

Computational algorithm for the verification of reinforced concrete sections in fire situation

Algoritmo computacional para verificação de seções de concreto armado em situação de incêndio



E. P. G. PADRE ^a
elderpadre@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9650-7284>

J. C. L. RIBEIRO ^a
jcarlos.ribeiro@ufv.br
<https://orcid.org/0000-0003-4069-7001>

R. C. S. S. ALVARENGA ^a
in memorian

R. C. SILVA ^a
recsilva@ufv.br
<https://orcid.org/0000-0003-4908-9555>

Abstract

Reinforced concrete structures may have reduced strength due to the degradation of their mechanical properties by temperature. This can increase the risk of structural collapses. Thus, the structural design should consider its behavior at room temperature and in fire situation (ABNT NBR 14432:2001). This study presents the development of an algorithm to verify the strength of any reinforced concrete sections subjected to unsymmetrical bending at room temperature and in fire situation. For this purpose, a stress integration algorithm was implemented from the strain profile of the section according to ABNT NBR 15200:2012, linked to a finite element mesh generator and a thermal analysis algorithm. For validation of the developed program, called Pisafo, the results obtained were compared with those in the technical literature: obtained in experiments (with differences of up to 28.5%) and with recognized software solutions (with differences of up to -14.8%). The largest variations in relation to the experiments can be attributed to the differences between the thermal properties of the concrete in the experiments with those prescribed in the technical standards used by the program and the non-consideration of spalling in the computational analysis.

Keywords: reinforced concrete, fire, design, unsymmetrical bending, computational algorithm.

Resumo

As estruturas de concreto armado podem ter sua capacidade resistente reduzida devido à degradação de suas propriedades mecânicas com a temperatura, aumentando o risco de colapsos estruturais. Assim, o dimensionamento de uma estrutura deve considerar seu comportamento em temperatura ambiente e em situação de incêndio (ABNT NBR 14432:2001). Neste trabalho, apresenta-se o desenvolvimento de um algoritmo para verificação da resistência de seções quaisquer de concreto armado à flexão composta oblíqua em temperatura ambiente e em incêndio. Para isso, implementou-se um algoritmo integrador de tensões a partir do perfil de deformações da seção segundo a ABNT NBR 15200:2012, vinculado com um gerador de malhas de elementos finitos e com um algoritmo de análise térmica. Na validação do programa desenvolvido, denominado Pisafo, compararam-se os resultados obtidos com os apresentados na literatura: obtidos em experimentos, com diferenças de até 28,5%, e com programas consagrados, com diferenças de até -14,8%. As maiores variações em relação aos experimentos podem ser atribuídas às diferenças entre as propriedades térmicas do concreto nos experimentos com as prescritas em normas utilizadas no programa e à não consideração do *spalling* na análise computacional.

Palavras-chave: concreto armado, incêndio, verificação, flexão composta oblíqua, algoritmo computacional.

^a Federal University of Viçosa, Department of Civil Engineering, Viçosa, MG, Brazil.

1. Introdução

De acordo com Brushlinsky *et al.* [1], no ano de 2014, em 23 países pesquisados, houve um total de 819.265 incêndios registrados em edificações, envolvendo milhares de pessoas feridas e mortas, além de um prejuízo financeiro de milhões de dólares causado pelos incêndios.

Para se evitar maiores perdas materiais e principalmente de vidas, as pesquisas na área de incêndio têm se intensificado cada vez mais. Trabalhos envolvendo experimentos com o objetivo de investigar o comportamento de elementos de concreto armado submetidos a altas temperaturas [2, 3, 4, 5], pesquisas destinadas à análise de problemas térmicos e termomecânicos das estruturas [6, 7, 8, 9], trabalhos que estudaram e forneceram métodos simplificados [10, 11, 12, 13, 14] e alternativos [15, 16, 17] para dimensionamento e verificação de elementos de concreto armado foram realizados nos últimos tempos.

Os trabalhos relativos a dimensionamento até então produzidos se limitaram a analisar seções retangulares de concreto armado em situação de incêndio, compreendendo apenas flexão composta normal. Há, portanto, uma carência no tratamento geral da flexão composta (normal e oblíqua) para sua aplicação em outras seções, como seções T, L e circulares, muito utilizadas atualmente como pilares em edifícios altos.

Para se avaliar uma estrutura em situação de incêndio, deve-se primeiramente compreender as fases do incêndio, geometria do compartimento, tipo de material combustível, tipo de revestimento das alvenarias e o grau de ventilação, conforme Silva [18]. Somente então é possível selecionar uma curva de incêndio [19, 20, 21, 22] adequada à boa simulação da estrutura de concreto armado.

A principal vantagem do concreto armado é que muitos edifícios com esse tipo de estrutura que sofreram graves incêndios puderam ser restaurados e colocados novamente em uso [23], como o edifício do aeroporto de Santos Dumont no Rio de Janeiro - Brasil [24]. Por ter uma transferência de calor lenta, a região interna das seções transversais de concreto armado não alcança as altas temperaturas das faces expostas ao fogo, permanecendo com temperaturas mais baixas e, portanto, maior resistência mecânica

[25]. Esta característica confere um bom grau de reabilitação às estruturas de concreto.

Com relação ao decaimento das propriedades mecânicas do concreto com a temperatura, pode-se atribuir este fato às mudanças físico-químicas na pasta de cimento e nos agregados, e à diferença das deformações térmicas entre esses [26], sendo que os maiores problemas causados na estrutura de concreto armado ocorrem para temperaturas na ordem de 500 °C a 600 °C [27]. É nesse intervalo que o aço das armaduras perde rapidamente sua resistência à tração.

Um fenômeno importante que ocorre em elementos estruturais de concreto armado em situação de incêndio é o *spalling*, que ocasiona perda da área resistente devido à desagregação do concreto [28]. O *spalling* pode ser manifestar na forma de desprendimentos cônicos (*pop-out*), a partir de um agregado, devido às deformações térmicas diferenciais entre esse e a matriz do concreto (Figura 1.a); na forma de desprendimentos do cobrimento (*sloughing*) conforme mostrado na Figura 1.b; ou na forma de estilhaçamento violento (*explosive spalling*), Figura 1.c.

Há diversas causas que influenciam na ocorrência do *spalling*: o teor de umidade, a porosidade e a permeabilidade do concreto, as condições de tensões, o tipo de agregado utilizado no concreto, a seção do elemento, os cobrimentos utilizados e a taxa de aquecimento [29, 30]. Cada fator citado tem suas particularidades e pode atuar aumentando ou diminuindo a probabilidade de ocorrência desse fenômeno no concreto.

Alguns pesquisadores já constataram que o teor de umidade tem grande influência sobre a temperatura interna dos elementos de concreto, além de interferir diretamente na poro-pressão desenvolvida durante o processo de aquecimento [31]. Deeny e seus colaboradores [32] destacam a importância da implementação de modelos higro-termo-mecânicos totalmente acoplados para uma avaliação precisa do *spalling*, mas destacam a grande variabilidade de que os resultados numéricos podem apresentar em relação a dados experimentais.

Assim, ao conhecer os efeitos do fogo, torna-se necessário considerar as mudanças nas propriedades térmicas e mecânicas do concreto e do aço devido ao aumento de temperatura nesses materiais. As propriedades térmicas necessárias para a análise



(a) Desprendimentos cônicos (*pop-out*)



(b) Perda de cobrimento (*sloughing*)



(c) Estilhaçamento violento (*explosive spalling*)

Figura 1
Tipos de lascamento (*spalling*) do concreto

Fonte: www.google.com

térmica dos materiais que compõem o concreto armado são a massa específica, influenciada pela saída de água da matriz do concreto e pela variação de volume devido à expansão do material, o calor específico e a condutividade térmica [29]. Com relação às principais propriedades mecânicas dos materiais que compõem o concreto armado, podem-se citar o módulo de elasticidade, a resistência à tração e à compressão e as relações tensão-deformação [29].

Diante dessa realidade, não foi observado nenhum trabalho sobre o desenvolvimento de um algoritmo dedicado à verificação da resistência de seções quaisquer de concreto armado quando submetidas à flexão composta oblíqua. Assim, este trabalho tem como objetivo apresentar um algoritmo computacional capaz de simular numericamente em 2D a distribuição de temperatura em seções de concreto armado em situação de incêndio, seguindo uma curva de incêndio qualquer (temperatura \times tempo), e verificar a sua resistência quando submetida à flexão composta oblíqua. Além disso, com este algoritmo torna-se possível a elaboração das envoltórias de resistência $M_y \times M_x$, $M_x \times N$ e $M_y \times N$ de seções transversais de concreto para vários tempos de exposição ao fogo.

Ressalta-se que o algoritmo mostrado nesta pesquisa abrange um método alternativo de dimensionamento, não se considerando a influência do *spalling* e das deformações térmicas dos materiais na capacidade resistente dos elementos avaliados.

2. Materiais e métodos

O algoritmo computacional desenvolvido neste trabalho, denominado *Pisafo*, corresponde à análise mecânica, um integrador de tensões a partir do perfil de deformações da seção transversal, diretamente acoplada a um gerador de malhas de elementos finitos e a um algoritmo de análise térmica. Cada um desses módulos é descrito nos itens a seguir.

2.1 Gerador de malhas

Para gerar a malha de elementos finitos, o *Pisafo* utiliza o algoritmo do gerador de malhas *EasyMesh* [33], com seu código convertido de C++ (sua linguagem original) para Delphi, por Bitencourt [34]. O *EasyMesh* é um gerador de malhas bidimensionais *freeware* para elementos triangulares lineares de três nós desenvolvido no MIT. Com ele é possível gerar uma malha não estruturada com ou sem buracos, sendo possível também realizar um refinamento ou engrossamento localizados da malha.

O *EasyMesh* utiliza a triangulação de Delaunay, a suavização de Laplace e possui um método de relaxação para evitar a criação de nós cercados por mais de 7 e menos de 5 elementos.

2.2 Análise térmica

Para a análise térmica, o *Pisafo* utiliza o algoritmo de análise térmica do *Thersys*, desenvolvido também em Delphi por Ribeiro [7]. Esse algoritmo realiza análise térmica transiente e não-linear para elementos bidimensionais e tridimensionais de geometria qualquer, considerando várias curvas de incêndio e as propriedades térmicas dos materiais.

A temperatura dos elementos estruturais é determinada através da formulação diferencial da transferência de calor adaptada para

o Método dos Elementos Finitos, com base em uma curva de incêndio e dependente das condições de contorno.

2.2.1 Mecanismos de transferência de calor

Para a simulação de um incêndio, há uma ação combinada dos três mecanismos de transferência de calor: condução (no domínio), convecção e radiação (no contorno).

a) Condução

Na condução, a energia é propagada devido à agitação molecular dentro de um corpo ou ambiente (sólido, líquido ou gasoso), ou entre corpos diferentes em contato físico. A transferência de calor por condução é dada pela lei de Fourier conforme a Equação (1):

$$\lambda \nabla^2 \theta + Q = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1)$$

onde λ é a condutividade térmica do material (W/(m°C)), ∇ é o operador diferencial (gradiente), θ é a temperatura do material (°C), Q é o fluxo de calor gerado no interior do material (W/m³), ρ é a massa específica do material (kg/m³), c é o calor específico do material (J/(kg°C)), t é o tempo (s) e $\partial\theta/\partial t$ é o gradiente de temperatura no tempo.

b) Convecção

A convecção é um mecanismo de transferência de calor por meio do movimento de um fluido ou entre o mesmo e superfícies sólidas (onde o fluido corresponde aos gases aquecidos e o sólido é o elemento estrutural). Quando as correntes de convecção se formam devido à diferença de densidade (e de temperatura) entre massas de gases, tem-se a convecção natural. Se essas correntes forem causadas por razões externas, considera-se a convecção forçada. O fluxo de calor por convecção é determinado através da lei de arrefecimento de Newton, conforme a Equação (2):

$$q = \alpha_c (\theta_s - \theta_f) \quad (2)$$

sendo q o fluxo de calor por convecção emitido pela superfície por unidade de área (W/m²), α_c o coeficiente de transmissão de calor por convecção (W/(m² °C)), θ_s a temperatura da superfície do sólido (°C) e θ_f a temperatura média do fluido (°C).

c) Radiação

A transferência de calor por radiação ocorre através da propagação de ondas eletromagnéticas devido à difusão das chamas. Como essas ondas podem propagar-se no vácuo, diferentemente da condução e convecção, não é necessário contato entre os corpos. Inclusive, a transmissão de calor por radiação tem sua eficiência máxima no vácuo [8]. O fluxo máximo de calor radiante que pode ser emitido pela superfície é calculado pela Equação (3) desenvolvida através de experimento realizado por Josef Stefan em 1879 e, analiticamente, por Ludwig Boltzmann em 1884, denominada lei de Stefan-Boltzmann:

$$q = \varepsilon_{res} \sigma (\theta_s^4 - \theta_f^4) \quad (3)$$

onde q é a quantidade líquida de calor emitido por radiação (W/m²), ε_{res} é a emissividade resultante da superfície aquecida, σ é a constante de proporcionalidade de Stefan-Boltzmann igual a $5,6697 \times 10^{-8}$ (W/(m²K⁴)), θ_s é a temperatura absoluta da superfície do sólido (Kelvin) e θ_f é a temperatura absoluta média do fluido (Kelvin).

O *Thersys* permite diversas condições de contorno, das quais o *Pisafo* herda basicamente dois tipos, combinando convecção e radiação, de acordo com a Equação (4):

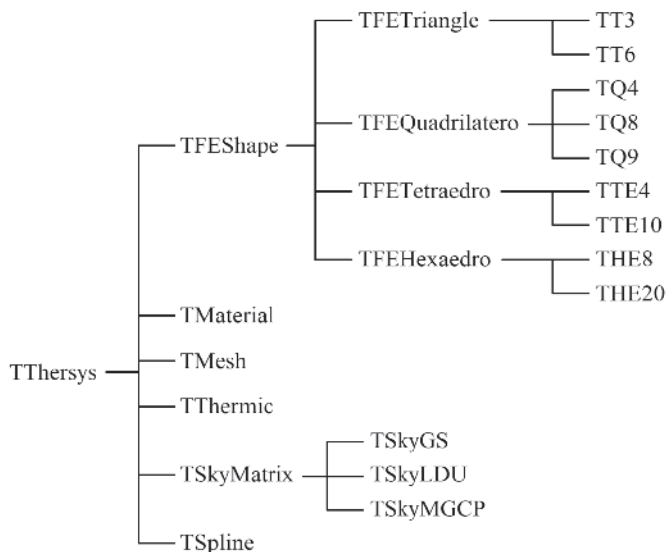


Figura 2
Estrutura do programa Thersys em classes [7]

- superfícies com arrefecimento, sendo θ_f a temperatura ambiente do ar;
- superfícies com incêndio, sendo θ_f a temperatura dos gases quentes.

$$q = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} = \alpha_c (\theta_s - \theta_f) + \epsilon_{res} \sigma (\theta_s^4 - \theta_f^4) = \alpha (\theta_s - \theta_f) \text{ in } \Gamma_q \quad (4)$$

onde $\partial \theta / \partial n$ é o gradiente de temperatura na superfície e α é o coeficiente convectivo-radiativo.

Além dessas condições, é possível também a condição de contorno em que a superfície está isolada (adiabática). Dessa forma não há transferência de calor entre a estrutura e os gases.

2.2.2 Estrutura do Thersys

O programa Thersys foi elaborado usando o conceito “orientado a objeto”, com o objetivo de facilitar manutenções e acréscimos no código [7]. A estrutura do programa pode ser observada na Figura 2. O programa *Pisafo* herda do *Thersys* as classes TFEShape, TThermic e TSKYMatrix, que possibilitam a realização da análise térmica. A classe TSpline atua como classe secundária para gerenciar a interpolação de dados fornecidos pelo usuário na forma de tabelas. A classe TFEShape gerencia a classe TFETriangle que contém as tabelas de pontos de Gauss, calcula o Jacobiano e as derivadas cartesianas. Possui também as funções de forma e as derivadas locais (classe TT3) para o elemento finito gerado pelo algoritmo do *EasyMesh*. A classe TSKYMatrix faz a resolução do sistema de equações. Ela gerencia a matriz de rigidez e disponibiliza a chamada para o algoritmo de solução TSKYLDU (fatorização de Cholesky). A classe TThermic gerencia os dados e os coeficientes do problema térmico, calcula todas as matrizes térmicas, vetores de fluxos nodais e realiza a análise térmica por um algoritmo incremental e iterativo [7].

2.3 Análise mecânica

O algoritmo de integração do perfil de tensões/deformações para

obtenção das envoltórias de momentos e normal resistentes da seção compreende aos seguintes passos apresentados:

a) centro de gravidade da seção transversal

A área total da seção transversal e os momentos estáticos de área em torno dos eixos x e y podem ser obtidos por quadratura de Gauss segundo as Equações (5), (6) e (7), respectivamente. As coordenadas do centro de gravidade são dadas pelas Equações (8) e (9):

$$A_t = \sum_{e=1}^{nelem} \sum_{p=1}^{npg} |J| w \quad (5)$$

$$Q_x = \sum_{e=1}^{nelem} \sum_{p=1}^{npg} y_p |J| w \quad (6)$$

$$Q_y = \sum_{e=1}^{nelem} \sum_{p=1}^{npg} x_p |J| w \quad (7)$$

$$x_g = Q_y / A_t \quad (8)$$

$$y_g = Q_x / A_t \quad (9)$$

sendo A_t a área total da seção, $nelem$ o número de elementos na malha, npg o número de pontos de Gauss no elemento, $|J|$ o determinante da matriz Jacobiana no ponto de Gauss, w o peso do ponto de Gauss na quadratura, Q_x o momento estático de área em torno do eixo x , y_p a coordenada y do ponto de Gauss, Q_y o momento estático de área em torno do eixo y , x_p a coordenada x do ponto de Gauss, x_g e y_g as coordenadas do centro de gravidade.

b) distâncias para cálculo do perfil de deformações

As distâncias para cálculo do perfil de deformações são mostradas na Figura 3. Dado o ângulo (β) que a linha neutra faz com o eixo x , é necessário identificar a borda comprimida da seção de concreto mais distante do centro de gravidade (x_{cc}), a borda tracionada da seção de concreto mais distante do centro de gravidade (x_{ct}) e a armadura tracionada mais distante do centro de gravidade (x_{tt}).

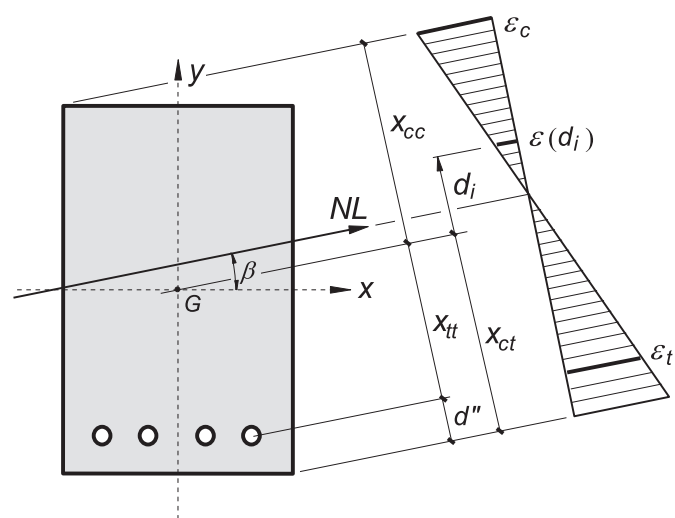


Figura 3
Distâncias em uma seção considerando a linha neutra com um ângulo β em relação ao eixo x

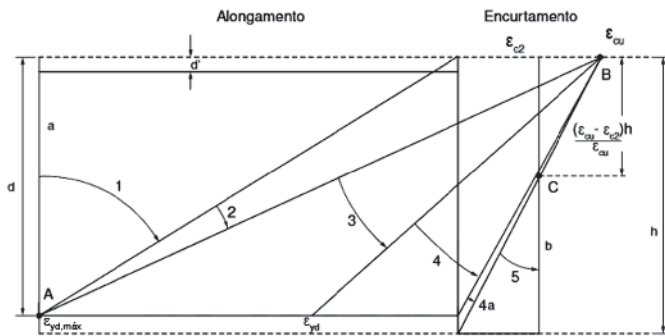


Figura 4
Domínios de deformação de estado-limite último conforme ABNT NBR 6118:2014 [35]

Para calcular essas distâncias, deve-se obter, primeiramente, as coordenadas (X_β e Y_β) do vetor unitário perpendicular à linha neutra (LN), conforme as Equações (10) e (11):

$$x_\beta = \cos(\beta + 90^\circ) \tag{10}$$

$$y_\beta = \sin(\beta + 90^\circ) \tag{11}$$

O cálculo das distâncias é feito projetando-se o vetor posição (com origem no centro de gravidade) de cada borda da seção transversal e das armaduras na direção do vetor unitário perpendicular à linha neutra, segundo a Equação (12):

$$d_i = (x_i - x_g) x_\beta + (y_i - y_g) y_\beta \tag{12}$$

sendo x_i e y_i as coordenadas do ponto em análise e d_i a distância desse ponto ao centro de gravidade (G), medida perpendicularmente à linha neutra.

c) cálculo da deformação do concreto (ϵ_c) e do aço (ϵ_s)

Após identificar a deformação máxima do aço ($\epsilon_{y_{d,máx}}$) em função do tipo de aço e da sua temperatura [35, 36], calculam-se as deformações ϵ_c e ϵ_s , mostradas na Figura 3. Essas deformações são obtidas em função da variável δ , a partir da definição dos domínios de deformação de estado-limite último (Figura 4) e suas frações, conforme a Equação (13).

$$\delta = \begin{cases} 0 & \rightarrow \text{reta a} \\ 0 < \delta \leq 10 & \rightarrow \text{domínio 1} \\ 10 < \delta \leq 20 & \rightarrow \text{domínio 2} \\ 20 < \delta \leq 30 & \rightarrow \text{domínio 3} \\ 30 < \delta \leq 40 & \rightarrow \text{domínio 4} \\ 40 < \delta \leq 50 & \rightarrow \text{domínio 4a} \\ 50 < \delta < 60 & \rightarrow \text{domínio 5} \\ 60 & \rightarrow \text{reta b} \end{cases} \tag{13}$$

Tabela 1

Parâmetros para o diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014 [35] em função da classe do concreto

Parâmetros	< C50	C50 a C90
ϵ_{c2} (‰)	2,0	$2,0 + 0,085 (f_{ck} - 50)^{0,53}$
ϵ_{cu} (‰)	3,5	$2,6 + 35 ((90 - f_{ck})/100)^4$
n	2,0	$1,4 + 23,4 ((90 - f_{ck})/100)^4$

d) deformação nos pontos de Gauss da malha de elementos finitos

A deformação em um ponto de Gauss da malha pode ser obtida pelo Método da Compatibilidade das Deformações, considerando uma semelhança de triângulos com base nas deformações das regiões definidas pelas coordenadas X_{cc} (ϵ_c) e X_{tt} (ϵ_t), de acordo com a Equação (14) e a Figura 3:

$$\epsilon(d_i) = \frac{\epsilon_c (x_{tt} + d_i)}{x_{cc} + x_{tt}} + \frac{\epsilon_t (x_{cc} - d_i)}{x_{cc} + x_{tt}} \tag{14}$$

onde d_i é a distância do ponto de Gauss ao centro de gravidade da seção, medida perpendicularmente à linha neutra, e obtida em função de suas coordenadas (x_i, y_i) a partir da Equação (12).

e) tensão nos pontos de Gauss

O cálculo da tensão em cada ponto de Gauss da malha a partir do perfil de deformações é realizado considerando-se para o concreto o diagrama parábola-retângulo apresentado pela ABNT NBR 6118:2014 [35] ou o diagrama indicado pela ABNT NBR 15200:2012 [36], e para as armaduras o diagrama simplificado apresentado por Moreira *et al.* [17] ou o diagrama indicado pela ABNT NBR 15200:2012 [36].

- concreto

O diagrama tensão-deformação do concreto em temperaturas elevadas é obtido através da equação de Popovics de ordem 3 indicada pela ABNT NBR 15200:2012 [36] e pelo EN 1992-1-2:2004 [29], de acordo com a Equação (15).

$$\sigma_{c,\theta} = f_{ck} k_{c,\theta} \frac{3 \left(\frac{\epsilon_{c,\theta}}{\epsilon_{c1,\theta}} \right)}{2 + \left(\frac{\epsilon_{c,\theta}}{\epsilon_{c1,\theta}} \right)^3} \tag{15}$$

sendo $\sigma_{c,\theta}$ o valor da tensão de compressão do concreto à temperatura elevada, f_{ck} o valor da resistência à temperatura ambiente, $k_{c,\theta}$ o coeficiente de redução da resistência do concreto para altas temperaturas [36], $\epsilon_{c,\theta}$ a deformação linear específica do concreto em temperatura elevada, Equação (14), e $\epsilon_{c1,\theta}$ a deformação linear específica correspondente à tensão de resistência máxima do concreto à temperatura elevada [36].

Alternativamente ao diagrama proposto pela ABNT NBR 15200:2012 [36], de acordo com trabalhos anteriores realizados por Albuquerque *et al.* [15] e Moreira *et al.* [17] com resultados satisfatórios, pode-se utilizar o diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014 [35], considerando-se nas expressões a resistência do concreto adaptada para as altas temperaturas, como segue:

$$\sigma_{c,\theta} = \begin{cases} f_{ck} k_{c,\theta} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right], & \text{para } 0 \leq \epsilon_c < \epsilon_{c2} \\ f_{ck} k_{c,\theta}, & \text{para } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \end{cases} \tag{16}$$

onde ϵ_{c2} é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico e ϵ_{cu} é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura, ambos indicados na Tabela 1.

- armaduras (aço)

Os diagramas tensão-deformação das armaduras passivas em temperaturas elevadas podem ser elaborados a partir das equações indicadas pela ABNT NBR 15200:2012 [36].

Alternativamente, pode-se utilizar o diagrama simplificado proposto na ABNT NBR 6118:2014 [35], com as expressões também adaptadas para altas temperaturas. Apesar desse diagrama ser válido

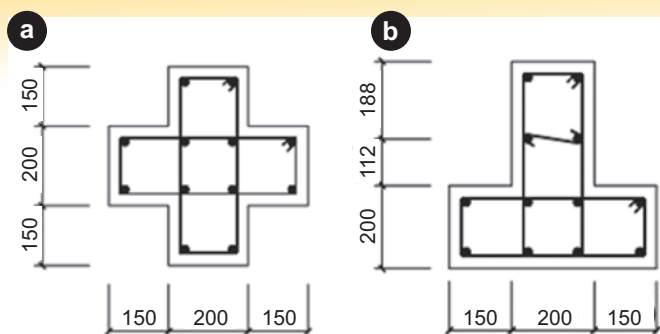


Figura 5
Dimensão dos pilares (em milímetros) com seção (a) em “+” e (b) em “T” [2]

apenas para o intervalo de temperatura entre -20 °C e 150 °C, em trabalhos anteriores realizados por Soares [12], Castro [37] e Moreira *et al.* [17], esse diagrama foi utilizado para o cálculo de estruturas em situação de incêndio e os resultados foram satisfatórios. Para esse diagrama, a deformação de escoamento do aço em altas temperaturas é dada por:

$$\epsilon_{y,d,\theta} = \frac{f_y k_{s,\theta}}{E_s k_{Es,\theta}} \quad (17)$$

e a tensão nas armaduras em altas temperaturas pode ser obtida por:

$$\sigma_{s,\theta} = \begin{cases} E_s k_{Es,\theta} \epsilon_s, & \text{para } \epsilon_s < \epsilon_{y,d,\theta} \\ f_y k_{s,\theta}, & \text{para } \epsilon_s \geq \epsilon_{y,d,\theta} \end{cases} \quad (18)$$

sendo f_y a resistência do aço da armadura passiva à temperatura ambiente, E_s o módulo de elasticidade do aço à temperatura ambiente, $k_{s,\theta}$ e $k_{Es,\theta}$ os fatores de redução da resistência do aço e do módulo de elasticidade do aço em altas temperaturas, respectivamente, indicados na ABNT NBR 15200:2012 [36], ϵ_s a deformação específica da armadura e $\sigma_{s,\theta}$ a tensão normal no aço em altas temperaturas.

f) cálculo dos esforços resistentes (força normal e momentos fletores)

Com as tensões determinadas em cada ponto de Gauss, pode-se calcular a resistência da seção transversal à força normal (N_{Rd}) e aos momentos fletores ($M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$), utilizando-se uma integração por quadratura de Gauss, conforme as Equações (19), (20) e (21):

$$N_{Rd} = \sum_{e=1}^{nelem} \sum_{p=1}^{npg} \sigma_{e,p} |J| w \quad (19)$$

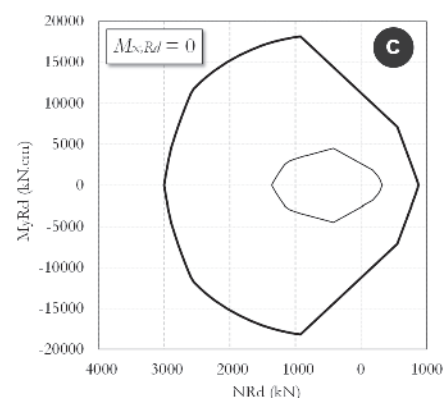
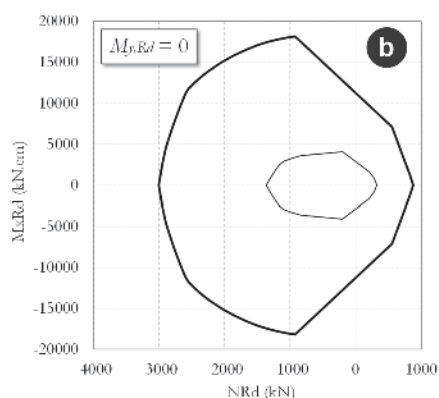
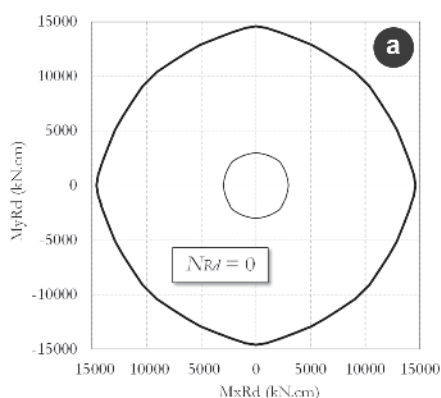


Figura 6
Envoltórias de momentos fletores e força normal com o uso dos diagramas propostos pela ABNT NBR 15200:2012: (a) $M_{y,Rd} \times M_{x,Rd}$, (b) $M_{x,Rd} \times N_{Rd}$ e (c) $M_{y,Rd} \times N_{Rd}$ (temperatura ambiente: linha grossa; 245 minutos de incêndio: linha fina)

$$M_{x,Rd} = \sum_{e=1}^{nelem} \sum_{p=1}^{npg} \sigma_{e,p} (y_{e,p} - y_g) |J| w \quad (20)$$

$$M_{y,Rd} = - \sum_{e=1}^{nelem} \sum_{p=1}^{npg} \sigma_{e,p} (x_{e,p} - x_g) |J| w \quad (21)$$

onde $\sigma_{e,p}$ é a tensão em um ponto de Gauss (p) de um dado elemento (e) com coordenadas $(x_{e,p}, y_{e,p})$ e os demais parâmetros já foram definidos.

2.4 Implementação computacional

O programa de computador desenvolvido neste trabalho, denominado *Pisafo*, foi implementado no ambiente de desenvolvimento Delphi, usando a linguagem Object Pascal, em compatibilidade com os algoritmos do gerador de malhas [34] e do Thersys [7]. Com base na malha de elementos finitos e nas temperaturas obtidas na análise térmica, o *Pisafo* realiza a integração das tensões na seção transversal de concreto armado de modo a obter os esforços solicitantes, considerando-se dadas as variáveis δ e β . Assim, implementou-se um algoritmo que permite variar δ e β de modo a se obter as envoltórias de esforços resistentes:

- $M_y \times M_x$, para um valor fixado de N ;
- $M_x \times N$, para um valor fixado de M_y ; e
- $M_y \times N$, para um valor fixado de M_x .

3. Resultados e discussão

Foram realizados exemplos de aplicação com o objetivo de validar o programa *Pisafo*. Os resultados da máxima força normal resistente por pilares de diferentes seções foram comparados com os apresentados na literatura técnica, obtidos em experimentos. Os resultados do máximo momento resistido por vigas, com finalidade de validar os cálculos dos momentos fletores, e as envoltórias $M_y \times M_x$ também foram comparados com a literatura técnica, obtidos com o uso de programas consagrados.

3.1 Experimentos de Xu e Wu [2]

Foram analisados dois pilares com seção em “+” e “T”, seguindo as mesmas condições dos experimentos realizados por Xu e Wu [2]. Os ensaios consistiram em aplicar uma força axial centrada de compressão no pilar, a qual permaneceu constante durante a exposição ao fogo, até atingir a ruptura do elemento estrutural.

Utilizou-se a curva de incêndio padrão da ISO 834-1:1999 [21] para simulação do incêndio. Os pilares possuíam 12 barras longitudinais com diâmetro de 16 mm e com resistência ao escoamento de 418 MPa. No *Pisafo*, considerou-se o concreto com agregado

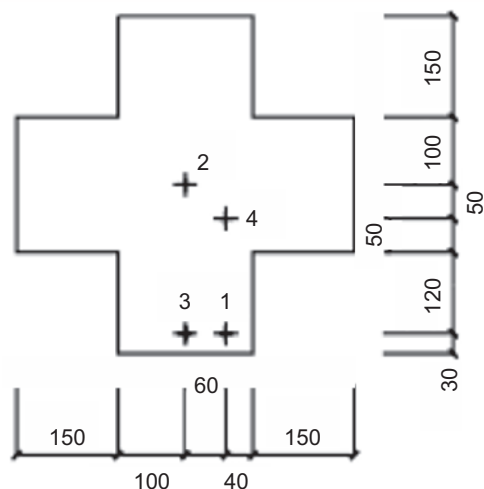


Figura 7
Posição dos termopares na seção “+” (dimensões em milímetros) [2]

silicoso, umidade de 2% e cobrimento das armaduras de 30 mm, considerando que os autores [2] não especificaram o cobrimento adotado. Os experimentos de resistência última dos pilares foram realizados entre 150 e 180 dias após concretagem, sendo que os mesmos foram calculados para terem resistência média de aproximadamente 25 MPa.

Com relação às condições de contorno, os pilares em análise têm todas as suas faces expostas ao fogo. As dimensões dos pilares estudados são mostradas na Figura 5.

a) seção “+”

O pilar apresentou f_{cu} cúbico igual a 37,6 MPa após 150 dias de concretagem, equivalente a um f_{ck} cilíndrico [38] de 30,38 MPa. No experimento, o pilar foi submetido a uma força de compressão igual a 1480 kN. O mesmo resistiu 245 minutos de incêndio até se romper.

Com o *Pisafo*, foi possível obter a maior carga de compressão resistida pela seção transversal do pilar em questão, além das envoltórias de momentos fletores e força normal para a temperatura ambiente e em situação de incêndio (Figura 6).

Para se obter as temperaturas na seção transversal durante o ensaio, os autores instalaram termopares em quatro pontos da seção, como mostrado na Figura 7. Assim, foi possível comparar as temperaturas calculadas pelo *Pisafo* com as temperaturas medidas e calculadas por Xu e Wu [2], conforme a Figura 8. Observa-se que há uma boa concordância entre os resultados experimentais e os obtidos pelo *Pisafo*.

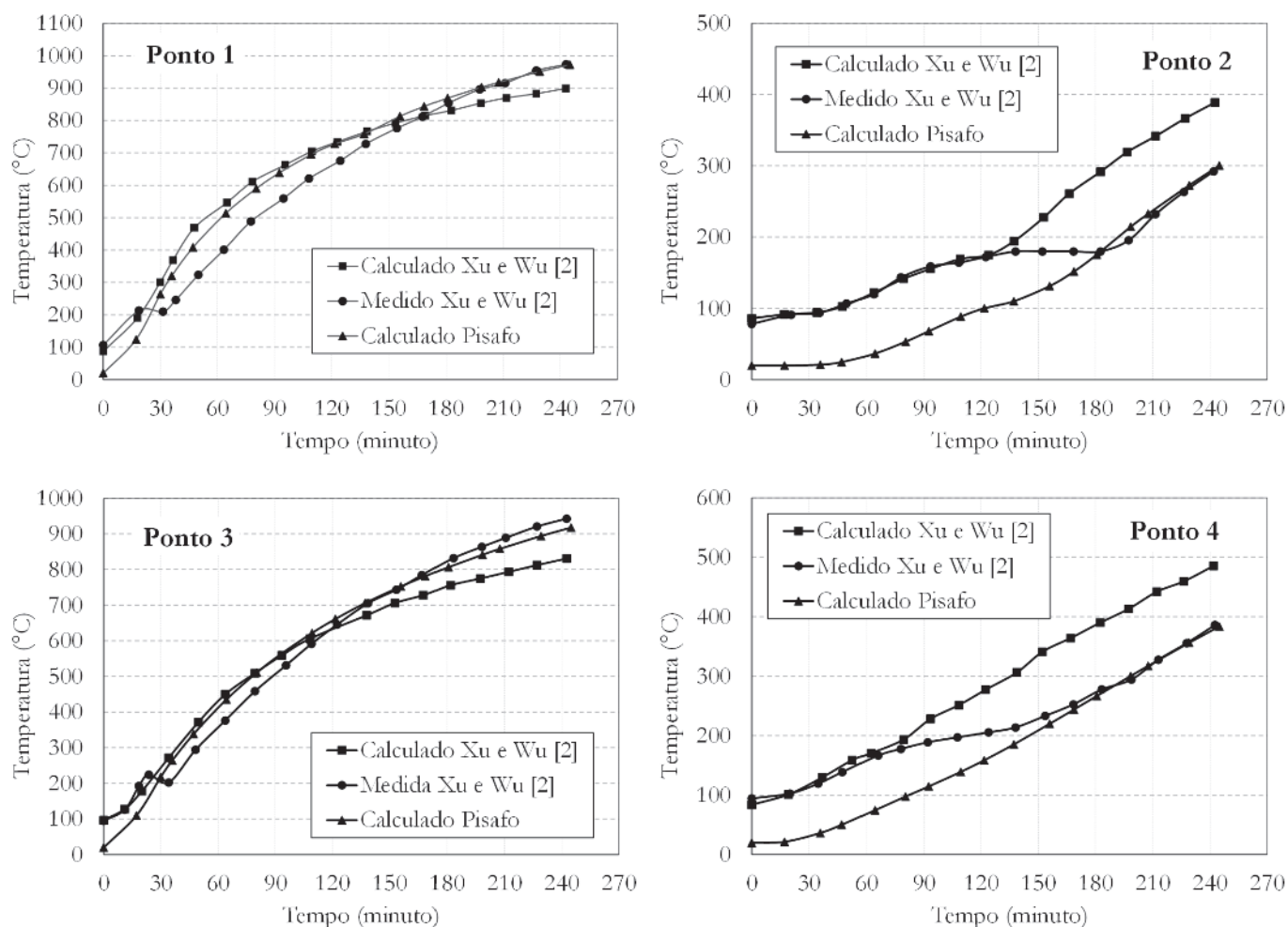
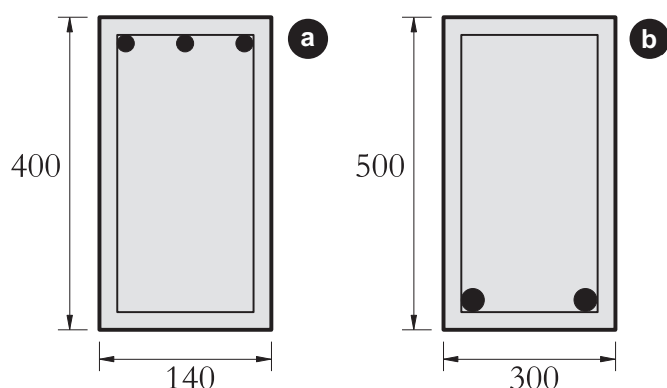


Figura 8
Temperaturas obtidas na seção “+”

Tabela 2

Esforço normal resistente (kN) das seções "+" e "T"

Seção	Xu e Wu [2]	Diagramas da NBR 6118 [35]		Diagramas da NBR 15200 [36]	
		Pisafo	Erro	Pisafo	Erro
+	-1480	-1721,77	16,3 %	-1363,45	-7,9 %
T	-1902	-2444,04	28,5 %	-1992,39	4,8 %

**Figura 9**

Dimensões das vigas (em milímetros) com (a) armadura negativa e (b) armadura positiva

b) seção "T"

O pilar apresentou f_{cu} cúbico igual a 34,8 MPa após 150 dias de concretagem, correspondendo a um f_{ck} cilíndrico [38] de 28,43 MPa. No experimento, o pilar foi submetido a uma força de compressão de 1902 kN. O mesmo resistiu 148 minutos de incêndio até o colapso.

Na Tabela 2 apresentam-se os resultados obtidos pelo Pisafo, utilizando-se os diagramas propostos na ABNT NBR 6118:2014 [35] modificados para altas temperaturas e os diagramas propostos na ABNT NBR 15200:2012 [36], com seus respectivos erros em relação aos resultados experimentais obtidos por Xu e Wu [2]. Nas análises numéricas, utilizou-se como semente para o gerador de malhas: 20 mm para os elementos de concreto e 8 mm para os elementos de aço. Pode-se observar que o uso dos diagramas propostos na ABNT NBR 6118:2014 modificados para altas temperaturas tende a superestimar a capacidade resistente do elemento estrutural, enquanto que o uso dos diagramas propostos na ABNT NBR 15200:2012 conduz a resultados mais próximos dos obtidos experimentalmente. Em geral, os resultados obtidos pelo Pisafo se mostraram bons ao se comparar com os resultados experimentais de Xu e Wu [2].

Tabela 3

Momento fletor resistente (kN.cm) da viga com armadura negativa

Super TempCalc [39]	Caso	Diagramas da NBR 6118 [35]		Diagramas da NBR 15200 [36]	
		Pisafo	Erro	Pisafo	Erro
3742,12	A	3722,70	-0,52 %	3618,61	-3,30 %
	B	3726,14	-0,43 %	3624,67	-3,14 %

Tabela 4

Momento fletor resistente (kN.cm) da viga com armadura positiva

Super TempCalc [39]	Caso	Diagramas da NBR 6118 [35]		Diagramas da NBR 15200 [36]	
		Pisafo	Erro	Pisafo	Erro
13826,66	A	11888,87	-14,0 %	11773,64	-14,8 %
	B	11928,78	-13,7 %	11812,43	-14,6 %

3.2 Super TempCalc

Os experimentos realizados por Xu e Wu [2] restringiram qualquer rotação e deslocamento horizontal nas extremidades dos pilares, permitindo apenas o deslocamento vertical. Com isso, tornou-se necessário validar o cálculo dos momentos resistentes por meio da análise de vigas.

Para isso, foi utilizado o programa de computador sueco Super TempCalc, desenvolvido pela Fire Safety Design [39]. Nas análises, considerou-se a curva de incêndio padrão da ISO 834-1:1999 [21], concreto com agregado silicoso, com resistência de 25 MPa e umidade de 1,5 %. As armaduras foram de aço com resistência ao escoamento de 500 MPa.

Considerou-se três faces da viga (laterais e inferior) expostas ao fogo, sendo a face não exposta (superior) definida como adiabática. As dimensões das vigas com armadura positiva e armadura negativa estão representadas na Figura 9.

a) viga com armadura negativa

Considerou-se a viga armada com 3 barras de 10 mm e com cobertura de 25 mm. O tempo de incêndio para a análise térmica foi de 60 minutos. Assim como para os pilares, um menor tamanho dos elementos na malha do concreto e do aço resulta em uma maior resistência da estrutura. Mas com essa consideração, o tempo gasto para a análise térmica também torna-se maior.

Na Tabela 3 apresentam-se os resultados obtidos pelo Pisafo com o uso dos diagramas propostos na ABNT NBR 6118:2014 [35] modificados para altas temperaturas e dos diagramas propostos pela ABNT NBR 15200:2012 [36], com os respectivos erros em relação ao resultado obtido pelo Super TempCalc [39]. Nessa tabela, utilizou-se como semente para o gerador de malhas no caso A: 15 mm para os elementos de concreto e 6 mm para os elementos de aço, e no caso B: 10 mm para os elementos de concreto e 4 mm para os elementos de aço.

b) viga com armadura positiva

Para o caso da armadura positiva, adotou-se a viga armada com 2 barras de 25 mm e com cobertura de 40 mm. O tempo de incêndio para a análise térmica foi de 120 minutos.

Na Tabela 4 apresentam-se os resultados obtidos pelo *Pisafo*, em comparação com o resultado obtido pelo *Super TempCalc*, com as mesmas considerações das malhas e dos diagramas tensão-deformação dos materiais feitas no subitem anterior.

No caso de seções transversais sujeitas à flexão, os resultados obtidos pelo *Pisafo* foram precisos para situação de momento fletor negativo e relativamente conservadores para situação de momento fletor positivo. Nesse caso, os diagramas utilizados [35, 36] interferiram pouco nos resultados obtidos.

3.3 Envoltória $M_y \times M_x$ em temperatura ambiente

Ainda para validação do *Pisafo*, realizou-se a comparação entre uma envoltória $M_y \times M_x$ gerada pelo *Pisafo* e a mesma envoltória obtida, em temperatura ambiente, pelo aplicativo web desenvolvido na USP (<http://www.lmc.ep.usp.br/pesquisas/TecEdu/>).

A seção transversal de concreto armado considerada nessa validação possui 20×20 cm², é composta por concreto com f_{ck} igual a 25 MPa e 4 barras de aço CA50 com diâmetro de 10 mm e com

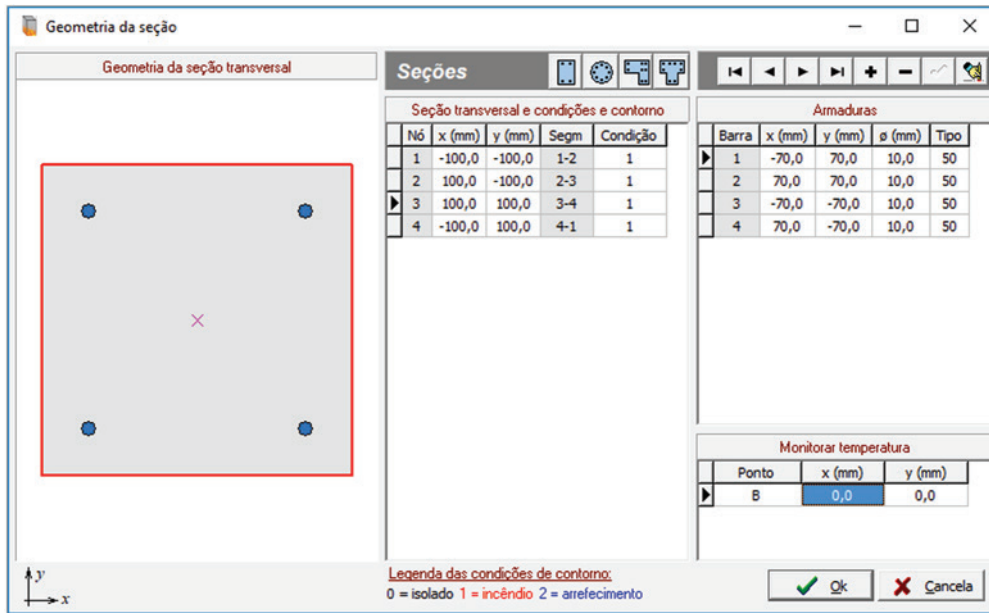


Figura 10
Modelagem da seção transversal do pilar no *Pisafo*

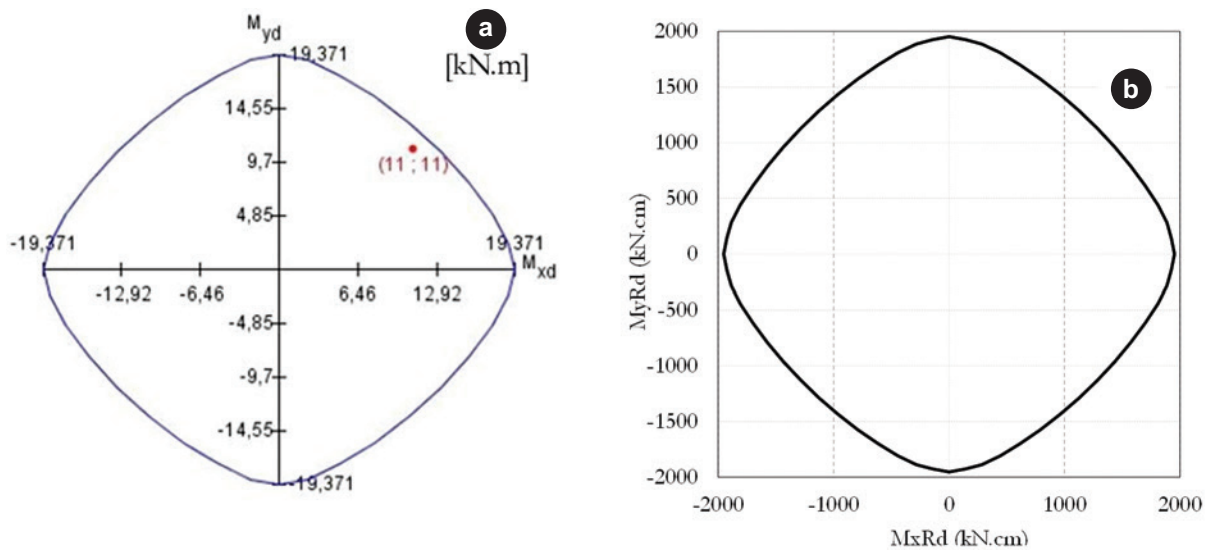


Figura 11
Envoltórias $M_y \times M_x$ obtidas pelo (a) aplicativo web da USP e (b) *Pisafo* – em temperatura ambiente em incêndio (as curvas estão sobrepostas por serem idênticas)

Tabela 5

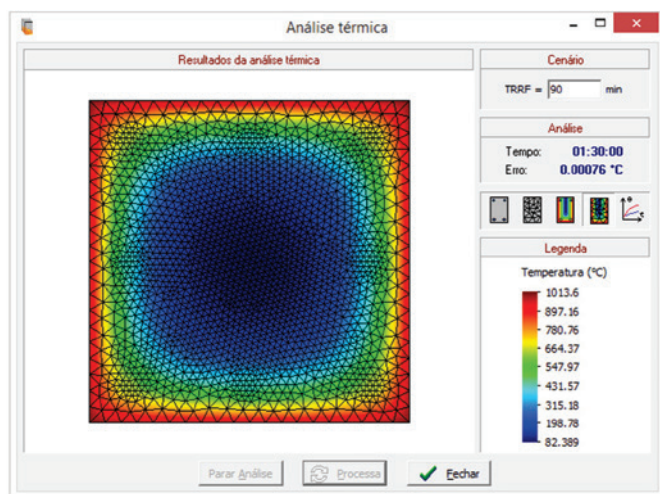
Momentos fletores resistentes M_x e M_y (kN.cm) obtidos pelo aplicativo da USP e pelo PISAFO (usando os diagramas propostos na ABNT NBR 6118:2014 [35])

Esforço resistente	Aplicativo da USP	Pisafo	Erro
M_x	1937,1	1952,62	0,8 %
M_y	1937,1	1952,65	0,8 %

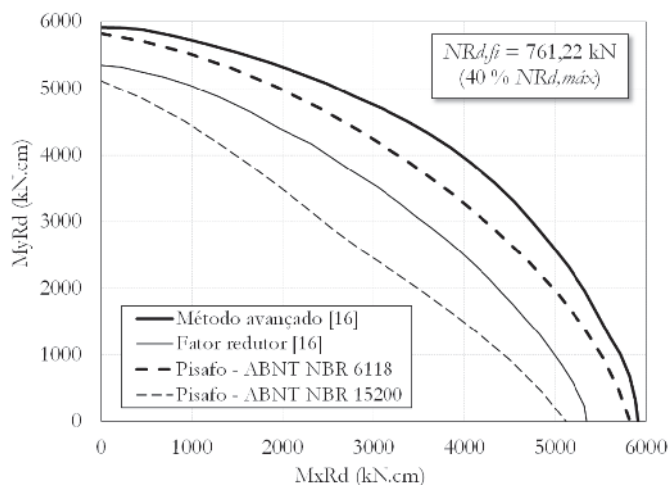
cobrimento de 25 mm. Para a análise em situação de incêndio, foi usada a curva de incêndio padrão da ISO 834-1:1999 [21], uma umidade para o concreto de 0% e todas as faces expostas ao fogo (Figura 10). Considerou-se ainda a seção transversal sujeita a um esforço normal de compressão de 420 kN.

Para validação dos cálculos do pilar em situação de incêndio, definiu-se um TRRF de 0,1 minuto. Dessa forma, a seção não atinge uma temperatura alta e com isso não há redução de suas propriedades mecânicas. Ao considerar os coeficientes de segurança em situação de incêndio idênticos aos utilizados em temperatura ambiente, os resultados da envoltória em situação de incêndio devem ser iguais aos resultados em temperatura ambiente. Utilizou-se como semente para o gerador de malhas: 15 mm para os elementos de concreto e 6 mm para os elementos de aço.

As envoltórias $M_y \times M_x$ do pilar obtidas pelo aplicativo web da USP (em temperatura ambiente) e pelo PISAFO (em temperatura ambiente e em situação de incêndio) estão ilustradas na Figura 11. Como esperado, observa-se que as envoltórias em temperatura ambiente e em situação de incêndio obtidas pelo PISAFO são coincidentes e muito próximas à envoltória obtida pelo aplicativo web da USP, o que permite validar o algoritmo implementado no PISAFO. Na Tabela 5 apresentam-se os resultados numéricos dos momentos fletores resistentes obtidos pelo PISAFO com o uso dos diagramas propostos na ABNT NBR 6118:2014 [35], em comparação

**Figura 12**

Resultados da análise térmica obtido pelo PISAFO para o pilar em estudo [16]

**Figura 13**

Comparação das envoltórias $M_y \times M_x$ obtidas pelo PISAFO e por Cherem e Silva [16], usando o método avançado e o fator redutor (propostos por esses autores)

com os resultados obtidos pelo aplicativo web da USP, evidenciando que os resultados são muito próximos.

3.4 Envoltória $M_y \times M_x$ em situação de incêndio

Para avaliação da envoltória $M_y \times M_x$ em situação de incêndio, realizou-se a comparação entre a análise numérica desenvolvida no trabalho de Cherem e Silva [16] e os resultados obtidos com o PISAFO para o mesmo problema.

Cherem e Silva [16] analisaram um pilar de concreto de 30×30 cm², utilizando um concreto com f_{ck} igual a 30 MPa e 8 barras de aço CA50 com diâmetro de 10 mm e com cobrimento de 30 mm. Para a análise em situação de incêndio, foi usada a curva de incêndio padrão da ISO 834-1:1999 [21] com um tempo de incêndio de 90 minutos, uma umidade para o concreto de 4 % e todas as faces expostas ao fogo (Figura 12). Considerou-se ainda a seção transversal sujeita a um esforço normal de compressão de 761,22 kN, correspondente a aproximadamente 40 % da resistência à compressão centrada em temperatura ambiente, segundo os autores. Para o gerador de malhas do PISAFO, utilizou-se como semente: 15 mm para os elementos de concreto e 6 mm para os elementos de aço.

Em função da dupla simetria da seção, na Figura 13 mostra-se um quarto das envoltórias $M_y \times M_x$ obtidas por Cherem e Silva [16] e pelo PISAFO. O “Método avançado” [16] consiste em obter a máxima capacidade resistente da seção utilizando as curvas tensão-deformação propostas na ABNT NBR 15200:2012 por meio de um algoritmo que varia a deformação no centro de gravidade da seção e as curvaturas em torno dos eixos x e y, sem contudo limitar as máximas deformações nos materiais [36]. O “Fator redutor” [16] é um método analítico proposto pelos autores que consiste em um ajustamento da envoltória $M_y \times M_x$ em temperatura ambiente para uma aproximação razoável em situação de incêndio, sem a necessidade de realizar a análise térmica.

Observa-se na Figura 13 que, como o *Pisafo* obtém as envoltórias com base no perfil de deformações [17, 35, 36], a envoltória obtida utilizando-se os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 adaptados para altas temperaturas é mais conservadora que o “Método avançado” [16], porém ainda assim apresentando um ótimo ajustamento (entre $-1,5\%$ e $-10,3\%$). Ao se utilizar os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 15200:2012, a envoltória obtida pelo *Pisafo* demonstra-se ainda mais conservadora, conforme já observado no item 3.1, porém próxima do método com o “Fator redutor” [16], considerado como razoável pelos autores.

4. Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo computacional, denominado *Pisafo*, para verificação de seções quaisquer de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua em temperatura ambiente e em situação de incêndio.

O algoritmo foi implementado no ambiente de desenvolvimento Delphi, cuja linguagem de programação é o Object Pascal. Foram utilizados o gerador de malhas *EasyMesh*, desenvolvido pelo MIT, e o algoritmo de análise térmica do *Thersys*, desenvolvido por Ribeiro [7]. A análise mecânica consiste em um algoritmo integrador de tensões, com base no perfil de deformações da seção transversal, dado pelos domínios de deformação prescritos na ABNT NBR 6118:2014.

O *Pisafo* permite o uso de qualquer curva de incêndio na análise térmica, bem como variadas formas de seção transversal por ter um gerador de malhas de elementos finitos incorporado no programa. Como resultados, o *Pisafo* permite a elaboração das envoltórias de esforços resistentes da seção transversal: $M_y \times M_x$, $M_y \times N$ e $M_x \times N$.

Para validação do algoritmo implementado, os esforços normais resistentes de pilares com seção “+” e “T” obtidos pelo *Pisafo* foram comparados com valores apresentados na literatura técnica, obtidos em experimentos. Além disso, os momentos fletores resistentes de vigas, bem como a envoltória $M_y \times M_x$, também foram comparados com resultados citados na literatura técnica, obtidos com o uso de programas consagrados.

Observou-se que os resultados obtidos com o *Pisafo* na análise de pilares sujeitos à compressão centrada, quando comparados com os resultados experimentais apresentados no trabalho de Xu e Wu [2], foram maiores quando usados os diagramas propostos pela ABNT NBR 6118:2014 modificados para situação de incêndio, chegando a ter uma diferença de até $28,5\%$. Ao se utilizar os diagramas propostos pela ABNT NBR 15200:2012, as resistências obtidas pelo *Pisafo* foram mais próximas dos resultados experimentais, com diferenças de $-7,88\%$ até $5,06\%$, dependendo do tipo de seção transversal.

Quando se comparam os resultados obtidos pelo *Pisafo* para momentos fletores com os obtidos pelo aplicativo web desenvolvido pela USP e pelo software Super TempCalc, observa-se que os erros são menores. Em relação ao Super TempCalc, as diferenças chegam a $-14,8\%$ quando usados os diagramas propostos pela ABNT NBR 6118:2014 e pela ABNT NBR 15200:2012. Em relação ao aplicativo web da USP, para análise em temperatura ambiente, as diferenças obtidas usando os diagramas propostos pela ABNT NBR 6118:2014 são desprezáveis, da ordem de $0,80\%$. No entanto, a comparação das envoltórias em situação de in-

cêndio obtidas pelo *Pisafo* e no trabalho de Cherem e Silva [16], também com os diagramas propostos pela ABNT NBR 6118:2014, conduzem a diferenças maiores, da ordem de $-1,5\%$ a $-10,3\%$. Acredita-se que alguns fatores colaboraram para essa maior diferença em relação aos resultados experimentais de Xu e Wu [2]. O primeiro deles é devido às propriedades térmicas reais dos concretos utilizados nos ensaios não serem exatamente as mesmas usadas pelo *Pisafo*, que usa valores normatizados. Outro fator que também contribuiu para essa diferença é o fato de os artigos não especificarem todas as condições do ensaio, como por exemplo a falta de dados sobre o cobrimento ou a umidade do concreto. Além disso, ressalta-se a não consideração do *spalling* na análise computacional, fato também omitido por Xu e Wu [2] nos resultados experimentais.

5. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Os autores agradecem também ao Departamento de Engenharia Civil/UFV pela infraestrutura disponibilizada para o desenvolvimento deste trabalho.

6. Referências bibliográficas

- [1] BRUSHLINSKY, N. N.; AHRENS, M.; SOKOLOV, S. V.; WAGNER, P. World Fire Statistics. Center of Fire Statistics of International Association of Fire and Rescue Service, report n. 21, 2016.
- [2] XU, Y.; WU, B. Fire resistance of reinforced concrete columns with L-, T- and +-shaped cross-sections. Fire Safety Journal, v.44, p.869-880, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.fire-saf.2009.04.002>
- [3] FRANSSEN, J. M.; DOTREPPE, J. C. Fire tests and calculation methods for circular concrete columns. Fire Technology, v. 39, p. 89-97, 2003.
- [4] LIE, T. T.; WOOLERTON, J. L. Fire resistance of reinforced concrete columns – Test results. National Research Council Canada, Internal Report, n 569. 1988.
- [5] CHEN, Y.; CHANG, Y.; YAO, G. C.; SHEU, M. Experimental research on post-fire behaviour of reinforced concrete columns. Fire Safety Journal, v. 44, p. 741-748, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2009.02.004>
- [6] FAKURY, R. H.; LAS CASAS, E. B.; FIGUEIREDO Jr, F. P.; ABREU, L. M. P. Design of semi-continuous composite steel-concrete beams at the fire limit state. Journal of Constructional Steel Research, v. 61, n. 8, p. 1094-1107, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.02.003>
- [7] RIBEIRO, J. C. L. Simulação via método dos elementos finitos da distribuição tridimensional de temperatura em estruturas em situação de incêndio, Belo Horizonte, 2004, Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.
- [8] VILA REAL, P. M. M. Modelação por elementos finitos do comportamento térmico e termo-elástico de sólidos sujeitos a elevados gradientes térmicos, Porto (Portugal), 1988, Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto.

- [9] RIBEIRO, J. C. L.; FAKURY, R. H.; LAS CASAS, E. B. Desenvolvimento de um sistema via método dos elementos finitos para simulação do comportamento de elementos estruturais de aço e mistos em situação de incêndio. *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural*, v. 8, n. 3, p. 20-33, 2011.
- [10] LIE, T. T.; CELIKKOL, B. Method to calculate the fire resistance of circular reinforced concrete columns. *ACI Materials Journal*, v. 88, n. 1, p. 84-91, 1991.
- [11] DOTREPPE, J. C.; FRANSSEN, J. M.; VANDERZEYPEN, Y. Calculation method for design of reinforced concrete columns under fire conditions. *ACI Structural Journal*, vol. 96, n. 1, p. 9-18, 1999.
- [12] SOARES, E. M. P.; SILVA, N. A. Verificação de peças usuais de concreto armado em situação de incêndio. *In: XXXI Jornadas Sulamericanas de Ingeniería Estructural*, 2004, Mendoza.
- [13] RODRIGUES, M. P. P.; SILVA, N. A. Flexão normal composta em seções retangulares de concreto armado em situação de incêndio. *In: 51º Congresso Brasileiro do Concreto*, 2009, Curitiba. *Anais do 51 Congresso Brasileiro do Concreto*. São Paulo: Ibracon, v. 51, 2009.
- [14] LIE, T. T.; IRWIN, R. J. Method to calculate the fire resistance of reinforced concrete columns with rectangular cross section. *ACI Structural Journal*, v. 90, n. 1, p. 52-60, 1993.
- [15] ALBUQUERQUE, G. B. M. L.; SILVA, V. P. Dimensionamento de vigas de concreto armado em situação de incêndio por meio gráfico. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v.6, n.4, p.513-536, 2013.
- [16] CHEREM, M.; SILVA, V. P. Determination of the ULS, for columns with small dimensions, under biaxial bending and symmetrical fire conditions. *IBRACON Structures and Materials Journal*, v. 10, n. 2, p. 451-476, 2017. <http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952017000200009>
- [17] MOREIRA, A. M. M.; SILVA, N. A.; SILVA, R. M. Verificação de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta em situação de incêndio. *In: Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, 34º, Pirenópolis, 2013, Anais, 2013, p.1-19.
- [18] SILVA, V. P. Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio, São Paulo: Blucher, 2ed, 2016, 237 p.
- [19] BARNETT, C. R. BFD curve: a new empirical model for fire compartment temperatures. *Fire Safety Journal*, v.37, 2002; p.437-463. [https://doi.org/10.1016/S0379-7112\(02\)00006-1](https://doi.org/10.1016/S0379-7112(02)00006-1)
- [20] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARTIZATION. Eurocode 1: Actions in structures: part 1-2 General actions – Actions on structures exposed to fire. - EN1991-1-2:2002, Bruxelas, Bélgica, 2002.
- [21] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 834: fire-resistance tests: elements of building construction – part 1.1: general requirements for fire resistance testing. – ISO834-1:1999, Geneva, 1999.
- [22] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações - Procedimento. - NBR 14432, Rio de Janeiro, 2001.
- [23] BUCHANAN, A. H. Structural design for fire safety, New York: Wiley, 2001, 421 p.
- [24] BATTISTA, R. C.; BATISTA, E. M.; CARVALHO, E. M. L. Reabilitação estrutural do prédio do aeroporto Santos Dumont após danos causados por incêndio. *Rev. Int. de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Puerto Rico, v.1, n.1, 2001; p.51-60.
- [25] DHIR, R. K.; CHANA, P.; CALISKAN, S.; LAVINGIA, R. Concrete for fire engineering, Watford: IHS BRE Press, 2008, 322 p.
- [26] KHOURY, G. A. Effect of fire on concrete and concrete structures. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.2, n.4, 2000; p.429-447. <http://dx.doi.org/10.1002/pse.51>
- [27] LANDI, F. R. Ação do incêndio sobre as estruturas de concreto armado, São Paulo, 1986, Boletim Técnico BT / PCC - 86/001, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [28] KALIFA, P.; MENNETEAU, F. D.; QUENARD, D. Spalling and Pore Pressure in HPC at High Temperatures. *Cement and Concrete Research*, n. 30. Elsevier Science Ltd. Amsterdam, 2000.
- [29] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARTIZATION. Eurocode 2: Design of concrete structures: Part 1-2: General rules – Structural fire design. - EN1992-1-2:2004, Bruxelas, Bélgica, 2004.
- [30] PURKISS, J. A.; LI, L. Y. Fire safety engineering design of structures, Boca Raton-FL: CRC Press, 3ed, 2014.
- [31] KODUR, V. R.; SULTAN, M. A. Structural behaviour of high strength concrete columns exposed to fire. *In: International Symposium on High Performance and Reactive Powder Concrete*, p. 217-232, 1998.
- [32] DEENY, S.; STRATFORD, T.; DHAKAL, R. P.; MOSS, P. J.; BUCHANAN, A. H. Spalling of concrete: implications for structural performance in fire. *In: Australasian Conferences on the Mechanics of Structures and Materials*, 20º, Toowoomba (University of Southern Queensland), p.1-5, 2008.
- [33] NICENO, B. EasyMesh: A two-dimensional quality mesh generator. MIT & Consortium for International Development of the University of Trieste. http://web.mit.edu/easymesh_v1.4/www/easymesh.html. Acesso em: 15/mar/2015.
- [34] BITENCOURT, O. S.; RIBEIRO, J. C. L.; ALVARENGA, R. C. S. Desenvolvimento de gerador de malhas bidimensional, Viçosa, 2016, Relatório de pesquisa, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa.
- [35] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. - NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- [36] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio – Procedimento. - NBR 15200, Rio de Janeiro, 2012.
- [37] CASTRO, G. G. S. Um método geral de cálculo para verificação de estruturas de concreto em situação de incêndio, Belo Horizonte, 2005, Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.
- [38] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARTIZATION. Eurocode 2: Design of concrete structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings. - EN1992-1-1:2004, Bruxelas, Bélgica, 2004.
- [39] Fire Safety Design - FSD. TCD 5.0 User's manual. Lund: Fire Safety Design AB, p.129, 2007.