

Numerical simulation of the mechanical performance of deep beam

Simulação numérica do desempenho mecânico de vigas parede

E. L. MADUREIRA^a
edmadurei@yahoo.com.br

J.I.S.L. ÁVILA^b
jisla@npd.ufpe.br

Abstract

The purpose of this paper is the analysis of the mechanical performance of concrete deep beams. To overcome the shortcomings inherent to the pioneer models, the finite element approximation on a non linear orthotropic model is employed. The obtained results showed that the practiced range on steel reinforcement did not influence, significantly, the beam performance, and one testifies a behavior, in the overall way, pursuant the fashion accepted in the scientific literature on the subject. Nevertheless, it should be detached that the material failure resulted from the concrete crushing on beneath load region, in addition to the occurrence of horizontal tensile stress and "snap back", at the upper edge in the center region, for the beams of greatest height.

Keywords: concrete, deep beam, mechanical performance, analysis.

Resumo

O objetivo deste trabalho é a análise do desempenho mecânico de vigas parede de concreto. Visando suplantar as deficiências inerentes aos modelos pioneiros, emprega-se o método dos elementos finitos sobre um modelo ortotrópico não linear. Os resultados obtidos revelaram que as variações praticadas na taxa de armadura de tração pouco influenciaram o desempenho mecânico da viga, constatando-se comportamento, de um modo geral, conforme a aceção consagrada na literatura científica sobre o assunto. Entretanto, ressalva-se que a ruína do elemento estrutural resultou do esmagamento do concreto na região situada abaixo da carga, além da incidência de tensão de tração horizontal e "snap back", no bordo superior ao centro do vão, para as vigas de maior altura.

Palavras-chave: concreto, viga parede, desempenho mecânico, análise.

^a Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Email: edmadurei@yahoo.com.br, Av. Sen. Salgado Filho S/N – Lagoa Nova, -CEP 59072-970, Natal, Brasil

^b Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Departamento de Engenharia Civil, Email: jisla@npd.ufpe.br, Av. Acad. Hélio Ramos, S/N – Cid. Universitária CEP 50730-000, Recife, Brasil

1. Introdução

Dentre os procedimentos pioneiros voltados, para a avaliação do desempenho mecânico de vigas parede de concreto armado, podem ser citados dois segmentos alternativos. Um deles fundamenta-se no modelo das bielas-tirantes. O outro, nos diagramas da distribuição de tensões horizontais ao longo da altura da viga, em seções hipoteticamente críticas [5].

Na concepção do primeiro modelo, as barras da armadura de aço desempenham a função de tirantes absorvendo as tensões de tração. O concreto, por sua vez, quando solicitado, experimenta mecanismos caracterizados por padrão de fissuração que estabelece as bielas, localizadas em regiões estrategicamente delineadas, que transmitem as tensões de compressão. O restante da massa da viga permanece em condição ociosa.

No outro procedimento, os diagramas de distribuição de tensões, obtidos a partir da Teoria da Elasticidade, são tomados como referência para a determinação dos esforços e dimensionamento do elemento estrutural.

Ressalte-se que o comportamento mecânico do concreto de cimento Portland é não linear, já a tensões de baixa intensidade, conforme revelam os ensaios experimentais [1], [2],[3],[4],[6],[7],[9],[11]. A fonte de sua não linearidade reside, sobretudo, na formação de fissuras prévias ao carregamento, decorrente do fenômeno de retração e de oscilações térmicas associadas ao calor de hidratação, bem como no modo de propagação das fissuras no decorrer do processo carga-deformação [3] e [9].

Assim sendo, diante da perspectiva de práticas de soluções mais ousadas, o dimensionamento de vigas parede de concreto, a partir dos critérios de modelagem acima apresentados, pode ser precário. É oportuno, portanto, recorrer-se à adoção de modelos que permitam a concepção de estruturas com melhor aproveitamento de material.

O Modelo Ortotrópico não Linear [9], apesar de sua formulação modesta, descreve, adequadamente, o comportamento mecânico do concreto, oferecendo recursos eficazes para suplantiar as deficiências próprias dos modelos pioneiros.

O objetivo deste trabalho é a simulação numérica do comportamento mecânico de vigas parede de concreto armado, mediante a aproximação por elementos finitos, sobre um Modelo Ortotrópico não Linear.

2. Modelagem

A análise numérica foi realizada segundo procedimento iterativo incremental e aproximação por elementos finitos. A modelagem matemática adotada pautou-se na formulação ortotrópica não-linear [9], segundo a qual os elementos da matriz constitutiva a utilizar são definidos com base em equações semelhantes àquelas empregadas em solitação uniaxial, tomando-se, porém, como referência, as deformações equivalentes, que são dadas por:

$$\epsilon_{ei} = \epsilon_i + D_{ij} \epsilon_j / D_{ii} \tag{1}$$

Os índices “i” e “j” se referem às direções principais. Os parâmetros “D_{ij}” representam os elementos da matriz constitutiva.

Para a simulação do concreto solicitado à compressão adotaram-se as relações constitutivas propostas por Hognestad [6], apresentadas na forma:

$$\sigma_i = \frac{2 \cdot \sigma_{ip}}{\epsilon_{ip}} \left(1 - \frac{\epsilon_{ei}}{2 \cdot \epsilon_{ip}} \right) \epsilon_{ei} \text{ para } \epsilon_{ip} < \epsilon_{ci} < 0; \text{ e} \tag{2}$$

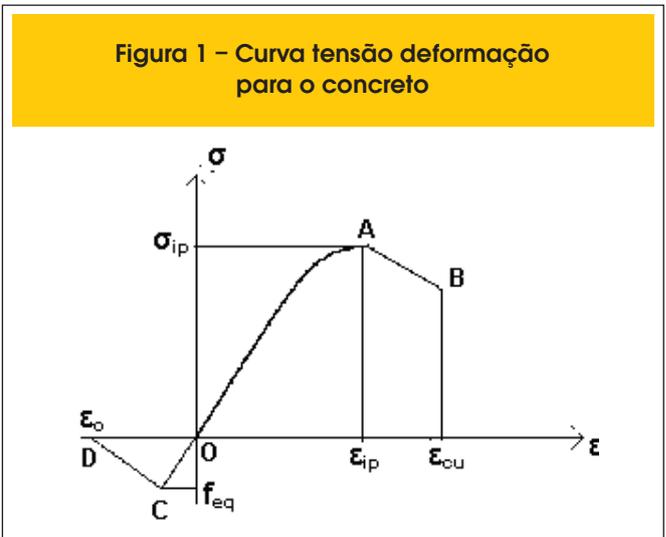
$$\sigma_i = \sigma_{ip} \left(1 - \frac{3}{20} \frac{\epsilon_{ei} - \epsilon_{ip}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{ip}} \right) \text{ para } \epsilon_{cu} < \epsilon_{ci} < \epsilon_{ip}.$$

As constantes “ε_{ip}” e “σ_{ip}” representam a deformação e a tensão de pico do concreto, segundo a direção principal “i”, e, “ε_{cu}” a deformação limite de ruptura. Essas equações representam os trechos de endurecimento e de amolecimento, segmentos **OA** e **AB**, respectivamente, da curva da figura 1.

Para a representação do comportamento do concreto em tração foi adotado o modelo das fissuras distribuídas, cujas vantagens são considerar a continuidade do campo de deslocamentos, e, dispensar modificações de caráter topológico na malha de elementos finitos, no decorrer de seus procedimentos de cálculo [12]. Além disso, adotar-se-á o padrão de fissuração multidirecional, representado por um sistema de fissuras mutuamente ortogonais rotativas, no qual a inclinação de seus planos é condicionada ao estado de tensões corrente, podendo modificar conforme o estágio do carregamento.

O comportamento do concreto, para deformações de magnitude inferior à deformação correspondente à resistência à tração, trecho **OC** da curva da figura 1, é considerado linear elástico. Para deformações de magnitude superior, seu comportamento é plástico com amolecimento, sendo representado pelo segmento de reta **CD**, plenamente definido a partir do valor da deformação última em tração, “ε_o”.

Sabe-se que a fissuração da massa de concreto perturba drasti-



camente sua uniformidade e continuidade, e, quanto maior a dimensão do elemento finito tanto maior será a variação de rigidez em seu interior. Com vistas a compensar os erros decorrentes de tal perturbação e minimizar a perda da qualidade dos resultados, utiliza-se, neste trabalho, o recurso proposto por Kwak e Filippou [9], definindo-se a deformação última de tração do concreto por:

$$\varepsilon_o = \frac{2.G_f \cdot \ln(3/b)}{f_t \cdot (3-b)} \quad (3)$$

para a qual "b" é a dimensão do elemento finito, expressa em polegadas. Os parâmetros " f_t " e " G_f " representam, respectivamente, a resistência à tração e a energia de fraturamento por unidade de área do concreto, este último definido conforme os critérios do CEB-FIP model code 90[4].

O módulo de deformação adotado para o concreto será o módulo reduzido, dado a partir de:

$$E_{cs} = 0,85E_0 \quad (4)$$

onde " E_0 " é o módulo de deformação inicial expresso, segundo [13], na forma da equação a seguir.

$$E_0 = 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ (MPa)} \quad (5)$$

As tensões limite no concreto são definidas pela envoltória de Kupfer e Gerstle [8], figura 2, descrita por:

$$(\beta_1 + \beta_2)^2 - \beta_2 - 3.65\beta_1 = 0 \quad (6)$$

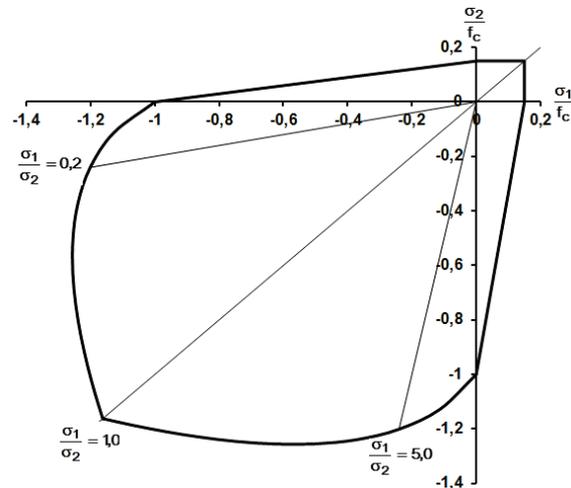
onde $\beta_1 = \sigma_1 / f'_c$, $\beta_2 = \sigma_2 / f'_c$. " s_1 " e " s_2 " são as tensões principais com $0 > \sigma_1 > \sigma_2$. " f'_c " é a resistência à compressão uniaxial do concreto. Se $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$ então a resistência à compressão biaxial será dada por:

$$\sigma_{2c} = \frac{1+3.65\alpha}{(1+\alpha)^2} f'_c \quad \text{e} \quad \sigma_{1c} = \sigma_{cu} = \alpha \cdot \sigma_{2c} \quad (7)$$

Em compressão-tração, a resistência à compressão é dada mediante a forma proposta por Darwin e Pecknold, definida em [3] e [9], na forma:

$$\sigma_{2c} = \frac{1+3.28\alpha}{(1+\alpha)^2} f'_c \quad (8)$$

Figura 2 – Envoltória de ruptura do concreto para estado biaxial de tensões



A resistência à tração, por sua vez, pode ser obtida a partir da equação:

$$\sigma_{pt} = \left(1 - 0,8 \frac{\sigma_2}{f'_c} \right) \cdot \sigma_{tu} \quad (9)$$

para a qual " σ_{tu} " representa a resistência máxima à tração uniaxial. Para elementos solicitados em estado de tração biaxial, a resistência é constante e igual à resistência máxima do concreto à tração uniaxial.

As deformações referentes às tensões de pico em estado de compressão biaxial são obtidas conforme a expressão:

$$\varepsilon_{2p} = \varepsilon_{co} (3\beta_2 - 2) \quad \text{e} \quad (10)$$

$$\varepsilon_{1p} = \varepsilon_{co} \left(-1,6\beta_1^3 + 2,25\beta_1^2 + 0,35\beta_1 \right)$$

onde $\beta_1 = \frac{\sigma_{1p}}{f_c}$, $\beta_2 = \frac{\sigma_{2p}}{f_c}$ e " ε_{co} " é a deformação correspondente

à tensão de compressão de pico para estado uniaxial de tensões. Para o concreto submetido a estado plano de tensões utiliza-se a relação constitutiva na forma incremental proposta por Desai e Siriwardance, (apud[9]), escrita mediante:

$$\begin{vmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\tau_{12} \end{vmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{vmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1 E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1 \cdot E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu^2)G \end{vmatrix} \begin{vmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\gamma_{12} \end{vmatrix} \quad (11)$$

onde os “E_i’s” são os módulos de deformação referentes a cada uma das direções principais, os quais são considerados como se fossem orientados em conformidade com as direções das fissuras. A rigidez transversal é expressa segundo a correlação:

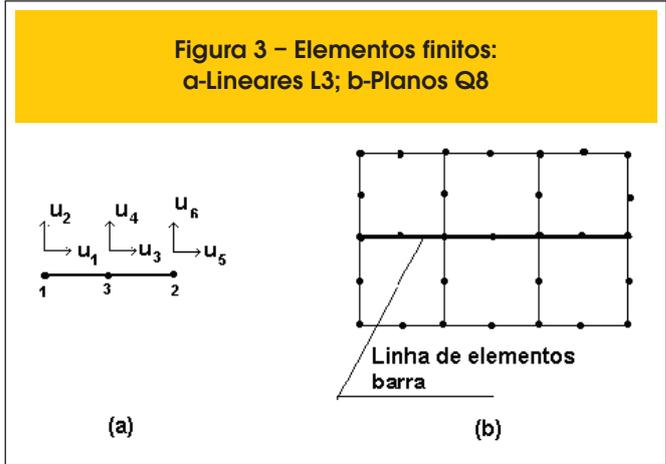
$$(1 - \nu^2) \cdot G = 0.25(E_1 + E_2 - 2\nu \sqrt{E_1 \cdot E_2}) \quad (12)$$

Na análise em pautas foram adotados elementos finitos em suas versões isoparamétricas de aproximação quadrática. A região da massa de concreto será discretizada a partir dos elementos planos quadriláteros de oito pontos nodais Q8, mostrados na figura 3.b.

O comportamento do aço é considerado elástico perfeitamente plástico. Em razão da grande flexibilidade transversal das barras da armadura de aço apenas sua rigidez axial é considerada, sendo então simuladas mediante os elementos lineares de três pontos nodais L3, figura 3.a. Desta forma, a matriz de rigidez correlata será expressa mediante:

$$K = \frac{2AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

onde “E” representa o módulo de elasticidade do aço, considerado neste trabalho igual a 210000 MPa. “A” é a área da seção trans-



versal da armadura. “L” representa o comprimento do elemento finito unidimensional.

3. Suporte computacional

Com vistas à aquisição dos resultados voltados ao cumprimento dos objetivos deste trabalho, foi empregado o “software” Análise Constitutiva Não-Linear – ACNL [10]. O programa foi estruturado segundo procedimento iterativo incremental e o Método dos Elementos Finitos (MEF), sobre uma Formulação Ortorrópica não Linear [9]. Abrange em sua pauta algorítmica a formulação dos elementos descritos no item 2.

Figura 4 – a-Geometria da viga; b-Diagrama de tensões

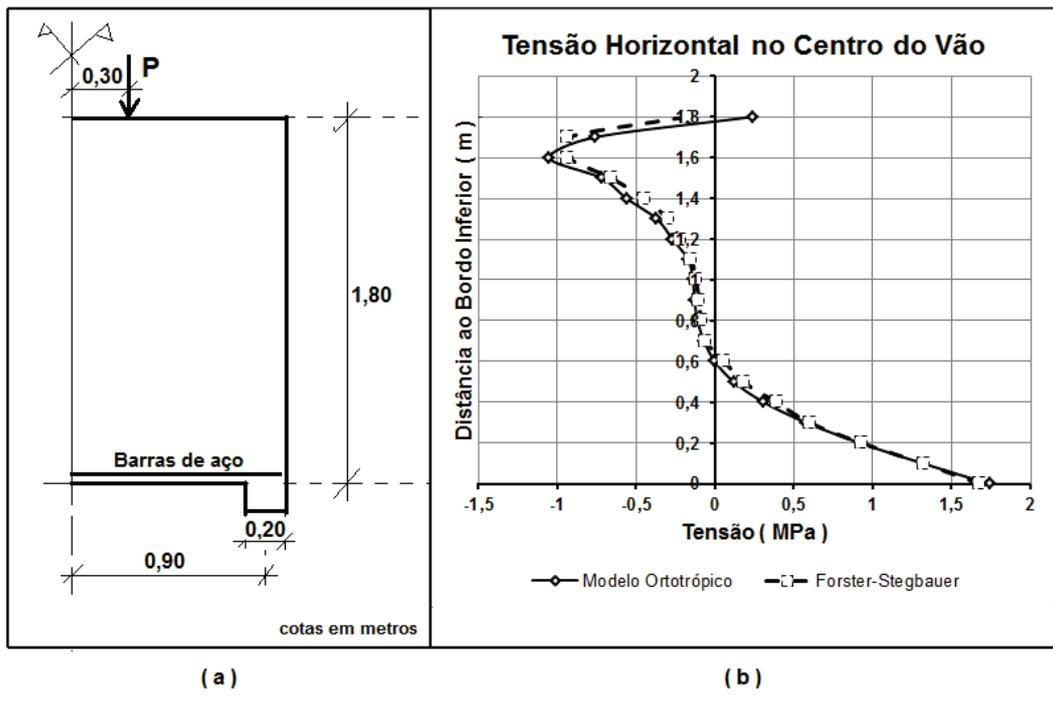
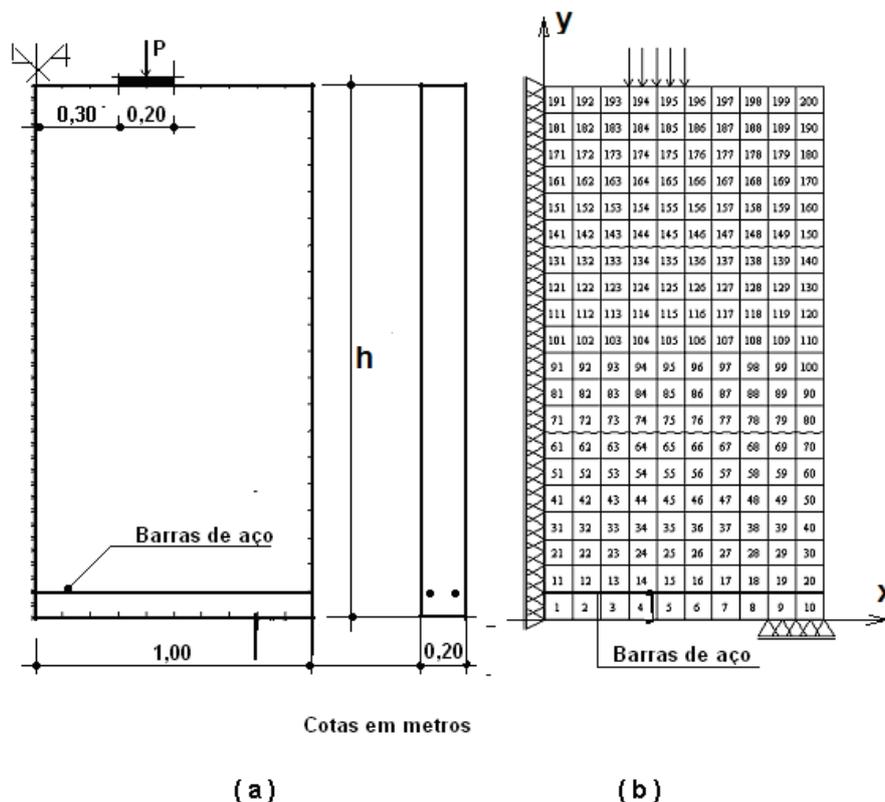


Figura 5 – Modelos de análise: a-Geometria; b-Malha de elementos finitos



4. Validação do programa

A partir do programa adotado para apoio computacional foi analisada uma viga parede de altura e comprimento do vão fixados em 1,80 m e espessura de 0,20 m, figura 4.a, moldada em concreto C 20, armada com duas barras longitudinais de 6.3 mm de diâmetro, em aço CA-50. A viga foi submetida a um par de cargas aplicadas em seu topo, em pontos equidistantes de 0,30 m em relação ao centro do vão, cada uma com intensidade igual a 200 kN. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles extraídos dos diagramas de tensões propostos por Forster e Stegbauer [5], figura 4.b. Observe-se a boa concordância entre as curvas, exceto, nas proximidades do bordo superior, para o qual foram constatadas discrepâncias, inclusive, no tocante ao sinal da tensão solicitante.

5. Modelos estudados

Os modelos estudados constituem vigas parede de um único vão com 2,00 m de comprimento e espessura de 20 cm, moldadas em concreto C 20, armado com barras de aço CA-50, distribuídas ao longo de seu bordo inferior, figura 5.a.

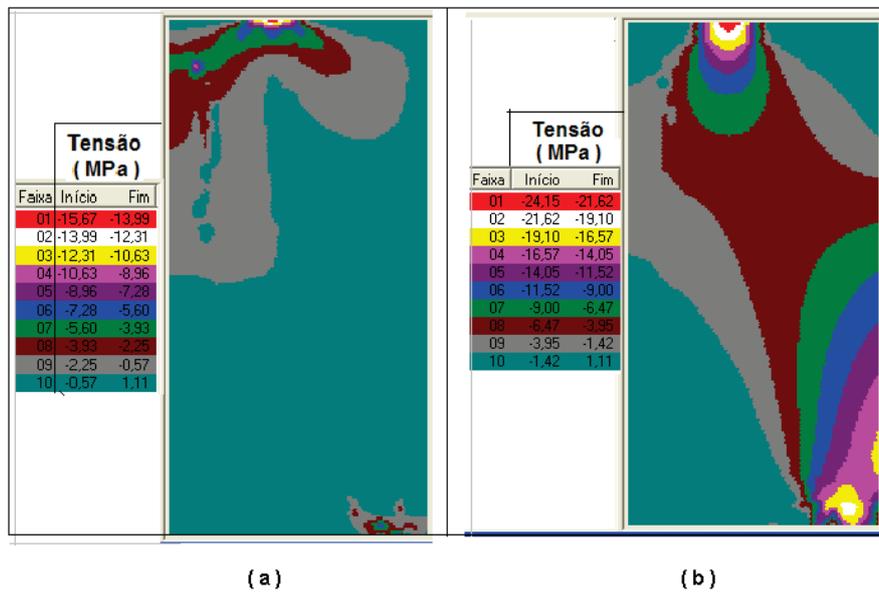
O elemento estrutural é submetido a um processo de carregamento gradativo, mediante a ação de um par de cargas concentradas de intensidades iguais. As cargas são aplicadas simultaneamente, ao

topo da viga, em pontos equidistantes 0,40 m do centro do vão, sobre placas de apoio com dimensões de 0,20 m x 0,20 m. No processo de carregamento a intensidade das cargas evolui de zero até um valor final definido, em alguns casos, pela ruína localizada por esmagamento do concreto, e em outros, à conveniência, determinada pelo aspecto comportamental particular objeto de observação. A análise foi realizada considerando-se seis casos, diferenciados entre si pela área da seção transversal da armadura de tração,

Tabela 1 – Caracterização dos casos estudados

Casos	Seção de Aço (cm ²)	Altura (m)	Carga (kN)
A	0,16	2,00	900
B	0,40	2,00	900
C	0,63	2,00	900
D	0,63	1,80	630
E	0,63	1,60	450
F	0,63	1,40	270

Figura 6 – Campo de tensões: a-horizontais; b-verticais



pela intensidade final da carga solicitante e pela altura da viga, conforme discriminado na tabela 1. Face à simetria da estrutura, o domínio do problema pôde ser definido a partir do retângulo cuja base é igual à metade do compri-

mento do vão, e cuja altura é igual à altura da viga. Sua discretização foi realizada tomando-se por base a adoção de elementos planos quadrados, e, de elementos lineares, ambos de dimensão igual a 0,10 m, resultando em malha de elementos finitos seme-

Figura 7 – Campo de deslocamentos: a-horizontais; b-verticais

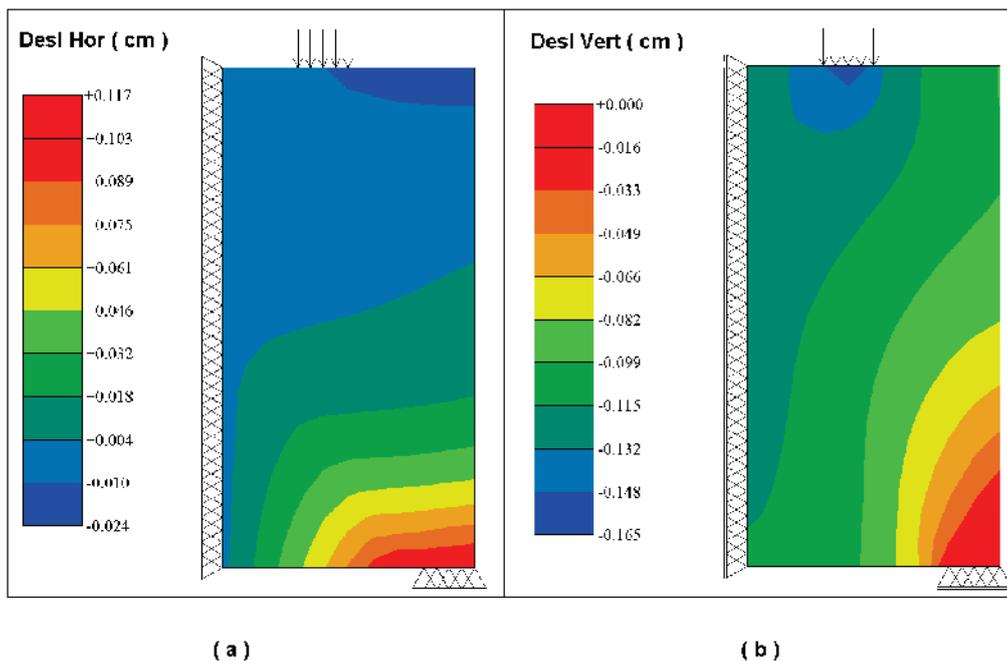


Figura 8 – Deformada da linha horizontal do topo da viga



Ihante à ilustrada na figura 5.b. Em todos os casos a malha é composta de 10 elementos lineares. Por outro lado, a variedade geométrica dos modelos, resultou na diversidade do total de elementos planos que foi de 140, 160, 180 e 200, para as vigas de altura igual a 1,40 m, 1,60 m, 1,80 m, e 2,00 m, respectivamente. A análise foi realizada segundo a modalidade “Estado Plano de Tensões”.

6. Resultados e discussões

Os resultados obtidos revelaram que, os casos “A”, “B” e “C”, diferenciados entre si, exclusivamente, pela taxa de armadura, apresentaram comportamento mecânico semelhante. Nesses casos, a instabilidade interna do elemento estrutural foi desencadeada

Figura 9 – Tensão horizontal com a altura na seção do centro do vão

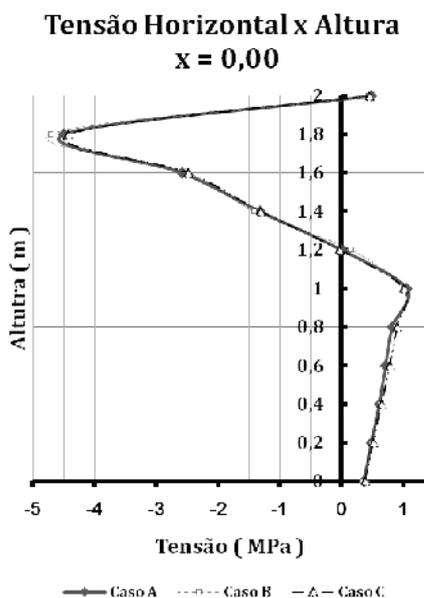
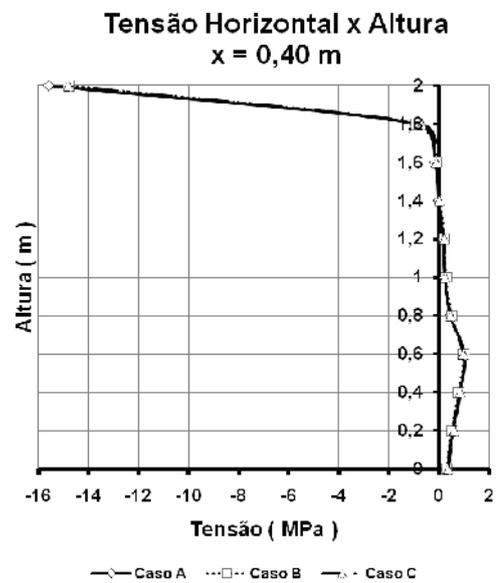


Figura 10 – Tensão horizontal com a altura para x = 0,40 m



quando a carga solicitante assumiu intensidade em torno de 900 kN. A configuração de equilíbrio a este nível de carregamento pode ser representada graficamente a partir dos campos de tensões e de deslocamentos constantes das figuras 6 e 7. Examinando-se o campo das tensões horizontais, figura 6.a, constata-se, como já reportado em [10], o desenvolvimento de tensões de tração no bordo superior do centro do vão, ao invés de compressão, contrariando a acepção da literatura científica sobre o assunto, fundamentada na Teoria da Elasticidade. Este padrão de resposta é corroborado pela morfologia do campo de deslocamen-

Figura 11 – Curvas tensão horizontal com a evolução do carregamento

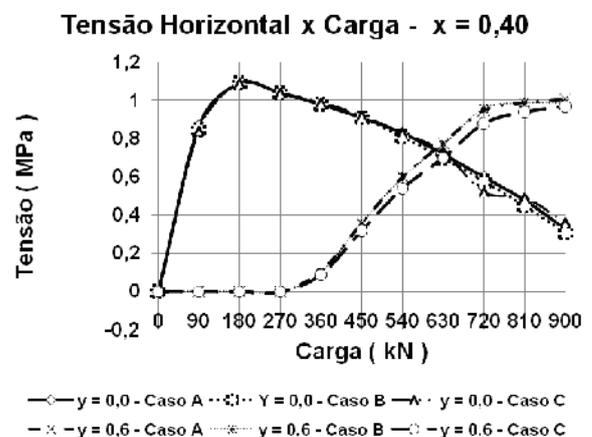
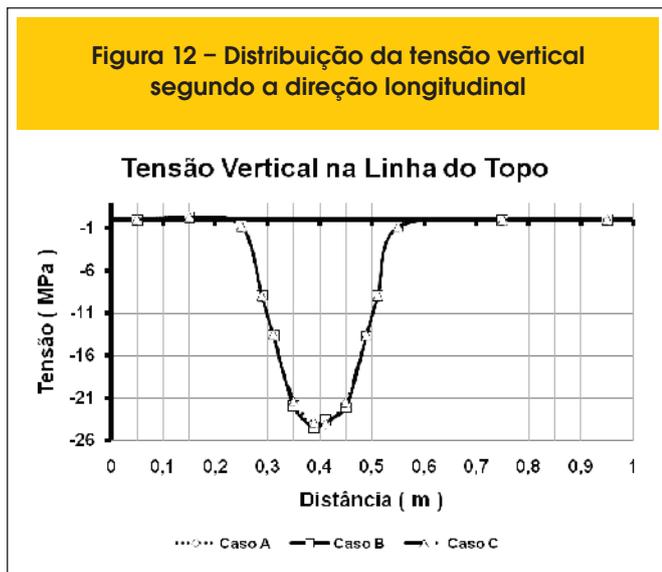


Figura 12 – Distribuição da tensão vertical segundo a direção longitudinal



tos verticais, figura 7.b, haja vista o afundamento mais pronunciado na região situada abaixo da carga, naturalmente, resultando para a linha horizontal do topo da viga, figura 8, curvatura de concavidade voltada para baixo, nas proximidades do centro do vão. As curvas da figura 9 confirmam a incidência das referidas tensões de tração. Observe-se que, pouco abaixo do topo da viga as tensões passam a ser de compressão, assumindo valor máximo da ordem de 4,7 MPa, no ponto distante de 1,80 m do seu bordo inferior. Verifica-se ainda que, no ponto situado a 1,20 m daquele bordo, a tensão volta a se anular passando, daí em diante, a ser de tração, atingindo valor de 1,1 MPa, a uma distância de 1,00 m dos bordos. Dá-se, portanto, o estabelecimento de duas linhas neutras na seção em análise.

Para a seção situada a 0,40 m do centro do vão, observa-se que a tensão de compressão horizontal máxima incide na área localizada imediatamente abaixo da superfície de aplicação da carga, figura 10. Sua intensidade é da ordem de 15,7 MPa. Constatat-

Figura 13 – Tensões horizontais com a carga em x = 0,00 m

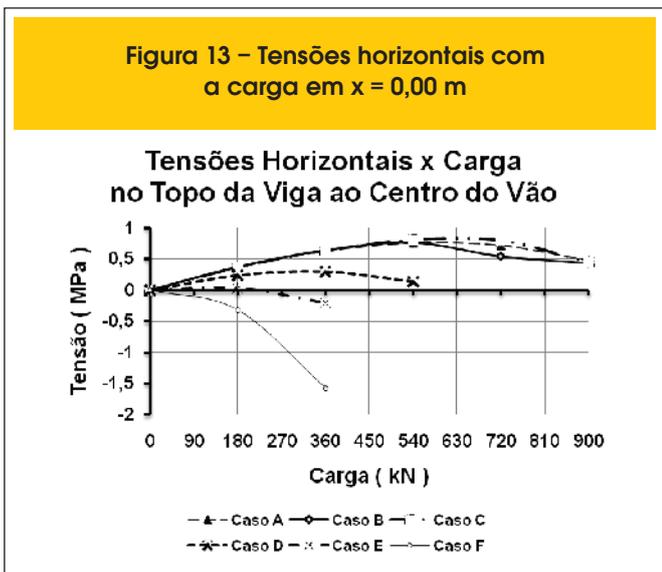
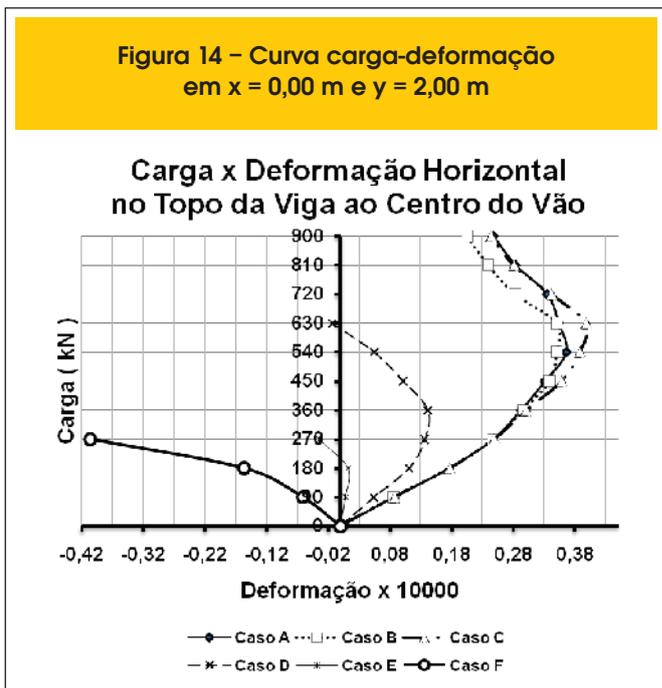


Figura 14 – Curva carga-deformação em x = 0,00 m e y = 2,00 m



-se, inclusive, a ocorrência de tensão horizontal máxima de tração no ponto distante de 0,60 m do bordo inferior, com magnitude de aproximadamente 1,0 MPa, enquanto que no próprio bordo inferior sua intensidade é de aproximadamente 0,35 MPa. A comparação desses valores induz, em primeira instância, à dedução de que o primeiro ponto está mais solicitado que o segundo. Entretanto, analisando-se a evolução das tensões com a carga, figuras 11, constata-se que, para a carga final, o ponto do bordo inferior já se encontra no ramo descendente da curva, ao passo que o ponto situado a 0,60 m daquele bordo mantém-se em seu ramo ascendente.

Ademais, analisando-se o campo de tensões verticais, figura 6.b, constata-se, como era de se esperar, concentração de tensões nas regiões de aplicação da carga e da vizinhança do apoio. Resultados mais específicos da distribuição de tensões verticais ao longo da superfície do topo da viga, figura 12, elucidam o quão drástica é a citada concentração, quando se constata que toda a tensão se restringe, praticamente, à vizinhança imediata da carga, atingindo em seu centro, intensidade de 25 MPa. Em justo acordo com a envoltória de tensões adotada no presente trabalho, este valor, 25% superior à resistência à compressão uniaxial do con-

Figura 15 – Treliça modelo

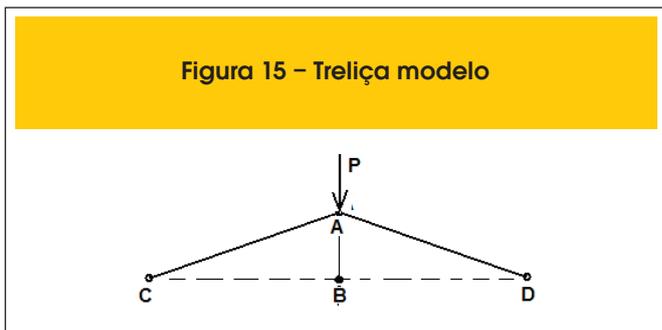
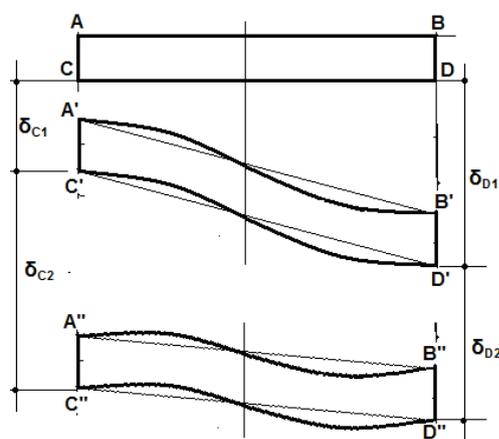


Figura 16 – Faixa do bordo superior da viga



creto, é bem próximo da tensão de pico para o ponto em análise, que está submetido a estado de compressão biaxial, pois, conforme reportado em parágrafo anterior, na direção perpendicular a tensão é, do mesmo modo, de compressão.

Ainda com respeito às concentrações de tensões supra reportadas, constata-se que, na medida em que o ponto considerado afasta-se dos bordos horizontais da viga, ao longo do segmento que interliga o apoio e a região de aplicação da carga, ocorre sua diluição, figura 6.b.

As curvas da tensão horizontal com o carregamento para os casos “A” “B” e “C”, referentes ao ponto do bordo superior ao centro do vão, figura 13, destacam que o valor máximo é atingido quando a carga assume intensidade da ordem de 540 kN a 630 kN, dando margem à dedução de tratar-se de tensão de pico em ruína de tração. Entretanto, a análise das curvas carga-deformação correlatas, figura 14, revela que as deformações horizontais, inicialmente crescentes, justamente, a partir deste nível de carregamento, passam a decrescer, caracterizando o fenômeno que na literatura científica é conhecido como “snap back”.

Para explicar o fenômeno de “snap back”, considere-se a treliça modelo da figura 15, cujas extremidades “C” e “D” estão impedidas de qualquer movimentação translacional. Mediante a ação da carga “P”, cuja intensidade é elevada gradativamente, o ponto “A”, articulado e fixo à treliça, movimenta-se em direção ao ponto “B”, e, concomitantemente, as barras “AC” e “AD” sofrem encurtamento progressivo. Se, uma vez o ponto “A” tendo encontrado o ponto “B”, a carga prosseguir aumentando em intensidade, ocorre a reversão de deformações, quando o respectivo gradiente passa a ser de alongamento.

Com referência aos casos em estudo, observe-se a faixa horizontal destacada da viga, imediata à superfície do seu topo, no trecho compreendido entre o centro do vão e o ponto de aplicação da carga, figura 16. Em cada um dos incrementos de carga, do estágio inicial de carregamento até o limite em que a intensidade da carga assume valor entre 540 kN e 630 kN, o padrão deformacional é tal que os pontos C e D se deslocam na direção vertical de δ_{C1} e δ_{D1} ,

respectivamente, de forma tal que $\delta_{C1} < \delta_{D1}$. Nos incrementos do estágio consecutivo, os pontos C' e D' se deslocam de δ_{C2} e δ_{D2} , respectivamente, desta feita, porém, com $\delta_{C2} > \delta_{D2}$. Assim sendo, a realidade deformacional do primeiro estágio contribui para o encurvamento da faixa, nas proximidades de AC, mediante concavidade voltada para baixo, ao passo que, no estágio seguinte, a tendência é contrária. Esta resposta resulta do fato de que os deslocamentos em qualquer ponto da viga são devidos, em parte, às deformações de massa, e, por outro lado, às deformações de flexão. Evidentemente, enquanto os deslocamentos dos pontos ao centro do vão são mais influenciados pelas deformações de flexão, para aqueles situados abaixo da carga, a contribuição maior está associada às deformações de massa, e, cada uma dessas parcelas evolui mediante padrões distintos, em cada um dos estágios de carregamento acima citados.

Analisando-se mais atentamente as curvas das figuras 13 e 14, deduz-se que a ocorrência de tensão horizontal de tração bem como o “snap back”, ora reportados, constituem fenômenos intrínsecos às vigas de grande altura, pois, eles são evidentes para aquelas de altura a partir de 1,80 m e não se manifestam para vigas de altura até 1,40 m.

7. Conclusões

Este trabalho se refere à análise do desempenho mecânico de vigas parede, de concreto armado.

As tarefas inerentes foram realizadas sobre seis casos diferenciados entre si pela armadura adotada, pela altura da viga e pela intensidade da carga solicitante.

Em cada um dos casos analisados o elemento estrutural foi submetido a processo de carregamento no qual as intensidades das cargas evoluíam em incrementos, do valor inicial nulo até um valor final definido, em alguns casos, pela ruína localizada por esmagamento do concreto, e em outros, à conveniência determinada pelo aspecto comportamental particular objeto de observação.

Diante da análise numérica computacional, constatou-se que, para as vigas de altura igual a 2,00 metros, a instabilidade interna do elemento estrutural foi desencadeada quando a carga solicitante assumiu intensidade da ordem de 900 kN.

Os resultados obtidos revelaram que a variação da taxa de armadura de aço, não resultou em alteração significativa do desempenho global da viga.

Além do mais, observou-se que a ruína da viga teve início a partir do colapso por esmagamento do concreto em ponto da região imediatamente abaixo da superfície de aplicação da carga, para uma tensão vertical de compressão da ordem de 25 MPa. Este valor é superior em 25% à resistência à compressão uniaxial do material, o que é coerente, conforme a envoltória de ruptura adotada, considerando, sobretudo, que o referido ponto encontra-se submetido a estado de compressão biaxial, haja vista que na direção horizontal ele é solicitado por uma tensão de 15,7 MPa, igualmente, de compressão.

Por outro lado, para a seção vertical que passa no ponto de aplicação da carga, a tensão de tração horizontal máxima referente à carga final, verificou-se no ponto situado a 0,60 m do bordo inferior da viga. Entretanto, a partir do exame da evolução da distribuição de tensões horizontais ao longo da altura, no decorrer do processo de carregamento, constatou-se que, o ponto situado no bordo inferior apresenta deformação de maior magnitude, e, portanto, encontra-se em estágio mais avançado de solitação.

Há que se reportar ainda que, ao invés de tensão horizontal de compressão, constatou-se o desenvolvimento de tensões de tração no bordo superior da seção ao centro do vão da viga, além da manifestação do fenômeno conhecido como “snap back”, este último caracterizado por encurtamento consecutivo a distensão mediante processo de carregamento, monotonicamente, crescente. Ficou comprovado, inclusive, que tais ocorrências são intrínsecas, exclusivamente, às vigas de altura mais elevada, considerando-se que não se manifestaram para aquelas de altura até 1,40 m.

8. Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, ao Conselho Nacional de Pesquisa – CNPq e às Pró-Reitorias de Pesquisa da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN e da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, pelo apoio concedido.

9. Referências bibliográficas

- [13] of Reinforced Concrete Beams. *Journal of ACI*, Vol. 64, n. 3, 1967, pp. 152-163.
- [13] Norma Brasileira NBR 6118. ABNT. Design of structural concrete – Procedure. 2007.
- [01] Arnesen, A. Sorensen, S.I. and Bergan, P.G. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete. *Computers & Structures*, Vol. 12, 1980, pp 571-579.
- [02] Balakrishnan, S. and Murray, D.W. Concrete Constitutive Model for NLFE Analysis of Structure. *Journal of Structural Engineering*, ASCE. Vol. 114, n. 7, 1988, pp. 1449-1466.
- [03] Bangash, M.Y.H. *Concrete and Concrete Structures: Numerical Modeling and Application*. Elsevier Applied Science. London, 1989.
- [04] CEB-FIP MODEL CODE Comité Euro-Internacional Du Beton, 1990.
- [05] Förster, W. and Stegbauer, A. *Vigas – pared: Gráficos para su cálculo*. Ed. Gustavo Gili, Barcelona, Espanha, 1975.
- [06] Hognestad, E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. *Bolletín n. 399*, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Illinois, Vol. 49, n 22, 1951.
- [07] Hu, H.T. and Schnobrich, W.C. Non Linear Analysis of Cracked Reinforced Concrete. *Am. Concr. Inst. Struct. J.*, Vol. 87, N. 2, 1990, pp. 199-207.
- [08] Kupfer, H.B. and Gerstle, K.H. Behaviour of Concrete under Biaxial Stresses. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 99, n. 4, 1973, pp. 853-866.
- [09] Kwak, H.G. and Filippou, F.C. Finite Elements Analysis of Reinforced Concrete Structures under Monotonic Loads. Report UCB/SEMM-90/14, Berkeley, Califórnia, 1990.
- [10] Madureira, E.L. *Simulação Numérica do Comportamento Mecânico de Elementos de Concreto Armado Afetados pela Reação Álcali-Agregado*. Doctoral Thesis. Universidade Federal de Pernambuco, 2007.
- [11] Madureira, E.L. and Ávila, J.I.S.L. *Simulação Numérica do Desempenho Mecânico de Chapas de Concreto*. 51º Congresso Brasileiro de Concreto. Foz do Iguaçu – Paraná – Brasil, 2009.
- [12] Ngo, D. and Scordelis, A.C. – Finite Element Analysis