

## Analysis of second order effects: case study

### *Análise de efeitos de 2ª ordem: estudo de caso*



J. R. BUENO <sup>a</sup>  
jefersonrafael@utfpr.edu.br

D. D. LORIGGIO <sup>b</sup>  
daniel.loriggio@ufsc.br

### Abstract

This paper presents a nonlinear static analysis of a reinforced concrete plane frame. Its main objective is to realize a global stability verification of a plane frame, by using geometric stiffness matrix. In order to obtain first and second order combined effects, equilibrium and kinematic relations were studied in the deformed geometric configuration. These results were obtained by using geometric stiffness matrix and multiplying horizontal forces by Gamma-Z coefficient. Both procedures disclosed very similar results in the study, indicating that Gamma-Z can be used to study equilibrium and kinematic relations in deformed geometrical configuration of the structure.

**Keywords:** nonlinear analysis, instability, second order analysis, Gamma-Z.

### Resumo

Neste artigo apresenta-se a análise estática não linear de um pórtico plano de concreto armado. Tem-se como objetivo geral realizar a análise de verificação de estabilidade global de um pórtico plano, com utilização da matriz de rigidez geométrica. Para a obtenção dos efeitos combinados de primeira e segunda ordem, o equilíbrio e as relações cinemáticas foram estudadas na configuração geométrica deformada. Estes resultados foram obtidos por meio de utilização da matriz de rigidez geométrica e por meio da multiplicação das forças horizontais pelo coeficiente Gama-Z. Ambos os procedimentos apresentaram resultados muito próximos, no estudo, o que indica que o Gama-Z pode ser utilizado para o estudo do equilíbrio e das relações cinemáticas na configuração geométrica deformada da estrutura.

**Palavras-chave:** análise não linear, instabilidade, análise de segunda ordem, Gama-Z.

<sup>a</sup> Civil Engineering Academic Department, Federal Technological University of Paraná, Campo Mourão, PR, Brazil;  
<sup>b</sup> Civil Engineering Department, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil.

## 1. Introdução

Na análise linear geométrica, ou análise de primeira ordem, os esforços são determinados por meio do equilíbrio da estrutura. Este equilíbrio e as relações cinemáticas são estudados na configuração geométrica inicial da estrutura, ou seja, indeformada.

Quando a estrutura é submetida às forças horizontais (como a ação do vento), estas provocam deslocamentos horizontais, que devido à flexibilidade da estrutura, podem ocasionar efeitos adicionais em relação àqueles determinados na análise de primeira ordem (1ª ordem).

Os efeitos adicionais são chamados de efeitos de segunda ordem (2ª ordem), que devem ser determinados por meio da consideração do comportamento não linear dos materiais e da configuração deformada na análise do equilíbrio [1], [2]. A estas considerações, denomina-se a análise não linear física e não linear geométrica [3]. Os esforços totais são, então, iguais à soma dos esforços de 1ª e 2ª ordem.

Assim, muitas estruturas necessitam que o equilíbrio e as relações cinemáticas sejam analisadas na configuração deformada da estrutura [4]. Dessa forma, a verificação da estabilidade global passa a ser um requisito na elaboração de projetos de edifícios de concreto armado, que visa garantir a segurança da estrutura em relação a um estado limite último de instabilidade e, para a verificação deste, existem alguns procedimentos simplificados chamados de parâmetros de estabilidade global [5]. Há também, procedimentos mais refinados, como apresentado nas referências [6–8], o processo  $P - \Delta$  e métodos que utilizam a matriz de rigidez geométrica da estrutura [9].

### 1.1 Justificativa

As análises não lineares, ou de 2ª ordem, demandam o conhecimento, entendimento e consideração das não linearidades física e geométrica, além da utilização de métodos numéricos para discretização da estrutura e resolução das equações que governam o problema. Desse modo, o presente trabalho tem como justificativa a apresentação de uma abordagem simplificada (aproximada) para a avaliação do equilíbrio e das relações cinemáticas na configuração deformada do equilíbrio e realizar análises qualitativas e quantitativas do fenômeno.

## 2. Objetivos

### 2.1 Objetivo geral

Realizar a análise de verificação de estabilidade global de um caso particular de pórtico plano, com utilização da matriz de rigidez geométrica.

### 2.2 Objetivos específicos

- Verificar a necessidade de consideração dos efeitos de 2ª ordem;
- Calcular os esforços de 2ª ordem;
- Comparar os resultados de 2ª ordem, obtidos com a matriz de rigidez geométrica, com os calculados pelo procedimento aproximado.

## 3. Processos simplificados para verificação do efeito de 2ª ordem

A NBR 6118 [2] apresenta dois processos simplificados para a verificação da necessidade da consideração dos efeitos de 2ª ordem, o parâmetro Alfa ( $\alpha$ ) e o coeficiente Gama-Z ( $\gamma_z$ ). Esses processos são brevemente discutidos a seguir.

### 3.1 Parâmetro de instabilidade alfa ( $\alpha$ )

Sua utilização tem o propósito de apenas fazer uma avaliação da estabilidade do edifício, sendo o parâmetro de instabilidade Alfa ( $\alpha$ ) calculado pela equação (1).

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{\sum N_k}{\sum E_c I_c}} \quad (1)$$

em que,  $H_{tot}$  é a altura total da estrutura,  $\sum N_k$  é o somatório das cargas verticais de serviço e,  $\sum E_c I_c$  é o somatório das rigidezes dos elementos de contraventamento.

Pela NBR 6118 [2], os efeitos de 2ª ordem devem ser considerados caso  $\alpha > \alpha_1$ , sendo  $\alpha_1 = 0,5$  para estruturas compostas somente por pórticos, de acordo com a norma.

### 3.2 Coeficiente gama-z ( $\gamma_z$ )

O coeficiente  $\gamma_z$  é um processo simplificado de avaliação da estabilidade global e dos efeitos de segunda ordem [5], [10], [11] e, também, é chamado de multiplicador dos efeitos de 1ª ordem. A NBR 6118 [2], recomenda que se  $\gamma_z \leq 1,10$  a estrutura é classificada como de nós fixos e, portanto, podem se desprezar os efeitos de 2ª ordem, já para  $\gamma_z > 1,10$  deve-se considerar os efeitos e, nessa situação, a estrutura é classificada como de nós móveis [2]. O coeficiente é calculado pela equação (2).

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{Tot,d}}{M_{1,Tot,d}}} \quad (2)$$

em que,

$\Delta M_{Tot,d}$  → Soma dos produtos das forças verticais de cálculo atuantes pelos respectivos deslocamentos de 1ª ordem;

$M_{1,Tot,d}$  → Momento de tombamento de cálculo.

De acordo com a referência [12], é possível correlacionar o parâmetro  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  por meio de uma equação cúbica. Todavia, o coeficiente  $\gamma_z$  deixa obsoleto o parâmetro  $\alpha$ , pois, com a utilização de  $\gamma_z$  é possível fazer a avaliação da estabilidade do edifício além de estimar os efeitos de 2ª ordem. Entretanto, é importante relativizar essa informação, já que as demais referências consultadas não fazem menção a mesma. A referência [13] informa que há casos especiais em que o  $\gamma_z$  pode não ser aplicado ou resultar em erros acima de limites aceitáveis.

## 4. Análise dos efeitos de 2ª ordem

Os efeitos de 2ª ordem levam em consideração a deformação da

estrutura (não-linearidade geométrica) e o comportamento não linear das seções de concreto armado (não-linearidade física ou material). A escolha do procedimento mais adequado a ser usado depende de vários fatores, como por exemplo a magnitude dos deslocamentos e rotações na estrutura, o nível dos esforços normais atuantes, a sensibilidade da estrutura aos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem, entre outros. O uso da matriz de rigidez geométrica é uma das alternativas possíveis, que pode substituir, com vantagens, o processo  $P-\Delta$ . Outros procedimentos, também, foram desenvolvidos, como por exemplo, *Two Cycles Iterative Method*, *Fictitious Lateral Load Method*, *Iterative Gravity Load Method*, e *Negative Stiffness Method*, que podem ser verificados na referência [14].

#### 4.1 Matriz de rigidez geométrica

A matriz de rigidez geométrica  $[K_G]$  é uma das três matrizes que compõem a matriz secante  $[K_S]$ , que relaciona as forças aplicadas aos deslocamentos [5], [15]. As outras duas parcelas são a clássica matriz de rigidez elástica linear  $[K_E]$  e a matriz que expressa as forças axiais decorrentes dos deslocamentos nodais perpendiculares ao eixo das barras  $[K_I]$  [16]. Para um elemento de pórtico plano (*beam element*) a matriz de rigidez geométrica é dada pela equação (3), em que,  $P$  é o esforço axial no elemento e  $l$  é o comprimento da barra [17]. A matriz de rigidez geométrica leva em consideração a interação entre a força axial e o momento fletor na barra, para estruturas formadas por barras prismáticas sujeitas a rotações moderadas. E como se verifica, a matriz geométrica depende não somente da geometria do elemento, mas também do esforço interno atuante  $P$ . Para uma análise não linear geométrica pode-se adotar  $[K_S]$  completa, equação (4), ou apenas  $[K_G]$  e  $[K_E]$  - equação (5) [16].

$$[K_G] = \frac{P}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{l}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{l}{10} \\ 0 & \frac{l}{10} & \frac{l^2}{15} & 0 & -\frac{l}{10} & -\frac{l^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{l}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{l}{10} \\ 0 & \frac{l}{10} & -\frac{l^2}{30} & 0 & -\frac{l}{10} & \frac{l^2}{15} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[K_S] = [K_E] + [K_G] + [K_I] \quad (4)$$

$$[K_S] = [K_E] + [K_G] \quad (5)$$

#### 4.2 Procedimento aproximado (simplificado)

Este procedimento consiste em multiplicar as ações horizontais pelo coeficiente  $\gamma_z$ , caso este seja maior que 1,10 (estrutura de nós móveis). Dessa forma, se têm de maneira aproximada os resultados dos efeitos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem na estrutura. Porém, para fazer uma transição mais suave, entre os casos, a NBR 6118 [2] recomenda utilizar  $0,95 \times \gamma_z$ . Neste artigo justifica-se o uso de  $\gamma_z$  integral para se poder comparar os resultados entre as diversas análises realizadas.

O procedimento é realizado para cada combinação das ações, como mostram as equações (11) e (12), em que, deve-se utilizar o valor de  $\gamma_z$  correspondente à combinação em questão. Lembra-se que este procedimento, aqui, é tratado como uma abordagem simplificada (aproximada) para a avaliação do equilíbrio e das relações cinemáticas na configuração deformada do equilíbrio.

### 5. Método

Neste artigo realizaram-se estudos numéricos de caráter qualitativo, pois se pretende investigar as relações entre as variáveis de estudo de modo detalhado. Utiliza-se um pórtico plano com 14 nós e 18 barras, Figura 1. Estes estudos consistem em análises numéricas, as quais foram realizadas por meio de programação (*script*) em MatLab<sup>1</sup> e Sistema Mix<sup>2</sup>.

Para as ações consideram-se as forças devidas ao vento, forças devidas ao peso próprio dos elementos estruturais e cargas de utilização (acidentais).

Na análise com o parâmetro  $\alpha$  utilizaram-se apenas as ações devidas ao vento, com valores característicos, para determinar o deslocamento máximo da estrutura. Com o somatório destas cargas, obteve-se uma carga distribuída equivalente que causasse o mesmo deslocamento no topo. Assim, obteve-se o valor de  $E_c I_c$  que é um valor equivalente.

As análises numéricas dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem (análise não linear geométrica) foram feitas com o Sistema Mix, com uso da matriz secante dada pela equação (5). Os resultados da análise de 2<sup>a</sup> ordem foram tidos como referência para a comparação com o procedimento aproximado.

#### 5.1 Características físicas dos materiais

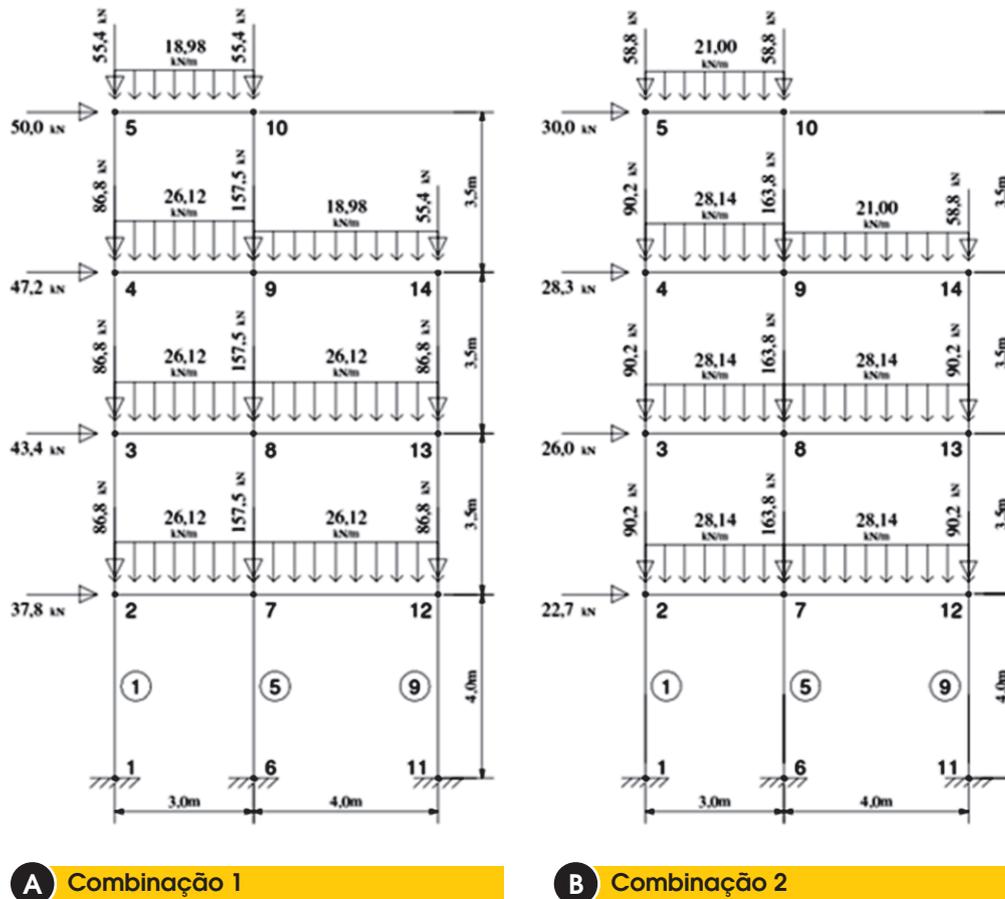
Para o pórtico utilizou-se concreto com resistência característica à compressão  $f_{ck} = 30MPa$ . A rigidez secante dos elementos estruturais é tratada de maneira diferenciada para as vigas e pilares, para que, de forma simplificada, possa se considerar a não linearidade física dos materiais, consequência das relações não lineares entre tensão e deformação e do comportamento conjunto do concreto armado. Esse procedimento, que está de acordo com a NBR 6118 [2], consiste em reduzir o valor da rigidez de cada tipo de elemento estrutural. Assim, para vigas com armadura de compressão diferente da armadura de tração e pilares, usa-se o valor dado pelas equações (7) e (8), respectivamente. Em que  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto e  $\alpha_E = 1$  (granito e gnaisses).

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (6)$$

<sup>1</sup> <http://www.mathworks.com/> - Versão estudant.

<sup>2</sup> Software Licenciado à Universidade Federal de Santa Catarina. O Sistema Mix é um sistema desenvolvido pelo Engenheiro Sérgio Ricardo Pinheiro Medeiros e comercializado pela TQS Informática Ltda.

Figura 1 - Combinação 1 e 2



$$(EI)_{SEC} = 0,4 E_{ci} I_c \tag{7}$$

$$(EI)_{SEC} = 0,8 E_{ci} I_c \tag{8}$$

### 5.2 Características geométricas do pórtico plano

As seções de pilares são retangulares, com dimensões de 30x25 cm, em que a dimensão de 25 cm é a que está no plano de flexão do pórtico. Para simular o efeito de diafragma rígido, as vigas (com seção transversal de 15 x 40 cm) são simuladas com a área da seção transversal de  $6 \times 10^5 \text{ cm}^2$ , aumento fictício, artifício que possibilita obter deslocamentos horizontais iguais para pontos do pavimento.

### 5.3 Ações

Neste artigo utilizaram-se cargas permanentes e acidentais. Para as análises foram utilizadas duas combinações de carregamentos,

para o Estado Limite Último. O primeiro caso de carregamento considera o vento como ação acidental principal (valores fictícios), equação (9) em que  $\psi_0 = 0,7$  (edifícios comerciais). O segundo caso considera a ação do vento como ação acidental secundária, equação (10), com  $\psi_0 = 0,6$ . Nestas equações, o índice “g” refere-se às cargas permanentes, “q” às cargas acidentais verticais, “V” à ação do vento (forças horizontais) e “k” aos valores característicos de cada ação. As combinações utilizadas no procedimento aproximado são apresentadas nas equações (11) e (12).

$$F_d = 1,4F_{gk} + 1,4V_k + 1,4\psi_0 F_{qk} \tag{9}$$

$$F_d = 1,4F_{gk} + 1,4F_{qk} + 1,4\psi_0 V_k \tag{10}$$

$$F_d = 1,4F_{gk} + \gamma_z 1,4V_k + 1,4\psi_0 F_{qk} \tag{11}$$

$$F_d = 1,4F_{gk} + 1,4F_{qk} + \gamma_z 1,4\psi_0 V_k \quad (12)$$

A Figura 1 apresenta os valores utilizados em cada combinação (valores finais). Para o procedimento aproximado utilizou-se script em MatLab, em que, apenas a ação do vento na Figura 1 (a) e Figura 1 (b) são multiplicadas pelo coeficiente  $\gamma_z$ .

## 6. Resultados e discussão

### 6.1 Alfa e Gama-Z ( $\alpha, \gamma_z$ )

Para o coeficiente  $\alpha$  obteve-se 0,64 e de acordo com a NBR 6118 [2], os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem devem ser considerados, pois  $\alpha > \alpha_1$ .

Em relação ao coeficiente  $\gamma_z$  foram obtidos dois valores, um para cada uma das combinações de ações. Para a primeira combina-

ção, equação (11), que tem o vento como ação accidental principal, obteve-se  $\gamma_z = 1,10$ . Para a segunda combinação, equação (12), com a carga vertical como ação accidental principal, obteve-se  $\gamma_z = 1,11$ . A NBR 6118 [2] recomenda que os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem devem ser considerados caso  $\gamma_z > 1,10$ . Assim, com o parâmetro  $\alpha$  e coeficiente  $\gamma_z$  é possível verificar que é necessário considerar os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem. O próximo item trata deste assunto.

### 6.2 Análise de 2<sup>a</sup> ordem

A Figura 2 apresenta os resultados de deslocamentos horizontais dos nós 1 a 5, para as análises de 1<sup>a</sup> ordem, COMB.1 equação (9) e COMB.2 equação (10), e das análises não lineares (2<sup>a</sup> ordem) decorrentes das duas combinações anteriores, CBNL.1 e CBNL.2, respectivamente.

Verifica-se que as maiores amplitudes de deslocamentos são obtidas para a combinação 1, que utiliza a equação (9), que tem o vento como ação accidental principal. Entretanto, para a mesma combinação, COMB.1, obteve-se o menor valor para o coeficiente  $\gamma_z$ . Isto ocorre porque os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem devem-se ao produto das cargas verticais pelos respectivos deslocamentos horizontais. Enquanto que, pela COMB.1 têm-se os maiores deslocamentos horizontais, a COMB.2 possui os maiores carregamentos verticais e maior efeito de 2<sup>a</sup> ordem, neste caso. A diferença de deslocamentos entre análises de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, para cada uma das combinações é exibida na Figura 3.

Verifica-se que para o nó 5 (topo do pórtico), com a primeira combinação de ações há um aumento dos deslocamentos de 11,26% ao realizar a análise dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem. Para a segunda

Figura 2 - Deslocamentos horizontais (cm)

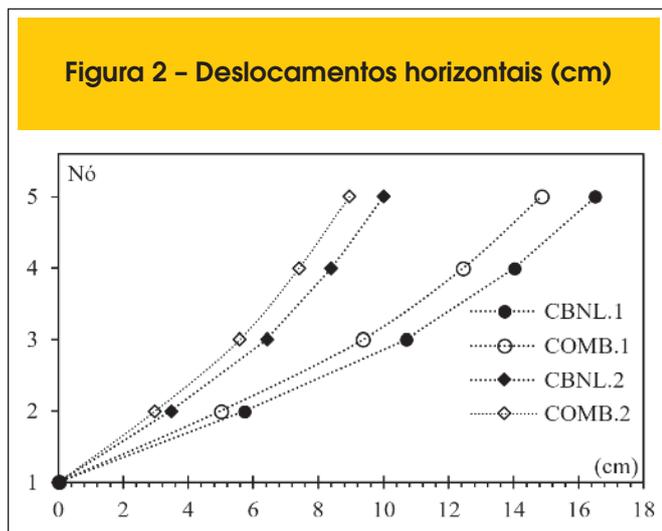


Figura 3 - Deslocamentos horizontais, Diferença (%)

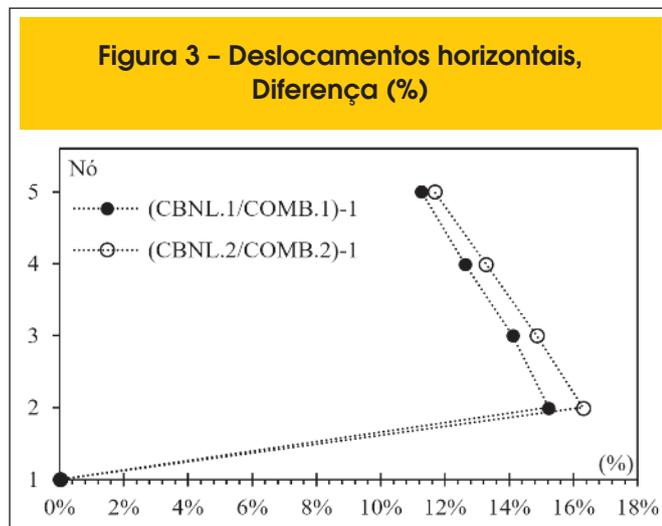
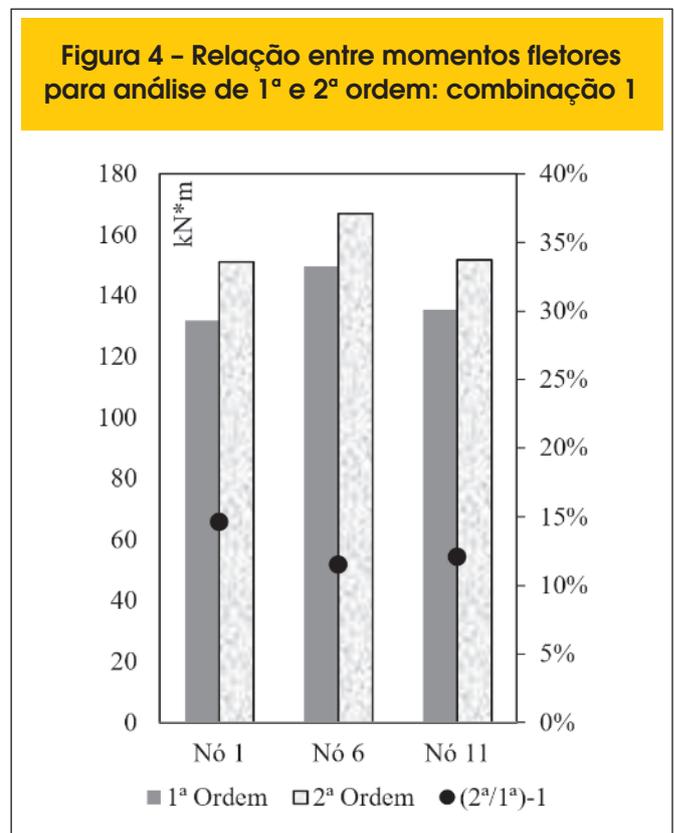
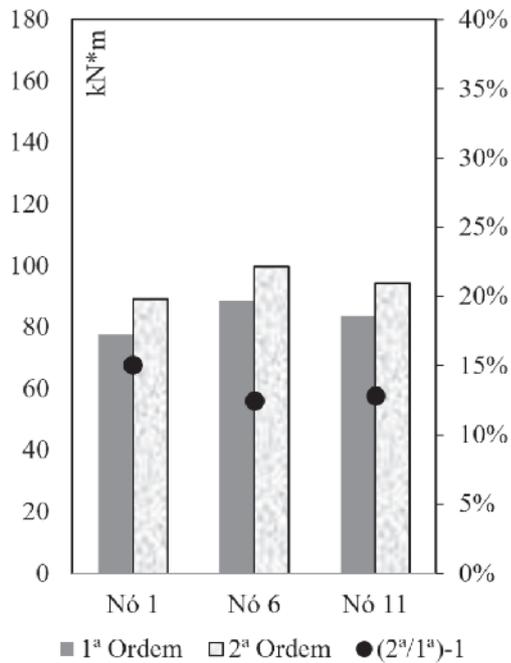


Figura 4 - Relação entre momentos fletores para análise de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem: combinação 1



**Figura 5 – Relação entre momentos fletores para análise de 1ª e 2ª ordem: combinação 2**



combinação, o aumento é de 11,66%. Para os dois casos, a maior diferença é obtida para o nó 2, com valor máximo de 16,29% na segunda combinação.

Os momentos fletores na base dos pilares (barras 1, 5 e 9), obtidos para todas as combinações (1ª e 2ª ordem) são apresentados na Figura 4 e Figura 5. Na Figura 4 se tem a ação do vento como ação acidental principal, e na Figura 5 se tem a ação do vento como ação acidental secundária. Em ambas as figuras, verifica-se que a parcela devida apenas aos esforços de 2ª ordem é maior que 10% para todos os pilares e combinações (eixo vertical direito

**Tabela 1 – Deslocamentos horizontais (cm)**

Nó	$dif = \frac{CNBL.1}{\gamma_z COMB.1} - 1$	$dif = \frac{CNBL.2}{\gamma_z COMB.2} - 1$
1	0	0
2	3,79%	3,14%
3	2,69%	1,90%
4	1,30%	0,30%
5	0,18%	-1,25%

**Tabela 2 – Momento fletor na base dos pilares (kNm)**

Nó	$dif = \frac{CNBL.1}{\gamma_z COMB.1} - 1$	$dif = \frac{CNBL.2}{\gamma_z COMB.2} - 1$
1	2,92%	1,86%
6	0,22%	-0,22%
11	1,32%	1,18%

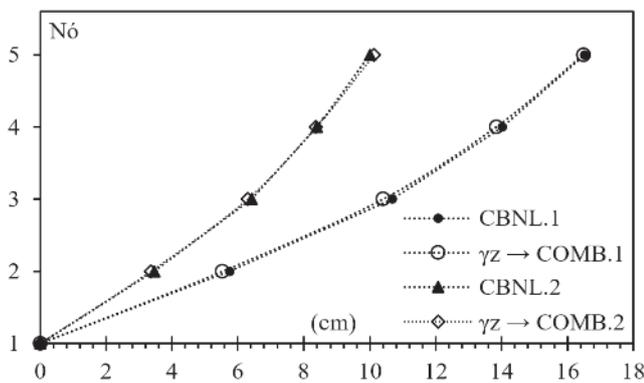
das figuras), em que, " $[2^a/1^a]-1$ " representa a diferença, em porcentagem, da análise não linear geométrica (2ª) sobre a análise linear (1ª).

**6.3 Procedimento aproximado (simplificado)**

Para diferenciar os resultados, na legenda das figuras, os resultados obtidos pela análise aproximada ou simplificada (descrita no item 4.3) são indicados por " $\gamma_z$ " e os resultados obtidos pela análise não linear geométrica são indicados por "2ª".

Os resultados de deslocamentos horizontais, para os nós 1, 2, 3, 4

**Figura 6 – Deslocamentos horizontais (cm)**



**Figura 7 – Deslocamentos horizontais: diferença (%)**

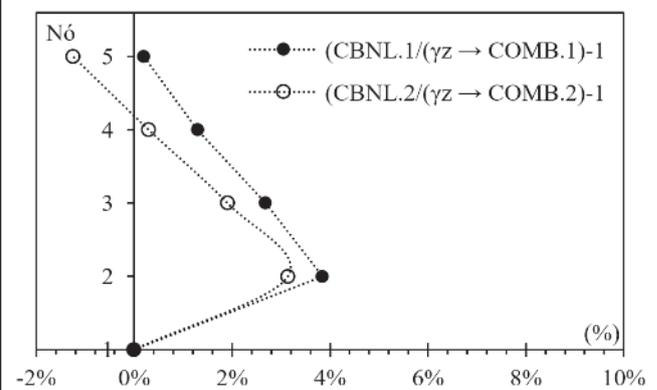
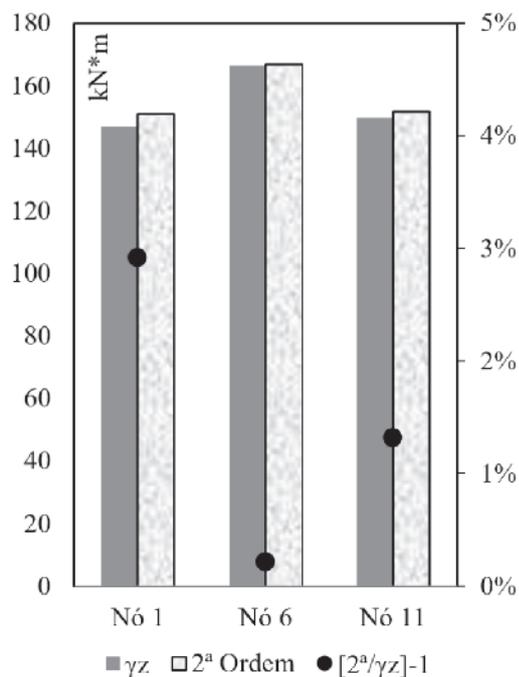
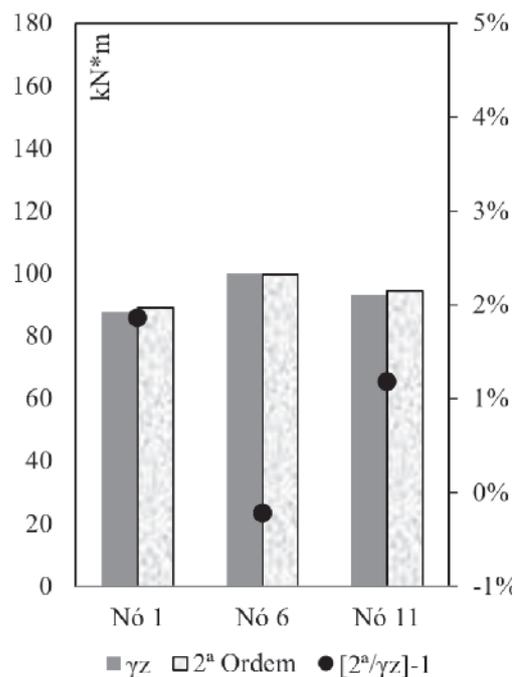


Figura 8 – Relação entre momentos fletores: análise não linear geométrica e procedimento aproximado



**A** Vento como ação acidental principal



**B** Vento como ação acidental secundária

e 5, são apresentados na Figura 6 e a diferença entre os dois procedimentos é apresentada na Figura 7. Os valores de momentos fletores na base dos pilares, com o respectivo comparativo entre resultados, são evidenciados na Figura 8.

Estes resultados evidenciam que o procedimento aproximado obteve excelente desempenho, em comparação ao método refinado, que utiliza a matriz de rigidez geométrica. Pela Tabela 1 e Tabela 2 pode-se melhor visualizar a diferença entre os procedimentos para deslocamentos e momentos fletores, respectivamente. Observa-se que, para deslocamentos no topo do pórtico (nó 5), a diferença relativa é de apenas 0,18% para a combinação 1, e de apenas -1,25% para a combinação 2, sendo que neste último caso, o procedimento aproximado está a favor da segurança.

## 7. Conclusão

O estudo apresentado neste artigo mostrou a importância da verificação dos efeitos de 2ª ordem para garantia da segurança da estrutura. Constatou-se que o parâmetro  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  foram efetivos para mostrar a necessidade da avaliação destes efeitos. A análise não linear geométrica, com o uso da matriz de rigidez geométrica, foi satisfatória para obter os esforços e deslocamentos devido aos efeitos de 2ª ordem. Estes efeitos mostraram-se ser maiores que 10% dos efeitos de 1ª ordem. O que os processos simplificados  $\alpha$  e  $\gamma_z$  já haviam indicado.

O procedimento aproximado, que consiste em multiplicar as forças

horizontais pelo coeficiente  $\gamma_z$ , mostrou ser adequado para a obtenção dos efeitos de 2ª ordem do pórtico em estudo, tanto para deslocamentos quanto para os momentos fletores. Verificou-se que a aplicação do procedimento aproximado é simples e não requer conhecimentos avançados sobre análise não linear geométrica, como necessita o método refinado. Entretanto, os resultados são válidos para as características estruturais simuladas neste artigo e, esta verificação não deve ser extrapolada para demais estruturas.

## 8. Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), ao Grupo de Análise e Projeto de Estruturas (GAP-UFSC), ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC-UFSC) e à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

## 9. Referências bibliográficas

- [1] ELLWANGER, R. J. Influência do número de pavimentos no parâmetro de instabilidade de edifícios contraventados por paredes ou núcleos de concreto armado. *RIEM - Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v.6, n.1, 2013; p.783–810.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.

- [3] SILVA, A. R. D. DA; PRADO, Í. M.; SILVEIRA, R. A. DA M. CS-ASA: a new computational tool for advanced analysis of steel frames. *Revista Escola de Minas*, v.66, n.3, 2013; p.281–288.
- [4] SCHIMIZZE, A. M. *Comparison of P-Delta Analyses of Plane Frames Using Commercial Structural Analysis Programs and Current Aisc Design Specifications*, Blacksburg, 2001, Thesis (master degree), Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 150 p.
- [5] MONCAYO, W. J. Z. *Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado*, São Carlos, 2011, Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 221 p.
- [6] GRECO, M.; GESUALDO, F. A. R.; VENTURINI, W. S.; CODA, H. B. Nonlinear positional formulation for space truss analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, v.42, n.12, 2006; p.1079–1086.
- [7] GRECO, M.; CODA, H. B. Positional FEM formulation for flexible multi-body dynamic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, v.290, n.3-5, 2006; p.1141–1174.
- [8] CODA, H. B.; GRECO, M. A simple FEM formulation for large deflection 2D frame analysis based on position description. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.193, n.33-35, 2004; p.3541–3557.
- [9] BANKI, A. L. *Estudo sobre a inclusão da não linearidade geométrica em projetos de edifícios*, Florianópolis, 1999, Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 376 p.
- [10] OLIVEIRA, D. M.; SILVA, N. A.; OLIVEIRA, P. M.; RIBEIRO, C. C. Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the  $\gamma_z$  and B2 coefficients. *RIEM - Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v.7, n.3, 2014; p.329–348.
- [11] JUNIOR, E. P.; NOGUEIRA, G. V.; NETO, M. M.; MOREIRA, L. S. Material and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete frames. *RIEM - Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v.7, n.5, 2014; p.879–904.
- [12] CARMO, R. M. S. *Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado*, São Carlos, 1995, Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 135 p.
- [13] VASCONCELOS, A. C. *Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do Gamaz para determinação dos efeitos de 2ª ordem?* <http://www.tqs.com.br/suporte-e-servicos/biblioteca-digital-tqs/89-artigos/175-em-que-casos-nao-se-deve-aplicar-o-processo-simplificado-do-gamaz-para-determinacao-dos-efeitos-de-2o-ordem>. - acesso em 2015-02-16.
- [14] CHEN, W.F.; LUI, E.M. *Stability design of steel frames*. Boca Raton, Flórida, CRC Press, 1991.
- [15] GELATTI, F. *Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado modelagem por elementos finitos de barra*, Florianópolis, 2012, Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 241 p.
- [16] MEDEIROS, S. P. *Módulo TQS para Análise Não-Linear Geométrica de Pórticos Espaciais*. <http://www.tqs.com.br/suporte-e-servicos/biblioteca-digital-tqs/89-artigos/268-modulo-tqs-para-analise-nao-linear-geometrica-de-porticos-espaciais>. - acesso em 2015-02-16.
- [17] JUNIOR, J. K. *Incertezas de modelo na análise de torres metálicas treliçadas de linhas de transmissão*, Porto Alegre, 2007, Tese (doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 362 p.