

Proposal of a simplified criterion to estimate second order global effects in reinforced concrete buildings

Proposta de critério simplificado para estimar efeitos de segunda ordem em edifícios de concreto armado



R. N. CUNHA ^a
rafaelnunes1996ufs@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2503-6758>

L. A. MENDES ^a
lamendes@ufs.br
<https://orcid.org/0000-0002-8202-7623>

D. L. N. F. AMORIM ^a
david.amorim@ufs.br
<https://orcid.org/0000-0002-9233-3114>

Abstract

This work proposes a new simplified parameter for the calculation of second order global effects, based on the Galerkin's Method by Weighted Residuals. The proposed criterion was analysed based on 21 planar frames associated with shear wall, reaching results that present satisfactory accuracy compared to the second order global analysis, even for cases where the γ_z coefficient is greater than 1.30.

Keywords: second order global effects, reinforced concrete, weighted residuals, Galerkin's method.

Resumo

Neste trabalho propõe-se um novo parâmetro simplificado para o cálculo dos efeitos globais de segunda ordem, a partir do Método de Galerkin via Resíduos Ponderados. O critério proposto foi analisado com base em 21 pórticos planos associados a pilar-parede, alcançando resultados que apresentam acurácia satisfatória com relação à análise global de segunda ordem, mesmo para os casos em que o coeficiente γ_z é superior a 1,30.

Palavras-chave: efeitos globais de segunda ordem, concreto armado, resíduos ponderados, método de Galerkin.

^a Federal University of Sergipe, Post-Graduation Program in Civil Engineering, Mathematical Modelling Laboratory in Civil Engineering, São Cristóvão, SE, Brasil.

1. Introdução

A NBR 6118 [1] permite que os efeitos globais de segunda ordem sejam estimados de modo simplificado por meio do parâmetro de instabilidade α e do coeficiente γ_z . O parâmetro de instabilidade α advém da solução de uma equação diferencial ordinária utilizando-se as fórmulas de Bessel [2]. Entretanto, este parâmetro só pode ser utilizado para verificar a necessidade de consideração dos efeitos globais de segunda ordem. Por outro lado, o coeficiente γ_z foi originalmente obtido a partir de uma progressão geométrica considerando-se que a convergência é alcançada com um grande número de passos [3]. Desta forma, com o coeficiente γ_z é possível inferir os efeitos globais de segunda ordem utilizando-se apenas uma análise de primeira ordem. Ainda assim, de acordo com a NBR 6118 [1], necessita-se que $1,10 < \gamma_z \leq 1,30$ para que os efeitos globais de segunda ordem possam ser estimados de modo satisfatório simplesmente majorando-se as ações horizontais por $0,95 \gamma_z$ e realizando uma nova análise de primeira ordem. Diante do exposto, neste trabalho é apresentada uma forma alternativa de se quantificar os efeitos globais de segunda ordem, ainda de modo simplificado, utilizando-se um procedimento baseado no Método de Galerkin em sua abordagem por Resíduos Ponderados. O parâmetro proposto tem aplicabilidade análoga ao coeficiente γ_z , ou seja, os efeitos globais de segunda ordem podem ser estimados por meio de uma análise de primeira ordem, majorando-se as ações horizontais atuantes na estrutura.

2. Método de Galerkin via resíduos ponderados

2.1 Forma forte simplificada

Considere-se, por questões de simplicidade, que um edifício possa ser representado por uma barra vertical de comprimento L e com carregamento distribuído axial p e transversal q , conforme ilustrado pela Figura 1. Assumindo-se que a rigidez axial da barra (AE) é elevada, o campo de deslocamentos axiais $u(x)$ pode ser descrito pela equação (1).

$$u(x) = -\frac{pL^2}{2AE} \left[\frac{2x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Por outro lado, propõe-se que o campo de momentos fletores ao longo da barra seja dado de modo a considerar os efeitos de segunda ordem [4]:

$$M(x) = -EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + AE \left[\frac{du(x)}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv(x)}{dx} \right)^2 \right] v(x) \quad (2)$$

em que EI é a rigidez à flexão da barra e $v(x)$ é o campo de deslocamentos transversais. Uma vez que $d^2 M/dx^2 = -q$, tem-se:

$$\begin{aligned} & -EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} + AE v(x) \left(\frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right)^2 + AE v(x) \frac{dv(x)}{dx} \frac{d^3 v(x)}{dx^3} + 2p \frac{dv(x)}{dx} \\ & + 2AE \frac{dv(x)}{dx^2} \left(\frac{dv(x)}{dx} \right)^2 - pL \left(1 - \frac{x}{L^2} \right) \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -q \end{aligned} \quad (3)$$

A fim de evitar o uso de um procedimento incremental-iterativo, visto sua pouca viabilidade em procedimentos simplificados de projeto, propõe-se uma simplificação direta da equação (3) eliminando-se os termos que dependem de $v(x)$ ou suas derivadas mais de uma vez, obtendo, assim, a equação (4).

$$-EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} + 2p \frac{dv(x)}{dx} - pL \left(1 - \frac{x}{L^2} \right) \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -q \quad (4)$$

Nota-se que esta simplificação resulta em perda de precisão na equação que governa o problema (4), pois muitos dos termos que quantificam os efeitos de segunda ordem foram excluídos. Todavia, introduz-se um fator de correção no parâmetro proposto, de modo a compensar os termos eliminados (vide seção 3).

2.2 Forma fraca

A forma fraca do problema é obtida utilizando a equação (4) para se definir a função resíduo $R(x)$, que deve ser minimizada ao longo do domínio do problema:

$$\begin{aligned} & \int_0^L R(x) \omega(x) dx = 0 \quad \forall \omega(x) \\ & \therefore R(x) = q - EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} + 2p \frac{dv(x)}{dx} - pL \left(1 - \frac{x}{L^2} \right) \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \end{aligned} \quad (5)$$

em que $v(x)$ obedece às condições de contorno do problema e $\omega(x)$ deve ser contínua e homogênea nas condições de contorno essenciais [5].

O campo de deslocamentos transversais, em notação indicial, é aproximado por:

$$v(x) = \alpha_i \phi_i(x) \quad \{i = 1, \dots, n\} \quad (6)$$

em que α_i são as constantes a serem determinadas, $\phi_i(x)$ são as funções adotadas e n é o número de termos da aproximação de $v(x)$.

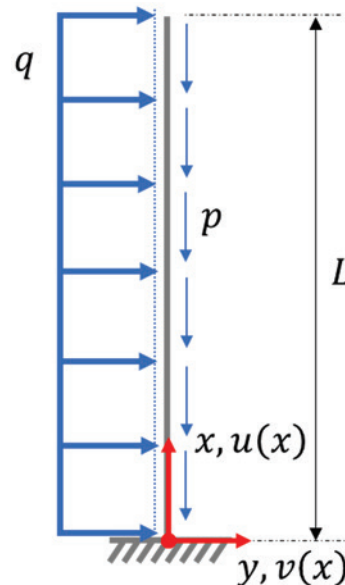


Figura 1
Barra vertical

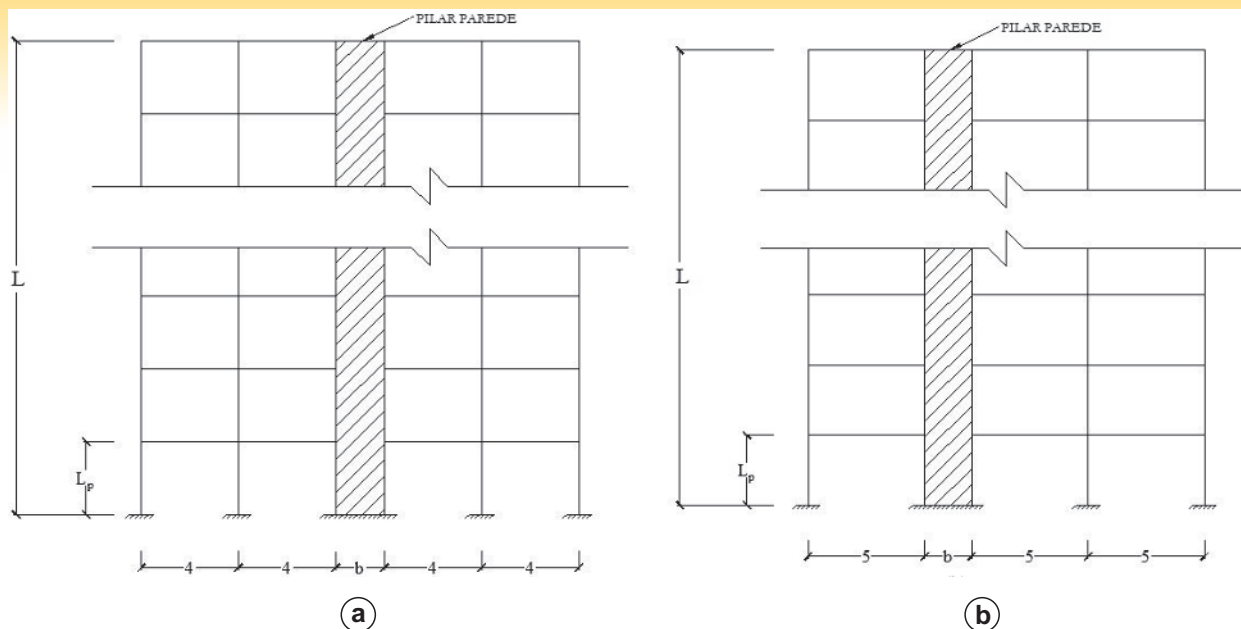


Figura 2
Modelo de pórtico 1 (a) e modelo de pórtico 2 (b)

O Método de Galerkin, para Resíduos Ponderados, propõe a adoção da função peso dada em (7).

$$\omega(x) = \beta_j \phi_j(x) \quad \{j = 1, \dots, n\} \tag{7}$$

Sendo β_j as constantes da função $\omega(x)$.

Substituindo-se (6) e (7) em (5), para quaisquer β_j , tem-se a seguinte relação matricial:

$$K^T \alpha = F \cdot \begin{cases} K_{ij} = \int_0^L \left[EI \frac{\partial^4 \phi_i(x)}{\partial x^4} \phi_j(x) + 2p \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \phi_j(x) - pL \left(1 - \frac{x}{L} \right) \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \phi_j(x) \right] dx \\ F_j = \int_0^L q \phi_j(x) dx \end{cases} \tag{8}$$

3. Proposta de critério simplificado (ζ_g)

Uma vez que o coeficiente γ_z foi deduzido como a razão direta entre os efeitos (momentos) de segunda e de primeira ordem, neste trabalho propõe-se um coeficiente similar, ou seja:

$$\zeta_g = \kappa \frac{M_2}{M_1} \tag{9}$$

em que ζ_g é o coeficiente proposto neste trabalho, M_1 é o momento de primeira ordem para a simplificação dos pórticos em barras verticais, dada na Figura 1, M_2 é o momento de segunda ordem e κ é um parâmetro adimensional introduzido para compensar os termos eliminados da equação (3) e, portanto, aproximar os resultados de deslocamento da estrutura com os adotados como referência.

Para a equação (4) ser resolvida foi utilizada uma aproximação polinomial completa de quarto grau e, a partir da solução do campo de deslocamentos transversais junto com a relação $M = -EI d^2 v(x)/dx^2$, obteve-se M_2 , dado pela equação (10).

$$M_2 = \frac{-108EIqL^2[-21L^9p^3 + 8215EIL^6p^2 - 638550(EI)^2L^3p + 9147600(EI)^3]}{259L^{12}p^4 - 140352EIL^9p^3 + 18993312(EI)^2L^6p^2 - 632681280(EI)^3L^3p + 1975881600(EI)^4} \tag{10}$$

Para a aplicação da equação (10) em um pórtico qualquer, tem-se que L é a altura total da edificação, p é a soma de todas as cargas verticais distribuídas ao longo da altura L e EI é a rigidez equivalente do pórtico.

4. Resultados e discussões

Foram avaliados 21 pórticos com sistema de contraventamento composto pela associação entre pórticos e pilar-parede (Figura 2). Nestes exemplos, os resultados obtidos com o coeficiente proposto ζ_g são comparados às respostas obtidas com o coeficiente γ_z [1] e com as análises de primeira e de segunda ordem. Os pórticos foram simulados por meio do programa computacional MASTAN2 utilizando-se um algoritmo de predição-correção [6]. Os efeitos de não linearidade física do concreto armado foram considerados de

Tabela 1
Resumo dos pórticos analisados

Pórtico	Modelo	L [m]	Pilar parede (b x h)
1	1	48	4,00 x 0,20
2	2	24	1,50 x 0,25
3	2	30	1,50 x 0,25
4	1	54	4,00 x 0,20
5	1	51	4,00 x 0,20
6	2	36	2,00 x 0,25
7	2	42	2,00 x 0,25
8	1	66	4,00 x 0,20
9	1	75	4,00 x 0,20
10	1	81	4,00 x 0,20
11	1	78	4,00 x 0,20
12	1	84	4,00 x 0,20
13	2	39	2,00 x 0,25
14	1	69	4,00 x 0,20
15	1	78	4,00 x 0,25
16	1	81	4,00 x 0,25
17	1	84	4,00 x 0,25
18	1	81	4,00 x 0,29
19	1	84	4,00 x 0,30
20	1	87	4,00 x 0,30
21	1	78	4,00 x 0,23

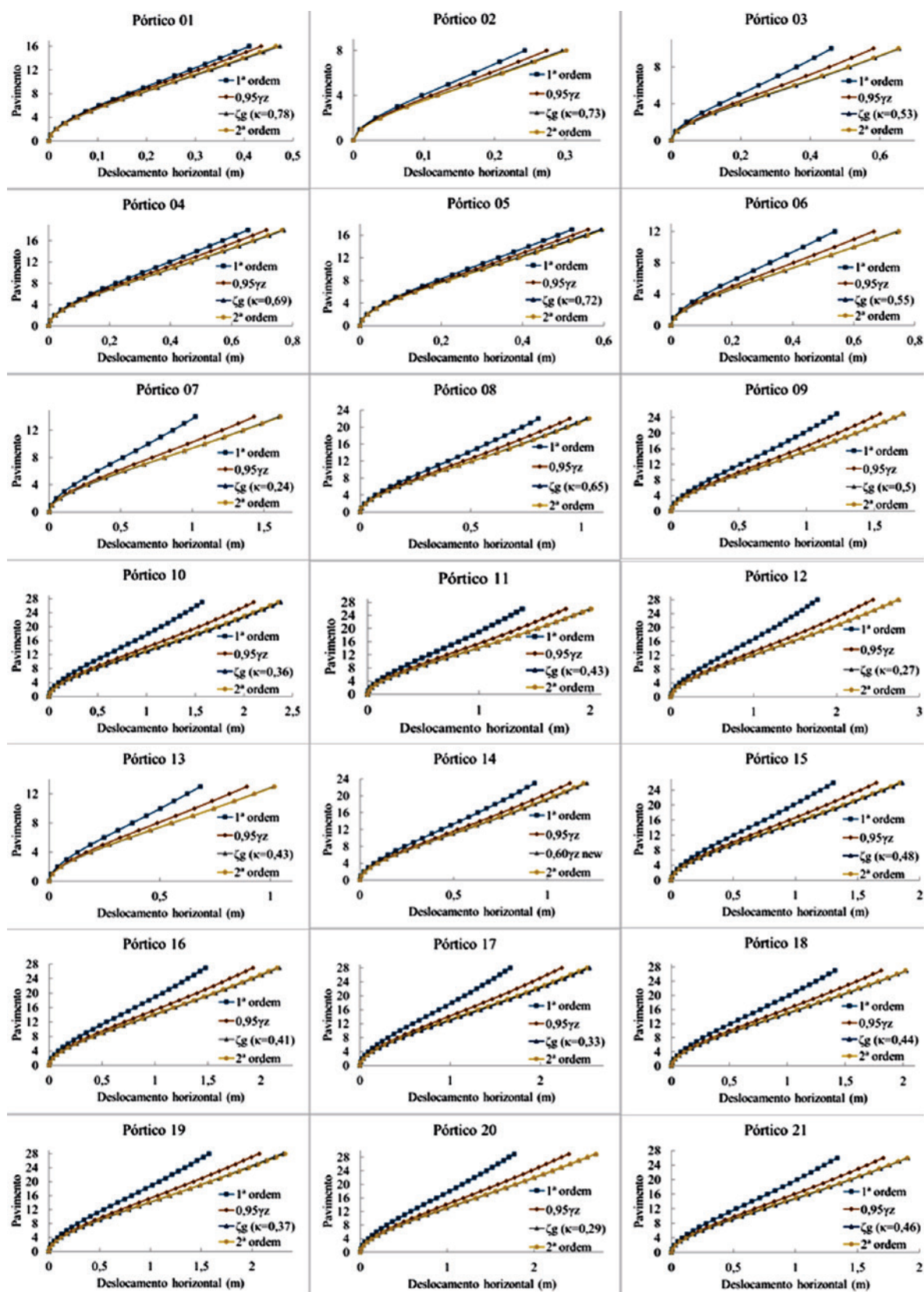


Figura 3
Resultados dos pórticos analisados

Tabela 2

Resumo de γ_z , M_2/M_1 , κ e cálculo do NSE

Pórtico	γ_z	M_2/M_1	κ_o	κ_p
1	1,12	1,48	0,78	0,77
2	1,19	1,67	0,73	0,71
3	1,32	2,67	0,53	0,52
4	1,15	1,71	0,69	0,70
5	1,13	1,58	0,72	0,74
6	1,29	2,49	0,55	0,54
7	1,46	6,46	0,24	0,24
8	1,24	1,96	0,65	0,64
9	1,33	2,81	0,50	0,50
10	1,41	4,20	0,36	0,36
11	1,37	3,34	0,43	0,43
12	1,45	5,75	0,27	0,27
13	1,36	3,40	0,43	0,43
14	1,26	2,16	0,59	0,60
15	1,33	2,96	0,48	0,48
16	1,37	3,58	0,41	0,41
17	1,41	4,62	0,33	0,33
18	1,35	3,26	0,44	0,44
19	1,38	3,95	0,37	0,38
20	1,42	5,26	0,29	0,29
21	1,35	3,10	0,46	0,46
			NSE	0,997

forma simplificada, de acordo com o item 15.7.3 da NBR 6118 [1]. Nota-se que para cada pórtico analisado o valor de κ foi adotado de modo a garantir que os deslocamentos horizontais obtidos com ζ_g se aproximassem dos resultados de deslocamento da estrutura pela análise de segunda ordem. Assim, a Tabela 1 traz um resumo de todos os pórticos analisados, onde a altura de cada pavimento (L_p) foi adotada igual a 3 m e os carregamentos horizontais foram calculados com base na NBR 6123 [7] para velocidade básica de 40 m/s e com os seguintes coeficientes:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 1 \\
 S_2 &= \begin{cases} 0,6374z^{0,125} & \text{se } L < 50\text{m} \\ 0,6156z^{0,135} & \text{se } L \geq 50\text{m} \end{cases} \\
 S_3 &= 1
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

em que z é a altura do pavimento analisado. A Figura 3 apresenta os resultados de deslocamentos horizontais por pavimento para todas as análises realizadas em todos os pórticos. A partir da Figura 3 foram selecionados os coeficientes κ que melhor se ajustassem a curva da análise de segunda ordem e foi possível obter a Tabela 2, apresentando um resumo da relação entre γ_z , M_2 / M_1 e κ . Com base na Tabela 2 e com o auxílio do programa computacional Past! [8], foram realizadas análises de correlação não linear entre a razão M_2 / M_1 e κ . Nessa análise, a equação que obteve melhor ajuste aos pontos é dada em (12).

$$\kappa = -0,3864 + 1,3644 \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{-0,4205}
 \tag{12}$$

A Figura 4 traz a representação do ajuste da equação (12) com intervalo de confiança de 95% realizado no Past! com base nos pontos de M_2 / M_1 e κ da Tabela 2.

Ressalta-se que parte dos exemplos resolvidos pelo critério proposto, dado pelo ζ_g , obtiveram valores de γ_z superiores a 1,30, limite dado na NBR 6118 [1]. O valor de erro relativo médio para o deslocamento horizontal utilizando o parâmetro proposto, em relação à análise de segunda ordem, foi considerado satisfatório, pois é igual a 1,98%; enquanto que o mesmo erro utilizando o γ_z é de -8,15% ao se considerar todos os pórticos e -6,93% considerando apenas os pórticos que apresentam $\gamma_z \leq 1,30$. Além disso, com o intuito de verificar a qualidade do ajuste da equação (12), e por se tratar de um modelo não linear, optou-se por utilizar o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe [9] para esta verificação, dado pela equação (13).

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (\kappa_p^t - \kappa_o^t)^2}{\sum_{t=1}^n (\kappa_o^t - \kappa_o^{Avg})^2}
 \tag{13}$$

Em que κ_p^t é o coeficiente previsto pela equação (12), κ_o^t é o coeficiente observado (adotado) e κ_o^{Avg} é a média dos coeficientes observados. Conforme [9], o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe determina a magnitude da variância residual em relação à variância dos dados observados, assumindo valores no intervalo $-\infty < NSE \leq 1$. O valor unitário significa um ajuste perfeito do modelo, ou seja, da equação (12), aos dados observados. Uma eficiência $NSE = 0$ significa que as previsões da equação (12) são tão precisas quanto a média dos dados observados, e $NSE < 0$ indica que a média dos dados observados é um predictor melhor do que a equação (12). A Tabela 2 apresenta o cálculo do NSE, sendo obtida uma eficiência igual a 0,997.

5. Conclusões

O presente trabalho propõe um novo método simplificado para a análise dos efeitos de segunda ordem de estruturas de concreto armado através da análise de pórticos planos combinados a pilar-parede. Para os exemplos analisados foi possível observar que os resultados em deslocamento da estrutura se apresentaram

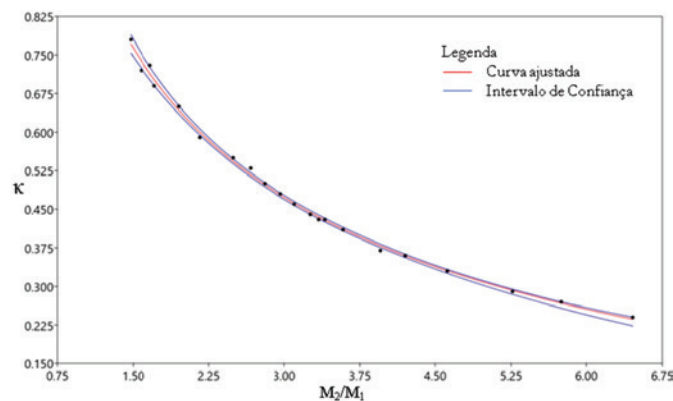


Figura 4 Ajuste entre M_2/M_1 e κ com intervalo de confiança de 95%

mais precisos do que os recomendados pela NBR 6118 [1], sendo possível obter uma equação analítica para o parâmetro ζ_g e com qualidade do ajuste considerada ótima, de acordo com o coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe [9].

Recomenda-se que em trabalhos futuros se avalie a aplicação do procedimento proposto neste trabalho em mais pórticos planos combinados a pilar-parede, bem como a estruturas cujo sistema de contraventamento é constituído apenas por pórticos. Ainda, estudos em modelos tridimensionais também são necessários para se avaliar a acurácia do procedimento proposto.

Finalmente, se devidamente testado, este procedimento pode ser aplicado para outros tipos de edifícios, como os de aço e de alvenaria estrutural.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Laboratório de Modelagem Matemática em Engenharia Civil (LAMEC), vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (PROEC/UFS), pelo aporte físico.

7. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto armado - procedimento. - NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- [2] BECK, H.; KÖNIG, G. Restraining forces in the analysis of tall buildings. *In: Symposium on Tall Buildings, Oxford, 1966, Proceedings*, Pergamon Press, Oxford, 1966.
- [3] FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. *In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro, 1991, Proceedings*, Rio de Janeiro, 1991. p. 307-324.
- [4] POWELL, G. H. Theory of nonlinear elastic structures. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, ST12, 1969, p.2687-2701.
- [5] PROENÇA, S. P. B. Introdução aos métodos numéricos. Notas de aula – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007, 145 p.
- [6] MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. *Matrix Structural Analysis*, Lewisburg: Bucknell University, 2ed, 2014, 482 p.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Forças devidas ao vento em edificações. - NBR 6123, Rio de Janeiro, 1988.
- [8] HAMMER, Ø.; HARPER, D. A. T.; RYAN, P. D. PAST: paleontological statistics software package for education and data analysis. *Palaeontologia Electronica*, 2001, v.4, 9 p.
- [9] NASH, J. E.; SUTCLIFFE, J. V. River flow forecasting through conceptual models part I – A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, v.10, 1970, p.282-290.