

Characterization of track geometric imperfections leading to maximal dynamic amplification of internal forces in railway bridges

Caracterização das imperfeições geométricas dos trilhos que levam à máxima amplificação dinâmica de esforços solicitantes em pontes ferroviárias

P. G. C. AMARAL^a
pollyanagca@gmail.com

C. E. N. MAZZILLI^a
cenmazzi@usp.br

Abstract

This paper resorts to a simplified dynamic analysis methodology for the study of vibrations in railway bridges produced by the passage of a typical passenger train, or EUT (Electric Unit Train). It starts from a model with fifteen degrees-of-freedom, namely vertical (bounce) and horizontal displacements (sway) and rotations about the longitudinal (roll), transverse (pitch) and vertical (yaw) axes. In this methodology, dynamic models of the train and the bridge are assumed to be initially uncoupled, yet being bound by the interaction train-bridge forces. Thus, the loads are evaluated for the train running on a rigid and fixed deck, considering geometric irregularities, different for each rail line, in both the vertical and horizontal track planes, as well as in the wheels. The contact forces are statically condensed at the vehicle's centre of gravity and applied on a simplified 3D beam model. To represent the train passage over the bridge, functions are used to describe the interaction forces at each node of the beam model, as time evolves. Thus, it is possible to identify the dynamic response caused by the geometric irregularities and also evaluate the dynamic amplification obtained for any internal force, which is compared to the impact coefficient proposed by the Brazilian standards for the design of railway bridges (NBR 7187), used in quasi-static analysis. For the sake of an illustration, a thirty-six-metre-span concrete bridge with box girder section was considered. A study was carried out to find out the parameters of the irregularity functions that could potentially lead to maximal amplification of internal forces in the bridge.

Keywords: dynamic analysis, railway bridges, geometric irregularities.

Resumo

Este trabalho utiliza uma metodologia simplificada de análise dinâmica para o estudo das vibrações em pontes ferroviárias produzidas pela passagem da composição de um trem de passageiros, ou TUE (Trem Unidade Elétrico) típico. Parte-se de um modelo do veículo com quinze graus de liberdade, referentes aos deslocamentos verticais (bounce) e horizontais (sway) e rotações em torno dos eixos longitudinal (roll), transversal (pitch) e vertical (yaw). Nesta metodologia, os modelos dinâmicos do trem e da ponte são tratados de forma inicialmente desacoplada, sendo conectados pelas forças de interação trem-ponte. Desta forma, são calculados os carregamentos provenientes do trem modelado sobre tabuleiro rígido, considerando irregularidades geométricas, diferentes em cada trilho, nos planos vertical e horizontal, e nas rodas. De acordo com esta metodologia, as forças de interação são condensadas estaticamente no centro de gravidade do veículo e aplicadas em um modelo estrutural simplificado (unifilar) da ponte. Para representar a passagem do comboio sobre a ponte, são utilizadas funções que descrevem as forças de interação trem-ponte em cada nó do modelo unifilar, em cada instante. Com isso, é possível identificar a resposta dinâmica proveniente das irregularidades geométricas e, ainda, avaliar a amplificação dinâmica obtida para cada esforço, a qual é comparada com o valor do coeficiente de impacto utilizado em análises quase-estáticas prescrito na norma brasileira para projeto de pontes ferroviárias (NBR 7187). A título de ilustração, foi considerada uma ponte de concreto de seção celular, com vão de 36,0m de comprimento. Foi realizado um estudo a fim de encontrar os parâmetros das funções das irregularidades que levassem à condição mais desfavorável para a amplificação de esforços solicitantes na ponte.

Palavras-chave: análise dinâmica, pontes ferroviárias, irregularidades geométricas.

^a Escola Politécnica, Department of Structural and Geotechnical Engineering, University of São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

1. Introdução

Este trabalho refere-se ao estudo das vibrações em pontes ferroviárias, produzidas pela passagem da composição de um trem de passageiros, ou TUE (Trem Unidade Elétrico) típico. Para isto, será apresentada uma metodologia simplificada para a análise dinâmica, considerando o veículo e a ponte desacoplados, de forma a facilitar a análise de interação de esforços e ainda, podendo utilizar ferramentas computacionais correntes e disponíveis no mercado para análise estrutural pelo método dos elementos finitos.

Para simulação da carga dinâmica produzida pelos vagões de uma composição, parte-se do modelo proposto por Correa [6], em que são considerados os graus de liberdade de deslocamento vertical (*bounce*) e rotações em torno dos eixos longitudinal (*roll*) e transversal (*pitch*), tanto para o vagão, quanto para os dois truques, totalizando nove graus liberdade. São acrescentados aqui, os graus de liberdade referentes ao deslocamento transversal horizontal (*sway*) e a rotações em torno do eixo vertical (*yaw*) da composição, sendo esses de particular interesse para a excitação de modos de flexão no plano horizontal da ponte e reações horizontais no topo dos pilares, de grande interesse para a análise da meso e da infra-estrutura, obtendo-se, assim, um modelo de quinze graus de liberdade para o veículo.

É analisada a influência das irregularidades geométricas nos trilhos sobre a interação dinâmica trem-trilhos, nos planos horizontal

e vertical, e nas rodas, que em conjunto poderão potencialmente excitar os modos de vibração do veículo e da ponte. Para isto, são utilizadas funções propostas na literatura para representar essas irregularidades, conforme [6], buscando encontrar parâmetros que maximizem os esforços solicitantes na ponte, a partir dos estudos já realizados por Cunha [7].

Os modelos do veículo e da ponte, assim como a interação dinâmica trem-trilhos, são estudados com a utilização do software de modelagem estrutural e análise dinâmica ADINA – *Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis* [1], disponibilizado no Laboratório de Mecânica Computacional da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

As investigações se iniciam com a análise modal do sistema mecânico-estrutural do carro, com os quinze graus de liberdade mencionados, bem como a análise modal da ponte, utilizando-se um modelo tridimensional com elementos finitos de casca. Na sequência, com a consideração de trilhos e rodas rígidos, porém com imperfeições geométricas, é proposto um modelo de carregamento móvel com cinco graus de liberdade. Este carregamento móvel é decorrente de um processo de condensação estática das forças de interação obtidas em cada contato roda-trilho, considerando sua distância em relação ao centro de gravidade do veículo. Também foi considerada a excentricidade do carregamento móvel em relação ao centro de gravidade da ponte, utilizado para o modelo unifilar. Estes cinco esforços foram aplicados em um ponto que percorre com uma determinada velocidade (constante) um modelo

Tabela 1
Parâmetros mecânicos e dinâmicos do carro

Parâmetro	Unidade	Valor
Massa do vagão (m_v)	kg	50990
Momento de inércia de massa roll do vagão (I_{xs})	kg.m ²	1,55.10 ⁵
Momento de inércia de massa pitch do vagão (I_{ys})	kg.m ²	1,96.10 ⁶
Momento de inércia de massa yaw do vagão (I_{zs})	kg.m ²	1,88.10 ⁶
Massa do truque (m_t)	kg	4360
Momento de inércia de massa roll do truque (I_{xt})	kg.m ²	1,47.10 ³
Momento de inércia de massa pitch do truque (I_{yt})	kg.m ²	3,43.10 ³
Momento de inércia de massa yaw do truque (I_{zt})	kg.m ²	5,07.10 ³
Rigidez vertical da suspensão primária (k_{tv})	kN/m	2976
Rigidez lateral da suspensão primária (k_{th})	kN/m	20000
Rigidez vertical da suspensão secundária (k_{sv})	kN/m	1060
Rigidez lateral da suspensão secundária (k_{sh})	kN/m	460
Amortecedor vertical da suspensão primária (c_{tv})	kNs/m	15
Amortecedor lateral da suspensão primária (c_{th})	kNs/m	15
Amortecedor vertical da suspensão secundária (c_{sv})	kNs/m	30
Amortecedor lateral da suspensão secundária (c_{sh})	kNs/m	30
Comprimento total do veículo	m	22,5
Distância entre dois truques ($2l_x$)	m	15,6
Distância entre dois eixos ($2d_x$)	m	2,5
Distância l_z	m	0,98
Distância a_z	m	0,36
Distância b_z	m	0,07
Distância d_y	m	0,98
Distância l_y	m	1,12

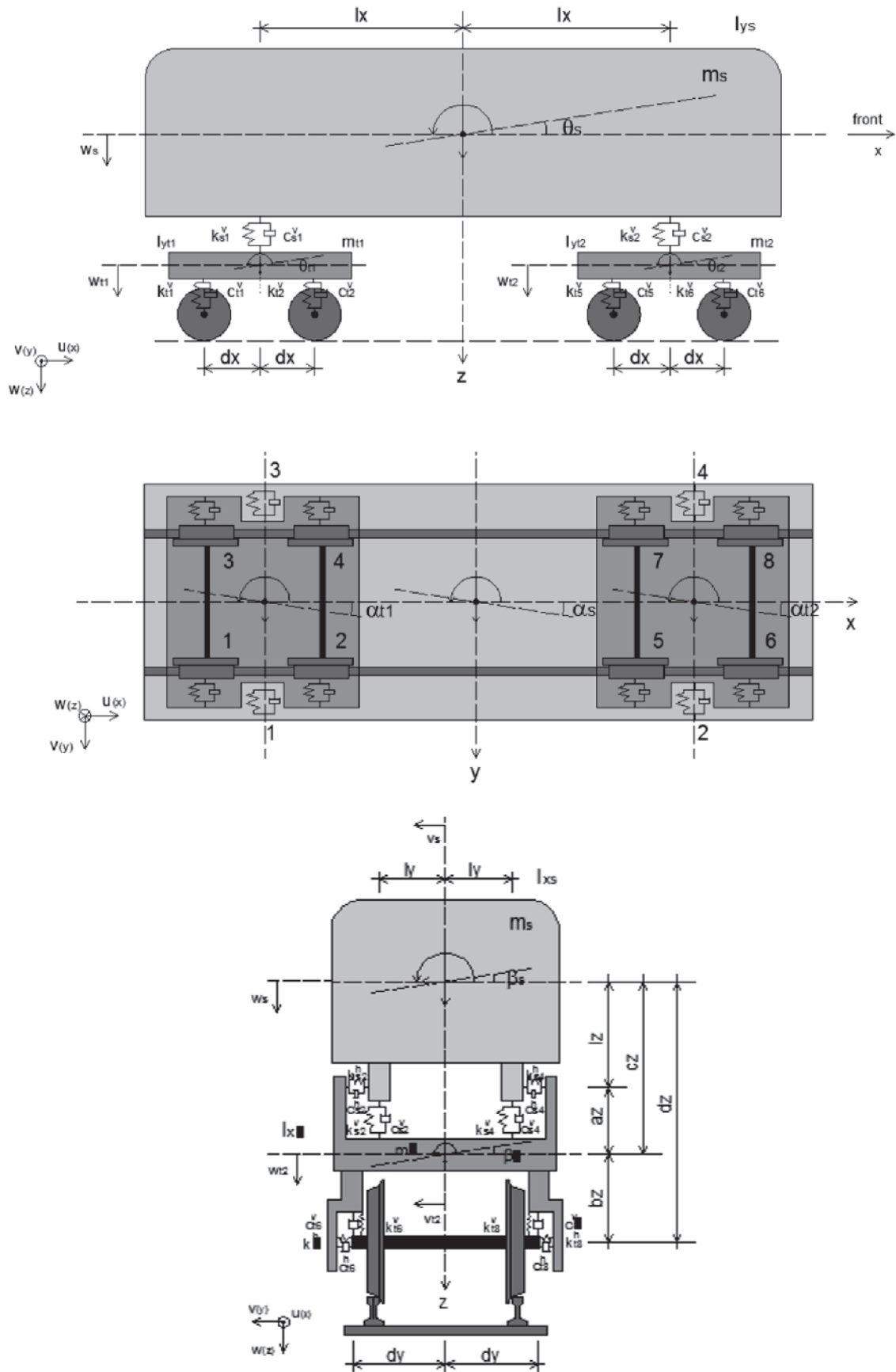


Figura 1
Modelo dinâmico do carro

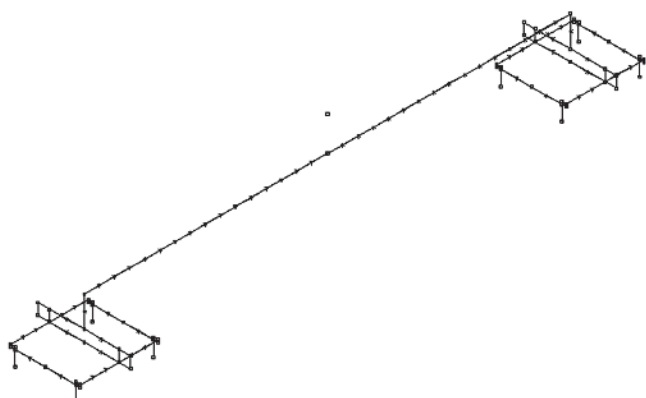


Figura 2
Modelo do carro

unifilar da ponte, associado ao modelo de alta hierarquia, construído com elementos finitos de barra 3D.

Por fim, podem ser analisados os efeitos dinâmicos nos tabuleiros de pontes ferroviárias, confrontando-os com os decorrentes da utilização dos coeficientes de impacto adotados pela norma brasileira (NBR 7187).

2. Modelagem

2.1 Modelo veicular

Para a modelagem do carro, são considerados os quinze graus de liberdade, conforme já apresentado. Na falta de informações geométricas e mecânicas completas para os vagões utilizados nas ferrovias brasileiras, utiliza-se aqui o modelo veicular apresentado em [13], cujos parâmetros mecânicos e dinâmicos são apresentados na Tabela 1. A Figura 1 apresenta o modelo dinâmico utilizado. Neste trabalho, a título de ilustração, é utilizada uma composição de dois TUE's, com quatro vagões iguais, totalizando oito carros. No modelo dinâmico tridimensional, com quinze graus de liberdade para cada carro, são consideradas as massas suspensas e as dos dois truques (dianteiro e traseiro), sendo tratadas como corpos rígidos e não se levando em conta a massa das rodas. Admite-se que as rodas não percam contato com os trilhos e que sejam indeformáveis, embora deslocáveis vertical e lateralmente devido à presença das irregularidades nas rodas e nos trilhos. A Figura 2 ilustra o modelo do carro, conforme construído no ADINA, usando elementos rígidos interconectados por molas e amortecedores.

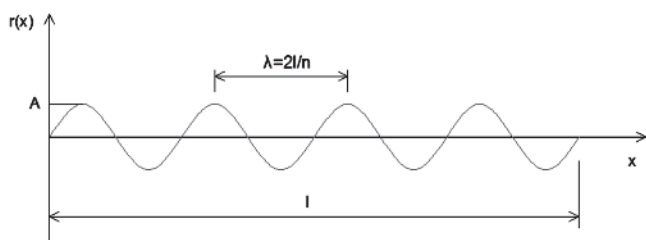


Figura 3
Irregularidade harmônica simples

2.2 Irregularidades geométricas nos trilhos e nas rodas

O efeito dinâmico das irregularidades é o de produzir aumento da carga a ser transferida do carro para a ponte. Simplificadamente, admite-se que as irregularidades no trilho sejam ondulações do trilho, tanto no plano vertical quanto no horizontal, descritas por funções harmônicas (Figura 3). Podem, potencialmente, causar vibrações significantes tanto no carro, quanto na ponte, principalmente quando seu comprimento de onda λ , percorrido a uma

velocidade V , levar a uma frequência $\frac{2\pi V}{\lambda}$ próxima a alguma frequência natural desta ou daquele.

Admite-se a possibilidade de defasagem nas irregularidades nos planos verticais e horizontais, bem como entre um trilho e outro. Segundo Majka et al [11], as respostas laterais da ponte são fortemente influenciadas pelas irregularidades no plano horizontal, já que estas são as principais fontes de excitação nessa direção, em trechos retilíneos, quando não há esforços centrífugos a serem considerados. No caso das rodas, podem existir achatamentos localizados, ou moissas, na superfície de contato dos aros das rodas, devido ao material que as constitui ser menos duro que o dos trilhos. Para caracterizar estas imperfeições, são considerados os modelos matemáticos a seguir, conforme apresentado em Correa [6].

a) Irregularidade longitudinal dos trilhos

Para as irregularidades longitudinais nos planos vertical e horizontal, é considerada a função:

$$r(x) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{V} + \Phi\right) \quad (1)$$

onde A é amplitude da irregularidade em m, $x = Vt$ é o espaço percorrido pelo carro em m, V é a velocidade do carro em

m/s, $\lambda = \frac{2\ell}{n}$ é o comprimento de onda, ℓ é o comprimento com

irregularidades, n é o número de meias ondas em ℓ e Φ o ângulo de fase.

b) Irregularidade nas rodas

As irregularidades nas rodas, ou moissas, são descritas pela função:

$$r(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} a_i \left[1 - \cos \frac{2\pi}{b_i} (x - kA_i - B_i) \right], & \text{if } B_i + kA_i \leq x \leq B_i + kA_i + b_i \\ 0, & \text{if } B_i + kA_i + B_i < x < B_i + (k+1)A \end{cases} \quad (2)$$

onde A_i , B_i , a_i e b_i estão indicados na Figura 4, sendo "i" a i-ésima roda com achatamento, para $k : 0, 1, 2, \dots$

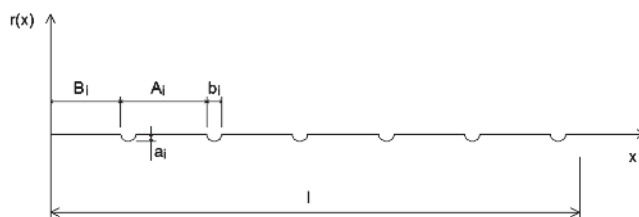


Figura 4
Irregularidades nas rodas

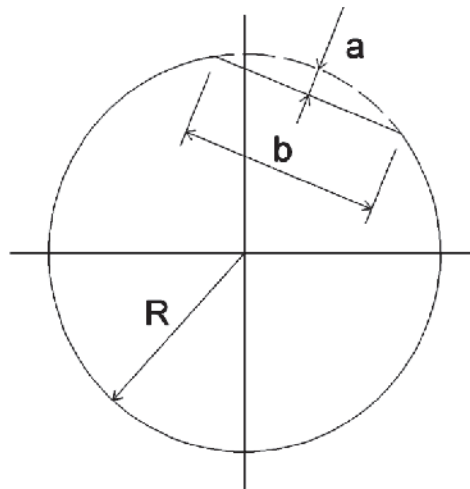


Figura 5
Detalhe da roda com achatamento

Adota-se a seguinte notação (Figura 5): A : comprimento da circunferência; B : distância do primeiro impacto da roda em relação ao início da ponte; a : profundidade do achatamento; b : comprimento do achatamento.

Para representar as irregularidades nos trilhos e nas rodas, foram aplicados deslocamentos no contato roda-trilho, conforme funções apresentadas, nos planos vertical e horizontal.

2.3 Modelagem estrutural

A ponte utilizada no modelo foi extraída de [4]. Trata-se de uma ponte metroviária em concreto armado, com pista dupla, cuja excentricidade da via é de 2,4m, e com um vão bi-apoiado de 36m de comprimento. A seção transversal é em caixão, com dimensões e propriedades apresentadas na

Figura 6 e Tabela 2. Considerou-se um modelo linear isotrópico para o concreto, com resistência à compressão equivalente à 25 MPa e módulo de $2,38 \times 10^{10}$ kN/m².

Para a análise modal, utilizou-se um modelo de alta hierarquia da ponte, a fim de apresentar uma boa caracterização das frequências de vibração para os modos mais altos. Assim, adotou-se um modelo tridimensional bi-apoiado da ponte, utilizando-se elementos finitos

Tabela 2

Propriedades da ponte

A	4,56	m ²
I _x	3,52	m ⁴
I _y	28,88	m ⁴
I _t	6,68	m ⁴
E	$2,38 \cdot 10^{10}$	N/m ²
m	11.169,84	kg/m
I _{r_x}	39.273,16	kg m ²
I _{r_y}	1.134.090,97	kg m ²

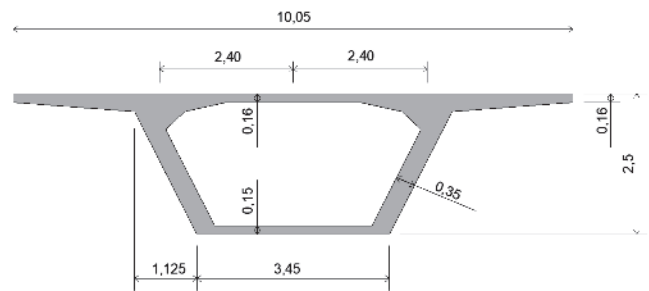


Figura 6
Seção transversal da ponte

de casca (elemento "shell" do ADINA), sendo utilizada uma discretização da malha regular de aproximadamente 0,5 m e a geometria definida a partir do eixo dos elementos estruturais. A

Figura 7 ilustra o modelo de alta hierarquia construído no ADINA.

2.4 Modelo de ordem reduzida do carro e da ponte

Apesar de os modelos de baixa hierarquia não apresentarem uma boa correspondência com as frequências de vibração para modos altos, devido à sua simplicidade, foi considerado para a análise dinâmica da ponte e do carro. Observa-se que, neste estudo, encontrou-se uma boa proximidade entre as frequências para os modelos de casca e unifilar da ponte para os primeiros modos de vibração.

Para a obtenção do modelo de ordem reduzida do carro, realiza-se a condensação estática das forças em cada contato roda-trilho ao centro de gravidade do veículo. Assim, o modelo de carregamento ficou reduzido a cinco esforços aplicados nesse ponto, que se desloca com velocidade constante V sobre a ponte, a saber: *bounce*, *sway*, *pitch*, *roll* e *yaw*.

Com os esforços condensados estaticamente no centro de gravidade do carro, parte-se para a modelagem do trem traçando sobre a ponte. Esses esforços serão aplicados a um modelo de baixa hierarquia da ponte (unifilar), constituído por elementos finitos de barras tridimensionais (elementos do tipo "beam" do ADINA), cujas propriedades são as mesmas utilizadas para a análise modal (Tabela 2). A ponte foi considerada

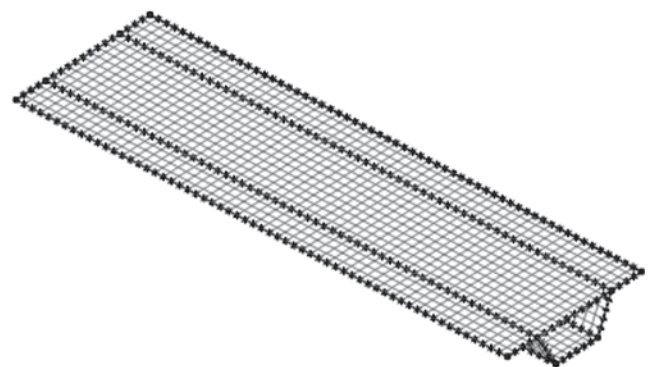


Figura 7
Modelo de casca utilizado para a ponte

Tabela 3
Modos de vibração

Modos	Frequência ponte (Hz)	Modo da ponte	Frequência carro (Hz)	Modo do carro
1°	3,307	Flexão	0,645	Roll
2°	10,460	Torção	1,215	Yaw
3°	10,560	Flexão	1,230	Roll e Sway
4°	14,970	Flexão	1,334	Bounce
5°	16,300	Flexão	1,667	Pitch
6°	16,730	Flexão	9,044	Bounce
7°	17,410	Flexão	9,055	Bounce
8°	17,670	Flexão	11,720	Pitch nos truques em sentidos contrários
9°	18,160	Torção	11,720	Pitch nos truques no mesmo sentido
10°	18,480	Flexão	15,480	Roll nos truques em sentidos contrários

bi-apoiada e discretizada em 72 elementos de barra de 0,5 m cada, sendo que em cada nó do modelo discretizado são especificados os cinco esforços reduzidos, ao longo do tempo, simulando a passagem dos oito carros do comboio. Assim, no instante em que o trem se encontra sobre o nó, são especificados os cinco esforços reduzidos e, para os demais instantes, estes valores são nulos. Observa-se que foi realizada uma análise dinâmica linear utilizando-se o método de integração implícito de Newmark.

Cabe observar que, para as análises realizadas foram considerados coeficientes de Rayleigh referentes a um amortecimento modal de 3%, referentes ao 1° e 5° modo de vibração da ponte (3,307 e 16,30 Hz), ambos de *bounce*. As frequências bem como os modos obtidos para a análise modal da ponte estão apresentadas na Tabela 3.

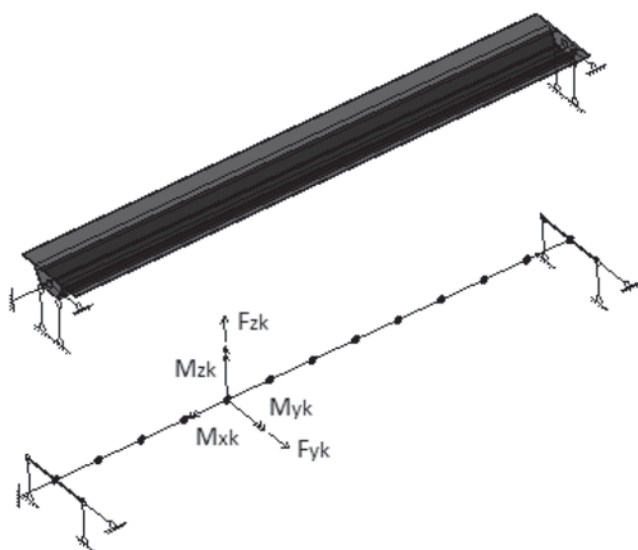


Figura 8
Modelo unifilar da ponte

3. Análise de resultados e comentários

Antes de tudo, cabe mencionar que o exemplo aqui considerado não tem a pretensão de questionar os procedimentos de análise quase-estática propostos pelas normas brasileiras ou internacionais, mesmo porque, fosse esse o objetivo, seria necessário considerar um número representativo de estudos de caso, o que não se faz aqui. Objetiva-se, nessa oportunidade, apenas demonstrar que a análise dinâmica de pontes ferroviárias, com capacidade de descrição dos fenômenos muito mais apurada do que a quase-estática, está ao alcance do meio técnico habilitado, com o auxílio de ferramentas computacionais de uso corrente para a análise estrutural pelo método dos elementos finitos. Sendo tais análises dinâmicas mais fidedignas do que as quase-estáticas, elas poderão identificar, em cada caso, oportunidades de projetos mais econômicos, sem concessões à segurança estrutural, ou, excepcionalmente, cenários mais críticos do que os previstos pelos procedimentos quase-estáticos.

O exemplo considerado neste artigo enquadra-se na primeira categoria, ou seja, a análise dinâmica revela-se menos crítica do que a quase-estática. Isto não é de se surpreender, pois a ponte considerada (ponte metroviária brasileira) apresenta-se claramente superdimensionada para o trem unidade elétrica utilizado (veículo chinês). Ressalte-se que a escolha do veículo, para efeito de exemplificação da metodologia aqui proposta, foi condicionada pela indisponibilidade de informações sobre todos os parâmetros necessários para analisar o modelo de 15 graus de liberdade, para o vagão metroviário brasileiro. Recorreu-se, portanto, ao veículo descrito por Xia *et al* [13], pois todos os parâmetros necessários para sua modelagem estavam disponíveis.

Segundo esta perspectiva, os resultados decorrentes da análise dinâmica simulando a passagem do carro sobre trilho assentado diretamente sobre a ponte (sem lastro), considerando as irregularidades já discutidas neste texto, são comparados com os decorrentes da análise quase-estática, aplicando-se os critérios da norma NBR-7187 "Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido". Apesar de esta norma ter sido atualizada em

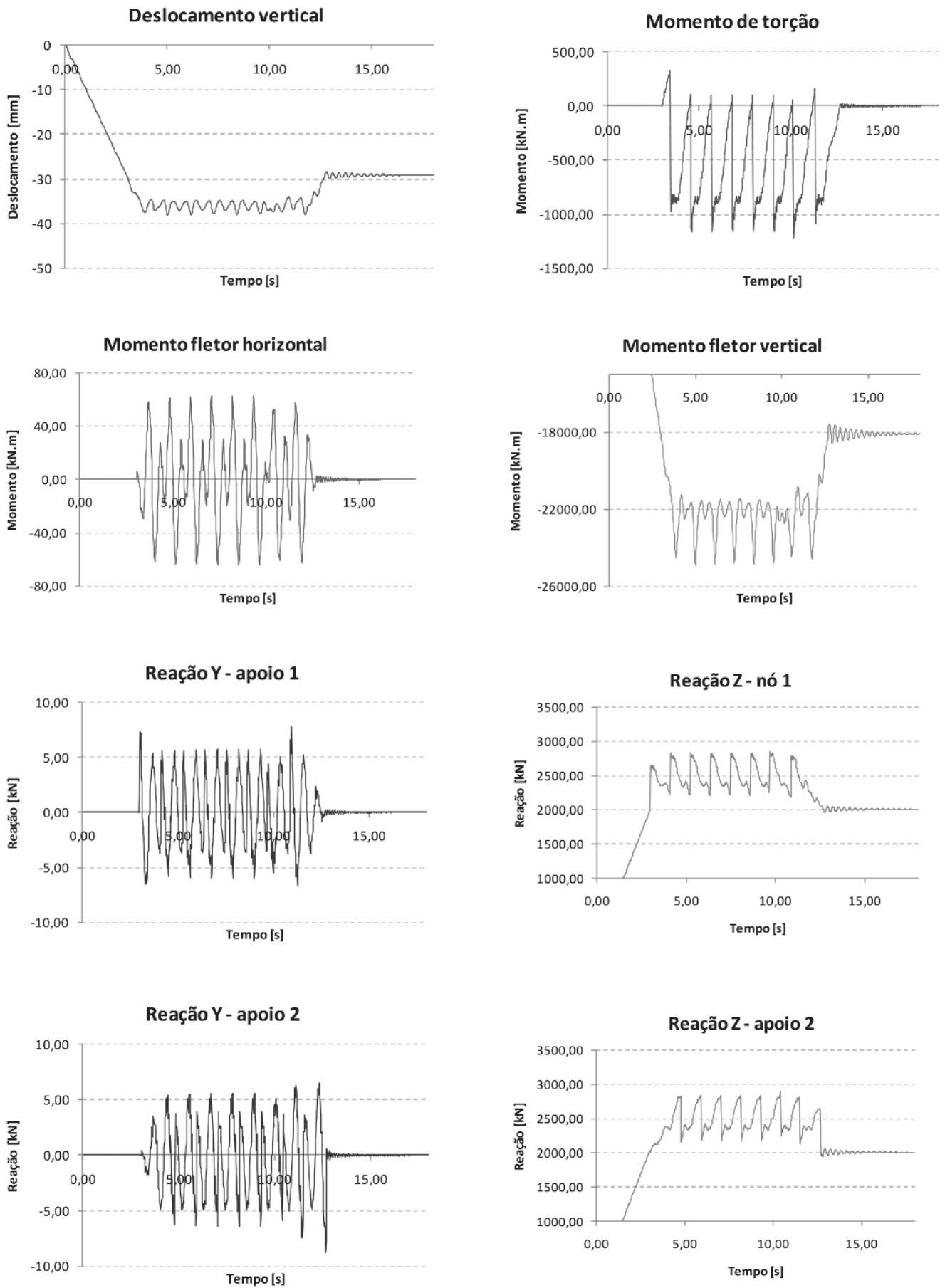


Figura 9
Resultados- análise dinâmica para n=5

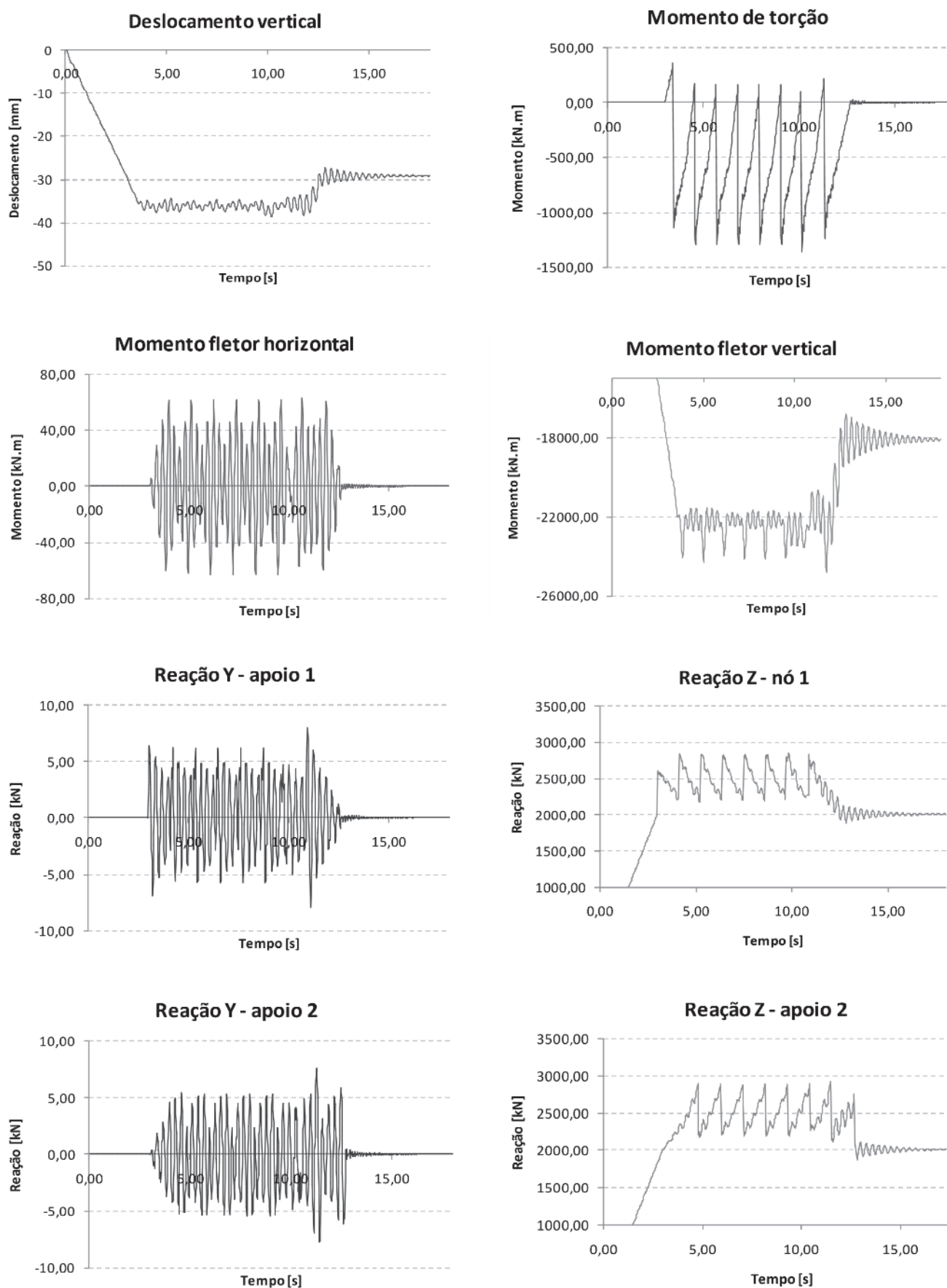


Figura 10 Resultados- análise dinâmica para $n=11,7$

2013 passando a ser válida apenas para pontes rodoviárias, foi considerada neste estudo devido à falta de referências brasileiras para pontes ferroviárias. Cabe lembrar que a própria NBR-7189 “Ações em pontes ferroviárias” foi cancelada em julho de 2015. Uma alternativa seria utilizar prescrições internacionais, como a AREMA [2], cujo coeficiente de impacto para este estudo de caso seria de 1,228.

Assim, se fosse aplicável a anterior NBR-7187, as cargas verticais do veículo sobre a ponte deveriam ser majoradas pelo coeficiente de impacto:

$$\varphi = 0,001 \times (1600 - 60\sqrt{\ell} + 2,25\ell) \geq 1,2 \quad (3)$$

No caso presente, o coeficiente de impacto valeria $\varphi = 1,321$, que é um valor bastante elevado, em função de a ponte ter pequeno vão (36m).

Com respeito às cargas horizontais transversais aplicadas pelo veículo à ponte, a NBR-7187 também propunha um valor bastante elevado, se comparado aos que decorreriam de irregularidades típicas de trilhos, a saber, 20% da carga vertical do eixo mais pesado!

As respostas das análises quase-estáticas de momento fletor nos planos horizontal e vertical e deslocamento vertical são avaliadas para a seção do meio do vão da ponte, enquanto que para o momento de torção, analisa-se a seção de um quarto do vão. Cabe comentar que os valores máximos de momentos fletores são encontrados para a situação em que o centro de gravidade de um carro encontra-se no meio do vão; para o momento de torção, o máximo obtido corresponde à situação com dois carros trafegando sobre a ponte, estando o centro de gravidade do primeiro a uma distância de 31,5m do início da ponte e o do segundo a 9,0m; para o deslocamento vertical, a situação crítica também ocorre com dois carros sobre a ponte, sendo que o centro de gravidade do primeiro encontra-se a 29,5m do início da ponte e o do segundo a 7,0m; no caso das reações nos apoios, os máximos acontecem para dois carros sobre a ponte, estando um deles sobre um dos apoios.

Para o exemplo ilustrativo discutido neste trabalho, considerando a velocidade do trem igual a 20m/s, constata-se que o número de

meias ondas das irregularidades longitudinais que produz ressonância com os modos dominantes de *bounce* para o vagão ou de flexão no plano vertical da ponte é, respectivamente, $n=5$ ou $n=11,7$. De fato, no primeiro cenário ($n=5$), o esforço de interação referente à força vertical apresenta a mesma frequência do 4º modo do veículo; já no segundo cenário ($n=11,7$), este mesmo esforço apresenta frequência coincidente com o primeiro modo de flexão no plano vertical do tabuleiro. Ainda para estes dois cenários, admite-se que a presença de irregularidades nos trilhos e nas rodas existe mesmo antes de o carro entrar na ponte, desconsiderando-se assim a perturbação nos esforços observados no início da análise dinâmica do trem.

Os resultados das análises dinâmicas, para os dois cenários analisados, foram extraídos nos mesmos nós ou elementos, conforme realizado para análise quase-estática, e são apresentados nas Figuras 9 e 10.

Analisando-se primeiramente os modos de vibração encontrados para os modelos da ponte e do trem, vale comentar que as frequências dos cinco primeiros modos do carro (0,645 a 1,667 Hz) são muito inferiores à do primeiro modo de vibração da ponte (3,307 Hz). Porém, existe uma proximidade entre os valores obtidos para os modos 2 e 3 da ponte e 6 a 9 do carro e modos 4 a 6 da ponte e 10 do carro. A Tabela 3 apresenta esta comparação.

Ainda com relação aos modos de vibração, o cenário com $n=5$ apresenta uma frequência para o esforço de interação de força vertical igual a 1,3 Hz, equivalente ao 4º modo de vibração do carro, enquanto que para o cenário com $n=11,7$, este valor corresponde ao 1º modo de vibração da ponte, ou seja, 3,3 Hz. Isto significa que, apesar de os modos do veículo e do tabuleiro estarem afastados e, com isso, distantes de um caso de ressonância, existe a possibilidade de ocorrência deste fenômeno devido à proximidade das frequências dos esforços de interação ora com a do veículo, ora com a da ponte.

Com relação aos resultados dos esforços, a Tabela 4 apresenta os valores máximos obtidos em cada cenário analisado. A fim de comparação, são apresentados, também, os resultados de uma análise realizada para o caso $n=8,7$, em que a frequência do esforço de interação vertical não se aproxima de nenhum modo de vibração, seja da ponte ou do veículo.

Tabela 4

Valores máximos obtidos em cada análise

Grandezas	Análise quase-estática	Análise dinâmica		
		n=5	n=8,7	n=11,7
Momento de torção (kN.m)	-1.677	-1.223	-1.347	-1.358
Momento fletor horizontal (kN.m)	-269	-64	-46	63
Momento fletor vertical (kN.m)	-25.196	-24.913	-24.284	-24.830
Deslocamento vertical (mm)	-38,35	-38,13	-38,09	38,58
Reação Y – apoio 1 (kN)	41	8	-6	8
Reação Y – apoio 2 (kN)	41	-9	-7	-8
Reação Z – apoio 1 (kN)	3.095	2.852	2.831	2.849
Reação Z – apoio 2 (kN)	3.095	2.884	2.895	2.926

4. Conclusões

A Tabela 4 confirma a expectativa anteriormente expressa de que os resultados obtidos para a análise quase-estática seriam superiores aos das análises dinâmicas, para todos os esforços considerados. Em acréscimo à constatação de tratar-se de uma ponte muito rígida para o veículo considerado, deve-se atentar para os seguintes aspectos que contribuem para explicar tais resultados: sendo o vão muito pequeno (apenas 36m), em cada instante haverá, durante a passagem do trem, na hipótese mais desfavorável, dois veículos sobre a ponte (sendo um apenas parcialmente, pois o comprimento total do vagão é de 22,5m); cada vagão permanece um lapso de tempo muito pequeno sobre a ponte (na velocidade de 20m/s, apenas 1,8s; para velocidades maiores, o tempo será inversamente proporcional a elas); sendo o número de vagões do comboio também pequeno (a saber, 8), a duração total do carregamento dinâmico também é pequena, não dando oportunidade para que haja um crescimento mais importante da resposta dinâmica, mesmo sob condição de ressonância com os primeiros modos do tabuleiro. É imediato perceber que, em outras situações de projeto em que estas condições não se verifiquem, conclusões distintas poderão ser obtidas.

Cabe ainda comentar que a análise dinâmica também forneceu uma estimativa para a máxima aceleração vertical no meio do vão, tendo-se chegado a $0.57ms^{-2}$, que é um valor bastante inferior ao valor limite de $5.0ms^{-2}$, frequentemente adotado em critérios de projeto para trens de passageiros, mais uma vez indicando tratar-se de uma ponte em que a resposta vibratória não é crítica. Da mesma forma, a máxima flecha dinâmica encontrada (38,58 mm) é bem inferior a 1/600 do vão da ponte (60 mm), usualmente tomado como valor limite em projeto.

Conforme já observado, para os cenários em que a frequência de um dos esforços de interação equivalha a um modo de vibração do carro ou da ponte, existe um acréscimo nos esforços solicitantes em relação a uma situação em que não haja ressonância. Isto pode ser observado ao se comparar os cenários de $n=5$ ou $n=11,7$ com o caso de $n=8,7$, em que a frequência dominante do carregamento não é coincidente com a de nenhum modo do veículo ou do tabuleiro. Assim, para projetos de pontes ferroviárias, deve-se ter mais do que a preocupação de afastar a frequência de vibração do carro das do tabuleiro. É igualmente importante distanciar a frequência dominante dos esforços de interação destas e daquelas, o que depende da velocidade do vagão e das imperfeições da via, e usualmente não é considerado explicitamente durante a fase de projeto.

Finalmente, cabe observar que o presente estudo de caso refere-se a vias sem lastro, tendência contemporânea especialmente para trens de alta velocidade. Evidentemente, para o caso de vias sobre lastro, seria necessário interpor elementos viscoelásticos entre o nó que representa o contato roda-trilho e o nó que representa a estrutura do tabuleiro da ponte.

5. Referências bibliográficas

[1] ADINA - Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis Software: versão 8.9.1. Desenvolvido pela ADINA R&D,

- Inc. Massachusetts, 2013. Disponível em: <http://www.adina.com>. Acesso em 14/03/2016.
- [2] AMERICAN RAILWAY ENGINEERING AND MAINTENANCE-OF-WAY ASSOCIATION, AREMA – Manual for Railway Engineering, 2016.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 7187 – Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido - Procedimento – 2003. 13
- [4] CLEMENTE, L. G., BORGES L. A. e STUCCHI, F., 1989. Projeto de viaduto unicelular para pista dupla na extensão da linha Norte/Sul do Metrô de São Paulo – Anais do Primeiro Simpósio EPUSP de Estrutura de Concreto.
- [5] CHEN, Y. and LI, C. Y., 2000, Dynamic Response of Elevated High-Speed Railway. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 5, n°2, 124-130.
- [6] CORREA, W. L., 2008, Controle das Vibrações Induzidas pela Interação Dinâmica entre Trens-Trilhos-Dormentes-Estrutura de Aço de Pontes Ferroviárias. Tese, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [7] CUNHA, P. G., 2011, Análise Dinâmica de Pontes Ferroviárias: Uma Metodologia Simplificada. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- [8] FRÝBA, L., 1980, Estimation of Fatigue Life of Railway Bridges under Traffic Loads. *Journal of Sound and Vibration*, 70, 527-541.
- [9] LIN, Y. H. and TRETHERWEY, M. W., 1990. Finite Element Analysis of Elastic Beams Subjected to Moving Dynamic Loads. *Journal of Sound and Vibration*, 136, 323-342.
- [10] LIU, K., ROECK, G. and LOMAERT, G., 2009, The Effect of Dynamic Train-Bridge Interaction on the Bridge Response during a Train Passage. *Journal of Sound and Vibration*, 325, 240-251.
- [11] MALKA, M. and HARTNETT, M., 2009. Dynamic Response of Bridges to Moving Trains: A Study on Effects of Random Track Irregularities and Bridge Skewness. *Journal Computers & Structures*, 87, 1233-1252.
- [12] MOROZ, F. V., 2009, Uma Metodologia para a Análise da Influência no Tráfego de Carros Pesados na Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- [13] XIA, H., XU, Y. L. and CHAN, T. H. T., 2000, Dynamic Interaction of Long Suspension Bridges with Running Trains. *Journal of Sound and Vibration* 237, 263-280.
- [14] XU, Y. L., XIA, H. and YAN, Q. S., 2003, Dynamic Response of Suspension Bridge to High Wind and Running Train. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 8, n° 1,46-55.