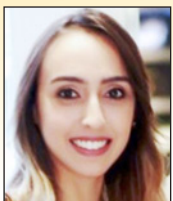


# Physical and geometrical non-linear behavior of precast beams on elastomeric supports

## *Comportamento não linear físico e geométrico de vigas pré-moldadas sobre apoios elastoméricos*



M. T. S. A. CARDOSO <sup>a</sup>  
mariateresasacardoso@gmail.com

M. C. V. LIMA <sup>a</sup>  
macris@ufu.br

### Abstract

The stability of long and slender precast beams has been associated with structural collapse during the transitory phase of construction. The inevitable deviations regarding the execution between the support cross-section and midspan aggravate the instability problem, thus causing the beams to become even more susceptible to its effects. The focal point of this study is the numerical and behavioral evaluation of concrete beams that present geometric imperfections on elastomeric supports and analyze the influence exerted by the variables of: strength characteristics of concrete, physical non-linearity of the concrete and the compression stiffness of the bearing pad. The numerical analyses were developed on a computer program based on the finite element method (FEM). Among the principle conclusions drawn from the study, one finds that the increase in the characteristic strength of the concrete provides the beam with a higher degree of stability, and the consideration of the physical non-linear behavior of the material did not allow the equilibrium point on the numerical model to be found in some of the cases that were evaluated. The rotational stiffness of the pad decreases as the skew angle increases. Therefore, one needs to remember that in very critical situations, it may not be possible to find the point of equilibrium, thus leading to collapse.

**Keywords:** stability, bearing pad, stiffness, equilibrium, toppling.

### Resumo

A estabilidade lateral de vigas pré-moldadas longas e esbeltas tem sido associada a colapsos durante as fases transitórias de montagem. Os inevitáveis desvios de execução entre a seção transversal do apoio e a do meio do vão agravam e tornam mais suscetíveis os problemas de instabilidade. O objetivo deste trabalho é avaliar numericamente o comportamento de vigas de concreto que apresentam imperfeições geométricas sobre almofadas de apoio de elastômero e analisar a influência de variáveis, como: resistência característica do concreto, não linearidade física do concreto e rigidez à compressão da almofada. As análises numéricas foram desenvolvidas em um programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos. Dentre as principais conclusões, percebeu-se que o aumento da resistência característica do concreto confere à viga maior estabilidade e que a consideração do comportamento não linear físico do material não permite encontrar uma posição de equilíbrio no modelo numérico em alguns casos avaliados. A rigidez ao giro da almofada diminui na medida em que o ângulo de escondidade aumenta. Deve-se ter em mente que, em situações muito críticas, pode não ser possível encontrar equilíbrio para a viga, levando ao seu colapso.

**Palavras-chave:** estabilidade, almofada, rigidez, equilíbrio, tombamento.

<sup>a</sup> Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

## 1. Introdução

As vigas pré-moldadas de concreto, em virtude dos equipamentos de suspensão e das limitações dos veículos de transporte, têm apresentado seções transversais com melhor rendimento mecânico. Ainda, esses elementos são solicitados por esforços próprios das fases transitórias, como: o manuseio, o içamento e o transporte. Até mesmo as características das vias públicas (superelevação e curvas) e o sistema de amortecimento do veículo de transporte podem afetar a estabilidade e a segurança dessas vigas.

Quando a viga encontra-se em sua posição definitiva na estrutura sobre apoios deformáveis, porém sem nenhuma ligação efetivada ou sem contraventamento lateral, também podem ocorrer problemas relativos à instabilidade lateral. Na maioria das vezes, as vigas estão apoiadas em almofadas de elastômero, flexíveis e deformáveis, que podem não ser capazes de resistir ao giro de corpo rígido da viga e, em situações mais críticas, ao seu tombamento.

A presença de imperfeições geométricas na viga, decorrentes de inevitáveis erros na concretagem, na aplicação da protensão ou de diferentes fontes de calor na cura térmica, agravam e tornam mais prováveis os problemas de instabilidade. A viga que apresenta, desde a sua concepção, uma forma curva não prevista em projeto como, por exemplo, devido ao desvio da seção transversal do apoio em relação à do meio do vão, é ainda mais suscetível ao tombamento e ao giro de corpo rígido.

Na literatura, é possível encontrar autores que relataram a ocorrência de acidentes com vigas pré-moldadas nas fases transitórias de montagem, relacionando-os com a estabilidade lateral desses elementos. Tremblay e Mitchell [1], Oesterle et al. [2] e Bairán e

Cladera [3] analisaram o colapso de vigas sobre apoios deformáveis e relacionaram a sua causa ao contraventamento lateral insuficiente para resistir ao giro de corpo rígido da viga ou ao dimensionamento e posicionamento incorreto da almofada de apoio na estrutura. Um caso recente ocorreu no Brasil em 2014, com a queda da viga do mon trilho de São Paulo, que já estava posicionada na estrutura.

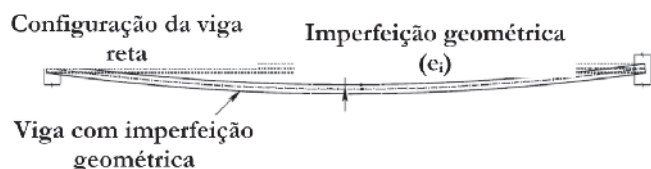
Burgoyne e Stratford [4] e Plaut e Moen [5] trataram da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto sobre apoios deformáveis e mostraram que a deformabilidade do apoio influencia o equilíbrio e estabilidade da viga. Quando se analisa o problema da estabilidade lateral de vigas de concreto, é preciso considerar condições que sejam as mais próximas possíveis da realidade. Assim, algumas variáveis geométricas são de extrema importância nas análises.

Segundo Consolazio e Hamilton [6], a excentricidade lateral ou imperfeição geométrica, apresentada na Figura 1, é o deslocamento lateral entre a viga reta e a sua configuração real na forma curva. Esse deslocamento lateral pode ser originado por desvios na aplicação e nos cabos de protensão, desvios no posicionamento das fôrmas e durante a concretagem e também por fontes térmicas, como diferentes fontes de calor na cura térmica. Na Figura 2, a esconsidade do apoio é o ângulo formado entre o eixo longitudinal da via e a linha central do apoio. Principalmente em vigas protendidas, é comum observar uma curvatura vertical entre o eixo longitudinal da viga no apoio e a superfície da almofada de apoio (Figura 3).

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é avaliar a estabilidade lateral da viga AASHTO Tipo IV sobre as almofadas FDOT Tipo A e FDOT Tipo B considerando-a com diferentes imperfeições geométricas iniciais durante a fase de montagem. Ainda, pretende-se avaliar a influência da resistência característica do concreto e sua não linearidade física e da rigidez à compressão da almofada, tendo em vista a perda de contato parcial entre a viga e o aparelho de apoio. Por fim, é estimada a rigidez ao giro da almofada para os diferentes ângulos de esconsidade.

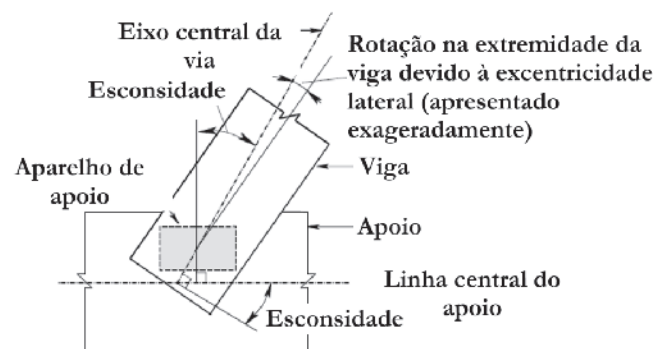
## 2. Viga AASHTO Tipo IV sobre almofadas de apoio fretadas

Este trabalho conduziu uma análise numérica no programa computacional ANSYS [7] que baseia-se no Método dos Elementos Finitos. Considerou-se que a viga de seção padronizada AASHTO



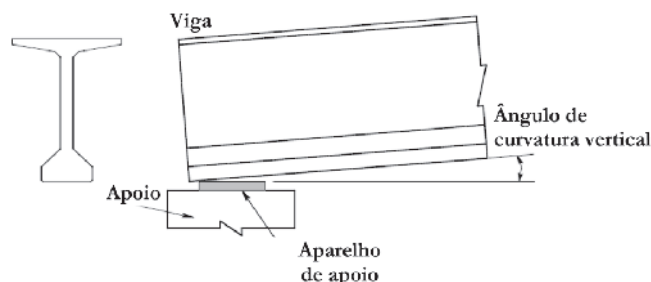
**Figura 1**  
Excentricidade lateral

Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007)



**Figura 2**  
Esconsidade do apoio

Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007)



**Figura 3**  
Curvatura vertical da viga

Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007)

Tipo IV, apresentada na Figura 4, com 32 m de comprimento, encontrava-se apoiada sobre as almofadas também padronizadas FDOT Tipo A e FDOT Tipo B, cujas dimensões são apresentadas na Tabela 1.

A viga AASHTO Tipo IV foi analisada com diferentes imperfeições geométricas iniciais. Os desvios da posição do centroide da seção transversal do meio do vão em relação à sua posição prevista nos apoios são apresentados na Tabela 2 e na Figura 1. Partiu-se adotando a máxima excentricidade no meio do vão em relação aos apoios admitida pelo PCI [8]: 1 cm a cada 10 m de comprimento da viga. Analisou-se também excentricidades próximas às medidas em campo por Cojocarú [9] e, para contemplar uma situação muito crítica e desfavorável, foram adotados os valores de 13,5 cm e 18 cm. Burgoyne e Stratford [4] recomendam trabalhar com valores de imperfeições geométricas iniciais da ordem de  $L/1000$ , onde  $L$  é o comprimento total da viga. O Eurocode [10] sugere que, em vigas não contraventadas nas fases de transporte e manuseio, seja adotada uma imperfeição geométrica da ordem de  $L/300$ .

Para representar numericamente as almofadas de elastômero, foi adotado o modelo simplificado proposto e experimentalmente avaliado por Harper e Consolazio [11], discutido e calibrado em Cardoso [12]. Nesse modelo, a almofada é considerada como uma grelha rígida responsável por unir molas de diferentes rigidezes à compressão axial. Esse modelo de grelha divide a almofada em pequenas regiões retangulares e a cada uma é associada uma mola de compressão de rigidez diferente das demais. Foram adotadas molas que trabalham exclusivamente comprimidas, de forma que solicitações de tração não resultam em reação de apoio na mola. Assim, é possível considerar a perda de contato parcial entre a viga e a almofada.

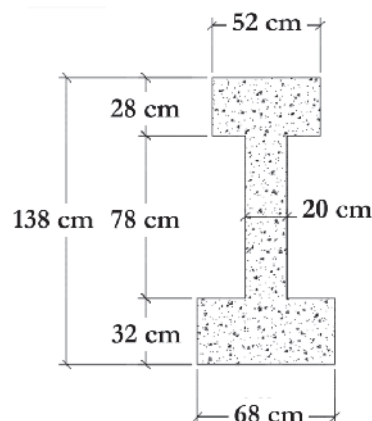
Neste trabalho, são consideradas as almofadas de dimensões e características padronizadas FDOT Tipo A e FDOT Tipo B, cujas rigidezes à compressão axial são, respectivamente, 10991 kN/cm e 12512 kN/cm. A almofada A é concebida como uma grelha com 105 molas de compressão ( $7 \times 15$ ), com região de área igual a 16 cm<sup>2</sup>. A almofada B é concebida como uma grelha com 135 molas de compressão ( $9 \times 15$ ), com região de área igual a 16 cm<sup>2</sup>. A Figura 5 apresenta as grelhas rígidas representativas das almofadas A e B e a Figura 6, a distribuição de rigidezes nas almofadas A e B. Os valores de rigidez a compressão e as considerações feitas

**Tabela 1**

Dimensões e características das almofadas analisadas

Dimensão/característica	Almofada	
	A	B
Comprimento, L (cm)	60	60
Largura, W (cm)	28	36
Espessura, H (cm)	4,8	6,5
Quantidade de chapas de aço	3	4

Fonte: Autores (2017)



**Figura 4**

Seção transversal modificada da viga AASHTO Tipo IV

Fonte: Autores (2017)

nos modelos numéricos são as mesmas apresentadas em Cardoso [12].

Foram garantidos que os nós da mesa inferior da viga coincidissem exatamente com os nós da almofada de acordo com o modelo simplificado. Para a viga, adotou-se o elemento tridimensional SOLID65 e para as molas da almofada, o elemento LINK180.

Na condição de viga sobre apoios, o único carregamento que atua na estrutura é o peso próprio, que foi aplicado pelo comando de inércia do ANSYS [7]. Em todas as análises realizadas, foi considerada a não linearidade geométrica, muito importante em problemas de instabilidade lateral.

Foram adotados três valores de resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), a saber: 27,5; 45 e 90 MPa. Os módulos de elasticidade inicial do concreto adotados para a viga foram respectivamente: 2936,67; 3756,59 e 5312,63 kN/cm<sup>2</sup>, com coeficiente de Poisson igual a 0,2 e peso específico de 25 kN/m<sup>3</sup>. O comportamento do concreto à compressão foi considerado pelo diagrama parábola retângulo, sem amolecimento.

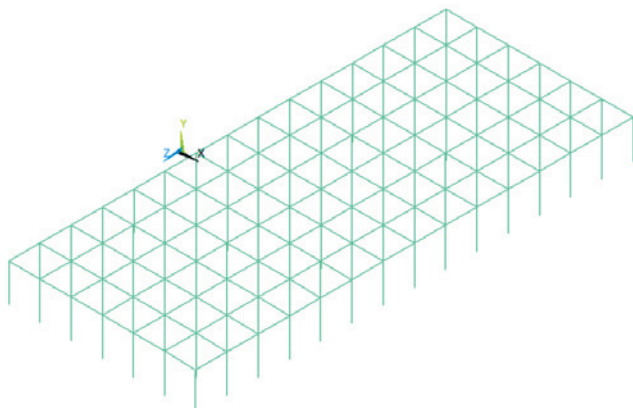
É importante ressaltar que na situação de pré-serviço, espera-se

**Tabela 2**

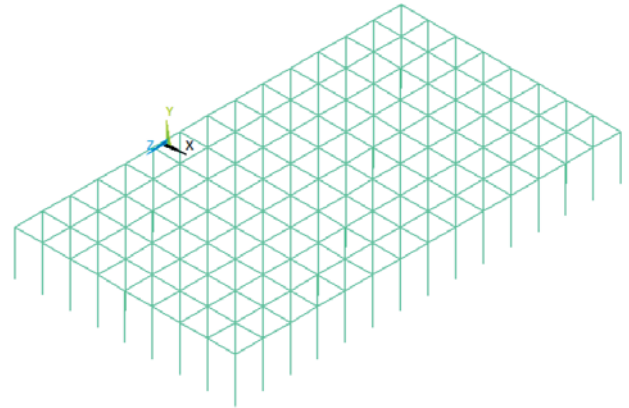
Excentricidades laterais iniciais adotadas

Viga	Excentricidade inicial ( $e_i$ )	
	Absoluta ( $e_i$ ) (cm)	Relativa ( $e_i/L$ )
B1	1,0 (L/3200)	0,0003
B2	3,0 (L/1067)	0,0009
B3	3,2 (L/970)	0,0010
B4	5,0 (L/640)	0,0016
B5	6,6 (L/485)	0,0021
B6	9,0 (L/356)	0,0028
B7	13,5 (L/237)	0,0042
B8	18,0 (L/178)	0,0056

Fonte: Autores (2017)



**A** Grelha rígida da almofada A



**B** Grelha rígida da almofada B

**Figura 5**  
Grelha rígida das almofadas A e B

Fonte: Autores (2017)

que a viga não esteja fissurada. No entanto, na prática, sabe-se que é possível que a viga fissure devido aos esforços decorrentes do manuseio e do transporte até seu local definitivo. Ainda, mesmo quando a viga está sobre as almofadas de apoio, as tensões geradas no concreto devido ao giro de corpo rígido e ao tombamento da viga podem levar à fissuração e perda da capacidade resistente.

Assim, a fim de representar a perda da capacidade resistente da viga e o comportamento não linear do concreto, foi realizada uma análise não linear física no ANSYS [7]. Utilizou-se o modelo *concrete* próprio do elemento SOLID65. A curva tensão  $\times$  deformação foi obtida pela definição de seis pontos cujas coordenadas foram calculadas através de equações paramétricas que relacionam a resistência característica do concreto e seu módulo de elasticidade inicial ou tangente.

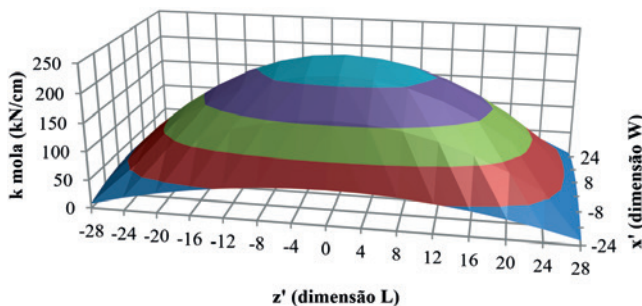
Para utilizar o modelo *concrete* no ANSYS [7], foi necessário definir quatro parâmetros relativos ao comportamento do concreto tração e comprimido. Os dois primeiros referem-se à tensão de cisalhamento transferida para a fissura aberta e fechada. Para

essas variáveis, foram adotados os valores de 0,2 e 1,0, respectivamente. Os dois parâmetros restantes relacionam-se com as tensões de fissuração e de esmagamento do concreto para os quais foram definidos os valores de um décimo da resistência do concreto e (-1,0), respectivamente.

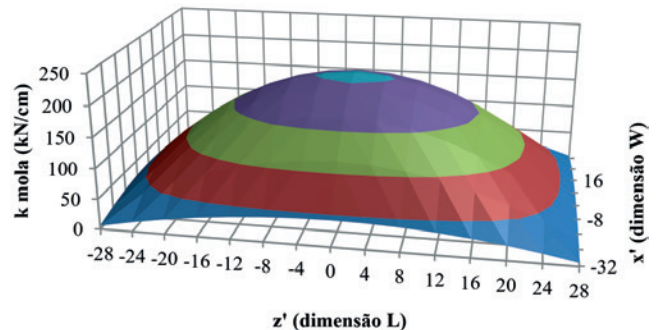
### 3. Resultados e discussões

#### 3.1 Análise não linear geométrica

Inicialmente, foi feita uma análise estática considerando a não linearidade geométrica que é necessária para simular o efeito exclusivo de compressão nas molas do modelo simplificado das almofadas. Dessa análise, foram obtidas as reações de apoio nas molas para cada uma das oito vigas analisadas, para cada um dos três  $f_{ck}$  avaliados e para cada almofada considerada. Nas Figuras 7 e 8, a área hachurada representa a região da almofada do lado esquerdo da viga (Figura 1) em que não há reação de apoio, ou seja, a perda de contato entre a viga e a almofada. Nota-se ainda



**A** Almofada A



**B** Almofada B

**Figura 6**  
Distribuição de rigidezes

Fonte: Autores (2017)

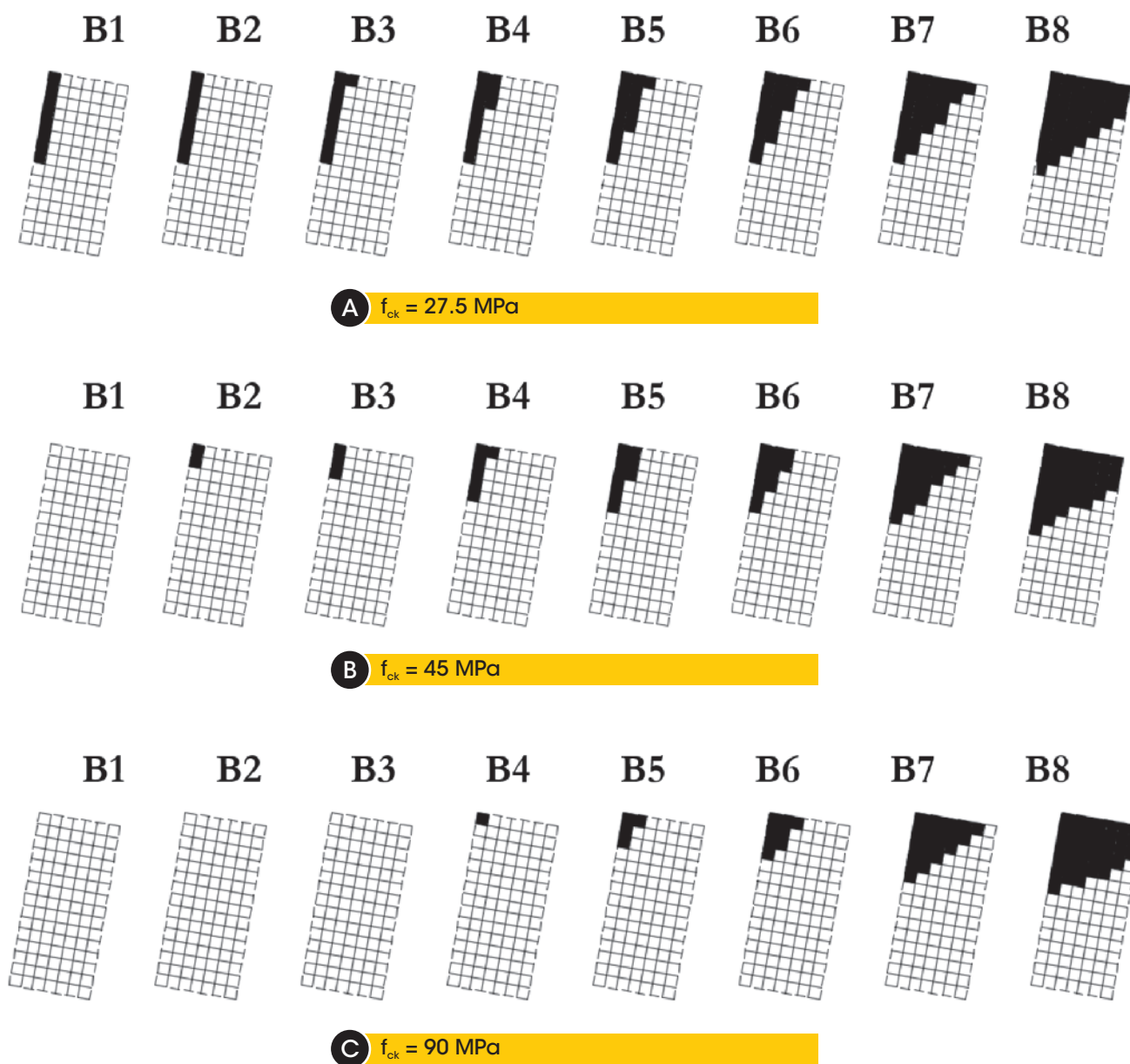
o deslocamento da resultante de reação de apoio vertical na almofada elastomérica, saindo da região central.

A resistência característica do concreto confere segurança à perda de contato entre a viga e a almofada. À medida que o  $f_{ck}$  aumentou para 90 MPa, percebe-se que não houve perda de contato entre as vigas V1, V2 e V3 e a almofada A, o que não foi verificado para valores menores de  $f_{ck}$ . Ainda, para o caso mais crítico representado pela viga V8, há um ganho de 6% em área da almofada que efetivamente resiste ao giro de corpo rígido da viga quando se compara a região hachurada na Figura 7 para esta viga com  $f_{ck} = 27,5$  MPa e  $f_{ck} = 90$  MPa.

Como visto para a almofada A, também percebe-se que, para

a almofada B, a resistência característica do concreto da viga apresenta um papel importante da estabilidade do elemento quanto ao tombamento. Valores mais elevados de  $f_{ck}$  reduzem a perda de contato entre a viga e almofada e, assim, uma maior área da almofada trabalha efetivamente no equilíbrio de corpo rígido. Tomando por referência a viga V3, cuja excentricidade inicial foi considerada como o limite estabelecido pelo PCI [8], para  $f_{ck} = 27,5$  MPa, tem-se uma perda de contato em 23% da área da almofada; para  $f_{ck} = 45$  MPa, esse valor reduz para 13%; e para  $f_{ck} = 90$  MPa, tem-se uma área da almofada de 3,7% em que não há contato com a viga.

Os máximos deslocamentos verticais e horizontais obtidos no



**Figura 7**

Perda de contato na almofada A

Fonte: Autores (2017)

meio do vão da viga são apresentados nas Figuras 9 e 10, respectivamente.

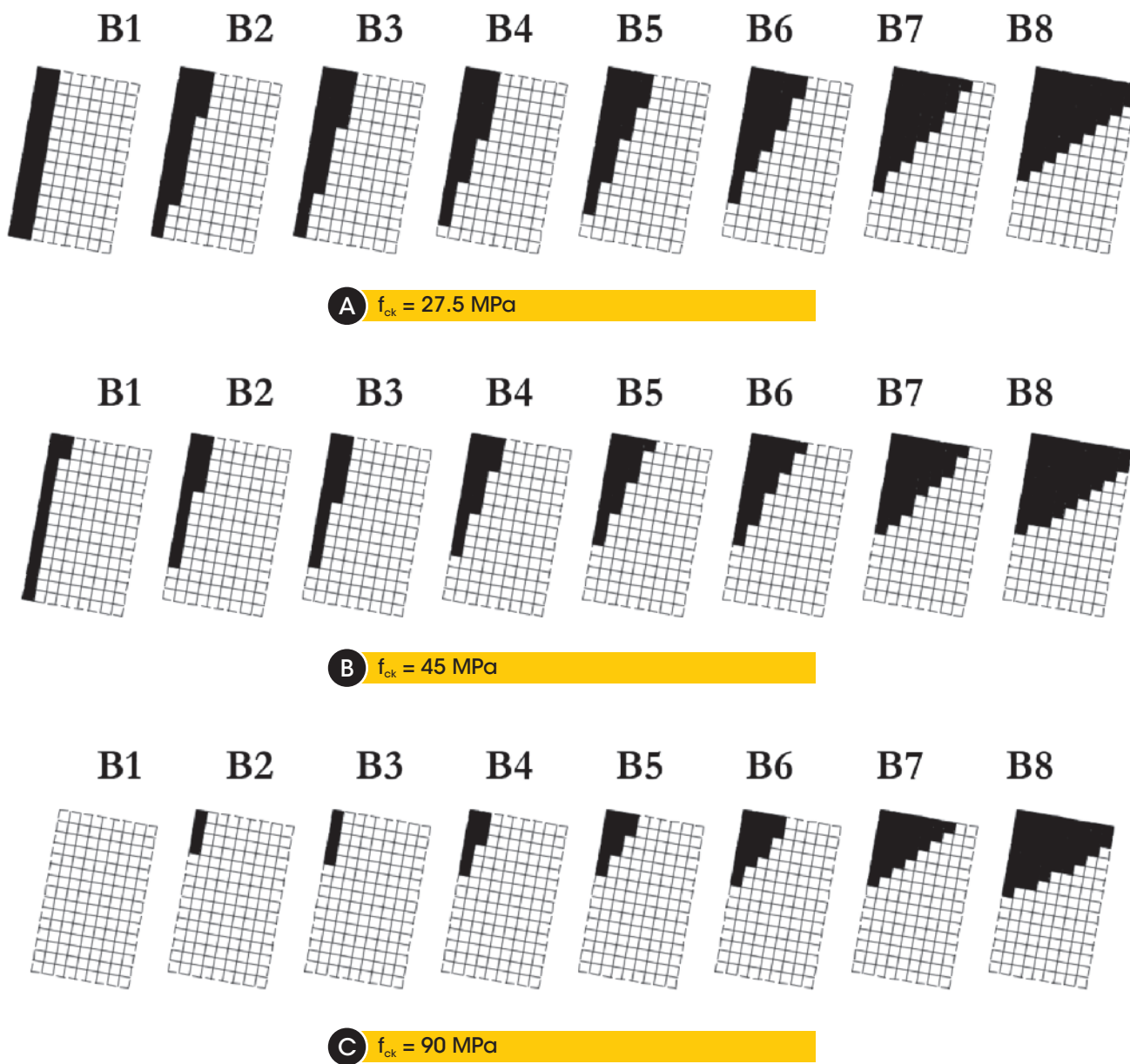
De modo geral, percebe-se que o aumento da rigidez à compressão da almofada, proporcionado ao utilizar a almofada B, levou a deslocamentos verticais pouco menores em todos os casos. Ainda, percebe-se aqui que a influência da resistência do concreto é também benéfica, uma vez que reduziu em quase duas vezes os máximos deslocamentos verticais medidos na seção transversal do meio do vão da viga.

O aumento da resistência do concreto e a utilização de uma almofada de maior rigidez à compressão (almofada B) conferiram menores deslocamentos horizontais à viga no meio de seu vão.

O efeito das imperfeições iniciais foi sentido mais fortemente nos deslocamentos horizontais que nos verticais. Percebe-se, pela Figura 10, que a variação do deslocamento horizontal em relação à variação da imperfeição inicial foi maior para as vigas que apresentavam maiores deslocamentos laterais iniciais.

### 3.2 Análise não linear geométrica e física

Numericamente, nas análises não lineares com as oito vigas com  $f_{ck} = 27,5$  MPa e com as vigas V7 e V8 com  $f_{ck} = 45$  MPa, não se encontrou uma posição de equilíbrio. Para  $f_{ck} = 90$  MPa, obtiveram-se resultados para as oito excentricidades avaliadas. Mais



**Figure 8**  
Perda de contato na almofada B

Fonte: Autores (2017)

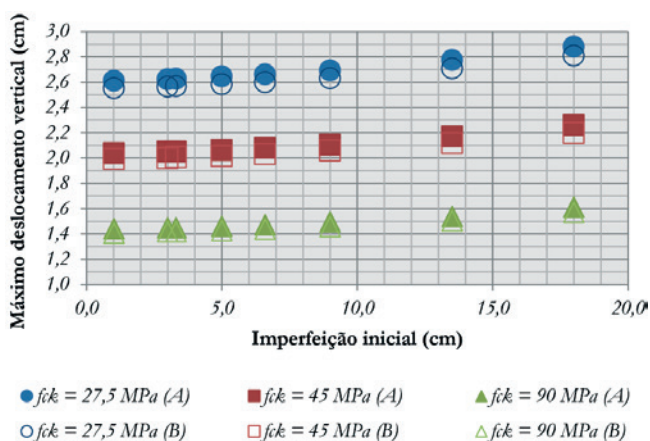
<sup>1</sup> Average humidity estimated for the city of Foz do Iguaçu (Brazil).  
<sup>2</sup> Average value based on report from IPCC [27].

uma vez, a resistência e rigidez do concreto conferem segurança à estrutura e levam ao equilíbrio da viga face à estabilidade lateral. O valor da reação de apoio com a inclusão da não linearidade física do concreto manteve-se o mesmo daquele verificado pela análise não linear geométrica, respeitando a condição de equilíbrio estático.

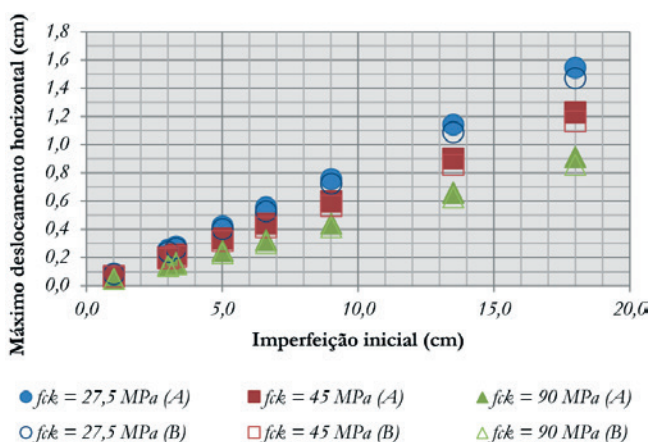
As Figuras 11 e 12 apresentam os deslocamentos verticais e horizontais máximos obtidos no meio do vão para análise não linear geométrica e física e também os já apresentados para a análise não linear geométrica.

Percebe-se que a análise não linear geométrica e física apresentou valores de deslocamentos próximos aos obtidos na análise não linear geométrica. A contribuição do aumento da resistência característica do concreto é também observada aqui, exceto para os casos que não convergiram.

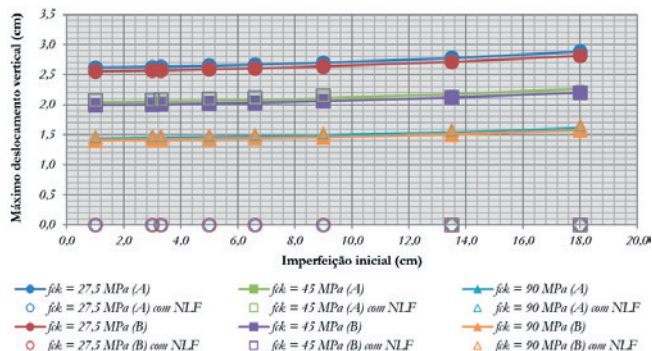
Os deslocamentos horizontais máximos medidos na análise não linear geométrica e física foram maiores que os obtidos apenas na análise não linear geométrica. Essa diferença foi pequena, porém



**Figura 9**  
Máximos deslocamentos verticais  
Fonte: Autores (2017)

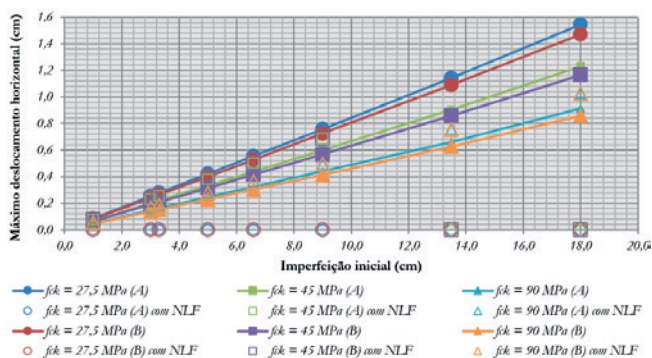


**Figura 10**  
Máximos deslocamentos horizontais  
Fonte: Autores (2017)



**Figura 11**  
Máximos deslocamentos verticais com análise não linear física

Fonte: Autores (2017)



**Figura 12**  
Máximos deslocamentos horizontais com análise não linear física

Fonte: Autores (2017)

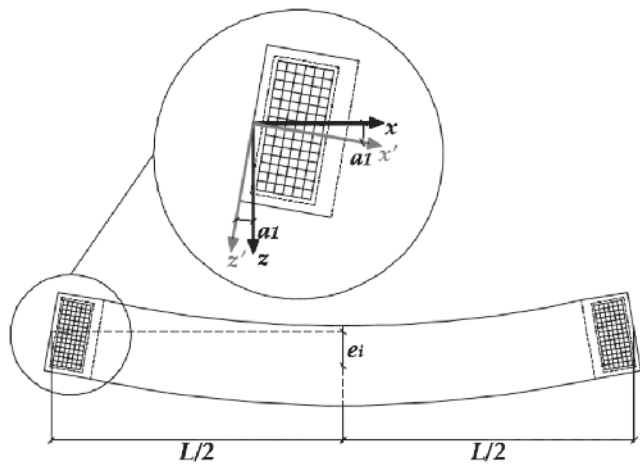
mais acentuada, ao se comparar com os deslocamentos verticais. Da mesma forma, mantém-se a contribuição da maior resistência característica do concreto e o efeito mais importante do aumento das imperfeições geométricas iniciais nos deslocamentos horizontais que nos verticais.

### 3.3 Determinação da rigidez ao giro para diferentes ângulos de escurvidade da almofada

A viga AASHTO Tipo IV foi analisada com oito diferentes valores de excentricidade inicial como apresentado na Tabela 2. Cada viga foi modelada como um arco e, a cada arco, foi associado um ângulo inicial ( $\alpha_1$ ), como apresenta a Figura 13.

Assim, em relação ao sistema de coordenadas global (x e z), surgem dois novos eixos obtidos ( $x'$  e  $z'$ ) rotacionando os anteriores de  $\alpha_1$ . Como a resultante da reação de apoio na almofada se encontra deslocada em relação aos eixos  $x'$  e  $z'$  são gerados dois momentos fletores em torno desses eixos ( $M_{x'}$  e  $M_{z'}$ ), como apresenta a Figura 14.

Para determinar a rigidez ao giro da almofada na situação escura, o primeiro passo consiste em obter o valor dos momentos fletores. Conhecendo as reações em cada mola do modelo



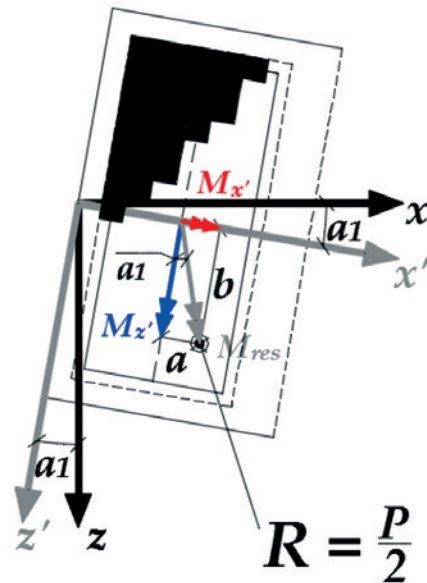
**Figura 13**  
Ângulo inicial na viga com excentricidade lateral inicial

Fonte: Autores (2017)

simplificado, foi possível determinar a resultante da reação de apoio e sua posição na almofada e, assim, obter o valor dos braços de momento (a e b) apresentados na Figura 14 e o valor dos momentos fletores.

Em seguida, procedeu-se à determinação das rotações nas direções dos eixos  $x'$  e  $z'$ . Como resultado do modelo numérico, foram obtidas do ANSYS as rotações em  $x$  (ROT $X$ ) e em  $z$  (ROT $Z$ ). Com essas rotações, foram calculadas suas componentes nos eixos  $x'$  e  $z'$ , a fim de obter a rotação  $\psi$  no eixo  $z'$  e a rotação  $\varphi$  no eixo  $x'$ , como apresenta a Figura 15.

Com os valores de momento e rotação nos eixos  $x'$  e  $z'$ , foram

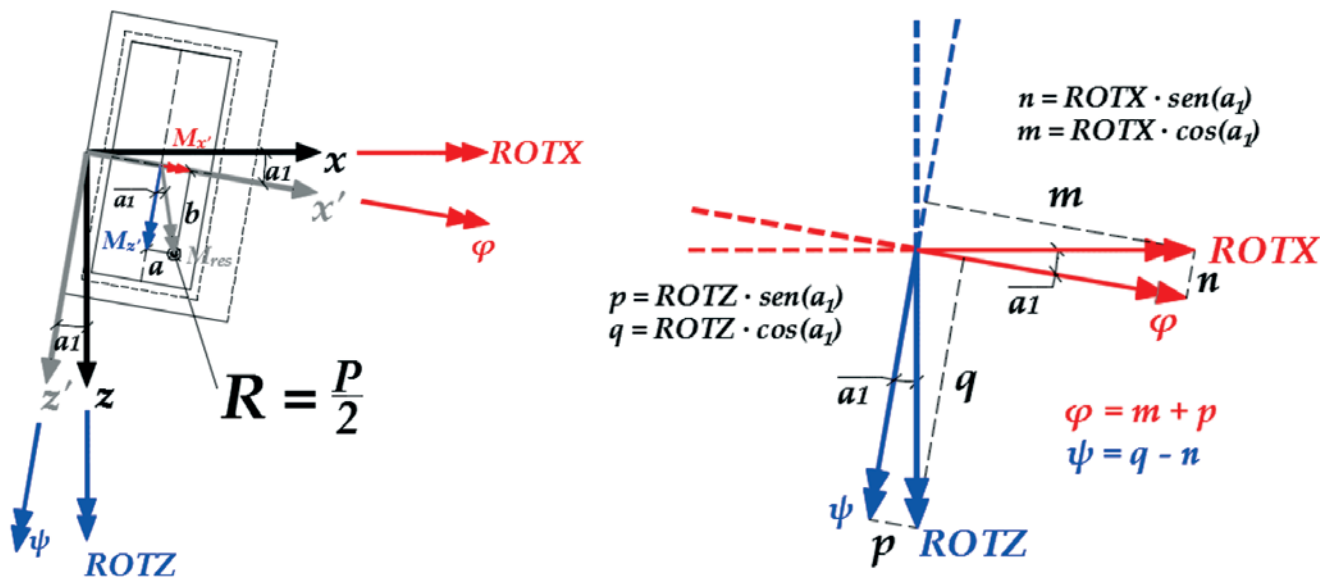


**Figura 14**  
Momentos fletores gerados pela reação de apoio na almofada

Fonte: Autores (2017)

obtidos o momento e a rotação resultante para cada uma das oito vigas analisadas. A rigidez ao giro na condição de almofada esconsa foi determinada fazendo o quociente entre o momento resultante a rotação resultante.

Os coeficientes de rigidez ao giro foram calculados para as oito vigas com  $f_{ck} = 45$  MPa, considerando os resultados obtidos apenas com a análise não linear geométrica e também os



**Figura 15**  
Rotações nos eixos  $x'$  e  $z'$

Fonte: Autores (2017)



**Tabela 3**Rigidezes ao giro obtidas para as vigas com  $f_{ck} = 45$  MPa

Viga	Ângulo ( $\alpha_1$ ) (grau)	Rigidez ao giro (kN·cm/rad)			
		Almofada A	Almofada B	Almofada A com NLF	Almofada B com NLF
B1	0,071	3,78E+06	3,95E+06	3,79E+06	3,91E+06
B2	0,212	3,72E+06	3,91E+06	3,71E+06	3,86E+06
B3	0,233	3,70E+06	3,89E+06	3,70E+06	3,85E+06
B4	0,354	3,61E+06	3,81E+06	3,59E+06	3,76E+06
B5	0,467	3,49E+06	3,72E+06	3,47E+06	3,67E+06
B6	0,637	3,29E+06	3,55E+06	3,26E+06	3,49E+06
B7	0,955	2,87E+06	3,13E+06	-	-
B8	1,273	2,43E+06	2,68E+06	-	-

Fonte: Autores (2017)

obtidos com a análise não linear geométrica e física. A Tabela 3 e a Figura 16 apresentam as rigidezes ao giro obtidas para cada viga, considerando ou não a não linearidade física do concreto. Não há resultados para as vigas V7 e V8, pois a solução não convergiu no modelo numérico dessas vigas quando o valor da resistência característica do concreto foi igual a 45 MPa.

Como esperado, maiores ângulos de esconsidade levaram a menores valores de coeficiente de rigidez ao giro da almofada. A atuação de momentos fletores nas duas direções da almofada reduz a capacidade da almofada de resistir ao giro de corpo rígido da viga e prejudica a estabilidade lateral tendo em vista o tombamento da viga. Os ângulos de esconsidade considerados neste trabalho são pequenos, uma vez que são decorrentes das imperfeições geométricas, mas no caso de vigas curvas, a influência deste parâmetro torna-se de fato significativa.

Vale ressaltar que Burgoyne e Stratford [5] afirmaram em seu trabalho que a rigidez necessária para a almofada de apoio pode ser facilmente calculada e deve ser especificada adequadamente em projeto. Entretanto, devido à alta e complexa interação das imperfeições geométricas da viga, desalinhamento dos apoios e modos de flambagem, é desejável que se tenha uma grande reserva de segurança (e, por isso, o alto fator de segurança recomendado pelos autores) da rigidez à rotação dada pelas almofadas de apoio. Ainda, é preciso ter cuidado e ater-se ao posicionamento centralizado da viga sobre o aparelho de apoio.

#### 4. Conclusões

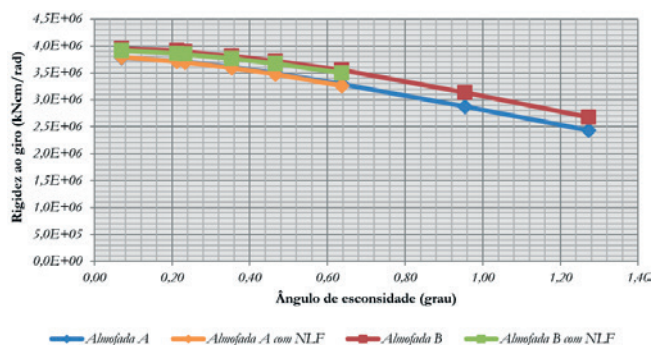
Os relatos de acidentes e colapsos de viga existentes na literatura associam esses problemas com a estabilidade lateral das vigas pré-moldadas nas fases transitórias. Dessa forma, estudar o assunto e entender as diferentes variáveis que influenciam o comportamento das vigas é de extrema importância.

O modelo simplificado adotado neste trabalho apresentou uma resposta satisfatória às principais considerações que devem ser levadas em conta quando se trabalha com vigas sobre apoios desformáveis. A utilização de molas de compressão permitiu simular

a perda de contato entre a viga e o elastômero, gerando mudança de posição da reação de apoio na almofada.

As análises desenvolvidas permitiram quantificar o efeito combinado de parâmetros como imperfeição geométrica inicial, rigidez da viga e efeitos não lineares físicos do concreto. As principais conclusões deste trabalho foram:

- Na análise não linear geométrica, o aumento da resistência característica do concreto e, conseqüentemente, da rigidez da viga, levou a menores deslocamentos e a menores áreas de perda de contato entre a viga e a almofada;
- A consideração do comportamento não linear físico do material (a fissuração do concreto) mostrou que, para o menor valor de resistência do concreto, o modelo numérico não encontrou equilíbrio; para o valor intermediário de resistência do concreto, também isso ocorreu para os dois maiores valores de imperfeições iniciais; e, para o maior valor de resistência do concreto, foi possível chegar ao equilíbrio em todos os valores de imperfeições iniciais;
- A rigidez ao giro da almofada decresceu à medida que a excentricidade da viga aumentou, ou seja, na medida em que



**Figura 16**  
Rigidez ao giro x ângulo de esconsidade da almofada

Fonte: Autores (2017)

maiores momentos fletores passaram a atuar nas duas direções do aparelho de apoio;

- d) A presença de imperfeições geométricas iniciais gera um ângulo de escuridade que interfere na rigidez ao giro da almofada; considerando como referência a viga com imperfeição inicial limite estabelecida pelo PCI [8], valores de imperfeição inicial que superem até cinco vezes este limite podem ocasionar uma redução em torno de 22% na rigidez ao giro.

Análises futuras que levem em conta distorções na almofada, a curvatura vertical da viga e o efeito de possíveis esforços devido ao vento podem conduzir a uma avaliação mais criteriosa do problema. Este trabalho mostra a importância de se considerar as imperfeições geométricas das vigas pré-moldadas longas e esbeltas nas análises de instabilidade durante a fase de manuseio. É necessário estar atento ao fato de que o aumento da curvatura no meio do vão, provocado pela presença das imperfeições iniciais, gera acréscimo de tensões na viga que normalmente não são consideradas durante o projeto. Essas tensões podem tornar-se significativas quando a rigidez do apoio for reduzida, sugerindo-se aqui trabalhar com um fator de segurança elevado por meio da escolha adequada da almofada de apoio. Em casos mais severos, as elevadas tensões podem gerar fissuração no concreto, reduzindo a rigidez da viga e provocando o colapso repentino.

## 5. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES pela concessão da bolsa de estudo no nível Mestrado Acadêmico a Maria Teresa Santos do Amaral Cardoso.

## 6. Referências bibliográficas

- [1] Tremblay, R.; Mitchell, D. Collapse during Construction of a Precast Girder Bridge. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 20, n. 2, 2006; p. 113-125.
- [2] Oesterle, R. G.; Sheehan, M. J.; Lotfi, H. R.; Corley, W. G.; Roller, J. J. Investigation of red mountain freeway bridge girder collapse. Arizona Department of Transportation, Bridge Group, Skokie, Illinois. CTL Group Project No. 262291, 2007.
- [3] Bairán, J. M.; Cladera, A. Collapse of a precast concrete beam for a light roof. Importance of elastomeric bearing pads in the element's stability. *Engineering Failure Analysis*, v. 39, 2014; p. 188-199.
- [4] Burgoyne, C. J.; Stratford, T. J. Lateral Instability of long-span prestressed concrete beams on flexible bearings. *The Structural Engineer*, v. 79, n. 6, 2001; p. 23-26.
- [5] Plaut, R. H.; Moen, C. D. Stability of unbraced concrete beams on bearing pads including wind loading. *Journal of Structural Engineering*, v. 69, 2014; p. 246-254.
- [6] Consolazio, G. R.; Hamilton, H. R. Lateral bracing of long-span Florida bulb-tee-girders. Structures Research Report 2007/52290. University of Florida, Gainesville, 2007.
- [7] ANSYS. v. 17.0. ANSYS, Inc.
- [8] PCI Committee on Tolerances. PCI Tolerance Manual for Precast and Prestressed Concrete Construction. 1st ed. Chicago, IL: PCI, 2000.
- [9] Cojocar, R. Lifting analysis of precast prestressed concrete beams, Blacksburg, VA, 2012, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Virginia Polytechnic Institute and State University, 94 p.
- [10] Comité Européene de Normalisation. NF EN 1992 (Français): Eurocode 2: Calcul des structures en béton. CEN, Bruxelles, 2004.
- [11] Harper, Z. S.; Consolazio, G. R. Calculation method for quantifying axial and roll stiffnesses of rectangular steel-reinforced elastomeric bridge bearing pads. *Journal of the Transportation Research Board*, n. 2331, 2013; p. 3-13.
- [12] Cardoso, M. T. S. A. Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas sobre apoios elastoméricos considerando o efeito das imperfeições geométricas, Uberlândia, 2017, Dissertação (mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 140 p.