

Study of size effect using digital image correlation

Estudo do efeito de escala utilizando correlação de imagem digital

A. H. A. SANTOS^a
ayrtonhugo@yahoo.com.br

R. L. S. PITANGUEIRA^a
roque@dees.ufmg.br

G. O. RIBEIRO^a
gabriel@dees.ufmg.br

R. B. CALDAS^a
caldas@dees.ufmg.br

Abstract

Size effect is an important issue in concrete structures bearing in mind that it can influence many aspects of analysis such as strength, brittleness and structural ductility, fracture toughness and fracture energy, among others. Further this, ever more new methods are being developed to evaluate displacement fields in structures. In this paper an experimental evaluation of the size effect is performed applying Digital Image Correlation (DIC) technique to measure displacements on the surface of beams. Three point bending tests were performed on three different size concrete beams with a notch at the midspan. The results allow a better understanding of the size effect and demonstrate the efficiency of Digital Image Correlation to obtain measures of displacements.

Keywords: size effect, digital image correlation, experimental analysis.

Resumo

O efeito de escala é uma questão relevante em estruturas de concreto, uma vez que influencia vários aspectos de análise, principalmente aspectos correlacionados com a resistência, fragilidade e ductilidade estrutural, energia e tenacidade à fratura, dentre outros. Além disto, cada vez mais, novas metodologias estão sendo desenvolvidas para avaliar campos de deslocamentos em estruturas. Neste trabalho uma avaliação experimental do efeito de escala é realizada, utilizando como ferramenta de medida a correlação de imagem digital (CID). Vigas de concreto, com três tamanhos distintos e com entalhes no meio do vão, foram ensaiadas por meio do esquema de flexão em três pontos. Os resultados encontrados permitem um melhor entendimento do efeito de escala e demonstram a eficiência da correlação de imagem digital na obtenção de medidas de deslocamentos.

Palavras-chave: efeito de escala, correlação de imagem digital, análise experimental.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, Belo Horizonte, MG.

1. Introdução

O efeito de escala é um aspecto que deve ser considerado em qualquer teoria física e tal fato permite entender porque a questão tem ocupado uma posição importante em muitos problemas de engenharia. Esta questão é tão antiga que foi apontada por Leonardo da Vinci nos anos 1500, quando realizou estudos experimentais com fios de ferro de mesmo diâmetro e diferentes comprimentos, observando que a resistência à tração diminuía quando o comprimento dos fios aumentava.

O estudo do efeito de escala teve um grande avanço com a criação da Mecânica da Fratura no trabalho de GRIFFITH [1], onde foi estudada a variação na energia elástica dos sólidos devido à existência de falhas, fazendo um elo com os conceitos estatísticos das ideias de Mariotte. Este efeito é sem dúvida o mais forte argumento a favor do uso da Mecânica da Fratura para estudar estruturas de concreto, uma vez que influencia vários aspectos de análise, principalmente os correlacionados com a resistência, fragilidade e ductilidade estrutural, energia e tenacidade à fratura, dentre outros.

Até o início dos anos 80, haviam poucos estudos relacionados com o efeito de escala, podendo-se citar os realizados por KAPLAN [2], KANI [3] e GLUCKLICH [4], no campo experimental, e o de HILLERBORG et al. [5] no campo teórico. Estes estudos evidenciaram forte dependência entre a natureza do fraturamento do concreto e o efeito de escala indicando a necessidade de relacioná-lo com a energia necessária para propagação de fissuras (BAZANT; CEDOLIN [6] e OZBOLT et al. [7]).

Atualmente, o efeito de escala tem sido analisado por meio de ensaios em vigas simétricas submetidas à flexão em três pontos, nas quais a relação vão/altura é mantida constante, alterando-se a altura, conforme especificação do RILEM 89-FMT [8]. Nestes ensaios, devem ser obtidas curvas carga versus CMOD (deslocamento de abertura na boca da trinca) ou curvas carga versus deslocamento vertical.

Diversas técnicas podem ser utilizadas para obtenção dos deslocamentos dessas vigas sendo uma delas a correlação de imagem digital (CID). Esta técnica fornece medições de alta resolução do campo de deslocamento nas superfícies da amostra. Com a CID, pontos de monitoramento são definidos na área de análise e, em seguida, os deslocamentos relativos são calculados entre estes pontos ao longo de todo o domínio (NGUYEN et al. [9], RÉTHORÉ et al. [10], ALAM [11]).

Neste trabalho, o efeito de escala é avaliado utilizando como ferramenta de medida a correlação de imagem digital. Os resultados encontrados permitem observar e compreender melhor tal fenômeno.

2. Técnica de correlação de imagem digital

A correlação de imagem digital (CID) é um método ótico para visualizar campos de deslocamentos por sucessivos pós-processamentos das imagens captadas a uma frequência constante, conforme explicado por SKARŻYŃSKI et al. [12].

Esta técnica utiliza padrões de texturas, naturais ou artificiais, como portadores de informação. Padrões de deslocamentos podem ser obtidos ao se combinar as superfícies das imagens capturadas, antes e depois da deformação ou deslocamento, utilizando-se uma função de correlação adequada (SUTTON et al. [13]).

As imagens são captadas por câmeras digitais, de alta precisão, que possuem sensores. Os sensores dessas câmeras são compostos de pequenos elementos, sensíveis à luz, denominados pixels. Quando uma imagem é capturada, cada pixel representa três números (chamados de componentes de cores Y Cb Cr) na proporção da quantidade de luz refletida do objeto fotografado. Os índices Y, Cb e Cr representam a luminosidade ou brilho, tonalidade de azul e tonalidade de vermelho, respectivamente. O sistema de correlação de imagem digital deve ser capaz de interpretar diferentes intensidades de luz, bem como gravar padrões de escalas de cinza para cada pixel, de modo que cada ponto seja único.

Figura 1 – Duas imagens digitais sucessivas de uma área de interesse e respectivos subconjuntos de pixels, indicando padrões a serem observados (SKARŻYŃSKI et al. (12))

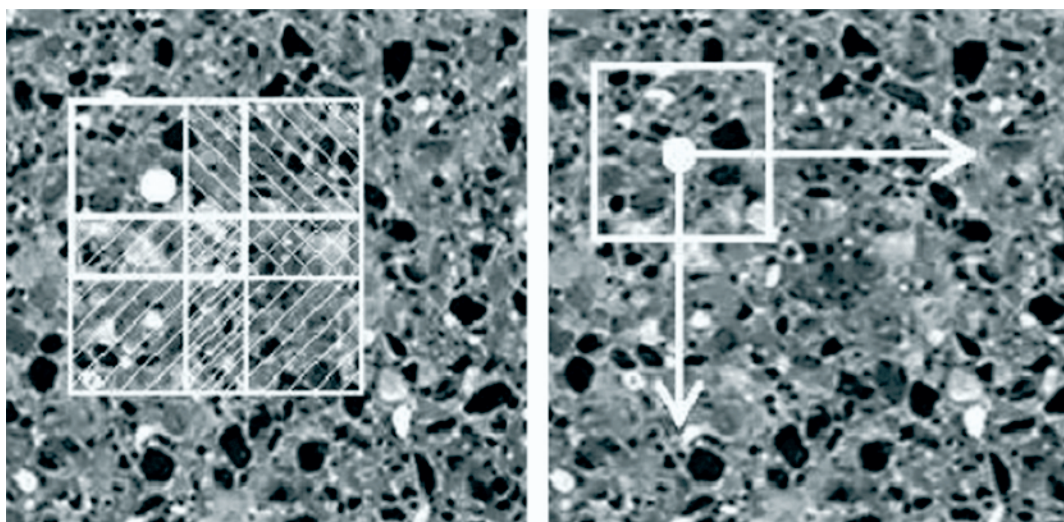
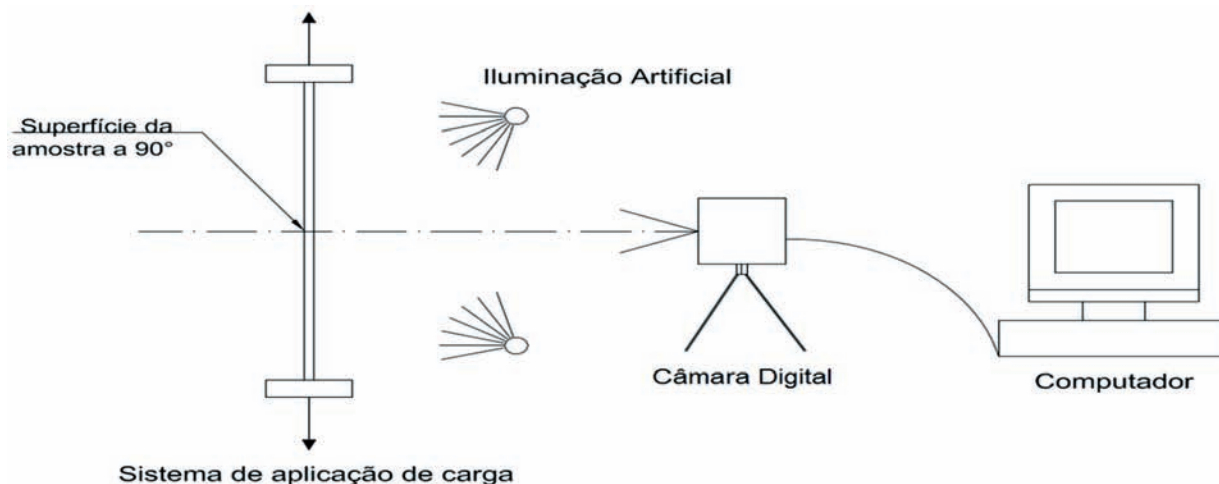


Figura 2 – Sistema de captação de imagens digitais (modificado) (Pan et al. (14))



Para uso da técnica de correlação de imagem digital, no mínimo três funções devem existir no sistema, conforme indicado por SKARŻYŃSKI et al. [12], sendo elas: (i) campo de intensidade da imagem, (ii) função de correlação e (iii) função de interpolação.

O campo de intensidade da imagem atribui a cada ponto no plano da imagem um valor escalar que representa a intensidade da luz (componente Y) do ponto correspondente no espaço físico. Este também indica os níveis de cinza que representam o ponto, podendo os mesmos variar numericamente entre 0 (preto) e 255 (branco) para uma imagem de 8 bits.

Na imagem digital, a área de interesse deve ser selecionada e pequenos subconjuntos, chamados de padrões, devem ser escolhidos. Na Figura [1], 4 padrões são escolhidos na 1ª imagem e o

primeiro padrão é observado na 2ª imagem. Se os deslocamentos destes padrões, entre duas imagens sequenciais, forem muito pequenos, considera-se que as posições cartesianas destes foram mantidas. O padrão de deformação é detectado por comparação de duas imagens consecutivas, capturadas por uma câmara digital que se mantém numa posição fixa com o seu eixo orientado de forma perpendicular ao plano da superfície da viga, conforme indicado por PAN et al. [14] (Figura [2]).

Um vetor de deslocamento local é obtido para cada padrão (Figura [1]) por meio de uma função de correlação entre duas distribuições consecutivas da intensidade da luz (componente Y) em duas imagens digitais. A função calcula possíveis deslocamentos, correlacionando todos os valores de cinza a partir da primeira imagem

Figura 3 – Esquema do ensaio de vigas de concreto submetidas à flexão em três pontos

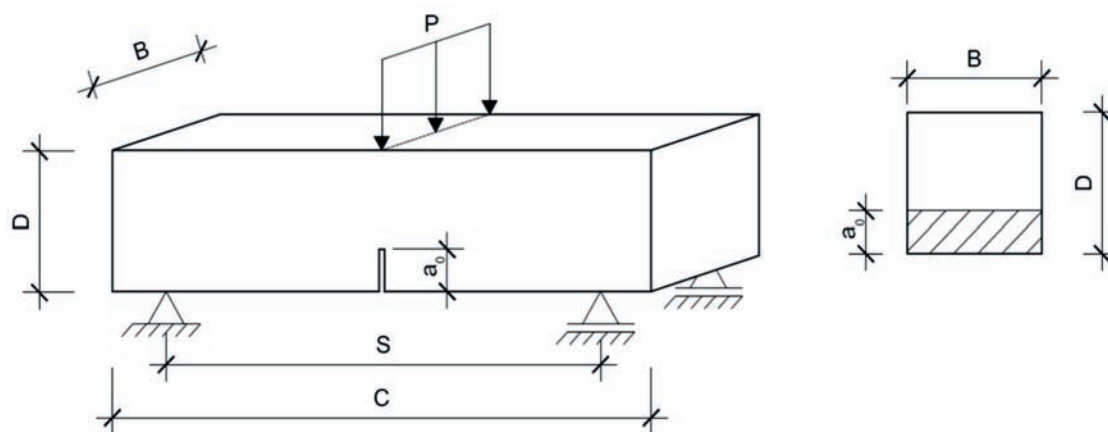
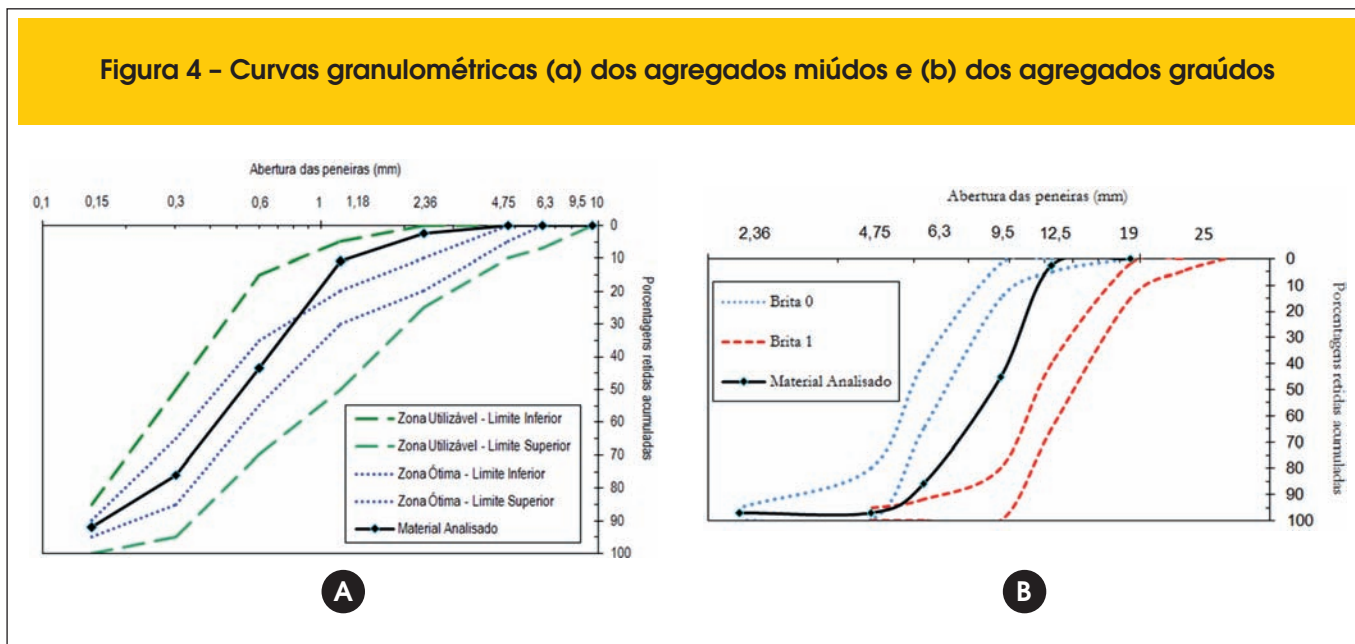


Figura 4 – Curvas granulométricas (a) dos agregados miúdos e (b) dos agregados graúdos



com todos os valores de cinza a partir da segunda imagem. O ajuste deste vetor de deslocamento é realizado utilizando-se uma função de interpolação.

Nas câmeras digitais, o Dispositivo de Carga Acoplada (“Charged Coupled Device”) opera no espaço de cor Y - Cb - Cr em oposição ao espaço de cor R - G - B (R é vermelho, G é verde, B é azul). O armazenamento da imagem é precedido pela conversão do espaço de cor R - G - B para o espaço de cor Y - Cb - Cr, de acordo com a Norma ISO/TC42N 4378:1998 [15], conforme indicado na Equação [1].

$$\begin{aligned}
 Y &= 0.2989R + 0.5866G + 0.1145B; \\
 C_b &= 128 - 0.168736R - 0.331264G + 0.5B; \\
 C_r &= 128 + 0.5R - 0.418688G - 0.081312B.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

A precisão da técnica de correlação de imagem digital depende fortemente do tamanho do padrão selecionado e da qualidade deste padrão. A mancha do padrão deve conter de 4 a 10 pixels na superfície do corpo de prova, conforme indicado por SKARZYŃSKI et al. [12].

3. Programa experimental

O programa experimental consistiu de testes em laboratório utilizando-se vigas submetidas à flexão em três pontos, realizados em corpos-de-prova de concreto com três tamanhos distintos. A Tabela [1] apresenta as dimensões nominais das vigas ensaiadas conforme esquema representado na Figura [3].

Os corpos-de-prova tinham seção transversal retangular ($B \times D$), com largura fixa de 80 mm, e o vão efetivo (S) igual a quatro vezes a altura D da seção. O entalhe, na seção média do vão (a_0), foi mantido igual a 40% da altura da viga. Este entalhe na face inferior de cada corpo-de-prova foi executado por meio de corte úmido

utilizando-se serra circular com disco adiamantado, cuja espessura era de aproximadamente 2 mm.

O concreto utilizado foi confeccionado com mistura de cimento Portland CII-E32, agregados miúdos com módulo de finura igual a 2,25mm e agregados graúdos com diâmetro máximo de 12,5mm. A Figura [4] apresenta as curvas granulométricas dos referidos agregados.

Para determinação dos parâmetros mecânicos de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade estático do concreto, utilizou-se a máquina servo-hidráulica EMIC, Modelo PC 200, tendo como recomendações as normas NBR 5739:2007 [16], NBR 8522:2008 [17] e NBR 7222:2011 [18], respectivamente. Os corpos-de-prova cilíndricos utilizados mediam 10 cm de

Figura 5 – Sistema de aplicação de carga – pórtico com atuador MTS 244.22

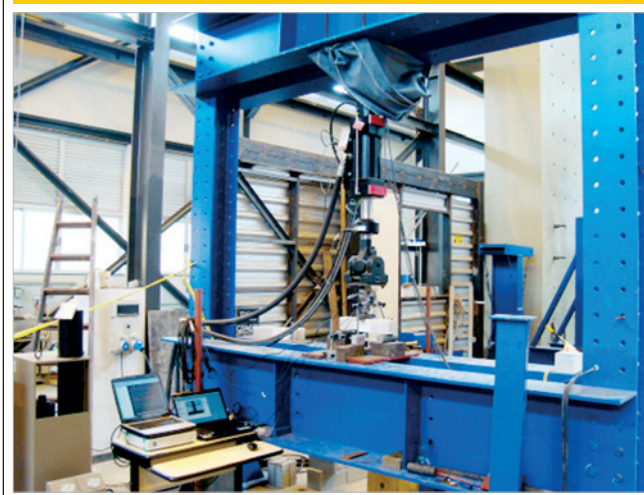
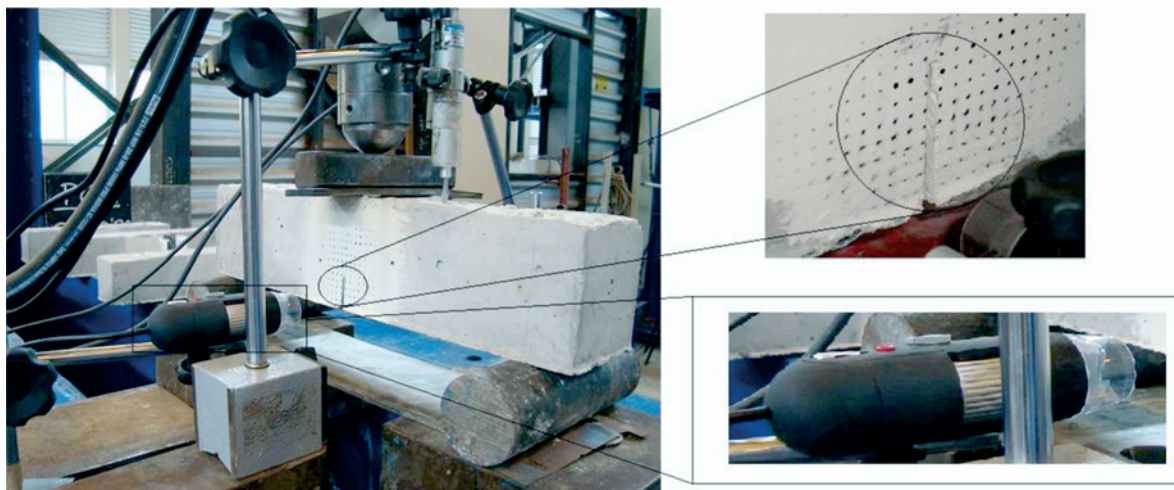


Figura 6 – Superfície da viga de concreto preparada com marcação de “grid” e microscópio USB



diâmetro e 20 cm de comprimento. A Tabela [2] apresenta os valores desses parâmetros mecânicos.

Para aplicação da carga utilizou-se um pórtico plano com atuador MTS 244.22 de 100 kN de capacidade de carga. A este atuador foi acoplado uma célula de carga de 50 kN para compatibilização dos resultados carga-deslocamento no sistema de aquisição de dados (Figura [5]). O controle de deslocamento das vigas foi induzido por um deslocamento vertical “v” imposto no meio vão da viga a uma taxa de 0,01 mm/min.

As vigas de concreto, antes de serem submetidas ao ensaio, tiveram a sua superfície polida, sobre a qual foi efetuada a marcação de uma malha de pontos regularmente espaçados (“grid”) para melhor monitoramento dos padrões. As imagens foram capturadas com um microscópio USB de alta resolução com sensor de imagem de 2.0 Megapixels, com captura em resolução de vídeo de 1280 x 960, conforme apresentado na Figura [6]. A taxa de captação das imagens adotada foi de 5 quadros por segundo, gravados em formato de vídeo Avi, e a iluminação foi gerada por lâmpadas de LED do próprio microscópio. Este equipamento, juntamente com o software de tratamento de imagem digital desenvolvido na plataforma LabView, no âmbito do Programa de Pós-Graduação de Engenharia de Estruturas da UFMG - (PROPEEs), foi utilizado para analisar os movimentos de translação e rotação dos padrões

de monitoramento, permitindo a determinação dos deslocamentos relativos entre os mesmos. As imagens capturadas foram sincronizadas com as medições da máquina de ensaio. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos a seguir.

Figura 7 – Curvas Carga x Deslocamento obtidas experimentalmente

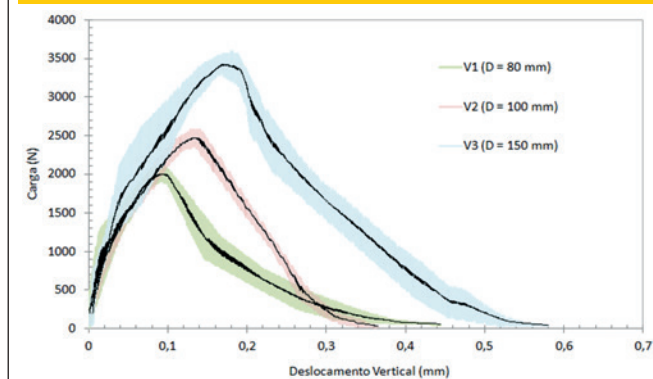


Tabela 1 – Dimensões das vigas

Viga	Vão total - C (mm)	Vão efetivo - S (mm)	Espessura - B (mm)	Altura - D (mm)	Entalhe - α_0 (mm)
V1	380	320	80	80	32
V2	450	400	80	100	40
V3	700	600	80	150	60

Tabela 2 – Parâmetros mecânicos do concreto

Parâmetro	Média (MPa)	Desvio padrão (MPa)	Coef. de variação (%)
Resistência à compressão	35,43	3,73	10,53
Módulo de elasticidade	25982	1652	6,36
Resistência à tração	2,93	0,31	10,50

Tabela 3 – Energia de Fratura G_F e Número de Fragilidade (S_e)

Viga	Altura – D (mm)	Área sob a curva (N x mm)	Energia - G_F (N/m)	S_e
V1	80	302,5	78,64	$3,35 \times 10^{-4}$
V2	100	425,2	88,54	$3,02 \times 10^{-4}$
V3	150	840,2	116,7	$2,66 \times 10^{-4}$

4. Resultados e discussões

Para cada tamanho de viga apresentada na Tabela [1], três corpos-de-prova foram ensaiados.

As curvas carga versus deslocamento vertical no meio do vão, para os três tamanhos ensaiados, foram agrupadas no gráfico da Figura [7]. O deslocamento vertical foi medido na face inferior da viga. Com a finalidade de observar a influência do tamanho nas propriedades estruturais das vigas, a Figura [7] apresenta os espectros experimentais obtidos, com a correspondente curva média.

Para as vigas da classe V2, no período de realização dos ensaios, o laboratório passou por uma reestruturação de layout, o que gerou a necessidade de movimentação do sistema de aplicação de carga ocasionando movimentação nas mangueiras e diferença de pressão no atuador. Assim, no final do ramo de amolecimento destas curvas o controle não foi possível devido à perturbação ocorrida na taxa de carregamento em decorrência do alívio de pressão no atuador.

4.1 Efeito de escala na ductilidade estrutural

Calculando-se as áreas sob as curvas carga-deslocamento apresentadas na Figura [7], obtiveram-se os valores do trabalho realizado iguais a 302,5 Nmm, 425,2 Nmm e 840,2 Nmm, respectivamente, para os tamanhos de viga V1, V2 e V3. Usando esses valores e a Equação [2], obtêm-se as respectivas energias de fratura G_F conforme Tabela [3]. Observa-se que ocorre um aumento de energia de fratura com o aumento do tamanho da peça. Esse fato foi observado por Nallathambi et al.[19] *apud* Karihaloo [20], Gettu et al. [21] e tam-

bém por Hillerborg [22] após realizar mais de 700 ensaios de flexão em três pontos em vigas. Os valores encontrados para a energia de fratura, utilizando o CID variam entre 78 e 116 N/m. Esses resultados são muito similares aos encontrados por Nallathambi et al.[19] *apud* Karihaloo [20], que determinou por meio de métodos convencionais que G_F varia entre 40 e 130 N/m para peças com vãos, alturas e entalhes equivalentes aos apresentados neste trabalho.

A razão para variação de G_F com o tamanho dos corpos-de-prova se deve à hipótese assumida na Equação [2] de que todo o trabalho realizado pela carga externa é revertido totalmente para a propagação estável da trinca. A Figura [8] ilustra a variação de G_F com a altura dos corpos-de-prova (D), sendo essa representação também equivalente com os resultados apresentados por Nallathambi et al.[19] *apud* Karihaloo [20].

$$Energia = \frac{\text{Área sob a curva carga – deslocamento}}{B \cdot (D - a_0)} \quad (2)$$

A Tabela [3] também apresenta os valores do número de fragilidade (S_e) proposto por Carpinteri [23] e dado pela Equação [3].

$$S_e = \frac{G_F}{f_t \cdot D} \quad (3)$$

onde f_t é a resistência à tração do concreto, neste caso $f_t = 2,93$ MPa, conforme Tabela [2].

Figura 8 – Variação da Energia de Fratura (G_F) com a altura dos corpos-de-prova (D)

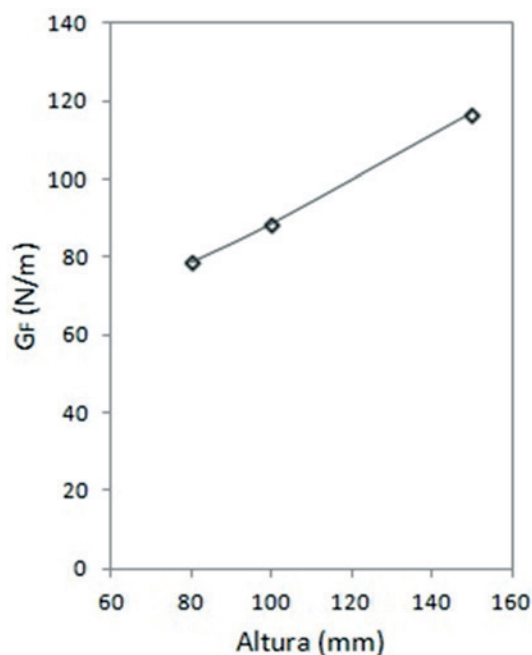
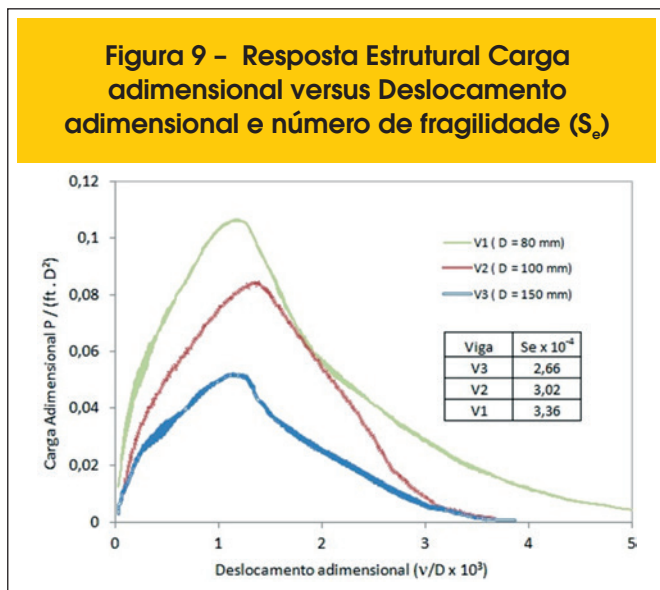


Figura 9 – Resposta Estrutural Carga adimensional versus Deslocamento adimensional e número de fragilidade (S_e)



Pelos presentes ensaios, observa-se que S_e reduz com o aumento do altura da viga, indicando aumento da fragilidade estrutural.

A análise dimensional usada por Carpinteri [23] para definir a Equação [3] foi baseada na diferença física de duas propriedades intrínsecas do concreto, denominada resistência e tenacidade. Resistência é definida como força por unidade de área ou energia por unidade de volume, enquanto tenacidade é energia por unidade de área. Assim, razão de energia (S_e) mostrada, inclui uma escala dimensional do corpo-de-prova (D) para gerar um número adimensional. Essa proposta se baseia no fato de que, o que caracteriza a fragilidade ou ductilidade da estrutura, não são os valores individuais de G_f e D mas sua função adimensional (S_e). Seguindo essa referência, Karihallo[20] conclui que as tendências em função do tamanho do entalhe, altura e vão livre podem ser todas representadas por S_e e afirma que a medida que ocorre um aumento da altura da viga, menor é o valor de S_e . Essa resposta obtida por métodos convencionais para obter a curva P-Delta, equivale com os resultados obtidos utilizando o CID.

No trabalho de Karihallo[20], vigas com altura variando entre 100 e 300 mm apresentaram S_e variando entre $8,359 \times 10^{-4}$ até $2,09 \times 10^{-4}$. Para o presente trabalho, vigas variando entre 80 e 150 mm apresentaram S_e variando entre $3,35 \times 10^{-4}$ até $2,66 \times 10^{-4}$.

Observando-se novamente a Figura [7], percebe-se que quanto maior a viga, mais acentuada é a inclinação do ramo descendente da trajetória, sendo essa uma consequência direta do efeito de escala na ductilidade estrutural. Para melhorar a visualização desse efeito e relacioná-lo com o número de fragilidade (S_e), apresenta-se na Figura [9] a adimensionalização das curvas da Figura [7]. Para tanto os valores de carga foram divididos por $ft \cdot D^2$ e os deslocamentos foram divididos por $10^3 \times D$. Verifica-se que quanto menor a dimensão característica da viga, maiores são os deslocamentos obtidos, revelando-se, portanto, um comportamento mais dúctil.

4.2 Efeito de escala na resistência nominal

Analisando-se a variação da resistência com a altura da viga,

determinou-se a tensão nominal (σ_N) aplicada nas vigas a partir da expressão definida por PLANAS et al. [24]. (Equação [4])

$$\sigma_N = \frac{3 \cdot P \cdot S}{2 \cdot B \cdot D^2} \tag{4}$$

onde P é a carga aplicada, S é o vão livre da viga, B a largura da seção, e D a altura total da seção transversal plena, fora da seção do entalhe.

Na Figura [10], observa-se que o comportamento representado pelas curvas tensão nominal versus deslocamento vertical é distinto para cada tamanho de viga. Na região pré-pico o deslocamento vertical é maior para a viga V3 se compararmos com a viga V1, independente do nível de tensão nominal aplicada. A diferença torna-se mais significativa com o incremento do carregamento. Isto possivelmente pode ser atribuído ao fato que o comprimento absoluto do entalhe ser maior para as vigas V3 do que para as vigas V1. Para a carga máxima, uma redução na tensão nomi-

Figura 10 – Curva média - Tensão nominal versus Deslocamento vertical

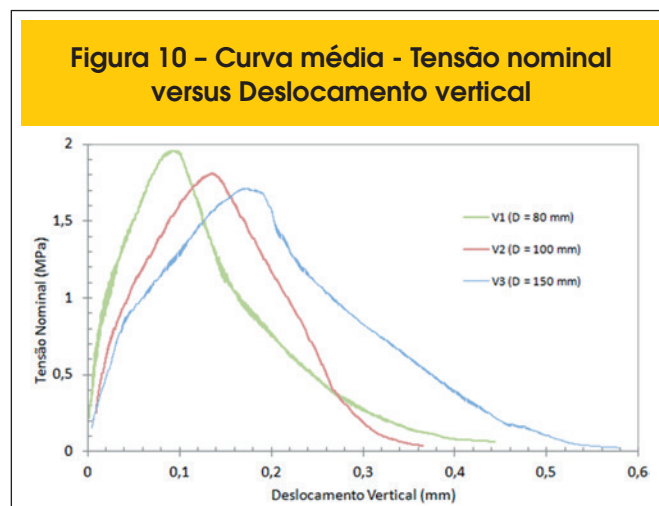


Figura 11 – Efeito tamanho na tensão nominal e deslocamento vertical associados à carga de pico

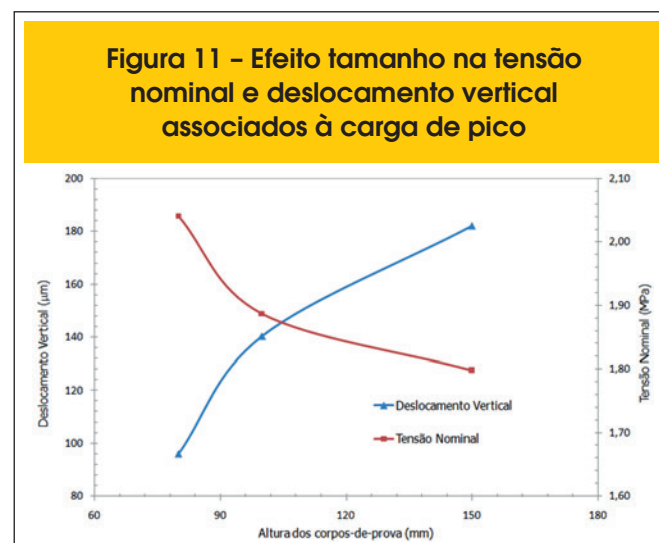


Tabela 4 – Máxima tensão e parâmetros da fratura

σ (MPa)			d_0 (mm)	B_{ff} (MPa)
V1	V2	V3		
2,05	1,88	1,80	161,8	0,41

nal (resistência nominal) é observada com o aumento do tamanho do corpo-de-prova, evidenciando o efeito de escala. Logo após a carga máxima, uma queda brusca do deslocamento em relação à tensão nominal é observada. Esta queda está relacionada ao fato que o dano se intensifica ao longo da maior parte da seção da viga. Na cauda da curva, no regime pós-crítico, a relação entre o deslocamento vertical e a tensão nominal passa a ter um comportamento quase similar para todas as vigas, com exceção da viga V2 que, como dito anteriormente, apresentou uma perturbação na taxa de carregamento.

A Figura [11] ajuda a observar melhor o efeito de escala. Esta figura mostra a variação do deslocamento vertical e da tensão nominal, relativos à carga máxima, para as três classes de vigas ensaiadas. Estes dados também foram analisados utilizando a lei do efeito de escala de Bazant. (BAZANT e PFEIFFER [25], BAZANT e PLANAS [26], RILEM 89-FMT [8]). Com base nesta lei, é possível caracterizar que tipo de teoria de falha deve-se utilizar em um projeto estrutural, levando-se em consideração a tensão nominal de falha (σ_n) e a dimensão característica da estrutura (d_0), tal como se discute em seguida. Devido à influência de uma zona relativamente grande de microfissuras que se concentram à frente da ponta da trinca no concreto (Zona de Processo de Fratura), a capacidade resistente da viga, medida pela tensão nominal de falha, deve ser estudada com base em um critério intermediário, entre os critérios de resistência clássicos para estruturas de concreto e a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). A Equação [5] é a expressão da Lei do Efeito de Escala proposta por Bazant [27] que descreve a transição entre estas teorias.

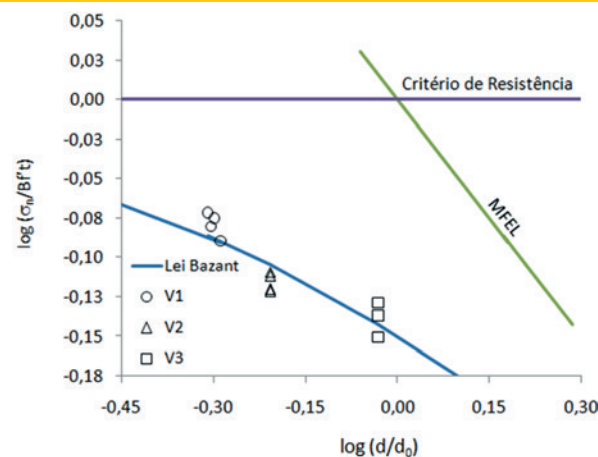
$$\sigma_N = \frac{Bf_t}{\sqrt{1 + \beta}} \quad \text{com} \quad \beta = D/d_0 \quad (5)$$

onde f_t é a resistência à tração do material, d_0 é o tamanho característico do material que corresponde à mudança do mecanismo entre o fenômeno da plasticidade e da mecânica da fratura e B é um parâmetro do material que é função da geometria do corpo-de-prova e do carregamento aplicado e $1/\beta$ é o número de fragilidade estrutural proposto por Bazant [25].

Os valores de Bf_t e d_0 na Equação [5] são obtidos por regressão linear, conforme Equação [6] e Equação [7].

$$Y = AX + C \quad (6)$$

Figura 12 – Lei do efeito de escala de Bazant



em que

$$X = D, \quad Y = \left(\frac{1}{\sigma_N} \right), \quad Bf_t = \frac{1}{\sqrt{C}}, \quad d_0 = \frac{C}{A} \quad (7)$$

A Tabela [4] apresenta os parâmetros da fratura determinados pelo método do efeito de escala bem como as máximas tensões obtidas para as vigas V1, V2 e V3.

De acordo com o método, d_0 é a dimensão característica da estrutura localizada no ponto de transição entre a mecânica da fratura linear elástica e as leis mecânicas baseadas em resistência. Na presente análise, este valor é superior à altura de todos os corpos-de-prova utilizados, algo que indica que um comportamento mais dúctil deve ser esperado para todas as vigas. O número de fragilidade (Equação [5]) foi encontrado igual a 0,50; 0,62 e 0,93 para as vigas V1, V2 e V3, respectivamente. Portanto, os corpos de prova encontram-se em um estágio intermediário entre o comportamento plástico ($\beta \ll 0.1$) e o estado de transição ($\beta = 1$). Este tipo de comportamento é o desejado para concreto ser bem utilizado na construção civil.

A curva do efeito de escala proposta por Bazant [26] é apresentada na Figura [12] sendo possível observar a influência na resistência nominal para as três classes de vigas. A lei do efeito de escala, Equação [5], gera uma suave transição entre as vigas V1, V2 e V3 mostrando um bom ajuste aos resultados obtidos.

5. Conclusão

Neste trabalho uma investigação experimental do efeito de escala utilizando a técnica de correlação de imagem digital foi realizada. A CID demonstra ser uma técnica efetiva para a determinação de campos de deslocamento de superfícies de concreto, com a vantagem de não necessitar de contato físico com a superfície do corpo-de-prova.

Esta técnica permitiu observar a influência do efeito de escala na ductilidade estrutural das vigas. Calculando-se o número de

fragilidade (S_c) das vigas, por meio da análise das curvas carga versus deslocamento vertical, este número indicou um aumento da fragilidade estrutural das vigas à medida que as mesmas aumentam de tamanho.

Também observou-se que a resistência nominal (tensão nominal máxima) das vigas de concreto entalhadas e submetidas à flexão em três pontos reduz com o aumento da respectiva dimensão característica, tal como constatado na literatura específica deste assunto. Além disto, os resultados experimentais foram analisados com base na lei do efeito de escala de Bazant e demonstraram-se plenamente ajustados a esta lei.

6. Referências bibliográficas

- [1] GRIFFITH, A.A., The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. A 221, 1920, p. 163-198.
- [2] KAPLAN, F. M., Crack propagation and the fracture of concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, v. 58(11), 1961, p. 591-609.
- [3] KANI, G., How safe are our large reinforced concrete beams. *ACI Journal*. v. 64, 1967, p. 128-141,
- [4] GLUCKLICH, J., Fracture of plain concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division (ASCE)*, v. 89, 1963, p. 127-138.
- [5] HILLERBORG, A., MODEER, M. e PETERSSON, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement Concrete Research*, v. 6, 1976, p. 773-782.
- [6] BAZANT, Z. P. e CEDOLIN, L., *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories*. Oxford University Press, New York, 1991.
- [7] OZBOLT, J., ELIGEHAUSEN, R. e PETRANGELI, M., The size effect in concrete structure. *E & FN Span*, 1994, p. 255-268.
- [8] RILEM 89-FMT, R. D. R. .-F., Size-effect methods for determining fracture energy and process zone size of concrete. *Materials and Structure*, v. 23, 1990, p. 461-465.
- [9] NGUYEN, T.L, HALL, S.A, VACHER, P, VIGGIANI, G. Fracture mechanisms in soft rock: identification and quantification of evolving displacement discontinuities by extended digital image correlation. *Tectonophysics*, v.503, 2011, p.117-128.
- [10] RÉTHORÉ, J, TINNES, J.P, ROUX, S, BUFFIÈRE, J.Y, HILD, F. Extended three-dimensional digital image correlation (x3d-dic). *Comptes Rendus Mécanique* v. 336(8), 2008, p.643-649.
- [11] ALAM, S.Y. Experimental study and numerical analysis of crack openings in concrete. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes; 2011.
- [12] SKARŻYŃSKI, Ł.; SYROKA, E.; TEJCHMAN, J. Measurements and Calculations of the Width of the Fracture Process Zones on the Surface of Notched Concrete Beams. *Strain*, v. 47, 2011, p. 319-332.
- [13] SUTTON, M. A.; McNEILL, S. R.; HELM, J. D.; CHAO, Y. J. Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision. *Top. Appl Phys*, v. 77, 2000, p.323-372.
- [14] PAN, B., QUIAN, K., XIE, H. e ASUNDI, A., "Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review." *Measurement Science and Technology*, v. 20, 2009, p. 1-17.
- [15] ISO/TC42N 4378, *Photography-Electronic Still Picture Imaging-Removable Memory-Part 2: Image Data Format-TIFF/EP*, Nov. 25, 1998.
- [16] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos – Métodos de ensaio*. NBR 5739, Rio de Janeiro, 2007.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão*. NBR 8522, Rio de Janeiro, 2008.
- [18] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos*. NBR 7222, Rio de Janeiro, 2011.
- [19] KARIHALLO, B. L.; *Fracture Mechanics and Structural Concrete*. Longman Scientific & Technical, New York. 1995
- [20] NALLATHAMBI, P.; KARIHALLO, B. L. and HEATON, B.S. Effect of specimen and crack size, water/cement ratio and coarse aggregate texture upon fracture toughness of concrete, *Mag Concr Res*, vol. 36, p.227-236
- [21] GETTU, T; BAZANT, Z, P. and KARR, M.E; Fracture properties and brittleness of high strength concrete, *ACI Mater J*. vol. 87, p.608-618
- [22] HILLERBORG, A. Influence of beam size on concrete fracture energy determined according to a draft RILEM recommendation, Report TVBM-3201, Div Bldg Mater Lund Inst Tech, Sweden.
- [23] CARPINTERI, A. Notch sensitivity in fracture testing of aggregative materials. *Journal Engineering Fracture Mechanical*, vol. 16, 1982, p. 467-481
- [24] PLANAS, J., GUINEA, G. V. e ELICES, M., Size effect and inverse analysis in concrete fracture. *International Journal of Fracture*, v. 95, 1999, p. 367-378.
- [25] BAZANT, Z. P. e PFEIFFER, P., Determination of fracture energy from size effect and brittleness number. *ACI Materials Journal*, vol. 84, 1987, p. 463-480.
- [26] BAZANT, Z. P. e PLANAS, J. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasi-Brittle Materials*. CRC Press, New York. 1998.
- [27] BAZANT, Z. P. Size Effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. *ASCE Journal Engineering Mechanics*, vol. 110, 1984, p. 518-535.