0000000000	.0000000000
27	.0000000000	.0000000000	.0000000000
28	.0000000000	.0000000000	.0000000000
29	.0000000000	.0000000000	.0000000000
30	.0000000000	.0000000000	.0000000000
31	.0000000000	.0000000000	.0000000000
32	.0001629265	.0143355285	.0001629265
33	.0038695344	.0698629923	.0038695344
34	.0087111412	.1048227032	.0087111412
35	.0101605859	.1132080227	.0101605859

Figura 37 – Deformações de cada camada de armadura passiva - norma francesa (combinação rara)



Em seguida, na figura 34 foram traçados, respectivamente, os gráficos de esforço normal devido à protensão e esforço cortante ao longo do elemento. A figura 35 mostra os gráficos dos momentos fletores em relação ao carregamento (combinação frequente) e à protensão aplicada, e, ainda, é traçado o gráfico do momento total que representa a soma destes dois. Como a armadura ativa é lançada considerando um perfil parabólico, nos gráficos de esforço normal, momento de protensão e momento total identificam-se claramente este traçado curvo dos cabos de protensão. Na figura 36 apresenta-se uma tabela onde estão indicados os valores da abertura de fissuras para cada seção, segundo a verificação da norma brasileira (w_k , w_{k1} e w_{k2}). Na figura 37 é traçado o

Figura 38 – Quadro de fissuração - norma brasileira (combinação frequente)

VERIFICACAO PELA NORMA BRASILEIRA - NBR6118
 CONCRETO PROTENDIDO
 TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - NIVEL 1
 TIPO DE COMBINACAO: COMBINACAO FREQUENTE
 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO
 VERIFICACAO QUANTO AO ELS-W

9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO
 2 = LÂMINA FISSURADA
 1 = LÂMINA TRACIONADA
 0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO
 -1 = LÂMINA COMPRIMIDA
 -2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO

LAM.	SECAO	ELEMENTO 1																																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
18	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
17	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
16	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
15	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
14	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
13	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
12	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
11	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
10	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
9	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
8	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
7	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

RESULTADO: O ELS-W não foi ultrapassado <<<<

Figura 39 – Quadro de fissuração - norma francesa (combinação rara)

VERIFICACAO PELA NORMA FRANCESA - BPEL91
 CONCRETO PROTENDIDO
 TIPO DE PROTENSAO: PROTENSAO PARCIAL - CLASSE III
 TIPO DE COMBINACAO: COMBINACAO RARA
 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO CONCRETO
 VERIFICACAO QUANTO AO ELS-W - ARMADURA PASSIVA
 9 = LÂMINA NAO CONSIDERADA NO CALCULO
 2 = LÂMINA FISSURADA
 1 = LÂMINA TRACIONADA
 0 = LÂMINA COM TENSÃO ZERO
 -1 = LÂMINA COMPRIMIDA
 -2 = ULTRAPASSOU LIMITE COMPRESSÃO

		ELEMENTO 1																																						
LAM.	SECAO																																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35				
18		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
17		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
16		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
15		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
14		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
11		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
10		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
8		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
4		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
3		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

RESULTADO: O ELS-W não foi ultrapassado <<<<

gráfico da deformação de cada camada de armadura passiva e a deformação limite recomendada pela norma francesa.

As figuras 38 e 39 mostram, respectivamente, os quadros de fissuração do concreto referentes à norma brasileira e francesa. Para cada lâmina de cada seção de cada elemento é indicado o comportamento estrutural do concreto, através dos valores 9, 2, 1, 0, -1 e -2, como está apresentado na figura.

Neste segundo exemplo, a partir dos quadros de fissuração do concreto, constatou-se que a maioria das seções encontra-se ainda totalmente comprimida ao final da verificação de ELS. Observou-se que, tanto pela norma brasileira como pela francesa, grande parte das fibras inferiores e das fibras centrais das seções está comprimida (-1), diferentemente das fibras superiores, junto aos apoios, que já apresentam fissuração (2). Na seção central, entre as lâminas 1 e 5 (norma francesa), é verificada outra zona

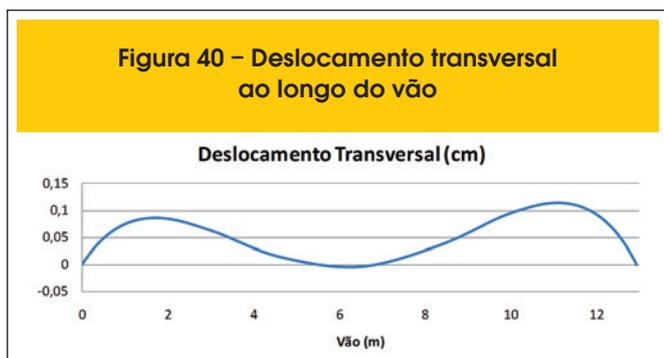
de concreto fissurado (2), sendo que as camadas de armadura passiva nesta zona ainda não estão tracionadas. Por este motivo, a abertura de fissuras é determinada somente para o bordo superior nas regiões próximas às extremidades da viga, onde as armaduras passivas das camadas 4 e 6 encontram-se já tracionadas.

Na análise do ELS-W, referente à norma brasileira, das trinta e cinco seções ao longo do elemento foram calculados os valores de abertura de fissuras em seis seções localizadas nas extremidades da viga (seções 1, 2 e 32 à 35). Ao final desta análise, verificou-se que o valor máximo de abertura de fissuras encontrado, $w_k = 0,01016$ mm, é inferior àquele estipulado pela norma brasileira ($w_{k,lim} = 0,2$ mm), garantindo, assim, a segurança da peça quanto ao ELS-W.

Situação semelhante foi observada na verificação do estado limite de serviço de deformação excessiva (ELS-DEF), onde se encontrou um valor provável de flecha igual a 0,004 cm, inferior à flecha admissível (vão/250) de 5,17 cm. Conforme o projetista, esta viga apresentou flecha praticamente nula após a aplicação do carregamento total na obra, validando, assim, o resultado obtido do modelo numérico. A figura 40 mostra o gráfico referente ao deslocamento transversal ao longo do vão da viga.

Em relação à normalização francesa, a partir da análise do gráfico de deformações de cada camada de armadura passiva, observou-se que as camadas 4 e 6 apresentaram tensões de tração em 15 seções localizadas nas extremidade da viga. Nestas seções foi feita a comparação da tensão de tração da camada de armadura com a tensão limite. Como a deformação limite correspondente é igual a 1,143%, ou seja, valor próximo de 1,45 vezes superior à deformação máxima obtida de 0,7866%, é garantido, assim, o desempenho da viga em relação ao ELS-W.

Figura 40 – Deslocamento transversal ao longo do vão



Após a análise quanto à verificação no ELU, compararam-se os valores de momento último, devido ao carregamento último, com os valores do momento resistente. De acordo com os critérios da norma brasileira, obteve-se 829,2 kN.m como momento resistente, e 771,9 kN.m como momento último. Comparando estes valores, verifica-se que a peça apresenta um fator adicional de segurança igual a 1,07 em relação à ruptura. Em relação à norma francesa, o valor do momento resistente, igual a 807 kN.m, é 1,06 vezes maior que o momento último, o qual apresentou valor igual a 764,2 kN.m, inferior ao valor obtido pela norma brasileira, devido aos diferentes coeficientes de majoração de carga. Assim como no exemplo anterior, como nos dois casos o momento último foi inferior ao momento resistente, é verificada a segurança da peça quanto à ruptura.

5. Considerações finais

A automatização dos procedimentos de projeto de peças fletidas de concreto com protensão aderente e não aderente é justificada pela crescente utilização da protensão no Brasil e no mundo, devido principalmente a suas vantagens construtivas, redução na incidência de fissuras e diminuição na dimensão das peças com o emprego de materiais com maior resistência. A partir da implementação das subrotinas de verificação no programa computacional, seguindo as recomendações da norma brasileira e francesa, é possível a aplicação direta do modelo numérico em elementos finitos no projeto de peças em concreto protendido.

Conforme o esperado, nas vigas estudadas com protensão aderente e não aderente, as verificações do estado limite de serviço, referente à fissuração, feitas pela norma brasileira e norma francesa chegaram a resultados muito semelhantes, mesmo utilizando-se abordagens diferentes para fazer o mesmo tipo de verificação. A abordagem da norma francesa, no entanto, mostrou-se bem mais simples e rápida, exigindo um esforço computacional muito menor. Em relação ao estado limite último, observou-se que as verificações feitas também apresentaram margem de segurança similar pelos procedimentos das duas normas.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e à RS Engenharia pelo apoio para realização deste artigo.

7. Referências bibliográficas

- [01] RUDLOFF. Catálogo técnico. 2006. Disponível em: <<http://www.rudloff.com.br/>>. Acesso em: 12 abr. 2010.
- [02] BARBIERI, R. A. Modelo Numérico para Análise à Flexão de Elementos Estruturais com Protensão Aderente e Não Aderente. 2003. 330 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [03] LAZZARI, P. M. Implementação de Rotinas Computacionais para o Projeto Automático de Peças em Concreto com Protensão Aderente e Não Aderente. 2011. 173 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.
- [04] BARBIERI, R. A.; GASTAL, F.P.S.L.; CAMPOS FILHO, A. Numerical Model for the Analysis of Unbonded Prestressed Members. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, New York, v. 132, p. 34-42, 2006.
- [05] VOELCKER, M. Análise dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Não Aderentes. 2004. 159 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.
- [06] KABAILA, A.; SAENZ, L. P.; TULIN, L. G.; GERSTLE, K. H. Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete. *ACI Journal*, Farmington Hills, ACI, v.61, n. 3, p.1227-1239, Mar. 1964.
- [07] GHALI, A.; FAVRE. *Concrete Structures: Stresses and Deformations*. London: Chapman and Hall, 1986.
- [08] OWEN, D. R. J.; FIGUEIRAS, J. Ultimate Load Analysis of Reinforced Concrete Plates Including Geometric Nonlinear Effects. In: *Finite Elements Software for Plates and Shells*. 1984. Hinton, E.; Owen, D. R. J., Pineridge press, Swansea, 1984.
- [09] DEVALAPURA, R. K.; TRADOS, M. K. Stress-Strain Modelling of 270 ksi Low-Relaxation Prestressing Strands. *PCI Journal*, Chicago, PCI, v.37, n.2, p.100-106, Mar-Apr. 1992.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento - NBR 6118, Rio de Janeiro, 2007.
- [11] BPEL 91. Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et reconstructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites. Paris, 1992.
- [12] THONIER, H. *Le Béton Précontraint aux Etats-limites*. 2. ed. Paris: Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992.
- [13] SCHWINGEL, R. C. *Projetos do Escritório de Cálculo Estrutural RS Engenharia Ltda.*, 2011.