

# Variation analysis effects of square and rectangular columns section with different longitudinal reinforcement rates in the main reinforcement two pile caps analysis

## *Análise dos efeitos da variação da seção de pilares quadrados e retangulares com diferentes taxas de armadura longitudinal na armadura principal de tração de blocos sobre duas estacas*



F. S. MUNHOZ<sup>a</sup>  
fabiana.munhoz@fatec.sp.gov.br

J. S. GIONGO<sup>b</sup>  
jsgiongo@sc.usp.br

### Abstract

The pile-cap structural elements are used as a transition between the columns of buildings and foundations. The most appropriate method for the pile caps design is the Strut and Tie model. In most cases in the structural project is not considered the influence of certain parameters: the columns cross section and the amount of longitudinal reinforcement columns. This paper studies the effect of the variability of the geometric section of square and rectangular columns, with different longitudinal reinforcement rates, in the main reinforcement traction two pile caps. The basis for study was development experimental program in the Structures Laboratory of EESC-USP. The traction reinforcement bars strains are reduced the pile-caps central section to pile-caps sections that approximate cutting axis shows the experimental results. In models with columns of elongated rectangular section and with great reinforcement rates this reduction is smaller.

**Keywords:** pile caps, reinforced concrete, foundations, method of strut and tie.

### Resumo

Os blocos sobre estacas são elementos estruturais utilizados para transição entre os pilares de edifícios e as fundações em estacas ou tubulões. O método das Bielas e Tirantes é recomendado para o projeto de blocos rígidos sobre estacas, mas, não considera a influência de parâmetros no comportamento do bloco, tais como: a forma da seção transversal e a área das barras da armadura longitudinal dos pilares. Este artigo tem o objetivo de estudar a influência da variação da seção de pilares quadrados e retangulares, com diferentes taxas de armadura longitudinal, na armadura principal de tração de blocos rígidos de concreto sobre duas estacas. Para isso foi desenvolvido um programa experimental em que doze modelos reduzidos de blocos sobre duas estacas foram construídos e ensaiados no Laboratório de Estruturas da EESC-USP. Os resultados experimentais demonstraram que as deformações nas barras de armaduras do tirante são reduzidas da seção central do bloco para as seções que se aproximam do eixo da estaca. Esta redução é menor em modelos com pilares de seção retangular alongada e com grandes taxas de armadura.

**Palavras-chave:** concreto armado, blocos sobre estacas, fundações, modelo de bielas e tirantes.

<sup>a</sup> Centro Paula Souza, FATEC, Faculdade de Tecnologia de Jahu, Jahu, SP, Brasil;

<sup>b</sup> Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, SP, Brasil.

## 1. Introdução

A ABNT NBR 6118:2014 [1] define que blocos sobre estacas “são estruturas de volume usadas para transmitir às estacas as cargas de fundação”. Estas estruturas utilizadas amplamente, como fundação de edifícios precisa receber atenção especial, já que, quando em serviço, a inspeção fica difícil de ser feita.

Os blocos sobre estacas tem seu comportamento estrutural definido como rígido ou flexível. Nos blocos rígidos o comportamento é definido por trabalho à flexão nas duas direções, trabalho ao cisalhamento nas duas direções e forças transmitidas do pilar para bloco essencialmente por bielas de compressão. O método das Bielas e Tirantes é o modelo mais adequado para o dimensionamento de blocos sobre estacas.

No Brasil o método mais usual para projeto de blocos sobre estacas é o método de Blévet & Frémy [2], que consiste na aplicação parcial do Método das Bielas e Tirantes baseado em modelos experimentais ensaiados pelos autores. É recomendado para ações centradas e todas as estacas precisam estar igualmente afastadas do centro do pilar. Pode ser empregado no caso de ações que não são centradas, desde que se admita que todas as estacas fiquem submetidas à maior força atuante. Esse método foi concebido considerando pilares de seção quadrada e forças centradas.

Nos projetos existem variações nos parâmetros dos blocos, ou seja, o bloco pode receber a força de um pilar de seção quadrada, retangular ou circular, e isso altera o esquema a ser adotado e a região nodal a ser verificada. O bloco pode estar submetido a diferentes tipos de ações: forças verticais, momentos e forças horizontais, e, isto também pode alterar o modelo de treliça a ser considerado. Havendo um bloco sobre estacas, existem inúmeros modelos possíveis de treliças que representam campos de tensões estaticamente equilibrados e plasticamente admissíveis.

As pesquisas na área têm buscado estudar os diversos fatores que podem influenciar no modelo de Bielas e Tirantes aplicados aos blocos. Existem dúvidas ainda na questão da área e da forma da seção transversal do pilar, ou seja, qual o modelo que pode ser adotado no projeto de blocos que recebem pilares compostos por vários retângulos, ou até mesmo a associação de vários pilares no mesmo bloco. São escassos os estudos que evidenciam a influência dos diferentes tipos de estacas no modelo de cálculo adotado para o bloco.

Este artigo tem como objetivo estudar a influência da seção geométrica de pilares com diferentes taxas de armadura longitudinal nas barras de armaduras dos tirantes de blocos rígidos sobre duas estacas. A proposta da pesquisa surgiu com a percepção que o projeto de blocos sobre estacas que recebem pilares retangulares (principalmente alongados) não pode ser igual ao considerado para blocos com pilares quadrados. De acordo com Fusco [3] quando há diferentes taxas de armadura nos pilares a força é transmitida para o bloco em alturas diferentes, o que pode alterar a altura da treliça (tema de análise nos diferentes métodos) alterando, portanto, as forças nas barras da armadura principal de tração. Em face do pequeno número de ensaios encontrados na literatura técnica, optou-se pela análise experimental de modelos com diferentes seções de pilares e diferentes taxas de armadura.

## 2. O Projeto de blocos sobre estacas

### 2.1 Métodos para dimensionamento de blocos sobre estacas

O Método das Bielas baseado no trabalho de Blévet & Frémy [2] é aplicável a blocos rígidos e é recomendado para forças centradas e todas as estacas devem estar igualmente afastadas do centro do pilar.

Os ensaios realizados por Blévet & Frémy [2] foram considerando blocos sobre duas, três e quatro estacas, e, ainda, para blocos sobre cinco estacas, na qual adaptaram a formulação do modelo de quatro estacas, portanto, este método fica limitado a estes modelos. No método baseado no trabalho de Blévet & Frémy [2], apesar de ser chamado de Método das Bielas, as hipóteses são diferentes do Modelo de Biela e Tirante. O método não define as regiões nodais e as tensões que nelas precisam ser verificadas, ou seja, faz uma verificação apenas da tensão de compressão nas bielas, e não nas regiões nodais, como sugere o modelo de bielas e tirantes. No método também não é definido as dimensões das bielas e tirantes, e, portanto, está mais próximo de um modelo de treliça, ao invés de um modelo de biela e tirante.

Outro procedimento utilizado por alguns projetistas de estruturas de concreto é o processo sugerido pelo CEB-FIP [4] publicado no Boletim de Informação 73. Essa rotina de projeto é aplicada a blocos com distância entre as faces do pilar até o eixo da estaca mais afastada, variando entre um terço e a metade da altura do bloco. O método sugere um cálculo à flexão considerando uma seção de referência interna em relação à face do pilar e distante desta 0,15 vez a medida do lado do pilar na direção considerada. Para verificações da capacidade resistente à força cortante, define-se uma seção de referência externa distante da face do pilar de um comprimento igual a metade da altura do bloco. No caso de as estacas vizinhas ao pilar, que distam menos que a metade da altura do bloco, a seção considerada é a que coincide com a face do pilar. Os dois principais métodos baseiam-se em hipóteses diferentes. O Método das Bielas adota um modelo de treliça e verifica tensões de compressão considerando as áreas do pilar e das estacas projetadas na direção perpendicular ao eixo da biela; o Método do CEB-FIP [4] indica verificações de segurança para tensões normais e tangenciais com os esforços solicitantes determinados em seções transversais particulares.

Neste artigo foram utilizadas algumas recomendações de Fusco [3] para o dimensionamento dos modelos experimentais. Fusco [3] sugere o Método de Bielas e Tirantes para o dimensionamento de blocos sobre estacas, porém, o autor adota particularidades em seu modelo analítico. Na verificação da segurança das bielas comprimidas, o autor considera que a tensão atuante no pilar diminui ao longo de uma altura ( $x$ ) dentro do bloco, sendo que essa altura é influenciada pela seção do pilar (quadrada ou retangular) e pela taxa de armadura longitudinal dos pilares. Fusco [3] conclui que as bielas diagonais se formam a partir dessa seção horizontal a certa profundidade  $x$  em que a tensão atuante no pilar pode ser considerada menor, portanto, em face da colaboração da armadura do pilar. Teoricamente isso reduz a inclinação da biela, influenciando a força resultante no tirante do bloco.

Outro fator importante no projeto de blocos sobre estacas é o comprimento de ancoragem das barras da armadura principal de tração. Alguns autores sugerem procedimentos em que se pode considerar reduções nesses comprimentos, que podem ser medidos a partir do plano que contem o centro da estaca ou do plano tangente a estaca e interno ao bloco. Neste artigo os resultados experimentais também possibilitam a discussão da ancoragem que pode ser adotada nos blocos sobre duas estacas.

## 2.2 Instruções contidas nas normas

Atualmente, as principais normas internacionais apresentam dois métodos de dimensionamento: Método da Flexão e Modelo de Bielas e Tirantes, havendo uma lógica na preferência para aplicação do primeiro em blocos flexíveis e o segundo nos blocos rígidos.

A norma brasileira ABNT NBR 6118:2007 [5] classificava o comportamento estrutural de blocos em rígidos e flexíveis. No caso de blocos rígidos o modelo estrutural adotado para cálculo e dimensionamento pode ser tridimensional, linear ou não, e modelos de biela e tirantes tridimensionais, sendo estes os preferidos por definir melhor a distribuição de forças nas bielas e tirantes. A ABNT NBR 6118:2007 [5] não fornece em seu texto subsídios para aplicação do método, não havendo um roteiro para as verificações e o dimensionamento.

A norma brasileira mais recente, ABNT NBR 6118:2014 [1] apresenta um capítulo versando a respeito de modelos de bielas e tirantes, assim como as demais normas internacionais. Neste capítulo são recomendados parâmetros limites de resistência das regiões nodais para os modelos de bielas e tirantes.

A recomendação da EHE [6] é que se utilize para cada caso de blocos sobre estacas, um modelo diferente de Bielas e Tirantes, sugerindo a adoção deste conforme capítulo especial a respeito

do assunto. Para o cálculo dos modelos mais frequentes a norma sugere o modelo e as equações para dimensionamento das armaduras principais e secundárias. Ainda de acordo com a norma espanhola a verificação das resistências dos nós, geralmente, não é necessária se as estacas são moldadas no local e se os pilares e as estacas têm resistência característica do à compressão do concreto igual a do bloco. Os demais casos precisam ser feitas as verificações dos das regiões nodais. Para os blocos sobre estacas considerados flexíveis a EHE [6] recomenda o cálculo de momento fletor em seção crítica, Sendo que os critérios adotados neste caso são semelhantes ao Método do CEB-FIP [4]. O código americano ACI-318-08 [7] recomenda que os modelos de blocos sobre estacas em que a distância entre estacas seja superior a duas vezes a altura do bloco sejam verificados conforme a teoria de flexão. O ACI-318-08 [7] indica que nos casos de blocos em que a relação da distância entre as estacas for menor que duas vezes a altura útil do bloco precisa ser utilizado o Modelo de Bielas e Tirantes de acordo com as recomendações do Apêndice A do referido código. Esse apêndice foi incluído na norma americana desde 2002 e apresenta um procedimento geral para projeto de elementos utilizando Bielas e Tirantes, como por exemplo, valores limites para tensões nas bielas e regiões nodais, assim como valores mínimos de inclinação da biela.

Assim, pode-se concluir que a maioria das normas não apresenta modelos orientados nem roteiros para o dimensionamento, com exceção da EHE [6], que apresenta modelos para os casos mais frequentes, e sugere a consideração de modelos para casos particulares.

## 2.3 Trabalhos recentes, realizados no Brasil, com ênfase na busca de critérios de projeto de blocos sobre estacas

No Brasil havia poucas pesquisas na área nas décadas de 70 e

**Tabela 1**

Dimensões dos pilares, blocos e estacas e taxa de armadura longitudinal

Série	Modelo	Pilares		Blocos
		Medidas da seção (cm)	Taxa de armadura (%)	Seção (cm)
B110	B110P125R1	12,5x12,5	1,0	15,0x110,0
	B110P125R25		2,5	
	B110P125R4		4,0	
B115	B115P250R1	12,5x25,0	1,0	15,0x115,0
	B115P250R25		2,5	
	B115P250R4			
B120	B120P375R1	12,5x37,5	1,0	15,0x120,0
	B120P375R25		2,5	
	B120P375R4		4,0	
B127	B127P500R1	12,5x50,0	1,0	15,0x127,0
	B127P500R25		2,5	
	B127P500R4		4,0	

80, do século XX, mas, a partir da década de 90 começaram a surgir alguns trabalhos.

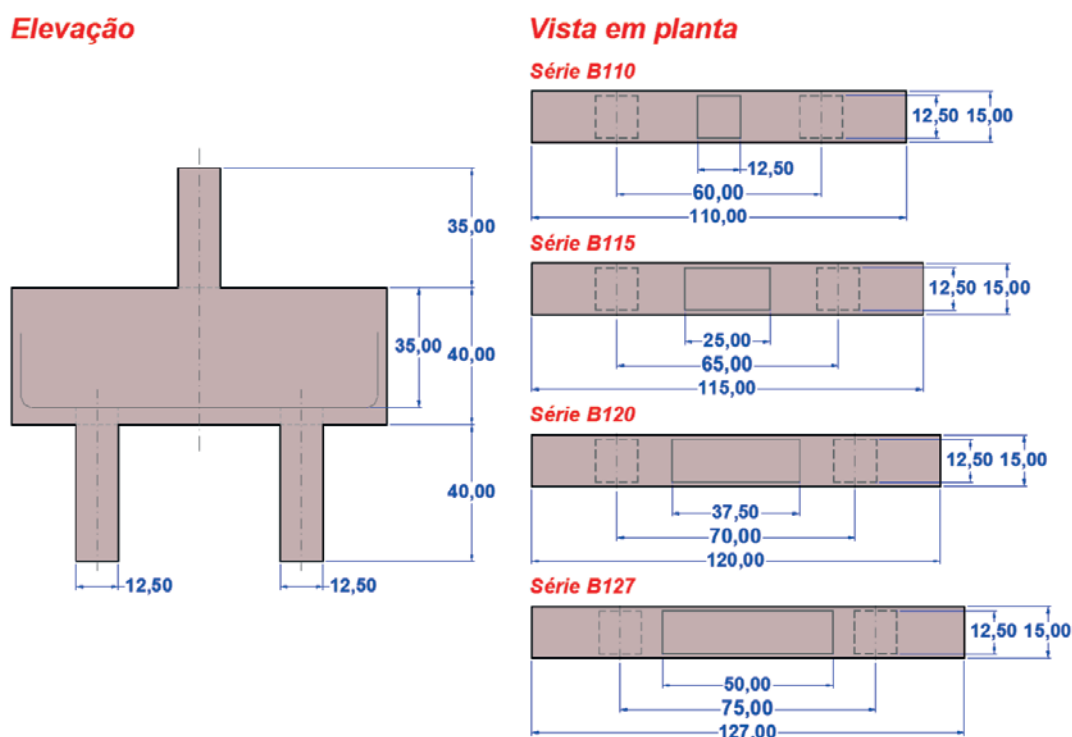
Miguel [8] realizou análise numérica e experimental com o objetivo de estudar o comportamento de blocos rígidos sobre três estacas. Nos modelos ensaiados utilizou a mesma área de barras da armadura principal posicionadas sobre as estacas e variou as áreas das barras das armaduras secundárias, com o objetivo de estudar os desenvolvimentos de fissuras e os modos de ruína. Os modelos ensaiados pela pesquisadora romperam por fendilhamento da biela comprimida, e logo após escoamento das barras da armadura. A autora concluiu que de modo geral o Método das Bielas apresenta resultados conservadores, já que todos os modelos experimentais atingiram forças últimas maiores que as estimadas pelo modelo teórico.

Souza [9] investigou métodos como dos Elementos Finitos (MEF), Bielas e Tirantes e o Método Corda-Painel, aplicados em elementos de concreto em que não se pode considerar a Hipótese de Bernoulli, dando ênfase, principalmente, às vigas-parede e blocos de fundação. O pesquisador simulou numericamente blocos sobre duas estacas ensaiados experimentalmente por outros pesquisadores. O autor propôs estabelecer limites de variação para forças de fissuração e ruína, principalmente quando não se têm dados experimentais. De acordo com o autor, uma análise linear pode conduzir a construção de um modelo, e, a análise não linear fornece respostas dos elementos em serviço. Comparando resultados numéricos e analíticos, Souza [9] verificou uma diferença de 20% nos resultados de força de ruína. Observou ainda que no modelo analítico a limitação da tensão igual a  $1,4 f_{ck}$  é conservador. De forma geral o pesquisador concluiu que para estruturas comple-

xas, como blocos sobre estacas, uma alternativa para o dimensionamento é o uso em conjunto do Método das Bielas e MEF. Conclui ainda que o Método das Bielas e Tirantes é perfeitamente seguro para o dimensionamento de blocos rígidos.

Delalibera [10] realizou ensaios experimentais e análise numérica de modelos de blocos sobre duas estacas. O pesquisador ensaiou 14 blocos sobre duas estacas em escala real. Nos modelos ensaiados o pesquisador variou os arranjos das armaduras, altura do bloco, as seções transversais dos pilares e a posição da aplicação da força de compressão. Nos modelos ensaiados por Delalibera [10] a ruína foi definida por ruptura do concreto da biela e por cisalhamento, ou seja, após a ruptura do concreto da biela junto ao pilar e em alguns casos junto à estaca, formou-se um plano de ruptura ao longo da altura do bloco provocado pela ação de força cortante. Em função dos resultados obtidos por meio das análises experimental e numérica Delalibera [10] propôs modelos de bielas e tirantes para os casos estudados

Buttignol [11] realizou análise numérica de blocos sobre duas e três estacas. O pesquisador fez uma comparação de resultados numéricos e resultados experimentais de outros autores observando parâmetros como: rigidez, fluxo de tensões, deformações plásticas, tipo de ruína e capacidade portante. O pesquisador efetuou algumas alterações nos modelos para verificação variações no fluxo de tensões e nas armaduras. Analisando os resultados obtidos Buttignol [11] chegou a algumas conclusões importantes: os modelos numéricos apresentaram resultados próximos dos experimentais; o modelo numérico foi mais rígido que o experimental; nos blocos sobre três estacas houve ruína por ruptura do concreto, fendilhamento do bloco e escoamento da armadura dos



**Figura 1**

Principais dimensões (em cm) dos modelos experimentais de blocos sobre estacas

**Tabela 2**

Resumo das armaduras dos modelos experimentais

Série	Modelo	Pilares		Blocos		Estacas	
		Armadura longitudinal	Estribos	Armadura do tirante	Estribos (verticais e horizontais)	Armadura longitudinal	Estribos
CC1	B110P125R1	4 $\phi$ 8,0	$\phi$ 5,0 c/2cm	4 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c/10cm	4 $\phi$ 10,0	$\phi$ 5,0 c/4cm
CC0	B110P125R25	4 $\phi$ 12,5	(fretagem)				
CA1N	B110P125R4	4 $\phi$ 16,0	$\phi$ 5,0 c/4cm				
CA0N	B115P250R1	6 $\phi$ 8,0	$\phi$ 5,0 c/2cm	4 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c/10cm	4 $\phi$ 10,0	$\phi$ 5,0 c/4cm
CA1R	B115P250R25	8 $\phi$ 12,5	(fretagem)				
CA0R	B115P250R4	8 $\phi$ 16,0	$\phi$ 5,0 c/4cm				
CC1	B120P375R1	10 $\phi$ 8,0	$\phi$ 5,0 c/2cm	6 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c/10cm	4 $\phi$ 10,0	$\phi$ 5,0 c/4cm
CC0	B120P375R25	10 $\phi$ 12,5	(fretagem)				
CA1N	B120P375R4	10 $\phi$ 16,0	$\phi$ 5,0 c/4cm				
CA0N	B127P500R1	14 $\phi$ 8,0	$\phi$ 5,0 c/2cm	5 $\phi$ 16,0	$\phi$ 6,3 c/10cm	4 $\phi$ 16,0	$\phi$ 5,0 c/4cm
CA1R	B127P500R25	14 $\phi$ 12,5	(fretagem)				
CA0R	B127P500R4	14 $\phi$ 16,0	$\phi$ 5,0 c/4cm				

tirantes; os ganchos dos tirantes apresentaram tensões pequenas nos blocos sobre duas e três estacas; o Método de Bielas e Tirantes é o que mais se aproxima do comportamento estrutural dos blocos sobre estacas.

Pode-se constatar que as pesquisas com blocos sobre estacas tem avançado no Brasil contribuindo assim com os critérios de projeto para blocos sobre estacas.

### 3. Materiais e programa experimental

Neste item é descrito o projeto, a construção dos modelos e a descrição dos ensaios realizados. Inicialmente foi feita a análise dos materiais aço e concreto. Posteriormente, foram projetados, construídos e ensaiados doze modelos de blocos sobre duas estacas em escala 1:2, não consideranodo as abas laterais, normalmente feitas em blocos, para melhor compreensão das deformações nas

faces do concreto. Esta etapa foi realizada no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

#### 3.1 Concepção e projeto dos modelos experimentais

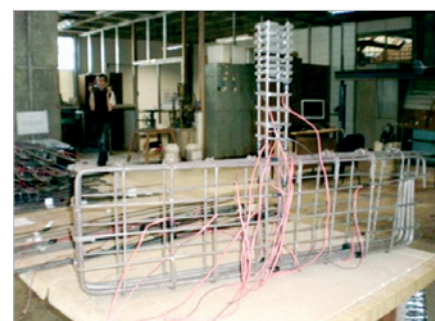
A ideia inicial foi estudar blocos sobre estacas nos casos de pilares com áreas das seções transversais diferentes. Por meio da revisão bibliográfica notou-se que não haviam estudos experimentais que relacionassem a taxa de armadura do pilar com a transmissão das forças no bloco e a influência desses fatores nas armaduras principais (tirantes) dos blocos. Assim, adotaram-se modelos com pilares com medidas das seções transversais de 12,5 cm x 12,5 cm, 12,5 cm x 25,0 cm, 12,5 cm x 37,5 cm e 12,5 cm x 50,0 cm. As taxas de armaduras dos pilares adotadas foram adotadas iguais a



Fôrmas



Instrumentação de armaduras



Montagem das armaduras

**Figura 2**

Etapas iniciais da construção dos modelos experimentais



Moldagem das estacas



Montagem das armaduras dos blocos nas fôrmas



Concretagem dos blocos

### Figura 3

Etapas da construção dos modelos experimentais

1 %, 2,5 % e 4 %, totalizando 12 diferentes tipos de pilares. Para não haver grande variedade de modelos buscou-se adotar a mesma altura para todos os blocos e o mesmo ângulo de inclinação das bielas comprimidas. O dimensionamento dos modelos reduzidos foi feito a partir das medidas em tamanho real, considerando-se a escala geométrica 1:2.

O nome escolhido para os modelos que ficaram divididos em quatro diferentes séries foi baseado na distância entre os eixos das estacas (variou-se esta distância para manter o mesmo ângulo de inclinação), na medida da seção do pilar na direção do eixo que contém as estacas, e nas taxas adotadas de armadura do pilar. Por exemplo, o modelo B110P125R1, B110 refere-se a bloco com distância de 1,10 m entre eixos de estacas, P125 pilar com aresta de 12,5 cm e R1 refere-se a taxa de armadura de 1%. As principais medidas dos modelos são mostradas na Tabela 1.

Todos os pilares foram construídos com 35 cm de altura, os blocos

tinham 40 cm de altura e as estacas 40 cm de altura. Para todas as estacas adotou-se uma seção transversal quadrada de 12,5 cm x 12,5 cm. A Figura 1 também mostra as principais medidas dos modelos de blocos sobre estacas.

Para o projeto dos blocos e pilares adotou-se a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) de 25 MPa, para as estacas consideraram-se  $f_{ck} = 50$  MPa e as barras de aço foram da categoria CA-50 ( $f_{yk} = 500$  MPa). Por se tratarem de modelos experimentais não foram adotados coeficientes de segurança nos projetos dos pilares e blocos, eles foram considerados apenas no projeto das estacas. A justificativa para adoção desses parâmetros foi possibilitar que durante o ensaio não ocorresse ruína prematura das estacas. Para o dimensionamento dos modelos utilizaram-se o método de Blévoit & Frémy [2], as recomendações da ABNT NBR 6118:2007 [5] e Fusco [3]. Um resumo das armaduras calculadas é mostrado na Tabela 2.



Máquina Instron 8506



Modelo posicionado para o ensaio

### Figura 4

Equipamentos para ensaio

Para ancoragem das barras de armadura do tirante adotou-se o procedimento proposto por Burke [12]. O efeito favorável da compressão das bielas foi considerado por meio do aumento da resistência de aderência. O ponto de início de ancoragem das barras foi considerado no plano que contém o eixo da estaca (perpendicular ao bloco).

### 3.2 Construção dos modelos

A primeira etapa da construção dos modelos de blocos foi a montagem das fôrmas em madeira compensada plastificada de 15 mm de espessura. Na sequência foram feitas as análises dos materiais utilizados, concreto e o aço.

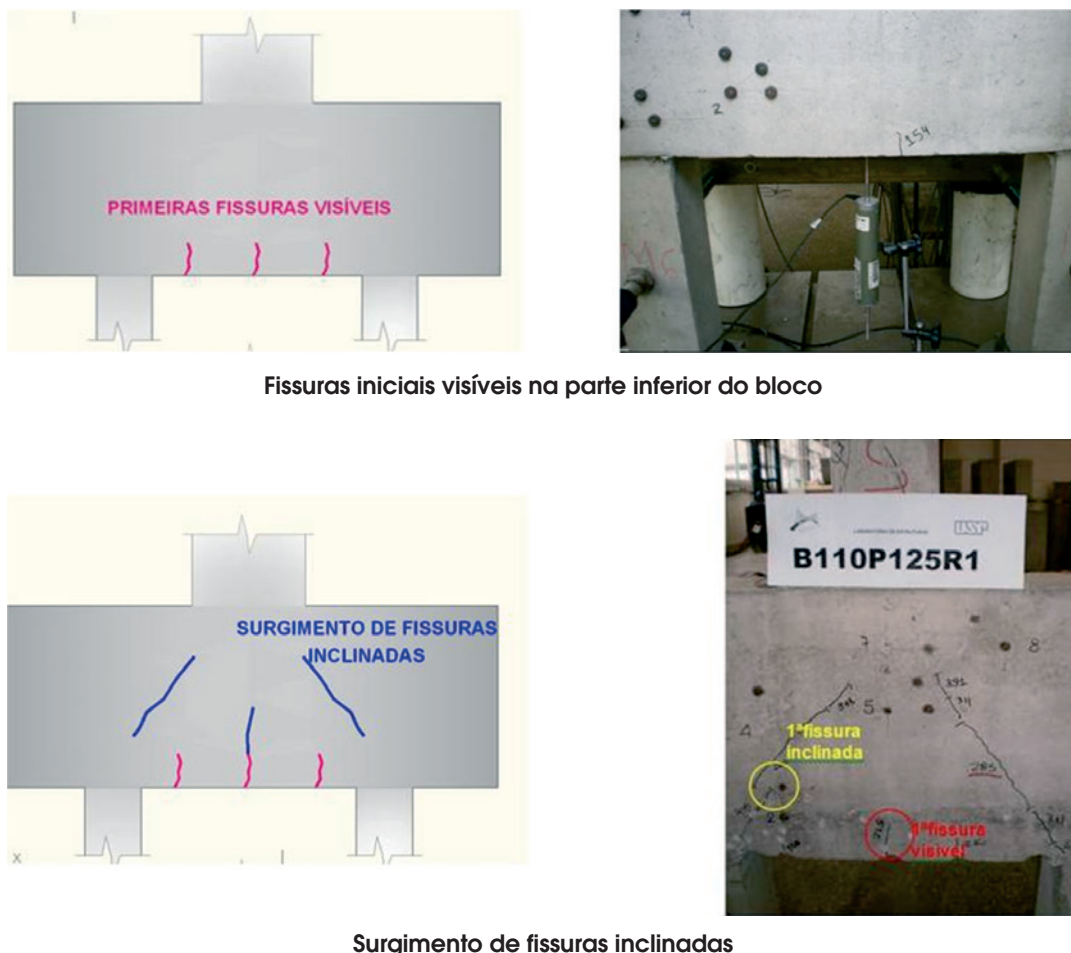
Foram utilizadas resistências característica à compressão do concreto diferentes na construção dos modelos. Para blocos e pilares foi utilizado concreto usinado com resistência característica à compressão de 25 MPa. Para as estacas, o concreto com resistência característica à compressão de 50 Mpa foi feito no Laboratório de Estruturas da EESC-USP, por se tratar de pequena quantidade. Para as armaduras foram utilizadas barras de aço CA-50 com diâmetros nominais de 6,3 mm, 8,0 mm, 10,0 mm, 12,5 mm

e 16,0 mm, e fios de aço CA-60 de diâmetro de 5,0 mm. As deformações nas barras da armadura foram medidas com a utilização de extensômetros elétricos posicionados nas barras da armadura de tração dos blocos, anteriormente à etapa de concretagem dos modelos.

A Figura 2 mostra as etapas iniciais de construção dos modelos. A concretagem dos modelos de blocos sobre duas estacas foi feita em duas etapas. Primeiramente foram concretadas as estacas e posteriormente os blocos-pilares. A Figura 3 mostra as etapas finais de construção dos modelos experimentais.

### 3.3 Equipamentos, instrumentos e materiais para o ensaio

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Estruturas da EESC-USP. O principal equipamento utilizado foi a máquina Instron 8506 com capacidade nominal de força de 2500 kN, a possibilidade de utilizar esta máquina se deu por se ensaiarem modelos reduzidos na escala 1:2. Para a aquisição dos dados utilizou-se um sistema computadorizado System 500. A Figura 4 mostra detalhes dos equipamentos.



Fissuras iniciais visíveis na parte inferior do bloco

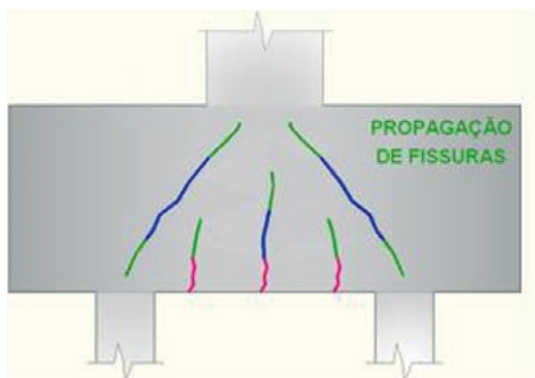
Surgimento de fissuras inclinadas

Figura 5

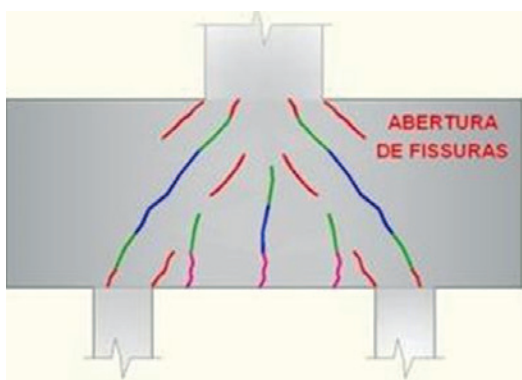
Evolução das fissuras nos modelos de blocos sobre duas estacas

Foram utilizados ainda duas células de carga com capacidade de 2000 kN para a medidas das forças nas estacas. Para as medidas dos deslocamentos na base e nas laterais dos modelos foram

utilizados cinco transdutores. Foi utilizada ainda a máquina Ele-Autotest 2000 para ensaio de corpos de prova, na fase de análise dos materiais.



Propagação de fissuras inclinadas



Abertura de fissuras inclinadas até a ruína

**Figura 6**  
Configuração da fissuração nos modelos ensaiados

**Tabela 3**  
Força última x Força que provoca primeira fissura

Série	Modelo	$F_u$ (kN)	$F_r$ (kN)	$F_r / F_u$ (%)
B110	B110P125R1	431,11	225,00	52,2
	B110P125R25	577,08	198,00	34,3
	B110P125R4	590,73	240,00	40,6
B115	B115P250R1	712,67	158,00	22,2
	B115P250R25	736,02	148,00	20,1
	B115P250R4	763,64	154,00	20,2
B120	B120P375R1	850,78	235,00	27,6
	B120P375R25	807,13	198,00	24,5
	B120P375R4	924,26	201,00	21,7
B127	B127P500R1	1028,30	276,00	26,8
	B127P500R25	979,88	247,00	25,2
	B127P500R4	969,35	185,00	19,1



**Tabela 4**

Forças últimas teóricas x Forças últimas experimentais

Série	Modelo	$F_{u,exp}$	$F_{u,teo}$	$F_{u,teo} / F_{u,exp}$
B110	B110P125R1	431,11	299,67	0,70
	B110P125R25	577,08	299,67	0,52
	B110P125R4	590,73	299,67	0,51
B115	B115P250R1	712,67	609,73	0,86
	B115P250R25	736,02	609,73	0,83
	B115P250R4	763,64	609,73	0,80
B120	B120P375R1	850,78	620,23	0,73
	B120P375R25	807,13	620,23	0,77
	B120P375R4	924,26	620,23	0,67
B127	B127P500R1	1028,3	630,83	0,61
	B127P500R25	979,88	630,83	0,64
	B127P500R4	969,35	630,83	0,65

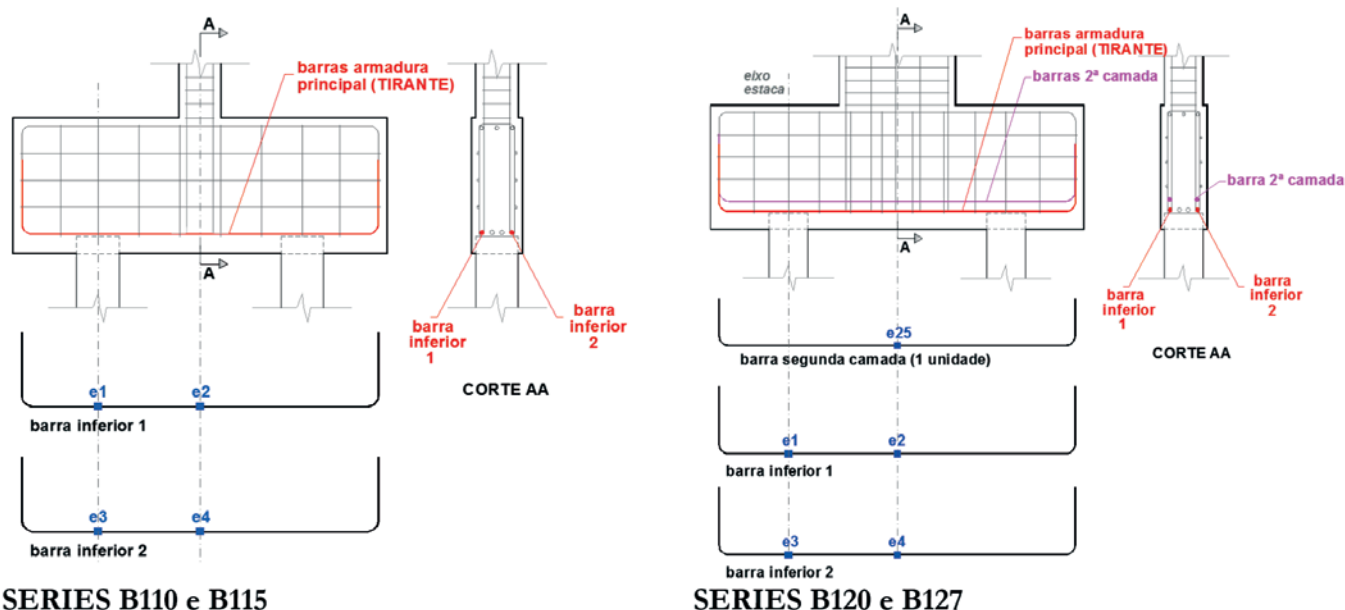
#### 4. Apresentação dos resultados

Os resultados experimentais mostrados procuram avaliar a forma de ruína dos blocos analisados e a influência das variações das medidas dos lados maiores e das taxas de armaduras longitudinais dos pilares nas deformações das barras da armadura principal de tração dos blocos. Dados adicionais podem ser obtidos em Munhoz [13].

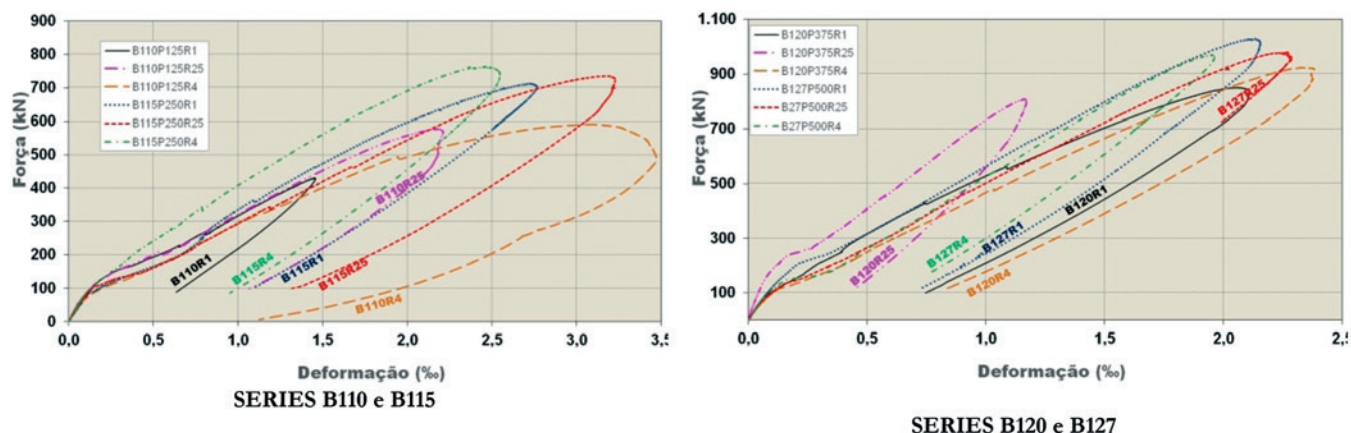
##### 4.1 Descrição dos ensaios

Os modelos foram ensaiados com equipamento que aplicava força

na face superior do pilar por meio de um pistão controlado por deslocamento. A velocidade de deslocamento do pistão foi de 0,002 mm/s. Todos os modelos tiveram comportamento semelhante durante os ensaios. De forma geral a configuração de fissuras tinha a evolução semelhante em todos os modelo. As primeiras fissuras surgiram na parte inferior dos blocos, com o aumento das forças surgiram fissuras inclinadas na face lateral do bloco, na direção do pilar e estaca, estas fissuras inclinadas evoluíram em comprimento e abertura até a ruína dos modelos. As Figuras 5 e 6 mostram como se deu a evolução da fissuração nos modelos ensaiados. Em todos os modelos após a ruína observou-se a formação de um



**Figura 7**  
Posições dos extensômetros nas armaduras do tirante



**Figura 8**  
Deformações médias medidas no centro do tirante

arco, delineando a trajetória do fluxo de tensões de compressão. De forma geral não ocorreu fissuração nas regiões localizadas nas bordas superiores e nos cantos. Nos modelos da série B127 foi observado que na região logo abaixo do pilar há uma região íntegra, mais acentuada, sem formação de fissuras.

#### 4.2 Análise das aberturas de fissuras e forças de ruína

Durante os ensaios foram registradas as forças que provocaram as primeiras fissuras além do acompanhamento das aberturas. As aberturas das fissuras nos modelos de blocos ensaiados tiveram valores entre 0,5 mm e 0,8 mm, considerando a etapa final da força. A ABNT NBR 6118:2007 [5] preconizava valores limites de aberturas até 0,40 mm, estrutura em serviço, com finalidade de proteção das

barras da armadura contra corrosão. Neste estudo os cobrimentos foram menores do que o recomendado pela norma já que não existe a aba lateral comum ao tipo de elemento. Importante salientar que os valores máximos apresentados são da estrutura na situação de ruína. Outro dado importante com relação às aberturas das fissuras é o índice que indica a porcentagem de força em que ocorreu a primeira fissura ( $F_f$ ), comparada à força última ( $F_u$ ) do modelo. Esses dados são mostrados na Tabela 3.

É possível analisar na Tabela 3 que os modelos da série B110, com pilares de seções quadradas, apresentaram a primeira fissura mais tardiamente. Os demais modelos apresentaram a primeira fissura com valores entre 20% a 27% da força última (de ruína efetiva). As forças últimas teóricas foram calculadas utilizando o método de Blévyot & Frémy [2], primeiramente utilizando as expressões 1 (resistência limite na região nodal superior) e 2 (resistência limite

**Tabela 5**  
Força última experimental x Deformações médias nas barras de armadura do tirante

Modelo	Força última experimental (kN)	Deformação média e1 e e3 (%)	Deformação média e2 e e4 (%)
B110P125R1	431,11	0,55	1,45
B110P125R25	577,08	1,31	2,18
B110P125R4	590,73	1,28	3,10
B115P250R1	712,67	1,12	2,71
B115P250R25	736,02	1,30	3,19
B115P250R4	763,64	1,48	2,46
B120P375R1	850,78	0,96	2,06
B120P375R25	807,13	0,80	2,32
B120P375R4	924,26	1,13	2,32
B127P500R1	1028,30	0,29	2,13
B127P500R25	979,88	0,76	2,27
B127P500R4	969,35	0,73	1,95

**Tabela 6**

Forças  $R_{st}$  calculadas nas barras de armadura do tirante

Série	Modelo	$R_{st,exp}$ (kN)	$R_{st,efe,teo}$ (kN)
B110	B110P125R1	143,90	279,21
	B110P125R25	215,77	
	B110P125R4	306,53	
B115	B115P250R1	268,59	279,21
	B115P250R25	316,21	
	B115P250R4	243,83	
B120	B120P375R1	290,23	418,81
	B120P375R25	315,50	
	B120P375R4	320,92	
B127	B127P500R1	388,52	577,97
	B127P500R25	417,76	
	B127P500R4	357,89	

na região nodal inferior) igualando-se as tensões nas bielas junto ao pilar e junto às estacas.

$$\sigma_{zn,s} = \frac{F_{teo,p}}{A_p \cdot \sin^2 \theta} = f_{ck} \quad (1)$$

$$\sigma_{zn,i} = \frac{F_{teo,e}}{2 \cdot A_e \cdot \sin^2 \theta} = f_{ck} \quad (2)$$

Onde  $A_p$  é definida como a área da seção transversal do pilar,  $A_e$  é área da seção transversal da estaca,  $F_{teo,e}$  é a força teórica na estaca,  $F_{teo,p}$  é definida como a força teórica de compressão aplicada no pilar,  $\sigma_{zn,s}$  é a tensão na zona nodal superior e  $\sigma_{zn,i}$  é definida como a tensão na zona nodal inferior.

As forças teóricas previstas, utilizando as expressões (1) e (2), foram calculadas, inicialmente, prevendo-se uma resistência característica do concreto à compressão de 25 MPa. A resistência média à compressão do concreto foi de 33,85 MPa, utilizado nos modelos de blocos sobre estacas, e, considerando que se deve multiplicar por 0,9 esta resistência para que haja equivalência entre a resistência medida por ensaios de corpos-de-prova e a resistência da estrutura, calcula-se a resistência média à compressão do concreto igual a 30,47 MPa. O coeficiente 0,90 considera a resistência medida em corpos-de-prova cilíndricos de 10cm x 20cm em relação à resistência do concreto no elemento estrutural. Considerando-se ainda que a força última teórica deve ser a menor força entre a determinada com os critérios de verificação das resistências das regiões da estaca ( $F_{teo,e}$ ) e a do pilar ( $F_{teo,p}$ ), apresenta-se na Tabela 4 uma análise comparativa entre as forças últimas experimentais e teóricas.

Nos modelos da série B110 é possível analisar, na Tabela 4, que com o aumento da taxa de armadura nos pilares houve um aumento na força última experimental. Nos modelos da série B115 e B120 a maior força última também foi alcançada pelos mode-

los com maiores taxas de armaduras nos pilares, nos modelos B115P250R4 e B120P375R4. Fazendo a mesma análise para série B127, a maior força última ocorreu no modelo com menor taxa de armadura, o modelo B127P500R1, isto ocorreu, provavelmente devido a influência das diferentes taxas de armadura.

Com exceção do modelo B110P125R1, que teve ruína prematura do pilar, os modelos da série B110 foram os que apresentaram os menores valores da relação  $F_{u,teo} / F_{u,exp}$ . Todos os modelos apresentaram força última experimental maior que a força última teórica.

### 4,3 Deformações medidas nas barras das armaduras do tirante

As deformações nas barras das armaduras do tirante dos blocos sobre duas estacas foram medidas por meio de extensômetros elétricos. Foram instrumentadas duas barras, conforme figura 7, e os extensômetros foram colados nas seções coincidentes com o centro do bloco (e2 e e4) e na posição que coincide com eixo da estaca (e1 e e3). A ideia foi instrumentar apenas um lado do bloco, considerando-se a simetria do modelo.

A escolha dos pontos da instrumentação teve o objetivo de permitir o cálculo da tensão nas barras das armaduras do tirante, possibilitando analisar os resultados experimentais e os teóricos. Os blocos das séries que foram projetados com armadura na segunda camada, série B120 e B127, também tiveram uma das barras da segunda camada instrumentada na posição central (e25).

Os extensômetros 1, 2, 3 e 4 localizados na mesma posição, mas em barras diferentes, apresentaram desempenho semelhante das barras, podendo-se considerar que todas as barras estavam com a mesma deformação nas posições equivalentes. Com isso pode-se usar a deformação média entre e1 e e3 e e2 e e4 e fazer uma análise comparativa entre os modelos da mesma série. Os gráficos das médias das deformações medidas nos extensômetros e2 e e4 (posição central) são mostrados na Figura 8.

Analisando-se as deformações médias no centro das barras do tirante pode-se verificar que nos blocos da série B110 houve um aumento na deformação com o aumento da taxa de armadura do pilar. Já nos modelos da série B115 a maior deformação ocorreu no bloco com taxa de 2,5% de armadura do pilar, B115P250R25. Nas séries B120 e B127 os valores da deformação medidas na seção transversal analisada são bem semelhantes em todos os modelos, ou seja, o aumento na deformação não foi significativo com o aumento da taxa de armadura do pilar.

A Tabela 5 apresenta os valores das médias das deformações medidas pelos extensômetros referentes as etapas de força última experimental. Na tabela 5 são apresentados os valores das deformações médias medidas no centro das barras de armadura do tirante (e2 e e4) e nas seções que contém os eixos das estacas (e1 e e3). O objetivo de se utilizar estes extensômetros nas posições que coincidem com os eixos das estacas foi verificar como as barras se deformam ao longo do seu comprimento. Na maioria dos modelos observou-se que esta deformação tem valor próximo de 1‰, sendo este valor é menor que o valor da deformação média no escoamento, mas sendo um valor bem diferente de zero, o que significa que tem que se prever ancoragem em gancho destas barras.

#### 4.4 Estimativa da força no tirante

Por meio das deformações medidas com os extensômetros elétricos, localizados nas barras de aço da armadura principal de tração, foi possível fazer uma estimativa da força no tirante ( $R_{st,exp}$ ). Considerando-se que todas as barras de armadura da seção estejam submetidas a mesma tensão (foram instrumentadas duas das quatro barras de armadura) foi feito uma média entre os extensômetros e calculada a força experimental  $R_{st,exp}$ . Os valores últimos das forças ( $R_{st,exp}$ ) estimadas com as deforma-

ções das barras da armadura, registradas pelos extensômetros e2 e e4 são mostrados na Tabela 6. Para este cálculo utilizou-se os módulos de elasticidade, obtidos por meio do ensaio das barras de armadura, sendo os valores médios de 198,02 GPa obtidos para as barras de diâmetro de 12,50 mm (modelos da série B110, B115 e B120); e 202,56 GPa para as barras de 16mm (modelos B127). Os valores das forças utilizadas no projeto dos modelos, também são mostrados na Tabela 6, o valor teórico da força efetiva de projeto ( $R_{st,efe,teo}$ ) foi calculada para uma resistência média à compressão do concreto de 30,47 MPa, e resistência média de escoamento das barras de aço de 558,41 MPa.

Conforme mostrado na Tabela 6 os valores das forças experimentais calculadas nos tirantes se modificaram com a variação das taxas de armaduras nos pilares. Fazendo-se uma análise comparativa entre as forças experimentais estimadas com as deformações das barras e a força efetiva teórica calculada pelo Método de Blévet e Frey (1967), nos modelos da série B110 apenas o modelo B110P125R4 apresentou força maior do que a teórica. Para os modelos da série B115, apenas o modelo B115P250R25 teve a força experimental no tirante maior do que a teórica. Nos modelos da série B120 e B127 os valores experimentais, em todos os modelos, foram menores.

#### 4.5 Parâmetros de resistência para região nodal inferior determinados experimentalmente

O dimensionamento das bielas de compressão, consideradas em um modelo de cálculo, está intimamente ligado ao modo como as tensões de compressão são distribuídas no elemento estrutural. Nos modelos experimentais estudados com relação a investigação das deformações na face do bloco não foi possível definir um parâmetro de resistência das bielas. Mas foi possível constatar que em alguns modelos ocorreu a ruína por ruptura do concreto na região da biela

**Tabela 7**

Tensões nas regiões nodais inferiores

Modelo	Reação na estaca (kN)	Tensão efetiva (MPa)	Tensão efetiva / $f_c$	$\theta_{exp}$	Tensão biela (MPa)	Tensão biela / $f_c$
B110P125R1	236,00	15,10	0,50	56,30	12,57	0,41
B110P125R25	286,01	18,30	0,60	53,20	14,66	0,48
B110P125R4	308,13	19,72	0,65	43,90	13,67	0,45
B115P250R1	356,34	22,81	0,75	53,00	18,21	0,60
B115P250R25	375,37	24,02	0,79	49,30	18,21	0,60
B115P250R4	402,27	25,75	0,84	57,40	21,69	0,71
B120P375R1	436,90	27,96	0,92	55,70	23,10	0,76
B120P375R25	436,24	27,92	0,92	51,90	21,97	0,72
B120P375R4	466,33	29,85	0,98	55,20	24,51	0,80
B127P500R1	519,31	33,24	1,09	52,90	26,51	0,87
B127P500R25	494,76	31,66	1,04	49,60	24,11	0,79
B127P500R4	493,22	31,57	1,04	53,60	25,41	0,83

Observação:  $f_c = 0,9 \cdot f_{cm}$

**Tabela 8**

Resumo das principais influências da variação de taxa de armadura dos pilares

Modelo	Pilares		Influência dos valores de taxa de armadura dos pilares
	Medidas da seção (cm)	Taxa de armadura (%)	
B110P125R1	12,5x12,5	1,0	Taxa maior de armadura apresentou maior força última experimental Taxa maior de armadura apresentou deformação maior na posição central da armadura do tirante
B110P125R25		2,5	
B110P125R4		4,0	
B115P250R1	12,5x25,0	1,0	Taxa maior de armadura apresentou maior força última experimental Taxa maior de armadura apresentou deformação menor na posição central da armadura do tirante
B115P250R25		2,5	
B115P250R4		4,0	
B120P375R1	12,5x37,5	1,0	Taxa maior de armadura apresentou maior força última experimental Taxa de armadura do pilar teve influencia pequena na deformação da armadura do tirante
B120P375R25		2,5	
B120P375R4		4,0	
B127P500R1	12,5x50,0	1,0	Taxa menor de armadura apresentou maior força última experimental Taxa maior de armadura apresentou deformação menor na posição central da armadura do tirante
B127P500R25		2,5	
B127P500R4		4,0	

**Observação:** em todos os modelos as deformações das armaduras na posição do eixo das estacas foi menor para pilares com menor taxa de armadura.

de compressão. Portanto, como parâmetro de resistência adota-se valores menores do que a resistência à compressão do concreto.

A tensão na região nodal inferior deve ser verificada na região em que a armadura do tirante é interceptada pela biela de compressão, perpendicular a largura da biela. Os parâmetros limites para tensões nessa região envolvem o ângulo de inclinação das bielas, portanto, defini-los com base nos resultados experimentais encontrados não seria uma boa alternativa, já que nos blocos estudados procurou-se manter o mesmo ângulo de inclinação das bielas.

Para definição dos parâmetros de resistência, nesta pesquisa as tensões nas zonas nodais inferiores (estacas) foram obtidas em cada modelo, considerando a última etapa de força (Fu), e considerando ainda, a maior reação obtida nas estacas.

Para o cálculo das tensões nas zonas nodais inferiores primeiramente calculou-se uma tensão efetiva, considerando a área da estaca de 156,25 cm<sup>2</sup>; calculou-se, ainda, uma tensão na biela, considerando a área da estaca projetada em um plano inclinado, a inclinação foi adotada em conformidade com o ângulo  $\theta_{exp}$ , calculado com valores experimentais de deformações nos tirantes. As tensões calculadas foram relacionadas com a resistência média à compressão do concreto  $f_c$  (calculada com valores experimentais) multiplicada por 0,9 (coeficiente que leva em consideração as relações entre as resistências obtidas nos corpos-de-prova e a real que atua no concreto da estrutura). Essas relações e os valores das tensões nas regiões nodais inferiores são mostrados na tabela. Com base nos valores da tabela 7 as tensões nodais na região da estaca foram maiores nos modelos da série B127. Fazendo uma análise comparativa entre os modelos da mesma série, pode-se dizer que para as séries B110, B115 e B120 as maiores tensões nas regiões nodais ocorreram para os modelos com maiores taxas de armadura geométrica no pilar (B110P125R4, B115P250R4,

B120P375R4), na série B127 o maior valor de tensão ocorreu para o modelo B127P500R1 (menor taxa geométrica).

Nos modelos na série B127 as relações entre a tensão efetiva e a resistência média do concreto à compressão foram maiores do que os recomendados, fato que constata que pode ter havido ruptura do concreto nessa região. Na série B120 esse valor foi próximo de um e nas demais séries os valores foram bem abaixo comprovando que não houve ruptura do concreto nessa região.

## 5. Discussão dos resultados

Inicialmente apresenta-se uma tabela com um resumo das principais influências dos valores de taxa de armadura de pilares, no funcionamento dos modelos de blocos analisados.

Analisando as deformações nas armaduras dos tirantes nas seções centrais, pode-se dizer, com exceção dos modelos da série B110 e B120, que as deformações médias últimas foram maiores nos modelos com menor taxa de armadura geométrica no pilar. Nos modelos da série B120 um dos extensômetros foi danificado, prejudicando a análise.

As deformações medidas na armadura longitudinal de tração do bloco, na seção que contem o eixo da estaca, parece haver uma grande influência da seção do pilar pois, nos modelos da série B127 a redução da deformação ao longo da barra de armadura foi menor nos modelos com maior taxa de armadura no pilar.

Essas constatações levam a algumas conclusões a respeito da ancoragem das barras das armaduras principais de tração nos blocos sobre duas estacas. Alguns autores sugerem que o ponto de início de ancoragem das barras é a partir do centro da estaca, e outros, admitem que este ponto está localizado no plano tangente interno à estaca. O valor da força a ancorar é considerado em al-

guns métodos igual a força calculada no tirante e outros sugerem a minoração desta força já que existe o efeito favorável da biela de compressão melhorando as condições de ancoragem. Pode-se dizer que nos projetos de blocos sobre estacas são adotadas considerações práticas, além disso, não há consenso sobre o que se adotar e como se projetar. Considerando as análises feitas neste artigo sugerem-se que as barras da armadura principal sejam sempre ancoradas com ganchos nas extremidades nos casos de blocos que recebem pilares de seção retangular alongada.

Com relação aos parâmetros de resistência nas regiões nodais inferiores, as relações obtidas, entre a tensão na biela na zona nodal inferior, e a resistência média do concreto não excederam o valor de 0,87. Esse valor é 62% menor do que aquele sugerido por alguns autores, que indicam a consideração de um coeficiente de 1,4, para blocos sobre duas estacas, multiplicando  $0,85f_{cd}$  para definição da tensão limite junto a estaca.

Os valores dos parâmetros de resistência estimados com dados experimentais, para regiões nodais inferiores (região da estaca), demonstram diferenças significativas entre pilares de seção quadrada e pilares de seção retangular. De forma geral as relações para pilares de seção quadrada os parâmetros são menores. Não há uma influência significativa das diferentes taxas de armaduras de pilares nesses parâmetros. Fazendo uma análise comparativa entre os valores experimentais e os parâmetros sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014 [1] e considerando que nos valores experimentais não há coeficientes de segurança, pode-se dizer que as menores relações estimadas experimentalmente são próximas dos valores sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014 [1]. Com esta análise fica evidente que há influência da seção dos pilares alongados na resistência das regiões nodais inferiores.

## 6. Conclusão

Por meio dos resultados obtidos neste artigo foi possível analisar a influência das seções de pilares quadrada e retangular e a influência de diferentes taxas de armadura longitudinal de pilares nas armaduras de tração de blocos sobre duas estacas.

A análise dos resultados corroborou com o Método de Fusco [3], já que demonstram que a seção dos pilares e as diferentes taxas de armadura influenciam o comportamento do bloco sobre duas estacas. Conclui-se que as forças última experimentais nas barras da armadura principal dos blocos ocorreram nas regiões centrais, e, nas seções transversais coincidentes com os planos que contêm os eixos das estacas apresentaram forças menores. Esse fato pode ser entendido como a influência dos campos de tensão de compressão na distribuição de tensões de tração nessas regiões. Nos modelos com pilares retangulares alongados essa redução foi menor. Esse fato demonstrou que a seção transversal dos pilares influencia nas solicitações do tirante. Sugere-se, portanto, que as barras da armadura do tirante, nesses casos, devem ser ancoradas com gancho.

Ficou mostrado ainda que as deformações nas barras de armaduras do tirante são reduzidas da seção central para as seções que contêm o eixo da estaca. Esta redução é menor em modelos com pilares de seção retangular alongada e com grandes taxas de armadura, portanto, a redução de comprimentos de ancoragem e a não previsão de ganchos na armadura principal do tirante pode

ser uma ideia equivocada, ou deve ser analisada com mais critério em cada caso.

Nas análises realizadas também se comprovou a influência das seções de pilares e das taxas de armadura nas tensões que limitam as zonas nodais do modelo, sendo possível a adoção de critérios que levem isso em conta.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro e ao Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP pela possibilidade de realizar a pesquisa.

## 8. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto- Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [2] BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. Semelles sur piex. *Annales d'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, Paris, v. 20, n. 230, 1967, p. 223-295, fev.
- [3] FUSCO, P. B. Técnica de armar as estruturas de concreto. São Paulo, Editora Pini Ltda, 1994.
- [4] COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP, Recommendations particulières na calcul et à l'execution des semelles de fundations. *Bulletin D'Information*. Paris, n. 73, 1970.
- [5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2007 – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2007.
- [6] COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN - EHE: Instrucción Española de Hormigón Armado. Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones, Madrid, 2008.
- [7] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI 318-08 – Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, Farmington Hills, USA, 2008.
- [8] MIGUEL, G. M. Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, Brasil, 2000.
- [9] SOUZA, R. A. Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades. Tese de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2004.
- [10] DELALIBERA, R. G. Análise experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e excêntrica. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, Brasil, 2006.
- [11] BUTTIGNOL, T. E. T. Análise Computacional de Blocos sobre Estacas. Campinas. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2011.
- [12] BURKE JUNIOR., J. U. (1978). Blocos rígidos sobre apoios diretos. São Paulo, Maubertec, 1978.
- [13] MUNHOZ, F. S. Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, Brasil, 2014.