

# A study of brazilian concrete strength (non-)compliance and its effects on reliability of short columns

## *Estudo da (não-)conformidade de concretos produzidos no Brasil e sua influência na confiabilidade de pilares curtos*



W. C. SANTIAGO <sup>a</sup>  
wagnersantiago@usp.br

A. T. BECK <sup>b</sup>  
atbeck@sc.usp.br

### Abstract

This paper presents a study of the strength (non)compliance of structural concretes produced in Brazil, and a study of the detrimental effects of non-compliance in reliability of short columns subject to axial compression. The investigation is based on experimental results of over five thousand concrete samples from different parts of Brazil. Results show that a significant part of these concretes do not reach the characteristic strength specified in design. As a consequence, these concretes should be considered non-compliant, and mitigation measures should be adopted (design revision, further testing, structural reinforcement, load restrictions and demolition/reconstruction). The study also investigates the impact of concrete strength non-compliance on the reliability of short columns subject to axial compression, when mitigation measures are not adopted. In reinforced concrete, short columns are the structural elements whose resistance most directly depends on the compressive strength of concrete. One consequence of concrete strength non-compliance is that the theoretical equation relating mean concrete resistance to specified concrete strength does not apply. Using an alternative expression, derived from the experimental results, a significant reduction in reliability of short columns is observed, due to the noncompliance of concretes produced in Brazil. These results testify to the importance of a rigorous control in the reception of concretes at construction sites, as well as in the control of the required mitigation measures, when noncompliant concrete is received.

**Keywords:** non-compliance of concrete strength, concrete structures, structural safety, structural reliability, short columns, axial compression.

### Resumo

Este artigo apresenta um estudo da (não-)conformidade dos concretos estruturais produzidos no Brasil, bem como do impacto da não-conformidade na redução da confiabilidade de pilares curtos submetidos a compressão simples. Esta investigação tem como base ensaios de resistência de mais de cinco mil corpos-de-prova de diferentes localidades do Brasil. Estes ensaios mostram que parte significativa dos concretos atualmente produzidos no Brasil não atingem a resistência característica ( $f_{ck}$ ) especificada em projeto. Como resultado, estes concretos deveriam ser considerados não-conformes, e medidas de mitigação deveriam ser aplicadas. O trabalho investiga ainda o impacto da não-conformidade dos concretos produzidos no Brasil na confiabilidade de pilares curtos de concreto armado submetidos a compressão simples, quando medidas de reforço e recuperação não são adotadas. Em concreto armado, pilares curtos são os elementos estruturais cuja resistência mais diretamente depende da resistência à compressão do concreto. Uma consequência da não-conformidade dos concretos é que a equação teórica de norma, que relaciona a resistência média com o valor característico especificado em projeto, não pode ser utilizada na análise de confiabilidade. Utilizando equação equivalente, determinada a partir dos resultados experimentais, verifica-se uma redução significativa da confiabilidade dos pilares curtos em função da não-conformidade dos concretos. Estes resultados reforçam a necessidade de um controle rigoroso no recebimento do concreto, bem como na fiscalização das medidas de mitigação no caso dos concretos não-conformes.

**Palavras-chave:** não-conformidade da resistência do concreto, estruturas de concreto, segurança das estruturas, confiabilidade das estruturas, pilares curtos, compressão simples.

<sup>a</sup> Mestrando, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, wagnersantiago@usp.br, Av. Trabalhador São-Carlense nº 400, 13566-590, São Carlos, Brasil.

<sup>b</sup> Professor Doutor, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, atbeck@sc.usp.br, Av. Trabalhador São-Carlense nº 400, 13566-590, São Carlos, Brasil.

## 1. Introdução

Este trabalho apresenta um estudo da (não-)conformidade dos concretos estruturais usinados produzidos no Brasil, bem como do impacto da não-conformidade destes concretos na redução da confiabilidade de pilares curtos submetidos a compressão simples. O estudo é subsidiado com informações a respeito da resistência de mais de cinco mil corpos-de-prova de obras de diferentes localidades do Brasil.

A teoria de confiabilidade estrutural é utilizada para analisar o impacto dos concretos não-conformes na segurança das estruturas de concreto armado produzidas no Brasil. O estudo consiste na determinação do índice de confiabilidade de pilares curtos devidamente dimensionados, mas produzidos com os concretos entregues por concreteiras brasileiras nos canteiros de obra do país, dos quais parte significativa apresenta resistência não-conforme. A análise de segurança é feita levando em conta a influência da taxa geométrica de armadura do pilar, bem como a razão entre ações variáveis e ações permanentes. Por outro lado, não é levado em consideração o efeito do confinamento promovido pelos estribos dos pilares. A análise é realizada para quatro classes de concreto – C20, C30, C40 e C50 – com a finalidade de avaliar de que forma a não-conformidade se apresenta em diferentes classes de resistência de concreto.

Este trabalho é motivado por um objetivo de longo prazo, que é a realização da calibração, com base na teoria de confiabilidade estrutural, de normas de projeto brasileiras. Iniciativas neste sentido já foram reportadas em Beck e Doria [1], Beck et al. [2], Chaves et al. [3] e Beck e Souza Jr. [4].

## 2. Contextualização e relevância do tema

Os concretos que hoje chegam aos canteiros de obras do Brasil nem sempre alcançam a resistência à compressão preconizada no projeto estrutural [5]. A não-conformidade da resistência destes concretos resulta, naturalmente, em estruturas cujo nível de segurança não é mais aquele previsto originalmente em norma.

A polêmica dos concretos com resistência não-conforme permeia quase toda a cadeia produtiva da indústria da construção civil, envolvendo construtoras, centrais dosadoras, projetistas e empresas de controle tecnológico.

A importância do assunto se reflete na ocorrência de eventos destinados à sua discussão – mesa-redonda “resistência de concreto: sua obra está segura?” promovida pelo SINDUSCON-BA no dia 18 de maio de 2010 na cidade de Salvador [6] – e na criação de grupos destinados ao seu estudo – “comitê técnico sobre conformidade do concreto” da ABECE [7].

Os concretos com resistência não-conforme resultam em perdas econômicas que incluem a necessidade de reavaliação do projeto estrutural, extração e ensaio de testemunhos, execução de eventuais reforços estruturais e até demolição e reconstrução do elemento. Perdas econômicas significativas estão ligadas ainda ao tempo perdido com a paralisação da obra, bem como ao comprometimento da imagem das empresas envolvidas [5].

As normas brasileiras NBR 12655:2006 [8] e NBR 6118:2003 [9] indicam, respectivamente, como fazer o controle estatístico do concreto no recebimento e como proceder no caso de verificada a não-conformidade do concreto. Quando detectada a ocorrência de concretos com resistência à compressão inferior àquela esta-

belecida no projeto estrutural, as ações corretivas da norma NBR 6118:2003 [9] devem ser adotadas [10]:

1. revisão do projeto considerando a resistência característica do concreto à compressão obtida no controle de recebimento, realizado através dos corpos-de-prova moldados;
2. permanecendo a não-conformidade, promover a extração de testemunhos conforme a NBR 7680:2007 [11]; fazer uma nova estimativa do  $f_{ck}$  e uma nova verificação de projeto, se necessário determinar restrições de uso da estrutura;
3. permanecendo a não-conformidade, optar por:
  - a. providenciar o projeto de reforço;
  - b. decidir pela demolição parcial ou total.

Os resultados apresentados neste trabalho não se referem a uma obra em particular, pelo contrário: ilustram aspectos do problema da não-conformidade da resistência de concretos produzidos no Brasil. Por não se tratar de estudo de uma obra em particular, os efeitos de medidas de reforço e recuperação não podem ser considerados. Portanto, neste trabalho é investigado o efeito da não-conformidade dos concretos quando nenhuma medida de reforço e recuperação é adotada. Da mesma forma, o presente trabalho não pode ser utilizado para justificar a não-adoção de medidas de reforço e recuperação: em qualquer obra particular, a medida a ser adotada depende da diferença observada entre a resistência especificada em projeto e a resistência do concreto fornecido, e deve seguir as recomendações técnicas aplicáveis [8].

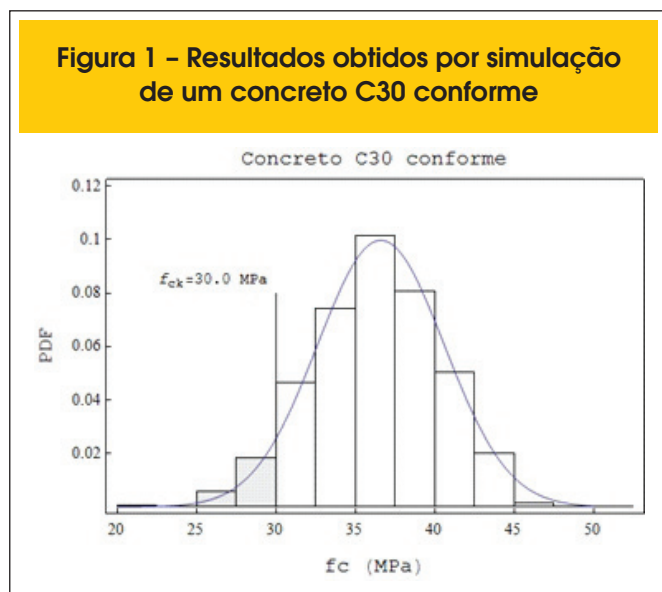
## 3. Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ )

A resistência à compressão do concreto é aleatória por natureza. A incerteza ou variabilidade na resistência à compressão do concreto tem origem na não-homogeneidade do material (em particular, em termos da micro-estrutura), na variabilidade das propriedades dos materiais constituintes e em imprecisões da mistura. Desta forma,  $n$  corpos-de-prova de uma mesma betonada de concreto, quando ensaiados, apresentarão  $n$  resultados distintos para a resistência a compressão. A variabilidade entre amostras de um mesmo lote (betonada) é geralmente menor do que a variabilidade entre amostras de lotes distintos, mas nem por isso pode ser ignorada.

A incerteza na resistência do concreto aumenta à medida que aumenta o escopo dos concretos considerados. Entende-se que um testemunho extraído de um local específico de uma estrutura pronta forneça com boa precisão a resistência daquele concreto (excluindo-se problemas técnicos de extração e ensaio). Já o concreto de uma mesma betonada é distribuído em diferentes partes da estrutura, e tem sua resistência medida «indiretamente» a partir de corpos-de-prova moldados no recebimento. O concreto de uma estrutura completa tem origem em diferentes betonadas, e, portanto, apresenta variação de propriedades maior do que os concretos de uma mesma betonada. Concretos produzidos por diferentes concreteiras tem variabilidade ainda maior. Os concretos produzidos in loco tem, em geral, variabilidade de resistências maior que os concretos de usina. Por fim, o concreto «de norma» deve refletir a variabilidade de todos os concretos (de uma mesma classe) produzidos no país. Aqui, entende-se por concreto «de norma» um modelo utilizado em norma para definir:

1. a resistência de referência para a mistura;
2. as especificações para controle e recebimento do concreto [8];
3. o que a norma considera um concreto conforme [8, 10].

**Figura 1 – Resultados obtidos por simulação de um concreto C30 conforme**



A natureza aleatória da resistência do concreto demanda uma abordagem estatística. A Figura 1 ilustra um histograma (obtido por simulação) de um concreto de norma (concreto conforme) da classe C30. Tal concreto, assim como qualquer outro, pode ser caracterizado por uma resistência média ( $f_{cm}$ ), um desvio-padrão ( $\sigma$ ) e uma distribuição de probabilidades. Resultados internacionais amplamente conhecidos [12, 13] indicam que a distribuição normal é apropriada para descrever a variável aleatória resistência à compressão dos concretos. A distribuição normal, em conjunto com os parâmetros  $f_{cm}$  e  $\sigma$  descrevem, completamente, a resistência do concreto. No entanto, uma descrição probabilística é inviável para a prática de projeto. Para simplificar a prática de projeto, opta-se por trabalhar com um valor de referência, que é a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ). Por convenção, a resistência característica é aquela que é alcançada por 95% dos corpos-de-prova testados, ou por 95% do volume de concreto em uma estrutura. Esta convenção, mais a observação de que a resistência do concreto segue uma distribuição normal, originam a conhecida equação:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65 \cdot \sigma \quad (1)$$

No histograma (Figura 1) os concretos cuja resistência está abaixo do valor característico estão hachurados; estes correspondem ao percentual de 5% aceito pelas normas. As normas aceitam estes 5% porque não há como contornar a natureza aleatória da resistência do concreto. Em se tratando de segurança das estruturas, este percentual ainda é alto, de forma que a resistência de projeto é ainda menor, com  $f_{cd} = f_{ck}/1,4$ .

A equação (1) pode ser utilizada para:

1. calcular a resistência característica do concreto, a partir de uma amostra com tamanho mínimo de 20 corpos-de-prova [9] e sendo  $f_{cm}$  e  $\sigma$  calculados a partir da mesma amostra;
2. calcular o terceiro parâmetro quando dois são conhecidos, assumindo-se que o concreto seja conforme (exemplo: para

realizar análise de confiabilidade de concretos conformes, calcula-se o valor médio a partir de um  $f_{ck}$  especificado e  $\sigma$  conhecido);

3. determinar a resistência de dosagem ( $f_{cm}$ ), para que o concreto produzido resulte conforme [8] quando testado aos 28 dias.

Quando utilizada para especificar a resistência de dosagem [8], a Eq. (1) é escrita como:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65 \cdot \sigma_d \quad (2)$$

onde  $f_{ck}$  é a resistência (característica) especificada pelo projetista,  $f_{cm}$  é a resistência média esperada para ensaio dos corpos-de-prova moldados aos 28 dias e onde  $\sigma_d$  é o desvio-padrão especificado em norma [8], ou praticado pela concreteira em trabalhos anteriores [8]. Para a condição de melhor controle de preparo (condição A), a norma [8] especifica  $\sigma_d = 4$  MPa. Portanto, a resistência de dosagem deve ser pelo menos 6,6 MPa maior do que a resistência especificada pelo projetista.

Uma vez produzido o concreto, o mesmo é entregue na obra e lançado na estrutura. O controle de qualidade, realizado através da moldagem in loco de corpos-de-prova cilíndricos que serão ensaiados aos 28 dias, visa verificar se o concreto produzido efetivamente alcançou a resistência (característica) especificada pelo projetista. A norma de controle e recebimento [8] permite que o controle seja por amostragem total ou parcial. No controle por amostragem total, são moldados dois corpos-de-prova a partir de cada betonada. A resistência considerada é o maior valor obtido para o ensaio destes dois corpos-de-prova. Preferencialmente, deve-se rastrear em que pontos da estrutura cada betonada de concreto é lançada, o que facilita a verificação do projeto em caso de verificar-se não-conformidade do concreto. No controle por amostragem parcial, molda-se pelo menos 6 corpos-de-prova a cada 50 ou 100 m<sup>3</sup> de concreto lançado na obra [8].

No caso de controle por amostragem parcial, e quando o número de amostras é maior ou igual a vinte, a Eq. 1 é utilizada para estimar a resistência característica [8]. No caso de controle total e número de amostras maior que vinte, a resistência característica é estimada com base no resultado correspondente ao percentil de 5%. Os resultados experimentais são ordenados em ordem crescente ( $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ ), e a resistência característica é dada por [8]:

$$f_{ckest} = f_{int[0,05n]} \quad (3)$$

onde  $int[]$  representa a parte inteira.

Ao final do processo de controle, um lote ou lotes de concreto são considerados conformes quando o valor estimado de sua resistência característica ( $f_{ckest}$ ) satisfaz a  $f_1 < f_2 < f_3 < \dots < f_n$  relação [8]:

$$f_{ckest} \geq f_{ck} \quad (4)$$

**Tabela 1 - Quantificação dos corpos-de-prova empregados no estudo**

Classe	Números de corpos-de-prova
C20	896
C30	1052
C40	3742
C50	148

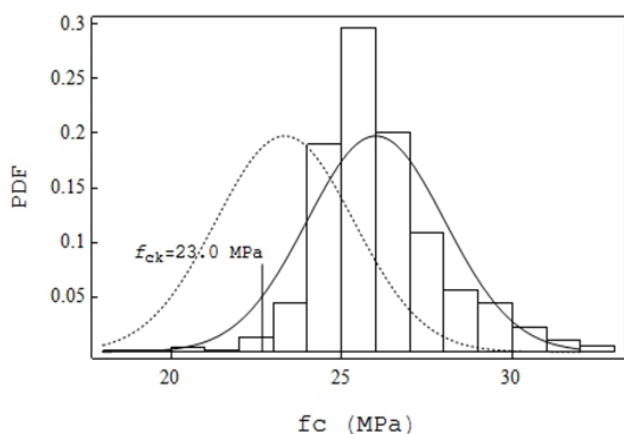
#### 4. Objetivos e procedimento experimental

O presente trabalho está baseado em resultados de resistência à compressão aos 28 dias de corpos-de-prova moldados in loco e

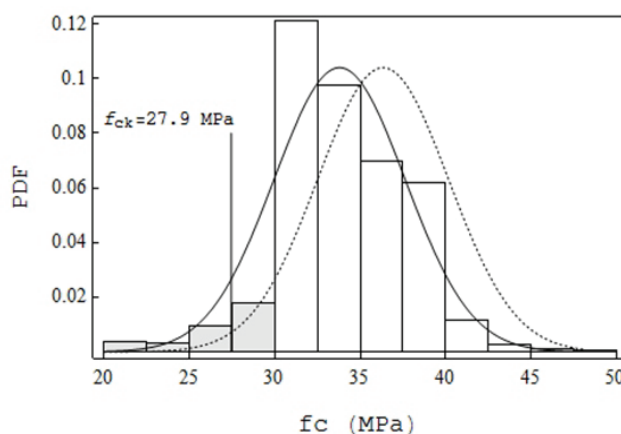
originários de obras de algumas partes do Brasil. No total, mais de cinco mil corpos-de-prova compõem a base de dados utilizada neste estudo, conforme ilustrado na Tabela 1. Os dados tiveram origem em nove unidades federativas – Alagoas, Bahia, Ceará, Distrito Federal, Maranhão, Minas Gerais, Paraíba, Rio de Janeiro e São Paulo – e foram obtidos juntos aos eng<sup>os</sup> Antonio Nereu Cavalcanti Filho da TECNOCON, Cesar Pinto da CSP Projetos e Consultoria em Estruturas, Luiz Felipe Ferreira Mello da SILCO Engenharia, Renato Trindade da AJL Engenharia, Otávio Luiz do Nascimento da CONSULTARE, Egdio Herve Neto da Ventusco-re Solucoes em Concreto e ao eng<sup>o</sup> consultor Marcos Carnaúba. Esta amostragem não abrange todo o Brasil, mas parte significativa do país.

Certamente, os autores gostariam de dispor de resultados para outras regiões do Brasil, a fim de aumentar a representatividade dos dados e reavaliar os resultados. Para atingir este objetivo, os autores solicitam a colaboração de empresas e projetistas, no sentido de disponibilizar seus resultados. Feita esta observação sobre a (limitação da) representatividade dos dados, e para simplificar

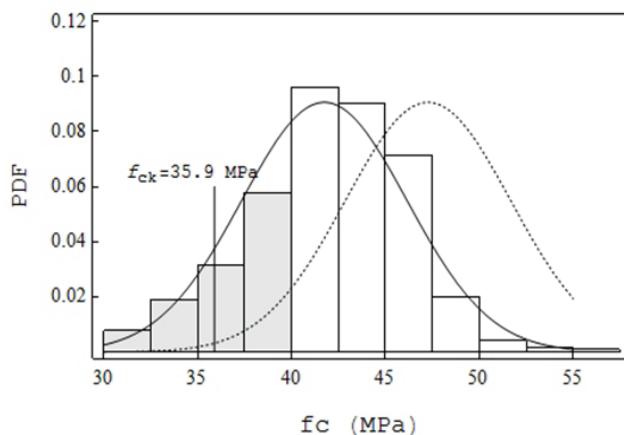
**Figura 2 - Comparação entre histogramas (e funções de distribuição) dos concretos produzidos (linha contínua) e de concretos conformes (linha tracejada)**



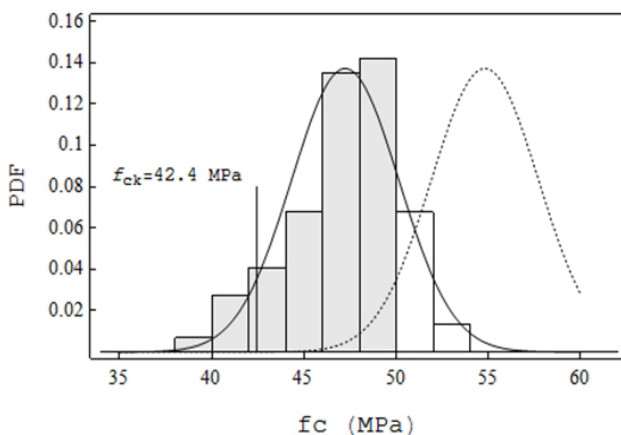
a) Concreto C20 real



b) Concreto C30 real



c) Concreto C40 real



d) Concreto C50 real

Tabela 2 – Resumo dos dados sobre os concretos atualmente produzidos no país

Classe	$f_{ckest}$ (MPa) (Eq. 1)	$f_{ckest}$ (MPa) (Eq. 3)	$f_{cm}$ (MPa)	$\sigma$ (MPa)	C.V.	$f_{ckest}/f_{ck}$	Percentual de amostras não-conformes
C20	23,0	23,7	26,0	1,847	0,071	1,15	1
C30	27,9	28,0	33,8	3,554	0,105	0,93	9
C40	35,9	33,6	41,7	3,570	0,090	0,90	30
C50	42,4	41,1	47,2	2,910	0,062	0,85	84

a argumentação, assumimos que os resultados disponíveis são representativos da situação dos concretos produzidos no Brasil.

Os objetivos deste trabalho podem ser separados em:

1. Identificar possíveis «vícios» dos concretos produzidos no Brasil, que resultem em não-conformidade. Havendo não-conformidade, as Eqs. 1 e 2 não se aplicam.
2. Determinar equações equivalentes às Eqs. 1 e 2, que reflitam a realidade dos concretos produzidos no Brasil, e que possam ser utilizadas em análises de confiabilidade.
3. Verificar em que medida a não-conformidade dos concretos produzidos no Brasil afeta a segurança (confiabilidade) das estruturas quando medidas de mitigação não são adotadas.

Um objetivo de longo prazo, que será subsidiado com resultados do presente trabalho, é realizar a calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes parciais de segurança de normas de projeto brasileiras (NBR8681 e NBR6118) [4].

Os objetivos 1 e 2 listados acima diferem significativamente dos objetivos (e mesmo do escopo) da norma de controle do concreto [8]. Esta norma visa definir tipos de controle (amostragem parcial ou total), diferenciar condições de preparo (A, B ou C), estabelecer números mínimos de corpos-de-prova e estabelecer as condições para a verificação da conformidade de cada lote de concreto. O objetivo deste trabalho é obter uma descrição estatística que represente o conjunto de concretos produzidos no país. Portanto, não importa saber se o lote A da construtora B resultou não-conforme, porque as análises de confiabilidade são realizadas para as condições de projeto definidas por uma norma que se aplica a todo o País (os mesmos coeficientes parciais de segurança são

utilizados em todo o território nacional). Mais ainda, a maneira de moldar os corpos-de-prova no recebimento e os procedimentos de ensaio são os mesmos para qualquer tipo de controle ou condição de preparo. Portanto, os dados provenientes de diferentes concretos e obras podem ser analisados em bloco, para cada região geográfica do país. Neste estudo, os resultados foram categorizados conforme a região geográfica (sul, sudeste, centro-oeste e nordeste), e estatísticas regionais foram calculadas. Estatísticas nacionais foram então calculadas como médias ponderadas das estatísticas regionais, onde o peso na ponderação foi dado pelo número de amostras disponível para cada concreto em cada região geográfica.

## 5. Resistência e (não-)conformidade dos concretos produzidos no Brasil

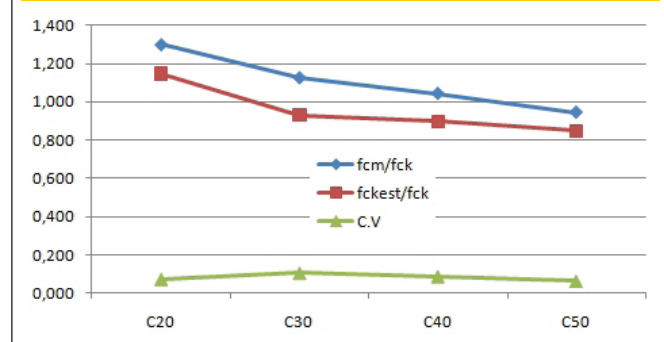
Embora o controle estatístico esteja sendo realizado nas obras de concreto armado no Brasil, é fato conhecido que boa parte destes concretos apresenta resistência não-conforme [5, 6, 7]. A Tabela 2 resume os resultados obtidos neste trabalho a partir da base de dados apresentada na Tabela 1. Estes resultados são apresentados de forma gráfica nas Figuras 2 e 3.

A Figura 2 mostra os histogramas obtidos a partir de ensaios de compressão em corpos-de-prova cilíndricos de concretos usinados moldados no recebimento e ensaiados aos 28 dias, com carregamento monotônico em velocidade padrão. A porção hachurada dos histogramas destaca os concretos que ficaram abaixo da resistência especificada, cujo percentual é apresentado na última coluna da Tabela 2. Os gráficos ilustram as resistências características obtidas para estes concretos a partir dos resultados experimentais, utilizando a Eq. (1). Em linha contínua, são ilustradas as curvas de distribuição de probabilidades dos concretos ensaiados, correspondentes aos histogramas. Em linha tracejada, são ilustradas as curvas de distribuição de probabilidades dos mesmos concretos se estes fossem conformes.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados obtidos em termos de  $f_{ckest}$ ,  $f_{cm}$ ,  $\sigma$ , coeficiente de variação ( $\sigma/f_{cm}$ ), razão ( $f_{ckest}/f_{ck}$ ) e proporção de amostras não-conformes em cada classe de concreto. A Figura 3 ilustra a variação destes parâmetros em função da classe de resistência do concreto. Observa-se que, a despeito da não-uniformidade da base de dados em termos de classe e distribuição geográfica dos concretos, os resultados mostram uma tendência consistente.

Na Tabela 2, os valores de  $f_{ckest}$  são avaliados usando as equações 1 e 3, a partir dos resultados experimentais. Observa-se que existe grande concordância dos resultados, como era de se esperar. As equações 1 e 3 são equivalentes, mas a Eq. 1 assume distribuição

Figura 3 – Resumo dos dados sobre os concretos atualmente produzidos no país



Normal dos dados, enquanto que a Eq. 3 assume uma distribuição acumulada empírica ( $F_i=i/n$ ). O cálculo de outros parâmetros ( $f_{ckest}/f_{ck}$ ) é realizado utilizando-se os resultados da Eq. 1.

Na Figura 3 pode-se observar que, a despeito da heterogeneidade dos dados (em relação a classe de concreto e região geográfica das amostras), e apesar do pequeno número de amostras para classe C50, as curvas de  $f_{ckest}/f_{ck}$  e  $f_{cm}/f_{ck}$  seguem uma mesma tendência. Observa-se na Figura 2, assim como na Tabela 2, que  $f_{ckest} < f_{ck}$  para as classes C30, C40 e C50. Portanto, os conjuntos de resultados (Tabela 1) referem-se a concretos que, no conjunto, devem ser considerados não-conformes. A ordem de magnitude da não-conformidade destes concretos pode ser avaliada qualitativamente na Figura 2, a partir da diferença entre as curvas de distribuição de probabilidades (linha contínua para concretos fornecidos e linha tracejada para concretos conformes). A não-conformidade dos concretos pode ser quantificada a partir dos percentuais de amostras com resistência abaixo do  $f_{ck}$  especificado, na última coluna da Tabela 2. Por norma, este percentual deveria ser limitado aos 5%. No entanto, observam-se percentuais muito superiores para os concretos da base de dados estudada. Fica também evidente que o problema da não-conformidade é mais significativo para os concretos de maior resistência.

Resultados obtidos para  $\sigma$  mostram que o desvio-padrão especificado em norma para cálculo da resistência de dosagem ( $\sigma_d=4$  MPa para a condição de preparo A com melhor controle [8]) é levemente conservador, o que serve como uma margem de segurança para que os concretos dosados segundo a Eq. (2) resultem conformes.

No entanto, os resultados obtidos deixam claro que a equação de dosagem não tem sido respeitada pelas concreteiras: para os concretos C40 e C50, a resistência média ficou próxima da resistência **característica** especificada em projeto. Isto confirma observações de Grandiski (na discussão que faz parte da referência [5]) de que as concreteiras têm centrado a resistência de dosagem na resistência característica, e não na resistência média (que é

em torno de 6,6 MPa maior, conforme comentado). Este resultado certamente tem um impacto negativo na confiabilidade das estruturas produzidas. Uma medida deste impacto é a razão  $f_{ckest}/f_{ck}$ , que está em torno de 0.9 para o concreto da classe C40 (maior conjunto experimental). Frente a esta realidade, não adotar medidas de mitigação (por hipótese) equivaleria a projetar estruturas de concreto com coeficiente de segurança igual a  $\gamma_c=1.4 \cdot 0.9=1.26$ . A quantificação do impacto da não-conformidade, no entanto, envolve análise de confiabilidade estrutural.

Os resultados obtidos mostram que os concretos das classes C30, C40 e C50 não são conformes. Portanto, as equações 1 e 2 não podem ser utilizadas em análises de confiabilidade. Neste tipo de análise, é costumeiro utilizar-se expressões que permitem reconstruir as estatísticas de resistência do concreto, a partir do  $f_{ck}$  especificado. Portanto, para análise de confiabilidade dos concretos reais deve-se utilizar os dados da Eq. (5), determinados a partir dos dados apresentados na Tabela 2.

$$C20: f_{cm} = 1,15.f_{ck} + 1,65.\sigma$$

$$C30: f_{cm} = 0,93.f_{ck} + 1,65.\sigma$$

$$C40: f_{cm} = 0,90.f_{ck} + 1,65.\sigma$$

$$C50: f_{cm} = 0,85.f_{ck} + 1,65.\sigma$$

(5)

A utilização destas equações, juntamente com os desvios-padrão obtidos experimentalmente, permite “reconstruir” as estatísticas obtidas neste trabalho a partir dos cinco mil resultados experimentais.

## 6 Análise de confiabilidade estrutural

A não-conformidade dos concretos, verificada através dos resultados experimentais, certamente afeta a segurança das estruturas produzidas no Brasil, se medidas de mitigação não forem adota-

Tabela 3 - Variáveis aleatórias empregadas na análise de confiabilidade

Variável	Distribuição	Média	C.V.	Referência
Conforme	C20	$f_{ck} + 1,65.\sigma$	0,080	Este trabalho
	C30		0,099	
	C40		0,078	
	C50		0,053	
$f_c$ real (não-conforme)	C20	Eq. (5)	0,072	Este trabalho
	C30		0,105	
	C40		0,090	
	C50		0,062	
C	normal	0,003.b (mm)	$4mm + 0,006.b$ 0,003.b	(16)
$f_s$	lognormal	$1,12.f_{sk}$	0,050	(16)
D	normal	$1,05.D_n$	0,100	(12)
L	Gumbel	$1,00.L_n$	0,250	(12)

das. Nesta seção, estuda-se o efeito da não-conformidade dos concretos na redução da segurança das estruturas produzidas, a partir de análises de confiabilidade comparativas entre concretos “de norma” (conformes) e os concretos reais (não-conformes).

Dentre os diferentes elementos estruturais em concreto armado, são os pilares curtos cuja resistência mais fortemente depende da resistência do concreto. Portanto, nesta avaliação do efeito da não-conformidade, apenas pilares curtos sujeitos a forças normais são considerados. Por norma [9], uma excentricidade mínima deve ser considerada mesmo no projeto dos pilares curtos. Excentricidades provocam momentos fletores que podem originar tensões de tração. No entanto, os máximos efeitos de não-conformidades na resistência a compressão do concreto são obtidos para pilares com 100% da seção transversal sujeita a tensões de compressão. Portanto, por simplificação, nenhuma excentricidade é considerada nesta análise. Os pilares são elementos estruturais lineares, normalmente verticais, cuja função é receber as ações atuantes nos diversos níveis da estrutura e conduzi-las até a fundação. Junto com as estruturas de fundação, os pilares são os principais elementos de uma construção, pois a ruína de um único pilar pode provocar danos globais ou mesmo o colapso progressivo de uma estrutura [14, 15].

### 6.1 Variáveis de resistência

A resistência do aço e a resistência à compressão do concreto são as variáveis aleatórias que mais afetam a resistência dos pilares. Os momentos e distribuições de probabilidades dessas variáveis são apresentados na Tabela 3.

Os parâmetros de resistência do aço são obtidos a partir de referências da literatura [16], sendo que é considerado o aço estrutural do tipo CA-50 com tensão de escoamento característica igual a 500 MPa.

Os parâmetros da resistência dos concretos são avaliados a partir da Eq. (2), quando o concreto é assumido conforme (para comparação) e a partir dos resultados experimentais (Tabela 2) obtidos neste trabalho. Em ambos os casos, utiliza-se os desvios-padrão experimentais, reportados na Tabela 2.

Outra variável aleatória que afeta a resistência dos pilares é a dimensão dos mesmos. A incerteza na dimensão dos pilares, proveniente de imperfeições nas formas, é obtida a partir do «Probabilistic Model Code» [16]. Nesta análise, são considerados pilares com seção transversal quadrada de dimensão  $b=30$  cm. A variável aleatória que quantifica a incerteza nas dimensões dos pilares é apresentada na Tabela 3.

### 6.2 Equação de projeto dos pilares e variáveis de solicitação

Com a finalidade de avaliar a confiabilidade dos pilares em condição de trabalho (considerando as ações esperadas em uma estrutura), são incorporadas as variáveis ação permanente  $D$  e ação variável  $L$ . Os valores nominais destas ações,  $D_n$  e  $L_n$ , são determinados a partir das equações de projeto dos pilares, usando as normas técnicas apropriadas [9, 17].

Na avaliação da confiabilidade de um pilar genérico (ou seja, sem considerar uma estrutura em particular), a ordem convencional de projeto é invertida. Ao invés de dimensionar o pilar para um dado carregamento, encontra-se o carregamento que poderia ser imposto a um pilar com seção transversal pré-definida. Determinadas a resistência do concreto ( $f_{ck}$ ), as dimensões da seção trans-

versal ( $b \times b$ ) e a taxa de armadura  $\rho$ , a resistência de projeto de um pilar curto é encontrada através de:

$$R_D = \frac{0,85 \cdot [b^2 - A_s] \cdot f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \cdot f_s \quad (6)$$

onde o fator 0.85 representa a redução de resistência pelo efeito Rüschi,  $\gamma_c=1.4$  é dado pela norma NBR 6118:2003 [9], sendo  $f_s$  a tensão no aço correspondente à deformação de ruptura do concreto (2,0‰). Uma vez obtida a resistência de projeto, esta é igualada à solicitação de projeto:

$$R_D = S_D = \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (7)$$

sendo  $\gamma_D=1,4$  e  $\gamma_L=1,4$  os coeficientes de majoração das ações, dados pela NBR6118:2003 [9] e NBR 8681:2003 [17]. Note-se que estes valores, e portanto os resultados que seguem, correspondem ao projeto de Edificações tipo 2 (aquelas para as quais as ações acidentais não superam  $5\text{kN/m}^2$ ), segundo a NBR 8681:2003 [17]. Dividindo a Eq. (7) por  $D_n$  e rearranjando os termos, obtém-se:

$$D_n = \frac{R_D}{\gamma_D + \gamma_L L_n/D_n} \quad (8)$$

Escolhendo uma razão de carregamento ( $L_n/D_n$ ), encontra-se a carga permanente nominal ( $D_n$ ), e a partir desta a ação variável nominal ( $L_n$ ). A partir dos valores nominais, e usando os parâmetros e distribuições estatísticas [12] destas variáveis (Tabela 3), “reconstrói-se” as variáveis aleatórias ação permanente  $D$  e ação variável  $L$ .

Neste trabalho, são consideradas oito razões de carregamento:  $L_n/D_n = \{0,1; 0,4; 0,7; 1,0; 1,3; 1,6; 1,9; 2,2\}$ . Segundo Ellingwood e Galambos [12], a faixa típica da razão de carregamento para estruturas de concreto é  $0,5 \leq L_n/D_n \leq 1,5$ . Segundo Szerzen and Nowak [18], a faixa típica da razão de carregamento para pilares de concreto é  $0,1 \leq L_n/D_n \leq 1,5$ . Portanto, a faixa de razões de carregamento considerada neste trabalho está um pouco ampliada em relação a faixa de carregamento típica para pilares de concreto. Na interpretação dos resultados vale lembrar que, na prática de Edificações tipo 2, a faixa de carregamento dificilmente passa de  $L_n/D_n \leq 1,0$ .

### 6.3 Taxa geométrica de armadura

Para que a análise de confiabilidade reflita o universo de condições de projeto, é importante considerar o espectro de variação dos parâmetros do problema. Conforme apresentado nos parágrafos anteriores, na análise de confiabilidade são considerados quatro valores de resistência à compressão do concreto e oito valores da razão de carregamento ( $L_n/D_n$ ). Além desses, são considerados três valores da taxa geométrica de armadura:  $\rho = \{\rho_{\min}; 2,0\%; 4,0\%\}$ . A taxa de armadura mínima ( $\rho_{\min}$ ) segue as prescrições de norma para pilares [9].

6.4 Equação de estado limite

Para um pilar de concreto armado com seção transversal quadrada (dimensões nominais  $b \times b$ ) e área de aço  $A_s$ , a equação de estado limite para análise de confiabilidade é:

$$g(X) = 0,85 \cdot [(C + b) \cdot (C + b) - A_s] \cdot f_c + A_s \cdot f_s - D - L \quad (9)$$

onde:

$C$  é a variável aleatória que quantifica a incerteza nas dimensões

Figura 4 – Índices de confiabilidade em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$  e da classe do concreto

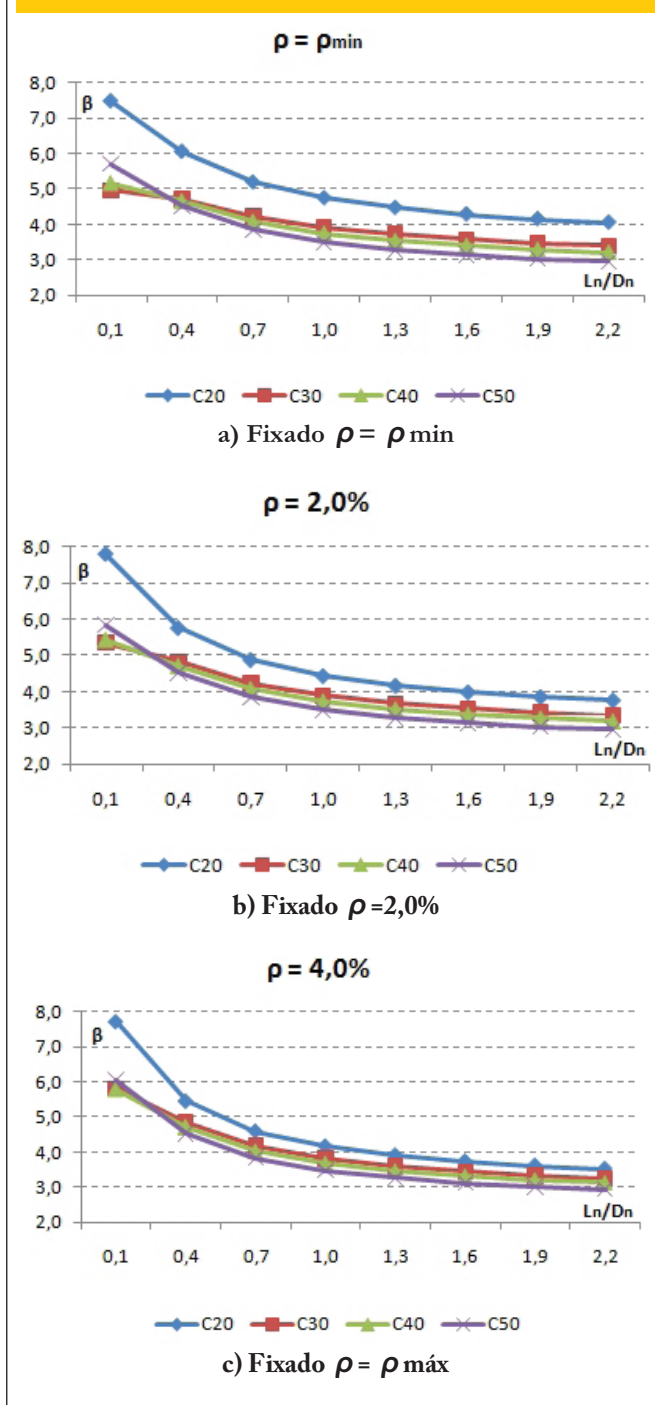
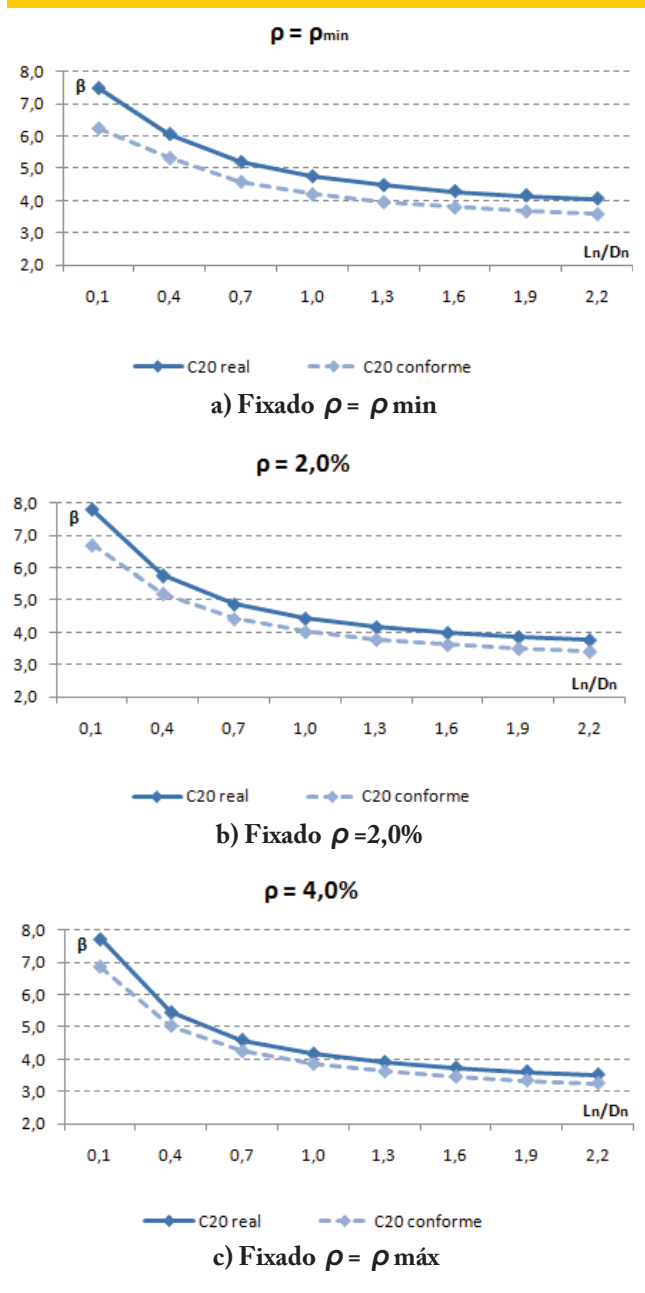


Figura 5 – Índices de confiabilidade para a classe C20 em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$





da seção transversal a partir das dimensões nominais ( $\beta$ ) [16];  
 $f_c$  é a resistência do concreto (variável aleatória);  
 $f_s$  é a resistência do aço (variável aleatória) correspondente à de-  
 formação de ruptura do concreto (2,0‰);  
 $D$  é a ação permanente (variável aleatória);  
 $L$  é a ação variável (variável aleatória).  
 Apesar da semelhança entre a equação de estado limite (Eq. 9)  
 e as equações de projeto (Eqs. 6 e 7), é importante ressaltar que

a equação de estado limite (Eq. 9) envolve variáveis aleatórias e  
 coeficientes de segurança unitários, enquanto que as equações  
 de dimensionamento (Eqs. 6 a 11) envolvem valores característi-  
 cos das resistências dos materiais, valores nominais das ações e  
 coeficientes parciais de segurança não-unitários.

Para estudar o efeito da não-conformidade do concreto na confi-  
 abilidade das estruturas, dois grupos de resultados são obtidos:  
 considerando a relação teórica (Eq. 2) e a relação real da resis-  
 tência do concreto (Eq. 5). A determinação dos índices de confi-  
 abilidade é feita via método de confiabilidade de primeira ordem  
 [19, 20] utilizando o programa computacional StRAnD: Structural  
 Reliability Analysis and Design desenvolvido por Beck [21].

## 7. Resultados da análise de confiabilidade

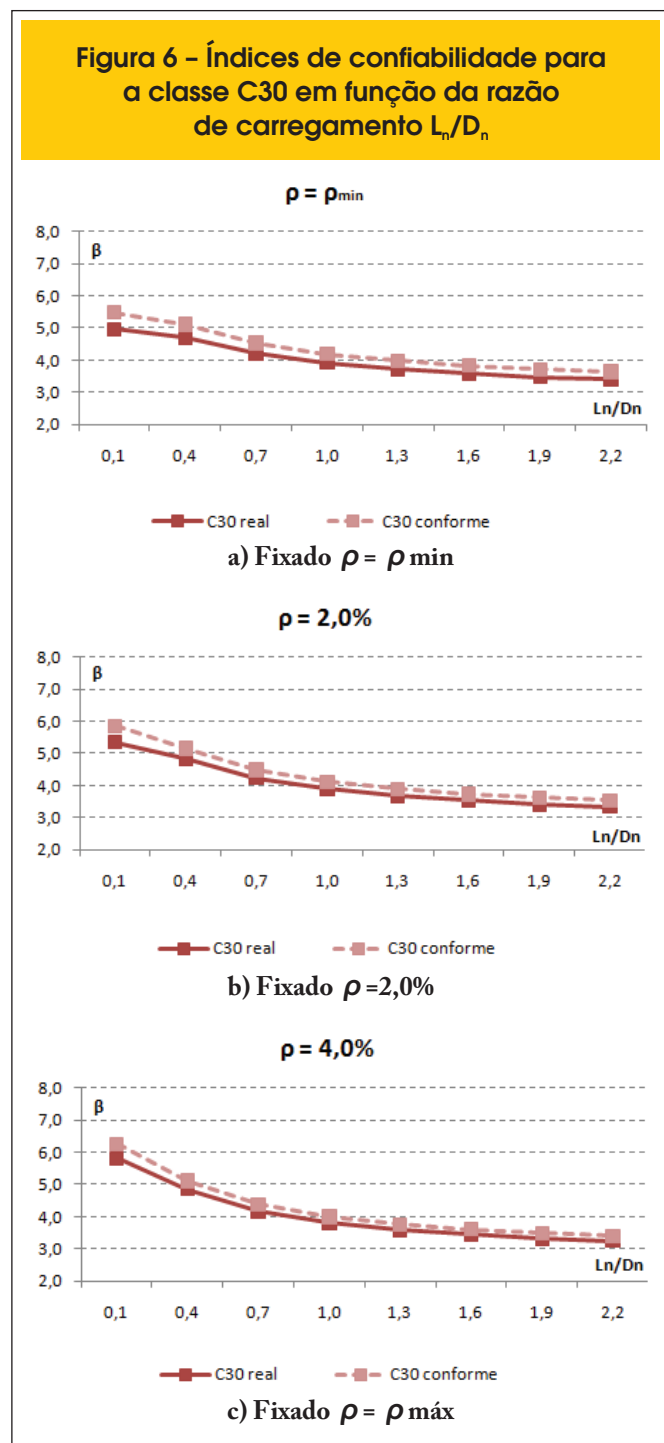
Os índices de confiabilidade obtidos para pilares com diferentes  
 taxas de armaduras e concreto real de quatro classes diferentes  
 estão ilustrados na Figura 4. Os resultados apresentados na Figu-  
 ra 4 mostram uma clara dependência do índice de confiabilidade  
 em relação à razão de carregamento. Este comportamento decor-  
 re da adoção de coeficientes  $\gamma_D$  e  $\gamma_L$  constantes, independentes da  
 razão de carregamento. Como o coeficiente de variação (c.v.) da  
 ação variável (0,25) é muito maior do que o c.v. da ação perma-  
 nente (0,10), à medida que a proporção da ação variável aumenta,  
 o índice de confiabilidade diminui.

Na Figura 4, a distância entre as curvas reflete a variação do ín-  
 dice de confiabilidade com a classe de resistência do concreto.  
 A figura mostra que, para razões de carregamento  $L_n/D_n > 0,4$  o  
 índice de confiabilidade decresce à medida que a resistência do  
 concreto aumenta, sendo que as curvas tendem a se aproximar  
 quando a taxa de armadura aumenta. Tal resultado pode parecer  
 contraditório, mas é consequência de se projetar o carregamen-  
 to para seção transversal pré-definida, e também do papel domi-  
 nante da variável  $L$  (como será visto). Este resultado também é  
 consequência do efeito da não-conformidade, que é maior para  
 concertos de maior resistência. Para razões de carregamento  $L_n/D_n < 0,4$ , a  
 resistência do concreto é a variável mais importante, e este comporta-  
 mento se inverte: índices de confiabilidade aumentam à medida que a  
 resistência do concreto aumenta. O concreto C20 (real) fica fora desta  
 tendência, por ser um concreto "mais que conforme", segundo Tabela 2.

A Figura 5 apresenta os índices de confiabilidade obtidos para pi-  
 lares com concreto da classe C20 e com diferentes taxas de arma-  
 dura. Dois conjuntos de resultados são apresentados nesta figura.  
 A curva tracejada mostra os resultados obtidos para o concreto  
 conforme, enquanto a curva contínua mostra os resultados obti-  
 dos para o concreto real. A figura deixa evidente que a classe C20  
 não é afetada pelo problema da não-conformidade da resistência  
 do concreto. Em verdade, os concretos C20 produzidos são mais  
 do que conformes (Tabela 2), o que eleva os índices de confiabi-  
 lidade correspondentes aos concretos reais.

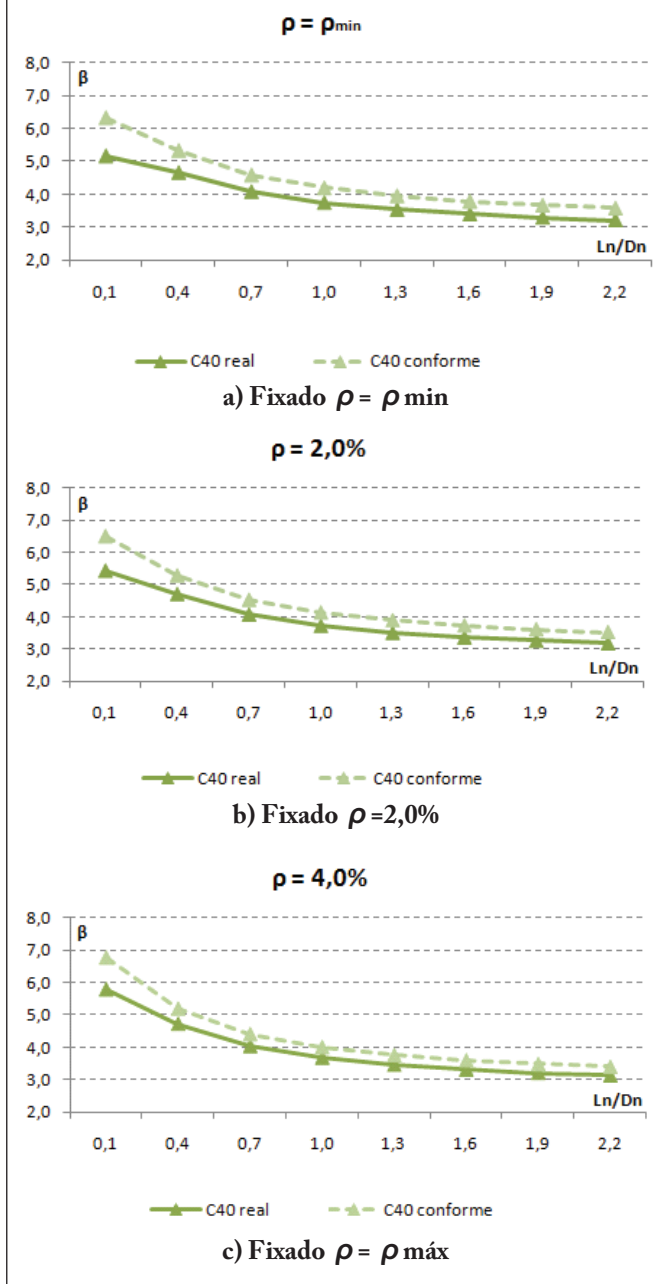
Os índices de confiabilidade obtidos para pilares com concreto da  
 classe C30 e com diferentes taxas de armadura são apresentados na  
 Figura 6. Nesta figura pode-se observar que a não-conformidade  
 da resistência do concreto afeta de maneira moderada a seguran-  
 ça dos pilares confeccionados com concretos da classe C30. Con-  
 forme esperado, efeitos da não-conformidade são maiores para  
 pequenas razões de carregamento, região onde a resistência do  
 concreto tem mais importância.

**Figura 6 – Índices de confiabilidade para a classe C30 em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$**

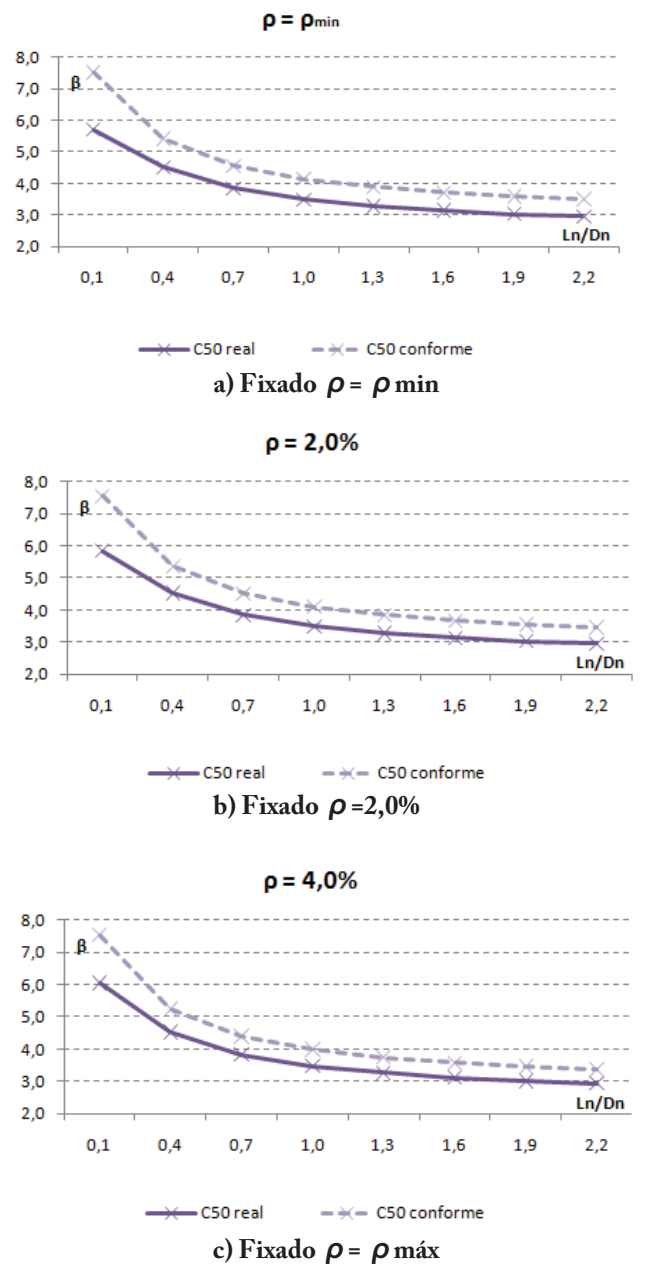


Os índices de confiabilidade obtidos para pilares com concreto da classe C40 e com diferentes taxas de armaduras podem ser vistos na Figura 7. Verifica-se que para a classe C40 a não-conformidade da resistência do concreto acarreta uma diminuição mais acentuada do índice de confiabilidade dos pilares. Esta redução é significativa, pois índices de confiabilidade são reduzidos abaixo de valores alvo. Segundo recomendação do EUROCODE, o índice de confiabilidade para colunas deve ser pelo menos  $\beta=3.8$ .

**Figura 7 - Índices de confiabilidade para a classe C40 em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$**



**Figura 8 - Índices de confiabilidade para a classe C50 em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$**



Na figura 7 observa-se que, para concretos conformes, este valor é respeitado para  $L_n/D_n < 1,0$ . No entanto, para os concretos reais entregues pelas concreteiras nos canteiros de obra brasileiros, os índices de confiabilidade ficam significativamente abaixo deste valor. Portanto, o efeito da não-conformidade dos concretos C40 é significativa na redução da segurança das estruturas de concreto armado produzidas no país.

A Figura 8 apresenta os índices de confiabilidade obtidos para

pilares com concretos da classe C50 e com diferentes taxas de armaduras. Para a classe C50, a não-conformidade da resistência do concreto reduz de forma ainda mais significativa o índice de confiabilidade dos pilares.

Em termos gerais, é possível notar através das Figuras 6, 7 e 8 que a medida que a resistência do concreto aumenta, ocorre um aumento no distanciamento entre as curvas tracejadas e contínuas. Este resultado indica que os efeitos da não-conformidade do concreto aumentam à medida que a resistência do concreto aumenta. Isto ocorre porque o percentual de amostras não-conformes, na base de dados estudada, aumenta com a classe do concreto (Tabela 2). De maneira semelhante, observa-se que quanto menor a taxa de armadura, maior é o efeito da não-conformidade. Isto é natural, pois para taxas de armadura menores a parcela de contribuição do concreto deve ser maior. Finalmente, observa-se que os maiores efeitos da não-conformidade ocorrem na região das pequenas razões de carregamento ( $L_n/D_n < 0,4$ ), onde a importância da resistência do concreto é maior.

Os coeficientes de sensibilidade (cossenos diretores) das variáveis aleatórias do problema são ilustrados nas Figuras 9, 10 e 11 em função da razão de carregamento. Esses coeficientes mostram a contribuição de cada variável aleatória na probabilidade de falha. Variáveis de solicitação (L e D) aparecem com coeficientes negativos, enquanto que variáveis de resistência ( $f_c$ ,  $f_y$ , C) aparecem com coeficientes positivos.

As Figuras 9, 10 e 11 mostram como a incerteza na ação variável exerce um papel que é crescentemente dominante à medida que aumenta a razão de carregamento  $L_n/D_n$ , o que é natural. Menos evidente é a crescente dominância da ação variável com o aumento na taxa de armadura. A resistência do concreto é a segunda variável aleatória mais importante, especialmente para pilares com baixas taxas de armaduras e executados com concretos de menor resistência, sendo que a importância do concreto é reduzida com o aumento da taxa de armadura, fato esse que justifica o aumento na importância da ação variável. Todavia, é importante salientar que a resistência do concreto assume a posição de variável aleatória mais importante quando a razão de carregamento  $L_n/D_n$  é pequena ( $L_n/D_n < 0,4$ ).

Figura 9 - Coeficientes de sensibilidade para  $\rho = \rho_{\min}$  em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$

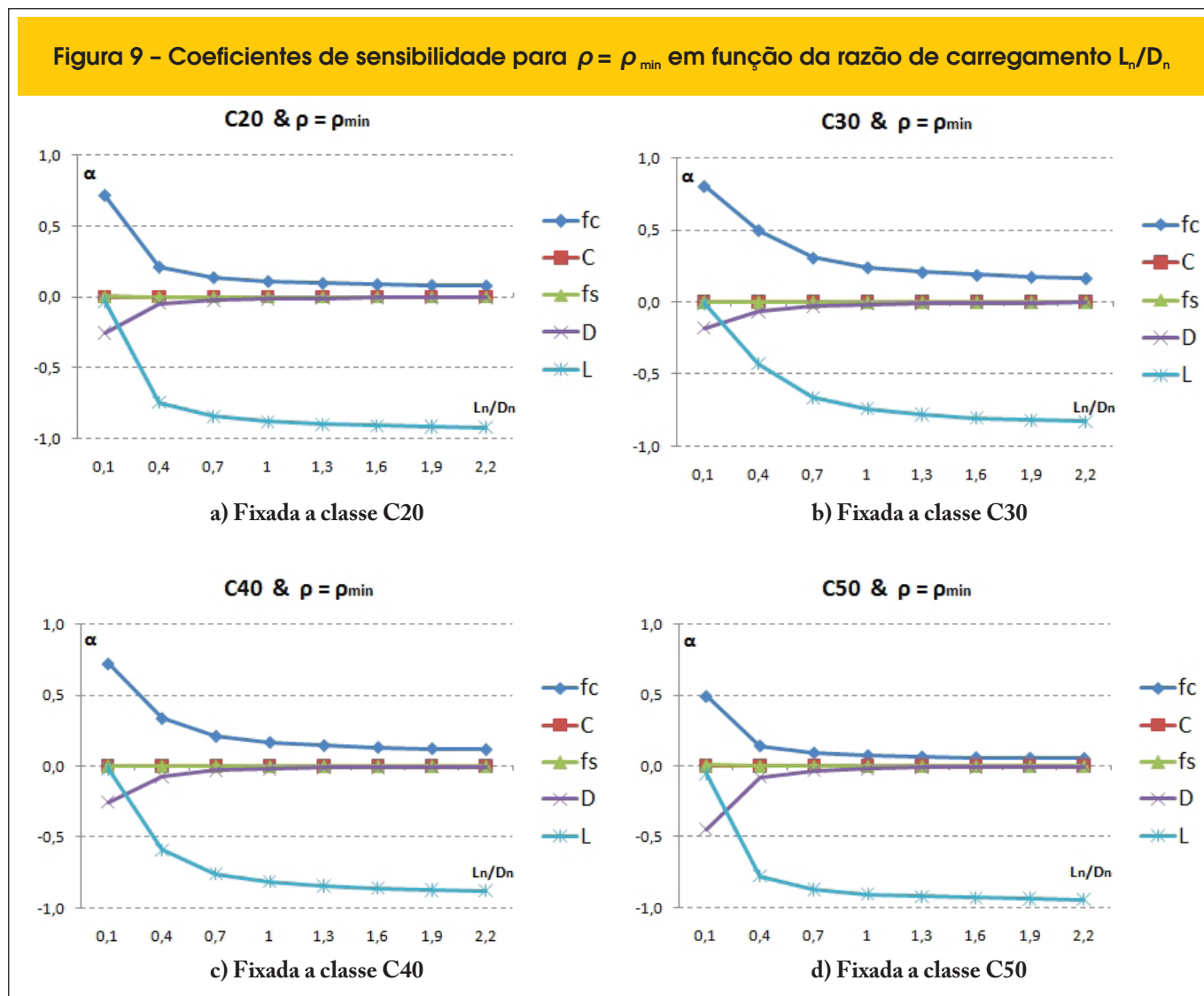
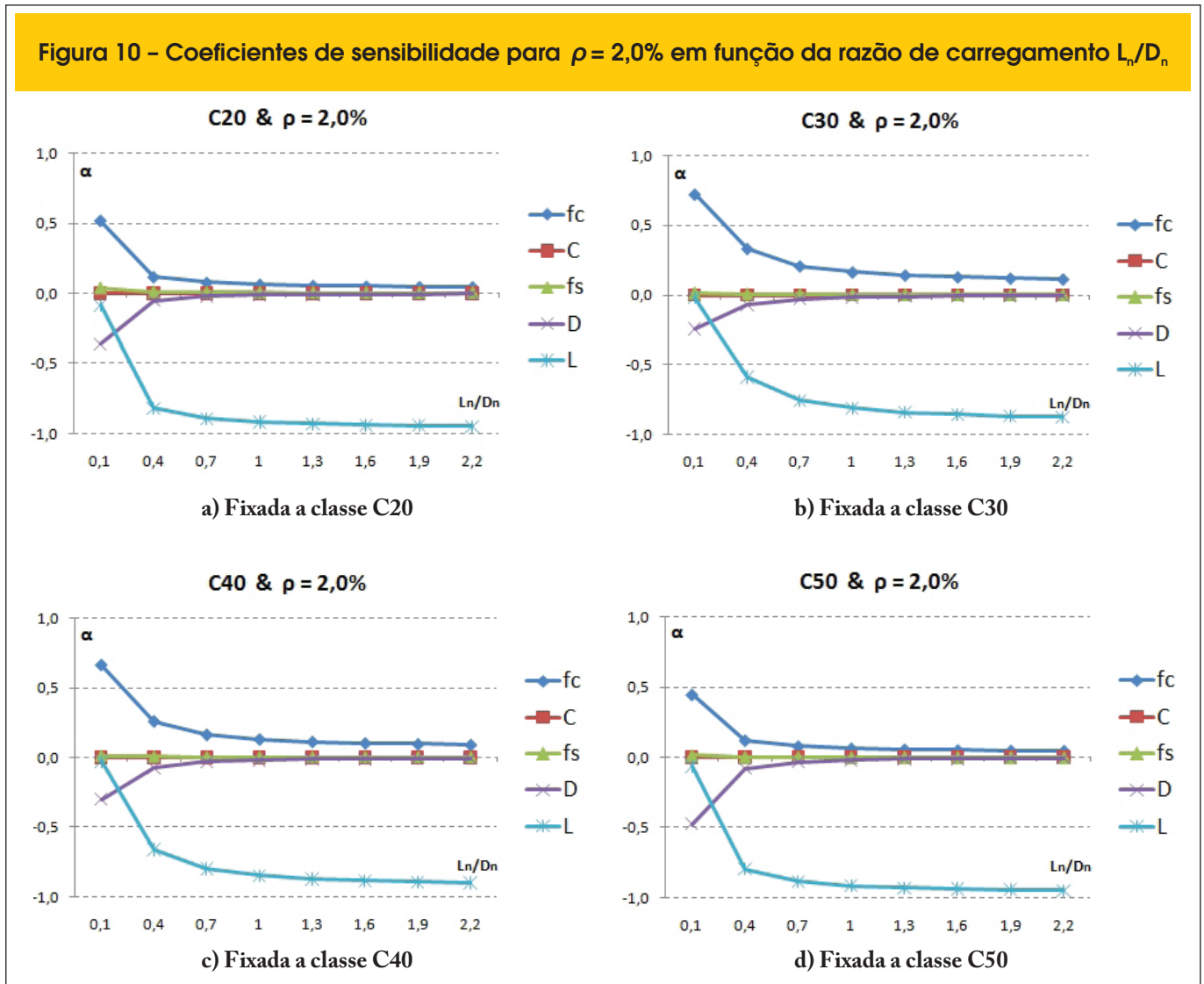


Figura 10 - Coeficientes de sensibilidade para  $\rho = 2,0\%$  em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$



## 8 Conclusões

Este trabalho apresentou uma investigação da resistência à compressão de concretos usinados produzidos no Brasil, nas classes C20, C30, C40 e C50, a partir de uma base de dados com mais de cinco mil corpos-de-prova moldados in loco no recebimento do concreto. Verificou-se a ocorrência de não-conformidade em grande parte dos concretos produzidos, e que o percentual de concretos não-conformes aumenta conforme aumenta a classe de resistência do concreto. Para os concretos C40, a resistência média encontrada revelou-se ligeiramente superior à resistência especificada ( $f_{ck} = 40$  MPa especificado;  $f_{cm} = 41,7$  MPa e  $f_{ckest} = 35,9$  MPa, obtidos experimentalmente). Estes resultados são um forte indício de que as concreteiras estão centrando a resistência de dosagem na resistência característica, e não na resistência média, como preconizado em norma [8]. Tal prática deveria ser considerada inaceitável pelas construtoras, que arcam com parte significativa dos prejuízos econômicos oriundos da não-conformidade dos concretos.

Para o concreto C40 (maior conjunto experimental), a razão entre  $f_{ck}$  fornecido ( $f_{ckest}$ ) e  $f_{ck}$  especificado ficou em torno de 0.9. Em termos de projeto, e na ausência de medidas de mitigação, isto equivaleria a projetar estruturas utilizando coeficiente de segurança  $\gamma_c = 1.4 \cdot 0.9 = 1.26$ .

O trabalho também mostrou de que maneira a não-conformidade dos concretos atualmente produzidos afetaria a segurança das estruturas, se medidas de reforço e recuperação não fossem adotadas. O estudo englobou ampla gama de configurações de pilar, o que incluiu três taxas de armadura e oito razões entre ação variável e ação permanente. Para os concretos C20, verificou-se um aumento na confiabilidade dos pilares, em função de serem melhores do que concretos estritamente conformes. Para os concretos C30, verificou-se uma redução moderada na confiabilidade dos pilares. Para os concretos C40 e C50, verificou-se uma redução significativa na confiabilidade dos pilares. Para razões de carregamento mais comuns ao projeto de estruturas tipo 2 ( $L_n/D_n < 1,0$ ), índices de confiabilidade para os concretos conformes estão sempre acima do

valor recomendado para colunas de concreto armado ( $\beta=3.8$ ). No entanto, para os concretos reais, índices de confiabilidade caem significativamente abaixo deste nível. Portanto, o efeito da não-conformidade dos concretos na redução da segurança das estruturas produzidas com estes concretos não é aceitável. A redução mostrou-se mais acentuada para as menores taxas de armadura e para as menores razões entre ações acidentais e ações permanentes.

Os autores acreditam que existe amplo espaço para a melhoria das normas técnicas brasileiras, mas eventuais melhorias pressupõem que as normas existentes estejam sendo corretamente seguidas. Em particular, o grupo de pesquisa dos autores está trabalhando em um projeto de longo prazo que visa a calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes de segurança utilizados nas normas de projeto brasileiras [4]. O estudo da conformidade dos concretos produzidos no país é fundamental para se atingir este objetivo.

Os resultados apresentados neste trabalho ilustraram aspectos do problema da não-conformidade da resistência dos concre-

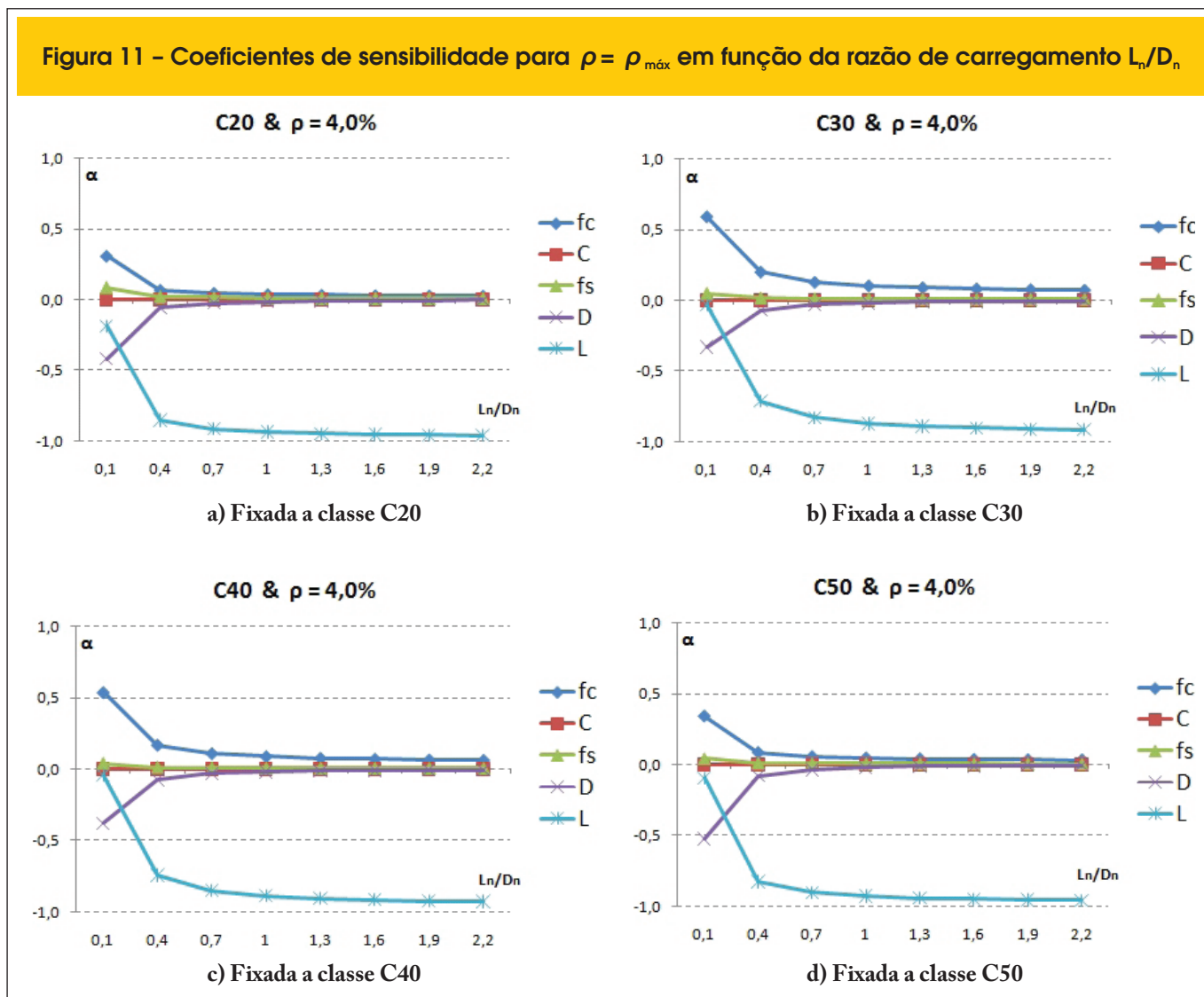
tos produzidos no Brasil. Por não se tratar de estudo de uma obra em particular, efeitos de medidas de reforço e recuperação não puderam ser considerados. O trabalho mostrou que a segurança das estruturas projetadas com os concretos atuais (não-conformes) seria significativamente reduzida se medidas de mitigação não fossem adotadas. Portanto, estes resultados reforçam a necessidade da adoção de medidas de reforço e recuperação, quando a não-conformidade do concreto é detectada em uma obra em particular.

## 9. Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, CNPq e FAPESP pelo financiamento a este projeto de pesquisa. Os autores agradecem aos revisores do texto, pelas contribuições que resultaram em melhorias do artigo.

Os autores agradecem em especial aos projetistas que disponibilizaram seus dados sobre resistência de concretos, sem os quais este trabalho não teria sido possível.

Figura 11 - Coeficientes de sensibilidade para  $\rho = \rho_{\max}$  em função da razão de carregamento  $L_n/D_n$



## 10. Referências bibliográficas

- [01] Beck AT and Dória AS, 2008: Reliability analysis of I-section steel columns designed according to new Brazilian building codes. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.* 30, 152-150.
- [02] Beck, A. T., De Oliveira, W. L. A., De Nardim, S., ElDebs, A. L. H. C. Reliability-based Evaluation of Design Code Provisions for Circular Concrete-Filled Steel Columns. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.31, n.10, p. 2299-2308, October, 2009.
- [03] Chaves IA, Beck AT and Malite M, 2010: Reliability-based Evaluation of Design Guidelines for Cold-Formed Steel-Concrete Composite Beams. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.* 32, 442-449.
- [04] Beck, A.T. e Souza Jr., A.C. (2010) A First Attempt Towards Reliability-based Calibration of Brazilian Structural Design Codes, *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, Vol. XXXII, No.2, 119-127.
- [05] Faria, R., 2009: Concreto não conforme, *Revista Técnica*, Edição 152, Novembro 2009. Disponível online (<http://www.revistatechne.com.br/engenharia-civil/152/artigo156894-1.asp?o=r>), acessado em 18/05/2011.
- [06] [http://www.sinduscon-ba.com.br/eventos/prg\\_eve\\_det.cfm?eve=19](http://www.sinduscon-ba.com.br/eventos/prg_eve_det.cfm?eve=19), acessado em 18/05/2011.
- [07] [http://www.abece.com.br/web/serv\\_comites.asp](http://www.abece.com.br/web/serv_comites.asp), acessado em 18/05/2011.
- [08] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 12655:2006. Concreto – Preparo, controle e recebimento. Rio de Janeiro, 2006.
- [09] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118:2003. Projeto de estruturas de concreto -Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- [10] Helene, P., 2010: Considerações sobre a conformidade da resistência à compressão do concreto em estruturas de edificações, Ph.D. Engenharia, texto não-publicado, 04 de outubro de 2010.
- [11] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7680:2007. Concreto - Extração, preparo e ensaio de testemunhos de concreto. Rio de Janeiro, 2007.
- [12] Ellingwood, B. and Galambos, T.V. (1982). Probability-based criteria for structural design, *Structural Safety* 1, pp. 15-26.
- [13] Nowak A.S. and Szerszen M.M. (2003). Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1— Statistical Models for Resistance, *ACI Structural Journal*, V. 100, No. 3, 377-382.
- [14] Melges, J. L. P. (2007). Dimensionamento de pilares com base na NBR 6118:2003. Ilha Solteira: FEIS – UNESP.
- [15] Scadelai, M. A. (2004). Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 618:2003. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- [16] JCSS - Joint Committee on Structural Safety, 2001: “Probabilistic Model Code”, disponível online [http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic\\_Model\\_Code.aspx](http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code.aspx), acessado em 18/05/2011.
- [17] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8681:2003. Ações e segurança nas estruturas -Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- [18] Szerszen M.M. e Nowak A.S. (2003). Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 - Reliability Analysis and Resistance Factors, *ACI Structural Journal*, V. 100, No. 3, 383-391.
- [19] Melchers, R.E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*, 2nd edition, John Wiley and Sons, NY.
- [20] Beck, A.T. and Rosa, E. (2006). Structural Reliability Analysis Using Deterministic Finite Element Programs”, *Latin American Journal of Solids and Structures*. v.3, p.197-222.
- [21] Beck, A. T. (2007) Computer-aided teaching of structural reliability. XXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Porto - Portugal.
- [22] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8681:2003. Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.