

Finite Element Modeling of Concrete Behavior at Early Age

Modelagem por Elementos Finitos do Comportamento do Concreto nas Primeiras Idades



M. AURICH^a
maurenaurich@pucrs.br

A. CAMPOS FILHO^b
americo@ufrgs.br

T. N. BITTENCOURT^c
tulio.bittencourt@poli.usp.br

S. P. SHAH^d
s-shah@northwestern.edu

Abstract

In this work a computational model, based on the finite element method was implemented, to simulate the early age concrete behavior, having as a special feature, the evaluation of the cracking risk. The finite element analysis encloses the computational modeling of the following phenomena: chemical, thermal, diffusion and mechanical which occur at the first days after the concrete cast. The developed software results were compared with experimental values found in the literature, demonstrating an excellent agreement for all the implemented analysis.

Keywords: Concrete. Early age. Thermal analysis. Diffusion analysis. Mechanical Analysis.

Resumo

Neste trabalho é apresentado um modelo computacional, baseado no método dos elementos finitos, para a simulação do comportamento de peças de concreto nas primeiras idades, tendo, em especial, o propósito de avaliar o potencial risco de fissuração. A análise por elementos finitos abrange a modelagem computacional dos fenômenos químicos, térmicos, de difusão de umidade e mecânicos que ocorrem nos primeiros dias após o lançamento do concreto. Os resultados desta modelagem computacional foram comparados com valores experimentais encontrados na literatura, demonstrando excelente aproximação em todas as etapas de solução implementadas.

Palavras-chave: Concreto. Primeiras Idades. Análise Térmica. Análise de Difusão de Umidade. Análise Mecânica.

^a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, maurenaurich@pucrs.br, Avenida Ipiranga, 6681, Prédio 30, Bloco B, Sala 101, 90619-900, Porto Alegre, RS, Brasil;

^b Universidade Federal do Rio Grande do Sul, americo@ufrgs.br, Av. Osvaldo Aranha, 99, 3o. Andar, 90035-150, Porto Alegre, RS, Brasil;

^c Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, tulio.bittencourt@poli.usp.br, Av. Prof. Almeida Prado, Trav. 02, número 271, Butantã, 05508-900, São Paulo, SP, Brasil;

^d Center for Advanced Cement-Based Materials, Northwestern University, s-shah@northwestern.edu, 2145 Sheridan Road, Evanston, Illinois

1. Introdução

Durante os últimos anos vêm sendo desenvolvidas diversas ferramentas numéricas com o objetivo de avaliar as medidas adotadas para diminuir o risco de fissuração nas primeiras idades do concreto (Lura, 2000; Morabito, 1998; Shah, 1994). Estas ferramentas se baseiam em modelos matemáticos capazes de descrever os acoplamentos térmicos, hídricos, químicos e mecânicos.

Neste trabalho, conforme Aurich (2008), é descrita uma metodologia para avaliar o potencial risco de fissuração de uma estrutura de concreto nas primeiras idades. Implementaram-se, através do Método dos Elementos Finitos, modelos que reproduzem os principais aspectos dos fenômenos químicos, térmicos, de difusão de umidade e mecânicos que ocorrem nos primeiros dias após o lançamento do concreto.

Na análise química é determinado o calor gerado pelas reações exotérmicas de hidratação do cimento através de uma curva de elevação adiabática da temperatura do concreto. Para o calor gerado por unidade de volume é calculado um valor equivalente nodal que será considerado na análise que se segue.

Na análise térmica, além do calor gerado pelas reações químicas do processo de hidratação do cimento, considera-se o fluxo de calor devido à diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente. Em função das propriedades térmicas e geométricas do corpo em estudo são determinadas as temperaturas nodais. Estes valores de temperatura serão dados de entrada para a última etapa do algoritmo de solução, a análise mecânica.

Na seqüência, realiza-se a análise de difusão de umidade. Aproveitando a semelhança entre as equações que regem os fenômenos de transferência de calor e difusão de umidade, empregam-se os mesmos procedimentos da etapa anterior para a determinação do valor nodal da umidade relativa dos poros. Estes valores também serão utilizados na análise mecânica.

Na análise mecânica, por sua vez, são calculados os estados de tensões decorrentes das variações de temperatura e umidade determinadas nas etapas anteriores e dos fenômenos de retração e fluência do concreto. Quando o estado de tensão de determinado ponto de integração atinge a superfície de ruptura, o ponto passa a ser considerado fissurado. O programa consi-

dera a fissuração através de um modelo de fissuras distribuídas com fissura fixa.

Os resultados desta modelagem computacional são comparados com valores experimentais encontrados na literatura, demonstrando excelente aproximação em todas as etapas de solução implementadas.

2. Análise Química

Nesta análise, o calor gerado pelas reações exotérmicas de hidratação do cimento é determinado por uma curva de elevação adiabática da temperatura do concreto. No presente estudo, pode-se optar entre a curva proposta pelo Japan Society of Civil Engineers (JSCE, 1999), como pode ser observado na figura 1, ou uma curva determinada a partir de dados experimentais.

De acordo com o JSCE (1999), pode-se estimar o valor de elevação das temperaturas adiabáticas durante o desenvolvimento das reações de hidratação, conforme a equação 1.

$$\Delta T_{adiab} = \Delta T_{max} (1 - e^{-1.25t}) \quad (1)$$

onde:

- ΔT_{max} : elevação máxima de temperatura alcançada pelo cimento no ensaio de calorimetria;
- t: tempo (entre 0 e 70 dias).

Esta análise gera uma carga volumétrica, numa analogia perfeita com peso próprio, mas no lugar de uma força, gera calor. Este calor gerado pelo aumento de temperatura no interior do corpo é dado de entrada para a próxima etapa, a análise térmica.

3. Análise Térmica

De acordo com Bathe (1996), para uma análise de transferência de calor em um corpo bidimensional, admitindo-se que o material siga a Lei de Fourier de condução de calor, pode-se escrever que:

$$q_x = -k_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad q_y = -k_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (2)$$

onde:

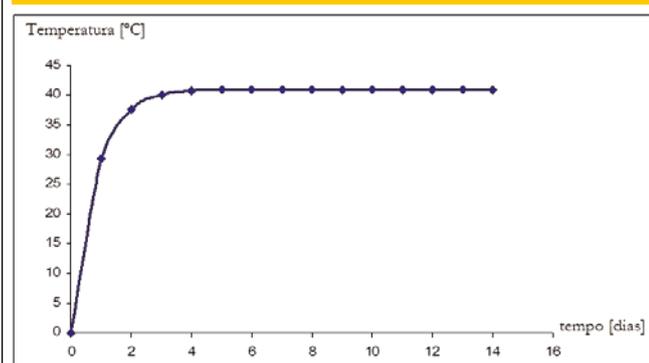
- q_x, q_y : fluxos de calor por unidade de área;
- θ : temperatura do corpo;
- k_x, k_y : condutividades térmicas correspondentes aos eixos principais x,y.

Considerando o equilíbrio do fluxo de calor no interior do corpo, tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = -q^B \quad (3)$$

onde q^B é a taxa de calor gerado por unidade de volume.

Figura 1 - Curva de elevação adiabática de temperatura, de acordo com JSCE (1999)



Na superfície do corpo, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\theta|_{S_\theta} = \theta^S \tag{4}$$

$$k_n \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{S_q} = q^S \tag{5}$$

onde:

- θ^S : temperatura conhecida na superfície S_θ ;
- k_n : condutividade térmica do corpo;
- \mathbf{n} : vetor unitário normal à superfície do corpo;
- q^S : fluxo de calor prescrito, que “entra” no corpo através da superfície S_q .

Três condições de contorno podem ser consideradas na análise de transferência de calor:

- Condições de temperatura: as temperaturas podem ser prescritas ou fixas, em determinados pontos ou superfícies do corpo, indicados por S_θ na equação 4;
- Condições de fluxo de calor: fluxos de calor podem ser prescritos em determinados pontos ou superfícies do corpo. Essas condições de contorno de fluxo de calor são indicadas por S_q na equação 5,
- Condições de contorno de convecção: pode-se incluir a convecção como condição de contorno, acrescentando na equação 5 o seguinte termo:

$$q^S = h (\theta_e - \theta^S) \tag{6}$$

onde h é o coeficiente de convecção. Aqui a temperatura ambiente θ_e é conhecida, mas a temperatura na θ^S na superfície é desconhecida.

Para a solução por elementos finitos do problema de transferência de calor, utiliza-se o princípio das temperaturas virtuais, dado por:

$$\int_V \bar{\theta}^T k \theta^i dV = \int_V \bar{\theta} q^B dV + \int_{S_q} \bar{\theta}^S q^S dS + \sum_i \bar{\theta}^i Q^i \tag{7}$$

$$\theta^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$k = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \tag{9}$$

e, Q^i são os fluxos de calor concentrados. Cada Q^i é equivalente ao fluxo de calor na superfície, sobre uma área muito pequena. A barra sobre a temperatura θ indica que uma distribuição de temperatura virtual está sendo considerada.

No problema de transferência de calor pode se considerar somente as condições estacionárias. Entretanto, quando um fluxo de calor ocorre apenas por um curto período de tempo (devido a mudanças de alguma condição de contorno ou do calor gerado no corpo) é importante incluir um termo que leve em conta a taxa com que o calor é armazenado pelo material. Esta taxa de absorção pode ser considerada por:

$$q^c = \rho c \dot{\theta} \tag{10}$$

onde c é a capacidade térmica do material. A variável q^c pode ser entendida como uma parcela do calor gerado, que deve ser subtraída do de q^B na expressão 7. Este efeito leva a uma solução transiente.

4. Análise de Difusão de Umidade

No caso mais geral de difusão, segundo o Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993), Kwon (2008) e Jeon (2008), gases, líquidos e soluções dissolvidas são transportados através de um meio poroso de acordo com a Primeira Lei da Difusão de Fick, que, na consideração de um fenômeno transiente, como a secagem do concreto, a equação de equilíbrio é dada por:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(H) \frac{\partial H}{\partial x} \right) \tag{11}$$

onde:

- $D(H)$: coeficiente de difusão (m^2/s) da umidade relativa do poro H
- $\frac{\partial H}{\partial x}$: gradiente da umidade relativa do poro (m^{-1})

Baluch (2008) realizou um estudo que estabeleceu uma analogia entre a análise de transferência de calor e a análise de difusão de umidade no interior de um corpo de concreto.

Reescrevendo a equação diferencial que governa o fenômeno da transferência de calor, na solução transiente, tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \tag{12}$$

onde:

- $\theta = \theta(x, y, t)$: a temperatura é função da posição x e y considerada e do tempo t ;
- k : condutividade térmica;
- c : calor específico;
- ρ : densidade.

Analogamente, reescrevendo a equação diferencial que governa o fenômeno da difusão de umidade, tem-se:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = D(H) \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

onde:

- $H = H(x, y, t)$: a umidade relativa do poro é função da posição x e y considerada e da variável tempo t ;
- $D(H)$: coeficiente de difusão do material (geralmente em função de H).

Considerando as condições de contorno da análise de transferência de calor, tem-se que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = h(\theta_e - \theta^s) \quad (14)$$

onde:

- $\frac{\partial \theta}{\partial n}$: gradiente térmico na superfície;
- h : coeficiente de convecção;
- θ_e : temperatura na superfície do sólido;
- θ^s : temperatura ambiente.

Por outro lado, na consideração das condições de contorno da análise de difusão de umidade, pode-se escrever que:

$$D(H) \frac{\partial H}{\partial n} = \alpha_m (H_e - H^s) \quad (15)$$

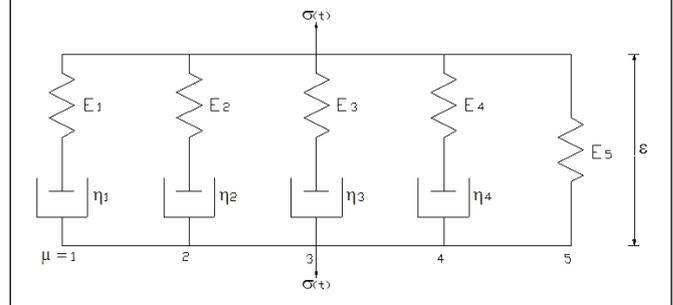
onde:

- $\frac{\partial H}{\partial n}$: gradiente de umidade na superfície;

Tabela 1 – Correspondentes termos nas equações diferenciais das análises de transferência de calor e difusão de umidade (Baluch, 2008)

Transferência de calor		Difusão de umidade
$\theta(x, y, t)$	\leftrightarrow	$H(x, y, t)$
$\frac{k}{\rho C}$	\leftrightarrow	$D(H)$
h	\leftrightarrow	θ_m
θ_e	\leftrightarrow	H_e
θ^s	\leftrightarrow	H^s

Figura 2 – Modelo reológico do concreto



- α_m : fator de transferência de massa;
- H_e : umidade relativa nos poros junto à superfície do sólido;
- H^s : umidade relativa do ambiente.

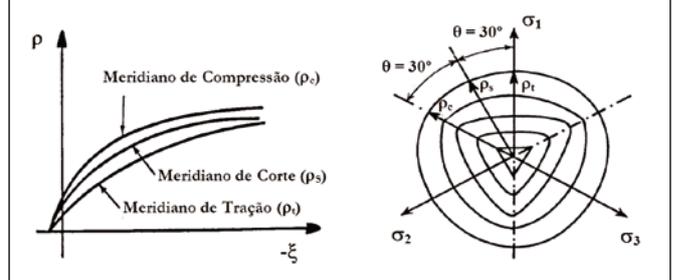
Comparando as equações que descrevem os problemas de transferência de calor e de difusão de umidade, torna-se claro que existe analogia entre ambas as análises. A correspondência entre os referidos termos dos dois problemas pode ser observada na tabela 1.

5. Análise Mecânica

Foram implementados elementos finitos para análise de estado plano de tensão e deformação e sólido axissimétrico. De acordo com a figura 2, o concreto é representado através de um modelo viscoelástico, correspondente a uma cadeia composta por cinco elementos de Maxwell em paralelo. Bazant e Wu (1974) propuseram um algoritmo que determina automaticamente os parâmetros $E_{\mu}(t)$ e $\eta_{\mu}(t)$ para cada idade, t , do concreto, a partir de resultados de ensaios ou informações, obtidas em normas, para estruturas de concreto. Conforme apresentado em Aurich (2008) este modelo é calibrado a partir das formulações de fluência apresentadas pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993) e FIB (1999).

As deformações por retração do concreto e variação de temperatura são consideradas como deformações impostas à estrutura. A exemplo da fluência, deformações, oriundas do efeito de retração do concreto, podem ser calculadas segundo o Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993) ou de acordo com a formulação apresentada pela FIB (1999), que considera expressões distintas para a determinação das deformações de retração autógena e por secagem.

Figura 3 – Meridianos e seções transversais da superfície de ruptura



Utilizou-se o critério de ruptura proposto por Ottosen (1977) para identificar a situação de fissuração do concreto. Nas figuras 3a e 3b aparecem os meridianos e as seções transversais desta superfície de ruptura.

Este critério de ruptura foi adotado pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993) e é expresso por:

$$\alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \tag{16}$$

onde f_{cm} é a resistência média à compressão do concreto, e,

$$\begin{aligned} \lambda &= c_1 \cos[1/3 \arccos(-c_2 \operatorname{sen}3\theta)], \text{ for } \operatorname{sen}3\theta \leq 0 \\ \lambda &= c_1 \cos[\pi/3 - 1/3 \arccos(c_2 \operatorname{sen}3\theta)], \text{ for } \operatorname{sen}3\theta > 0 \end{aligned} \tag{17}$$

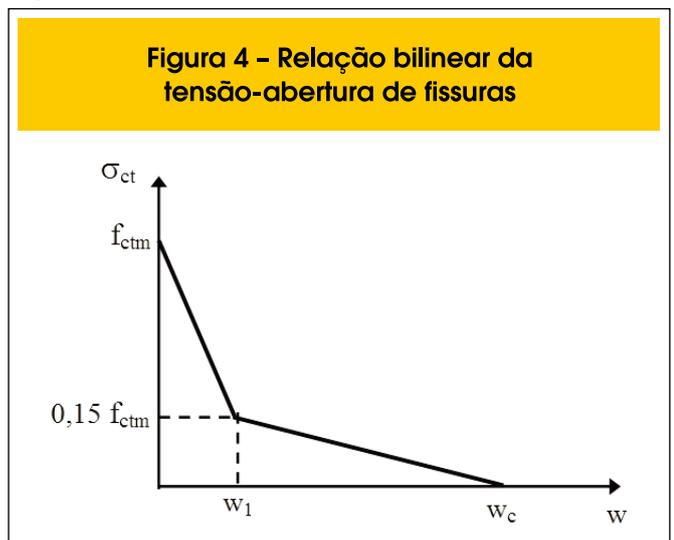
$$\operatorname{sen}3\theta = - \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \tag{18}$$

sendo,

- I_1 – o primeiro invariante do tensor de tensões;
- J_2, J_3 – o segundo e o terceiro invariantes do tensor desviador de tensões.

A relação tensão-deformação do concreto, quando submetido a tensões de tração, deve ser expressa por duas relações: uma relação tensão-deformação, que traduza o comportamento do concreto não fissurado, e uma relação tensão-abertura das fissuras, que descreva as deformações que ocorrem no concreto fissurado.

O Código Modelo CEB-FIP 1990 (1993) apresenta uma relação tensão-abertura das fissuras, σ - w , para o concreto fissurado, como pode ser observado na figura 4. Representar de forma adequada esta relação é de fundamental importância para a análise de uma peça tracionada de concreto.



A relação bilinear, sugerida pelo Código Modelo, reproduz bem o comportamento experimental observado em laboratório e tem seus parâmetros determinados através das seguintes expressões para o concreto não fissurado:

■ para $\sigma \leq 0,9 f_{ctm}$:

$$\sigma_{ct} = E_c \cdot \epsilon_{ct} \tag{19}$$

■ para $0,9 f_{ctm} \leq \sigma_{ct} \leq f_{ctm}$:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} - \frac{0.1 f_{ctm}}{0.00015 - \frac{0.9 f_{ctm}}{E_c}} (0.00015 - \epsilon_{ct}) \tag{20}$$

onde:

- E_c : Módulo de elasticidade tangente (MPa);
- f_{ctm} : resistência à tração;
- σ_{ct} : tensão de tração (MPa);
- ϵ_{ct} : deformação de tração.

E, as seguintes expressões para o concreto fissurado:

para $0.15 f_{ctm} \leq \sigma_{ct} \leq f_{ctm}$:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left(1 - 0.85 \frac{w}{w_1} \right) \tag{21}$$

para $0 \leq \sigma_{ct} \leq 0,15 f_{ctm}$:

$$\sigma_{ct} = \frac{0.15 f_{ctm}}{w_c - w_1} (w_c - w) \tag{22}$$

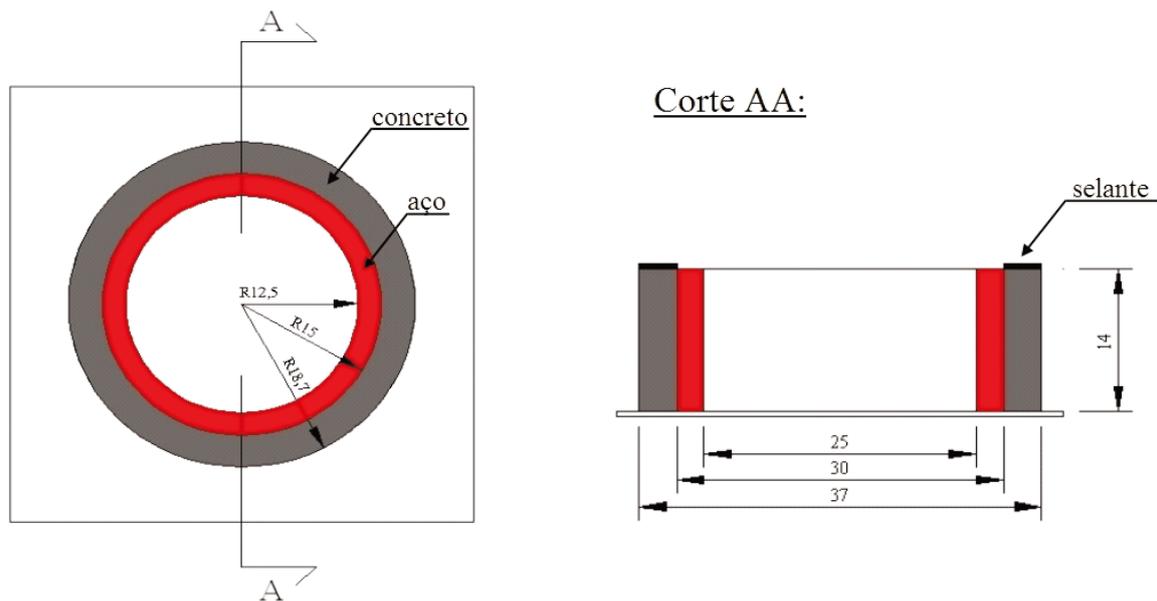
$$w_1 = 2 \frac{G_F}{f_{ctm}} - 0.15 w_c \tag{23}$$

$$w_c = \beta_F \frac{G_F}{f_{ctm}} \tag{24}$$

onde:

- w_1 : abertura da fissura (mm);
- w_c : abertura da fissura para $\sigma_{ct} = 0$;
- G_F : energia de fratura (Nm/m²);
- β_F : coeficiente que depende do tamanho máximo do agregado, cujos valores podem ser observados na tabela 2.

Figura 5 – Dimensões dos anéis ensaiados (cotas em cm)



A energia de fratura, G_F , por sua vez, pode ser calculada a partir de seguinte expressão:

$$G_F = \alpha_F \left(\frac{f_{ctm}}{10} \right)^{0.7} \quad (25)$$

onde α_F é um coeficiente que depende do tamanho máximo do agregado, também fornecido na tabela 2.

6. Aplicações Numéricas

Apresentam-se, neste item, aplicações numéricas das metodologias descritas ao longo deste trabalho. Serão comparados os resultados de ensaios de anéis de concreto, realizados em laboratório, com as previsões, obtidas através do modelo computacional, para a data de fissuração e abertura das fissuras.

Grzybowski e Shah (1990) desenvolveram um ensaio utilizando um corpo de prova tipo anel para simular a fissuração do concreto com retração restringida. O ensaio consiste em um anel de concreto limitado internamente por um anel de aço, onde são colocados *strain-gages* para a me-

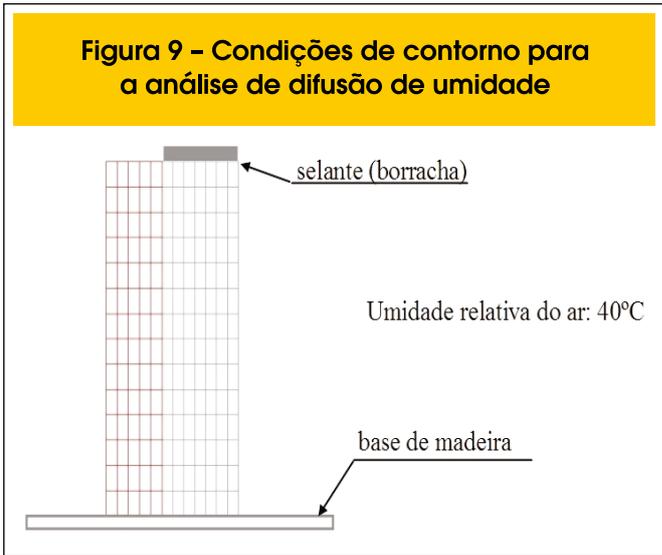
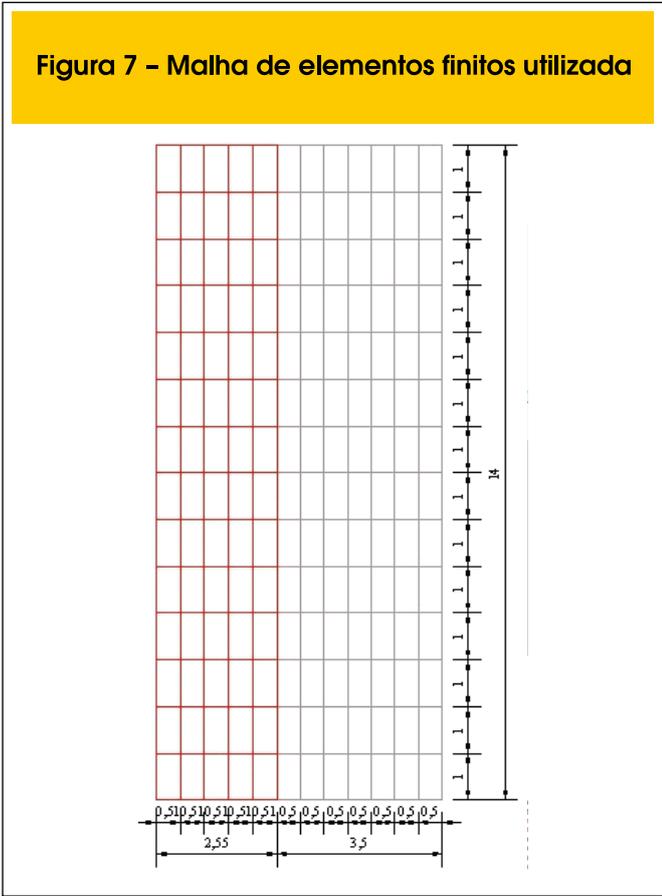
Tabela 2 – Valores dos coeficientes α_F e β_F

$d_{m\acute{a}x}$ (mm)	α_F	β_F
8	0.02	8
16	0.03	7
32	0.05	5

dição de deformações, e um microscópio externo para a determinação de medidas de abertura de fissura. Os ensaios propostos pelos autores foram realizados no laboratório ACBM (*Center for Advanced Cement-Based Materials* na *Northwestern University, Evanston, Illinois*), e tiveram por objetivo a comparação de diferentes aditivos redutores de fissuração por retração no concreto nas primeiras idades. As dimensões dos anéis ensaiados podem ser observadas na figura 5.

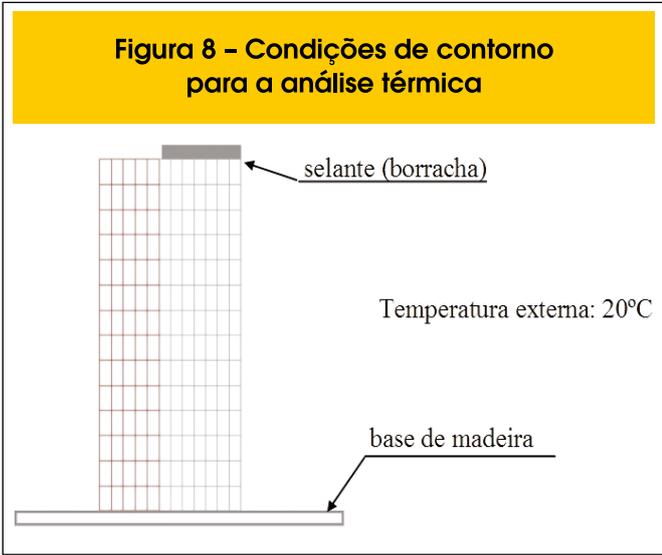
Na câmara de ensaio, a temperatura ambiente de 20°C e a umidade relativa do ar de 40% foram mantidas constantes durante a realização dos experimentos.

Figura 6 – Forma para o anel de concreto, posição dos *strain-gages* no anel de aço e o anel de concreto finalizado para ser ensaiado



dos mesmos, bem como a evolução das tensões, e a comparação da data de formação da fissura e abertura da mesma. A malha de elementos finitos utilizada possui 168 elementos e pode ser observada na figura 7. As condições de contorno utilizadas para a análise axissimétrica de cada uma das etapas de solução, térmica, de difusão de umidade e mecânica, são mostradas nas figuras 8, 9 e 10, respectivamente. Os parâmetros utilizados na análise térmica, de difusão de umidade e mecânica, para os dois ensaios de anéis estudados, são indicados, respectivamente, nas tabelas 3, 4 e 5.

A figura 6 ilustra o ensaio, a posição dos *strain-gages* para medição das deformações e os anéis de aço e concreto finalizados para o ensaio. Para a análise dos resultados obtidos pelo algoritmo, o presente trabalho estuda dois anéis ensaiados por Shah, Karaguler e Sarigaphuti (1993) e Shah *et al* (1994). Apresentam-se resultados para elevação da temperatura e da difusão da umidade no interior



A figura 11 mostra a evolução da temperatura para dois nós, P1, localizado no interior do anel de concreto, e P2, localizado na superfície externa do mesmo.

Os mapas de evolução da temperatura, em instantes selecionados, são apresentados na figura 12. Observa-se que os picos de temperatura, decorrentes do calor gerado pelas reações de hidratação do cimento na análise química, ocorrem na região central do anel de concreto. Isto já havia sido constatado na figura 11, onde o nó P1, localizado no interior do anel de concreto, alcançou uma temperatura mais alta que o nó P2, localizado na superfície externa. Nota-se, também, que ao quinto dia a temperatura do anel de concreto já se uniformizou com a do ambiente.

Tabela 3 – Propriedades Térmicas dos Materiais

Propriedade	Concreto	Aço
Condutividade Térmica (kJ/cm.dia.°C)	2.33	45.55
Coefficiente de Convecção (kJ/cm ² .dia.°C)	0.12	-
Capacidade Térmica (kJ/cm ³ .dia)	1.16	0.419

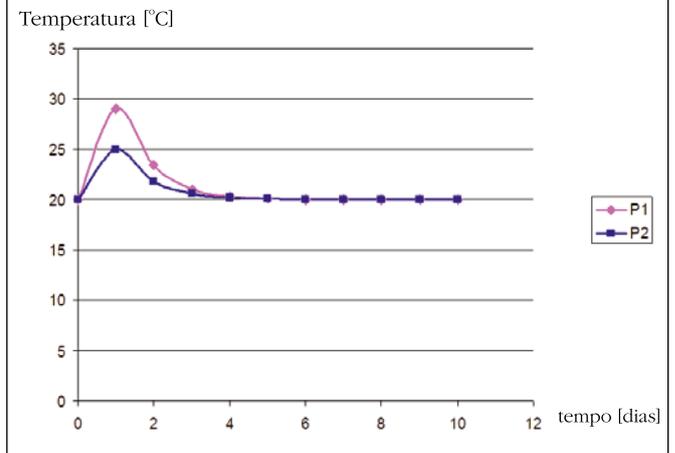
Tabela 4 – Propriedades de Difusão de Umidade dos Materiais

Propriedade	Concreto	Aço
Coefficiente de Difusão (m ² /s)	0.06048	1.10 ⁹
Fator de Transferência de Massa	3.33	-

Tabela 5 – Propriedades Mecânicas dos Materiais

Propriedade	Concreto	Aço
Módulo de Elasticidade (kN/cm ²)	2,500 (anel 1) 3,500 (anel 2)	20,000
Coefficiente de Poisson	0.2	0.3
Resistência à Compressão (28 dias) (kN/cm ²)	3.034 (anel 1) 3.556 (anel 2)	-

Figura 11 – Evolução da temperatura nos pontos P1 e P2



A figura 13 mostra a evolução da difusão de umidade para dois nós, P1, localizado no interior do anel de concreto, e P2, localizado na superfície externa do mesmo. Os mapas de evolução da difusão de umidade, em instantes selecionados, são apresentados na figura 14. Observa-se que o processo de secagem, devido à umidade relativa do ambiente ser inferior à inicial do anel de concreto, ocorre no sentido da superfície externa para o interior. Isto já havia sido observado na figura 13.

Os resultados da análise mecânica são apresentados para os dois anéis estudados, cujas propriedades foram listadas na tabela 5. O anel 1 (Shah *et al*, 1994) foi confeccionado com um concreto de menor resistência à compressão e módulo de deformação do que o anel 2 (Shah, Karaguler e Sarigaphuti, 1993).

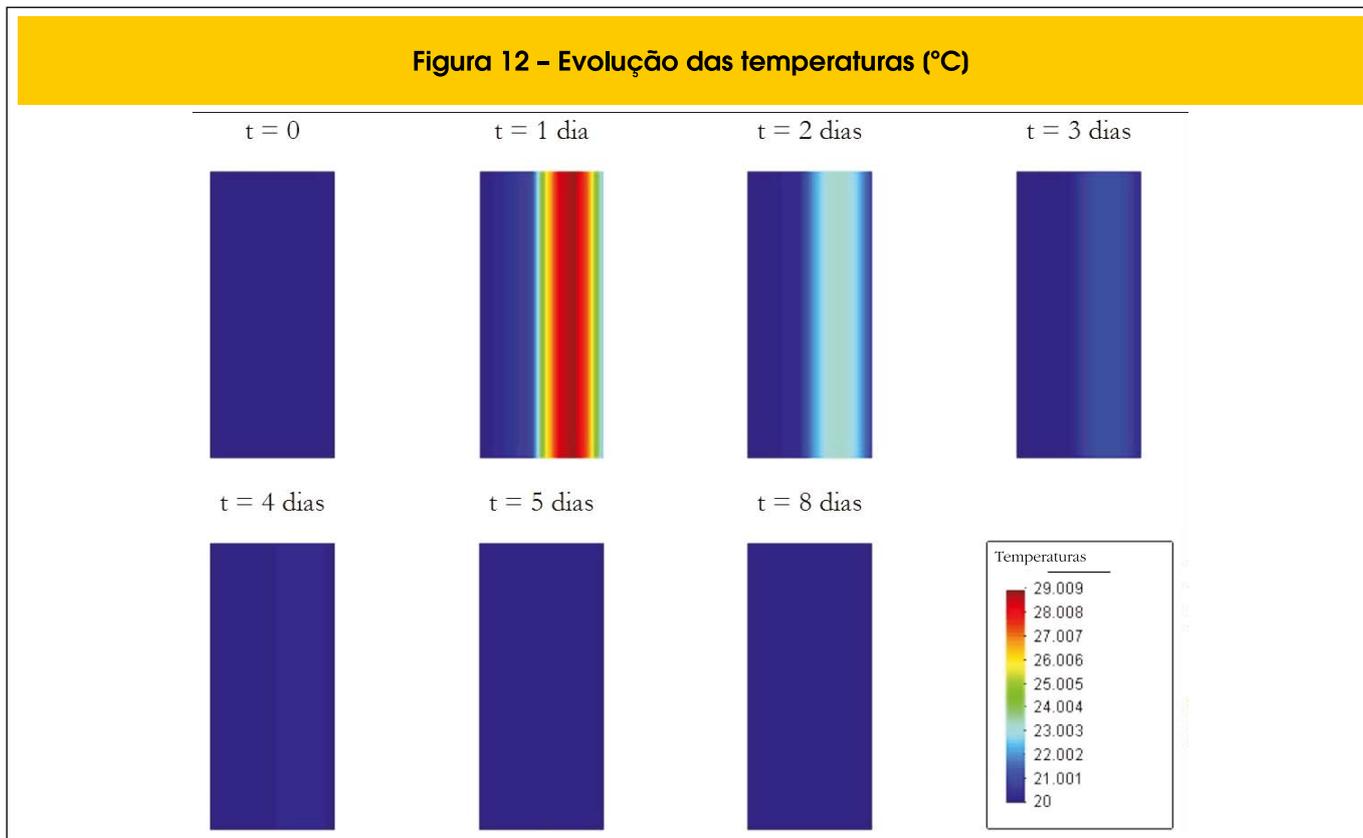
A figura 15 apresenta, para o anel 1, a comparação da data de fissuração e da abertura da fissura entre os resultados experimentais (Shah *et al*, 1994) e o algoritmo proposto. A figura 16 apresenta os mesmos resultados para o anel 2 (Shah, Karaguler e Sarigaphuti, 1993).

Os mapas de evolução das tensões no anel 1 (Shah *et al*, 1994) são apresentados na figura 17. Nestas figuras pode-se acompanhar a evolução da abertura da fissura da face externa do anel para o seu interior, confirmando o que de fato foi observado experimentalmente, de acordo com a figura 18.

A concordância dos resultados das análises numéricas com os valores experimentais é excelente, tanto para a data da fissuração quanto para os valores de abertura da fissura. A análise computacional evidencia o porquê do anel 2, de maior resistência, fissurar mais cedo. As deformações impostas por retração do concreto geram tensões proporcionais ao módulo de deformação e a evolução da resistência à tração nas primeiras idades não é suficiente para evitar a fissuração do anel de maior rigidez em primeiro lugar.

Observa-se que, nos mapas de distribuição de tensões apresentados, na figura 17, no décimo dia, aparece a cor vermelha, nível de tensão correspondente à resistência à tração do concreto, na superfície do anel. A fissura se forma, junto à superfície e o valor da tensão cai. No décimo quarto dia, observa-se novamente o nível de tensão vermelho sendo

Figura 12 - Evolução das temperaturas (°C)



atingido em uma posição mais interna (na superfície do anel a tensão já está próxima de zero). Em seguida, com a propagação da abertura da fissura, o nível de tensão cai. No décimo nono dia, o pico de tensões é atingido em uma posição ainda mais interna, para logo em seguida cair. Isto se repete sucessivamente em posições cada vez mais próximas da superfície do anel de aço.

7. Conclusões

Pelos resultados alcançados, mesmo considerando a variabilidade inerente ao comportamento de peças de concreto, evidencia-se que os modelos implementados conseguem reproduzir de forma fiel o real comportamento do concreto nas primeiras idades. O modelo de elementos finitos implementado mostrou-se uma ferramenta precisa e adequada para avaliar a fissuração inicial do concreto, abrindo perspectiva para a realização de diversos estudos de variadas situações encontradas em estruturas de concreto.

8. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Center for Advanced Cement-Based Materials na Northwestern University pelo apoio concedido para a realização deste estudo.

9. Referências bibliográficas

[01] AURICH, M.. Simulação Computacional do Comportamento do Concreto nas Primeiras Idades. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 245p. 2008.
 [02] BALUCH, M. H., RAHMAN, M. K., MAHMOUD, I. A.. Calculating drying-shrinkage stresses. Concrete International Magazine, july, pp. 37-41. 2008.

Figura 13 - Evolução da difusão de umidade nos pontos P1 e P2

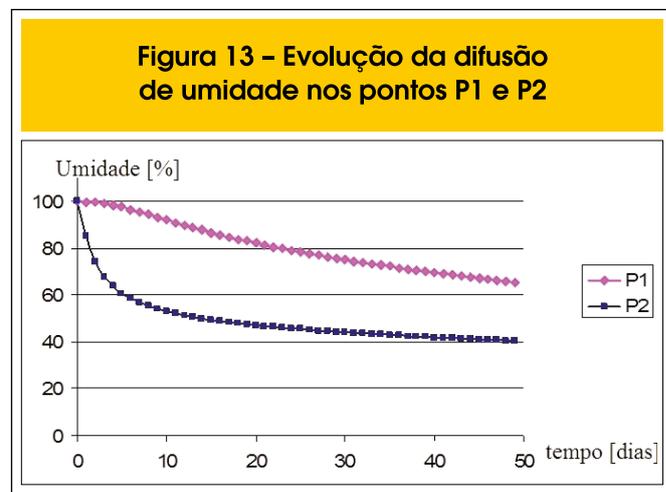
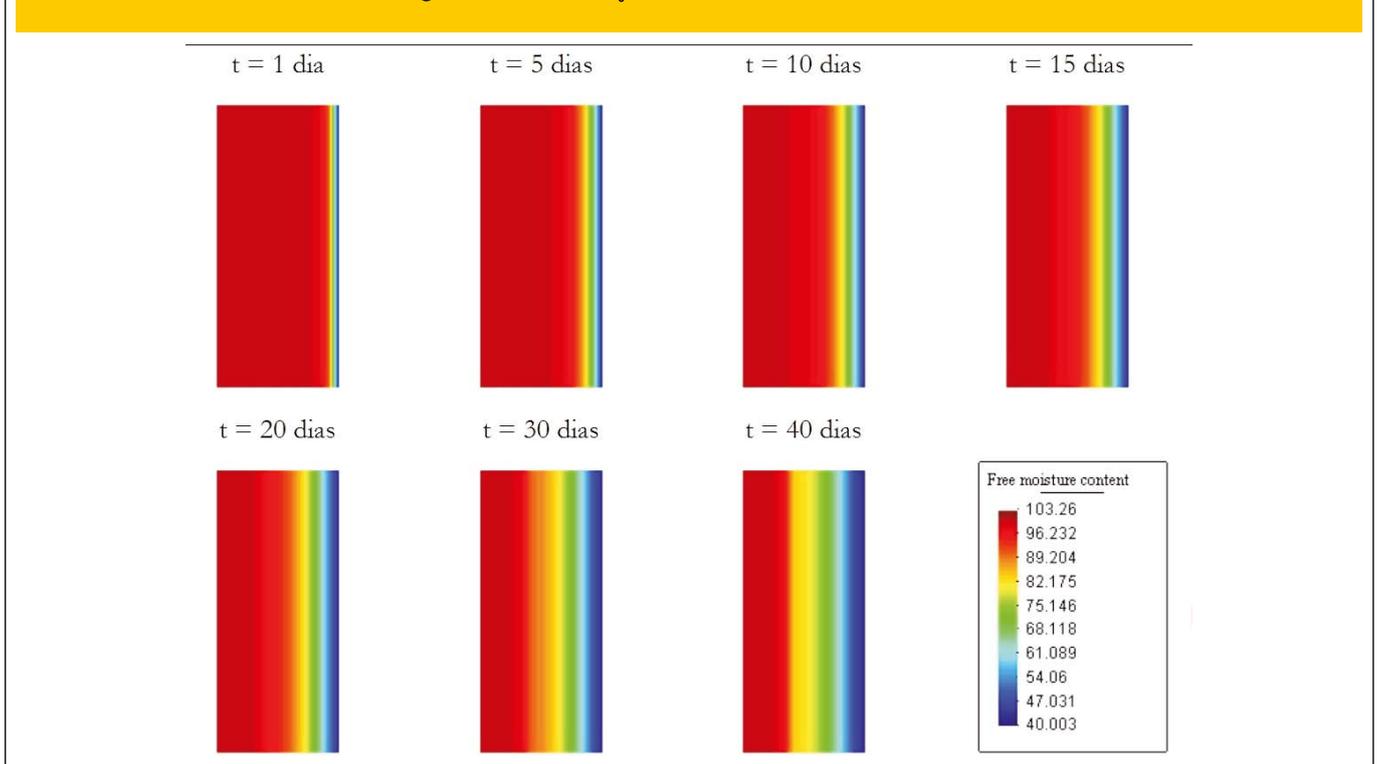


Figura 14 - Evolução difusão de umidade (%)



- [03] BATHE, K. J.. Finite Element Procedures. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall. (Edição revisada de Finite Element procedures in Engineering Analysis, 1982). 1996.
- [04] BAZANT, Z. P., WU, S. T. Rate-type Creep Law of Aging Concrete based on Maxwell Chain. *Materials and Structures*, v. 7, n. 34, pp. 45-60. 1974.
- [05] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne, 1993. (Bulletin d'Information, 213/214).
- [06] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. Structural Concrete. Textbook on Behavior, Design and Performance - Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. 1999. (Bulletin 1-3).
- [07] GRZYBOWSKI, M.; SHAH, S.P.. Shrinkage Cracking of Fiber Reinforced Concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, v. 87, n. 2, pp. 138-148. 1990.
- [08] JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. Standard Specification for Design and Construction of Concrete Structures. Japan Society Of Civil Engineers, Tokyo, Japan. 172p. 1999.
- [09] JEON, S-J.. Advanced assessment of cracking due to heat of hydration and internal restraint. *ACI Materials Journal*, v.105, n. 4, pp. 325-333. 2008.
- [10] KWON, S. H., SHAH, S. P.. Prediction of Early Age Cracking of Fiber-Reinforced Concrete due to Restrained Shrinkage. *ACI Materials Journal*, v.105, n. 4, pp. 381-389. 2008.

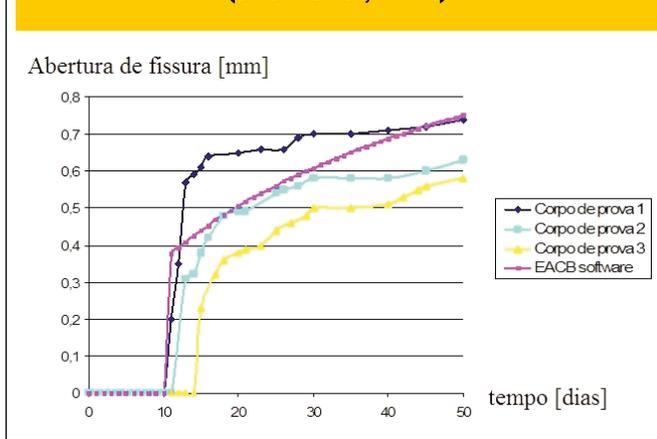
Figura 15 - Abertura de fissuras para anel 1 (Shah *et al*, 1994)

Figura 16 - Abertura de fissuras para anel 2 (Shah, Karaguler e Sarigaphuti, 1993)

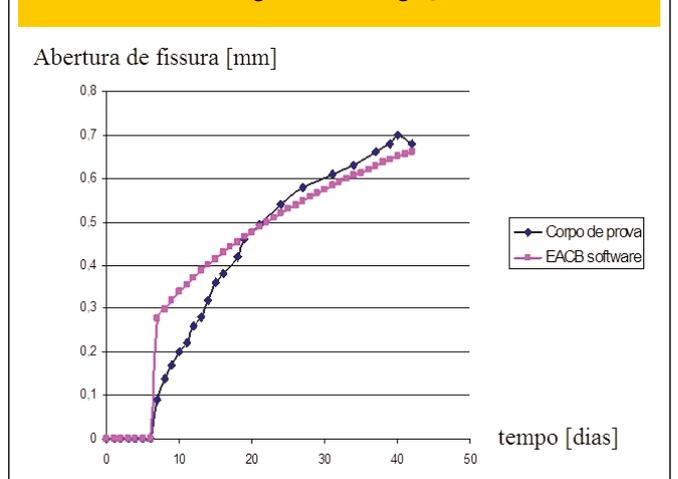
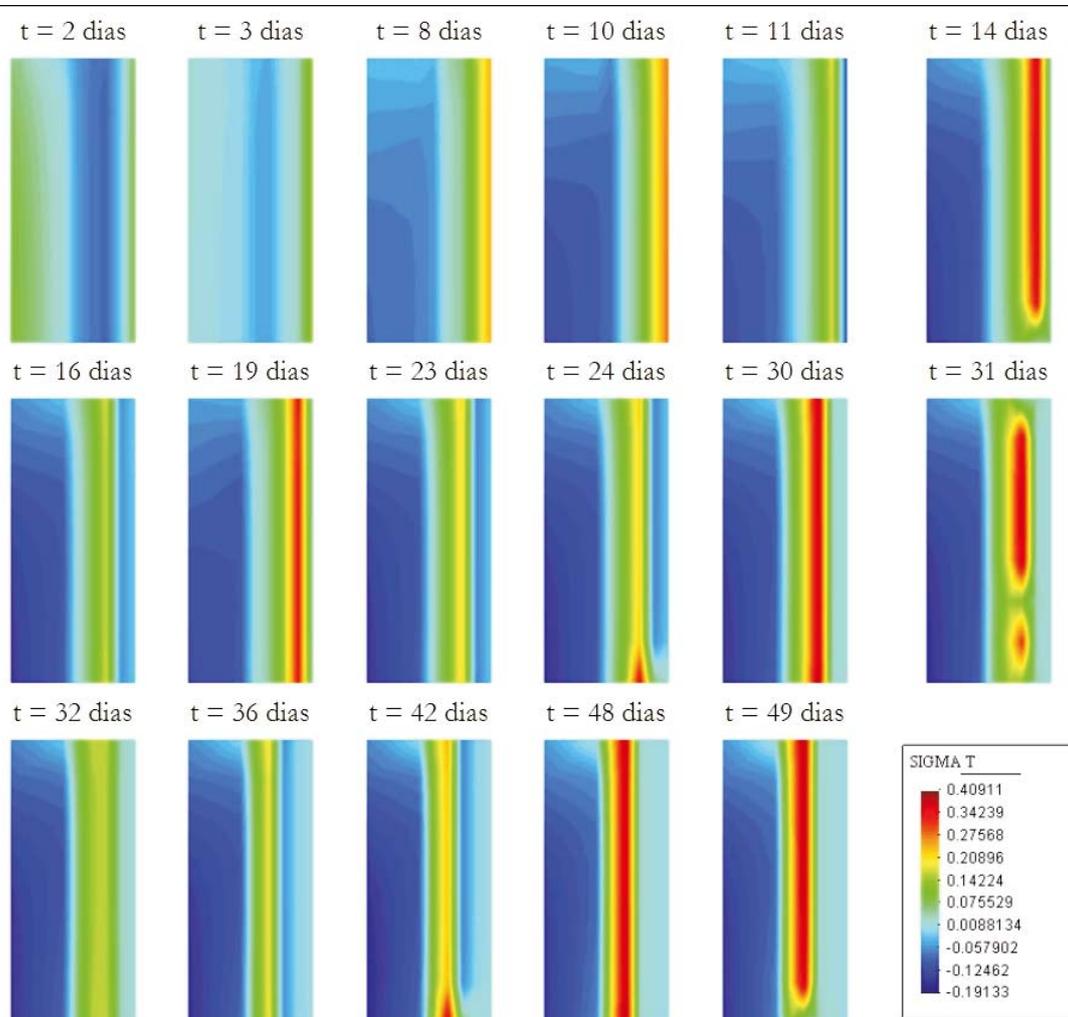


Figura 17 - Evolução das tensões circunferenciais no anel 1 (kN/cm²)



[11] LURA, P.. Autogenous deformation and internal curing of concrete. Tese de Doutorado. Delft University of Technology. Delft. 2000.

[12] MORABITO, P.. Methods to determine the heat of hydration of concrete. Prevention of thermal cracking in concrete at early ages. Report 15, R. Springenschmid, E & FN SPON. 1998.

[13] OTTOSEN, N. S.. A failure criterion for concrete. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, v. 103, n. 4, p. 527-535, Aug. 1977.

[14] SHAH, S. P.; KARAGULER, M. E.; SARIGAPHUTI, M.. Effects of Shrinkage-Reducing Admixtures on Restrained Shrinkage Cracking of Concrete. ACI Materials Journal, v. 89, n. 3, pp. 138-148, 1993.

[15] SHAH, S. P.; OUYANG, C.; MARIKUNTE, S.; YANG, W.; ALDEA, C.. Control of Cracking with Shrinkage-Reducing Admixtures. Transportation Research Record, n. 1574, pp. 25-36, 1994.

Figura 18 - Anel fissurado após a realização do ensaio

