

Analysis of the assembling phase of lattice slabs

Análise da fase de montagem de lajes treliçadas



A. L. SARTORTI^a
artur.sartorti@unasp.edu.br

A. C. FONTES^a
anacfontes89@hotmail.com

L. M. PINHEIRO^b
libanio@sc.usp.br

Abstract

Lattice slabs are usual in Brazil. They are formed by precast joists with latticed bars on a base of concrete, and a cover of concrete placed at the jobsite. The assembly of the joists and the filling elements is simple and do not require manpower with great skill, presenting low cost-benefit ratio. However, it is precisely in assembling phase that arise questions related to the scaffold support distance. A mistake in the proper positioning can lead to two undesirable situations. In one of them, a small space between the support lines increases the cost of scaffold, and in other an excessive space can generate exaggerated displacements, and even the collapse of the slab in the stage of concreting. The objective of this work is to analyze the bearing capacity of lattice joists in assembling phase, looking for information that is useful in defining the scaffold support distance. Several joists were tested to define the failure modes and their load bearing capacities. The results allowed to determine equations for calculating the appropriate distance between the support lines of the joists.

Keywords: lattice slabs; lattice joists; self-portance; support lines; buckling.

Resumo

Lajes treliçadas são usuais no Brasil. Elas são formadas por vigotas pré-moldadas, com armadura treliçada sobre uma base de concreto, e por uma capa de concreto moldada na obra. A montagem das vigotas e dos elementos de enchimento é simples e não exige mão de obra com grande habilidade, apresentando baixa relação custo-benefício. Entretanto, é justamente na fase de montagem que surgem questões relativas à distância entre as linhas de escora. Um erro no posicionamento adequado pode levar a duas situações indesejáveis. Em uma delas, um espaço pequeno entre as linhas de escora aumenta o custo do cimbramento, e na outra, um espaço excessivo pode gerar deslocamentos exagerados, e até mesmo o colapso da laje, na fase de concretagem. O objetivo deste trabalho é analisar a capacidade portante de vigotas treliçadas, na fase de montagem, procurando informações que sejam úteis na definição da distância entre as linhas de escora. Foram ensaiadas várias vigotas para definir os modos de ruína e suas capacidades de carga. Os resultados permitiram determinar expressões para o cálculo da distância adequada entre as linhas de escora das vigotas.

Palavras-chave: lajes treliçadas; vigotas treliçadas; autoportância; linhas de escora; flambagem.

^a Centro Universitário Adventista de São Paulo, Engenheiro Coelho, SP, Brasil 13165-000

^b Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, Brasil 13566-590

1. Introdução

Desde os tempos mais remotos, a arte de construir vem sendo aperfeiçoada a fim de assegurar economia, segurança e conforto. Para tanto, foi necessário desenvolver técnicas que pudessem auxiliar a transpor os grandes desafios da engenharia, tais como: suportar grandes cargas, executar pavimentos elevados e vencer grandes vãos. Neste contexto, houve a necessidade de criar novos sistemas para as lajes, a fim de conciliar as características estruturais desejadas com os parâmetros de economia e rapidez da construção. Desta forma, as lajes constituídas por vigotas com armação treliçada, também denominadas lajes treliçadas, adquiriram espaço e se tornaram um dos sistemas mais utilizados atualmente na construção civil brasileira.

Uma laje treliçada comum é composta por vigotas treliçadas (VT), com uma base de concreto pré-moldado (também denominada sapata) e armadura treliçada parcialmente embutida na sapata. Entre as vigotas treliçadas são colocados elementos de enchimento, que reduzem o peso-próprio e preenchem a parte inferior da laje. Sobre esta parte é colocada uma camada de concreto, denominada capa, que completa a laje nervurada. A Figura 1 ilustra as partes que compõem uma laje treliçada. Além da disposição mostrada nessa figura, ainda são encontradas vigotas com aba inferior e superior (duplo T) e com nervuras maciças.

Entretanto, um problema que persiste em todas as configurações de lajes treliçadas é a questão do espaçamento das linhas de escora, que dão sustentação à laje durante a fase transitória de montagem e concretagem.

A capacidade portante de uma laje treliçada na fase de montagem está diretamente ligada com a capacidade resistente das partes que compõem a armação treliçada, as soldas da treliça e a própria vigota treliçada. As características das vigotas treliçadas estão ilus-

tradas na Figura 2. Os fios que compõem a treliça devem respeitar a ABNT NBR 7480 (1996) [2]. Na Figura 3 estão ilustradas as dimensões das treliças conforme a ABNT NBR 14862 (2002) [3].

As treliças são denominadas por um código TR, seguido dos seguintes dígitos: os dois primeiros representam a altura da treliça, em centímetros, e os três últimos representam os diâmetros, em milímetros, respectivamente do fio superior, do sinusóide (diagonais) e dos fios inferiores, sem considerar as casas decimais. Exemplo: TR08634 – armadura treliçada composta integralmente por aço CA60, com 8 cm de altura, fio superior com 6 mm, sinusóide com 3,4 mm e fios inferiores com 4,2 mm.

Tanto GASPARG [4] quanto DROPPA JÚNIOR [5] apontam que as diagonais, na armadura treliçada, proporcionam rigidez ao conjunto e boas condições de transporte e manuseio, além de resistência às tensões de cisalhamento e garantia de que o sistema fique monolítico, após a concretagem da capa de concreto. O armadura inferior serve para combater as tensões de tração decorrentes da flexão. Quando necessário, deve ser colocada armadura adicional para resistir às tensões de tração.

Ainda é afirmado por GASPARG [4] que o fio superior é o principal responsável pela rigidez no transporte e também pela distância máxima entre as linhas de escora.

A ABNT NBR 14860-1 (2002) [6], no item 5.2, afirma que “o espaçamento entre linhas de escora deve ser determinado no projeto de execução da laje, considerando o tipo de pré-laje e as cargas na fase de montagem e concretagem”.

Apesar de existir a recomendação de que o cálculo do espaçamento entre as linhas de escora seja feito para garantir segurança contra a ruína da laje no momento da concretagem, somente alguns estudos são encontrados na literatura técnica que efetivamente abordam o assunto, e poucos dão uma orientação prática quanto ao cálculo do espaçamento entre as linhas de escora.

Figura 1 – Seção transversal típica de lajes com vigotas treliçadas. Fonte: adpt. BOUNASSAR (1), p.86

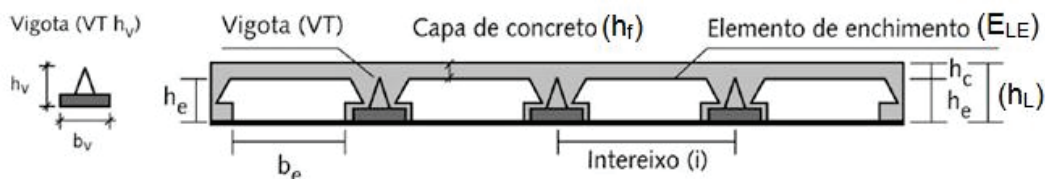


Figura 2 – Vigota com armadura treliçada. Fonte: GASPARG (4), p.13

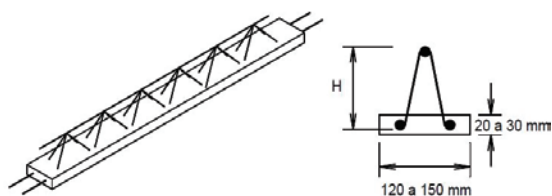


Figura 3 – Armadura treliçada. Fonte: GASPARG (4), p.14

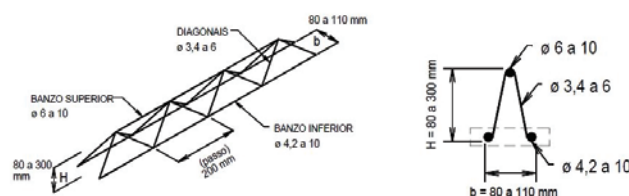


Tabela 1 – Altura das vigotas treliçada e diâmetros dos fios

Vigota	Altura (H) (mm)	Diâmetro dos fios (mm)		
		Superior	Sinusóide	Inferiores
TR06 644	60	6,00	3,40	3,40
TR08 644	80	6,00	4,20	4,20
TR12 645	120	6,00	4,20	4,20
TR16 745	160	7,00	4,20	4,20
TR20 745	200	7,00	4,20	4,20
TR25 756	250	7,00	5,00	5,00
TR30 856	300	8,00	5,00	5,00

GASPAR [4] estudou a fase transitória de montagem de vigotas com 8 cm e 12 cm de altura, submetidas a momento fletor positivo. TERNI et al. [6] realizaram modelagem em Elementos Finitos, utilizando como base os ensaios realizados por EL DEBS e DROPPA JR. (2000)¹, apud TERNI et al. [7].

CARVALHO et al. [8] fizeram uma extensa revisão bibliográfica sobre o estado da arte das lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas. No estudo citado são indicados os trabalhos de GASPAR [4], EL DEBS e DROPPA JÚNIOR (1999)² e FORTE et al. (2000)³. Assim sendo, nesta pesquisa, foi desenvolvido um estudo experimental que possibilitou obter resultados que podem ser aplicados no cálculo da distância entre as linhas de escora de lajes treliçadas. Tratam-se de ensaios de flexão positiva e de cisalhamento, realizados no Laboratório de Materiais e Estruturas do Centro Universitário Adventista de São Paulo, como descrito nos itens subsequentes. Esses ensaios, conduzidos até a ruína, permitiram a análise dos deslocamentos e dos modos de ruína de vigotas treliçadas, respondendo ao objetivo do estudo que é descrever o mecanismo de ruína e gerar recomendações que possam ser utilizadas no cálculo da distância entre as linhas de escora.

Figura 4 – Seção transversal das vigotas (cotas em cm)

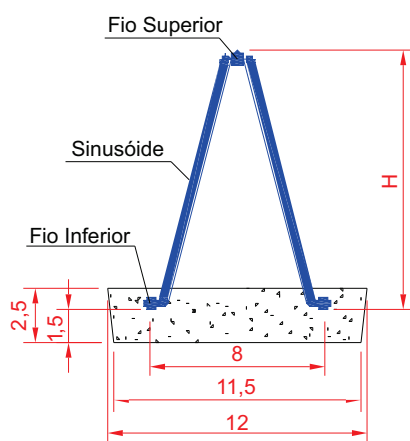
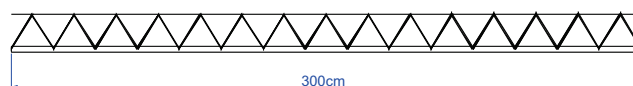


Figura 5 – Seção longitudinal da vigota



2. Análise experimental

Neste item serão consideradas as caracterizações dos materiais e dos ensaios.

2.1 Caracterização dos materiais

Serão caracterizadas as treliças e as bases de concreto.

2.1.1 Vigotas

As características das vigotas utilizadas estão indicadas na Tabela 1. Também é considerada a vigota TR06, que foi ensaiada mesmo não fazendo parte da norma atual de armaduras treliçadas (NBR 14862 (2002) [3]), pois essa vigota foi incluída no projeto de revisão da norma citada.

A seção transversal e a longitudinal das vigotas estão ilustradas nas Figuras 4 e 5. O cobrimento de 1,5 cm mostrado na Figura 4 foi garantido por espaçadores. O fio superior também é denominado banzo superior, os fios inferiores, banzo inferior, e os sinusóides são também conhecidos como diagonais.

2.1.2 Bases de concreto

As bases de concreto das vigotas foram moldadas em duas etapas, devido à quantidade de moldes disponíveis.

A primeira moldagem, com traço em massa 1 : 2,9 : 2,84 : 0,65 foi realizada em 2 de março de 2012 e englobou as treliças: TR16745, TR20745, TR25756, TR30856. Foi realizado ensaio de abatimento (slump test), com resultado de 55 mm. A resistência característica à compressão prevista para 28 dias foi de 25 MPa. Para sua determinação foram moldados seis corpos de prova cilíndricos de 10 cm x 20 cm. A segunda moldagem das bases de concreto, com traço em massa 1 : 2,9 : 2,84 : 0,5, foi em 15 de março de 2012, completando o restante das treliças: TR6634, TR08644 e TR12644.

A mudança na quantidade de água foi devida à variação climática entre os dias de moldagem. O slump test deu um resultado de 50 mm. Assim como na primeira moldagem, a resistência característica à compressão prevista para 28 dias foi de 25 MPa. Também nessa etapa, foram moldados seis corpos de prova para determinar a resistência do concreto.

O procedimento para a moldagem das bases de concreto consistiu em quatro passos:

- 1) umedecimento das formas com óleo desmoldante (Figura 6);
- 2) preenchimento das formas com uma camada de concreto fresco (Figura 7);
- 3) vibração do concreto com o auxílio de um martelo de borracha (Figura 8) e

¹ EL DEBS, M. K.; DROPPA JÚNIOR, A. Um estudo teórico-experimental do comportamento estrutural de vigotas e painéis com armação treliçada na fase de construção. In: Congresso Brasileiro de Concreto, 42. IBRACON. Fortaleza, CE. Anais Eletrônicos. 2000.

² EL DEBS M. K., DROPPA JÚNIOR A. (1999). Critérios para dimensionamento de vigotas com armação treliçada nas fases de construção. Relatório Técnico. EESC-USP, São Carlos, SP.

³ FORTE F. C., FANGEL L., ARADO F. B. G., CARVALHO, R. C.; FURLAN JUNIOR, S.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. Estudo experimental do espaçamento de escoras em lajes pré-moldadas com nervuras do tipo treliça. Congresso Brasileiro de Concreto, 42. IBRACON. Fortaleza, CE. Anais Eletrônicos. 2000.

Figura 6 – Umedecimento das fôrmas com óleo



- 4) inserção da armadura treliçada (Figura 9).

2.2 Caracterização dos ensaios

Os ensaios foram realizados nos dias 19 e 20 de abril de 2012, respectivamente ensaios de flexão e de cisalhamento.

2.2.1 Equipamentos utilizados nos ensaios

Os equipamentos utilizados nos ensaios foram:

- Máquina universal de ensaios servo-hidráulica, capacidade 1000 kN, marca Contenco;
- Dois relógios comparadores, capacidade 50 mm, precisão 0,01mm;
- Dois suportes magnéticos para os relógios comparadores;
- Viga de aço para apoio;
- Dispositivos de madeira para aplicação da carga;
- Placas de neoprene para ensaio dos modelos.

Figura 7 – Preenchimento das fôrmas



Figura 8 – Vibração do concreto



2.2.2 Ensaio de flexão

A Figura 10 ilustra um ensaio de flexão e a Figura 11 representa um desenho esquemático correspondente. As vigotas treliçadas foram posicionadas sobre dois apoios móveis (evitando a introdução de forças horizontais) que, por sua vez, foram apoiados em um perfil I, o qual serviu de base para a realização dos ensaios.

Figura 9 – Inserção da armadura



Figura 10 – Ensaio de flexão

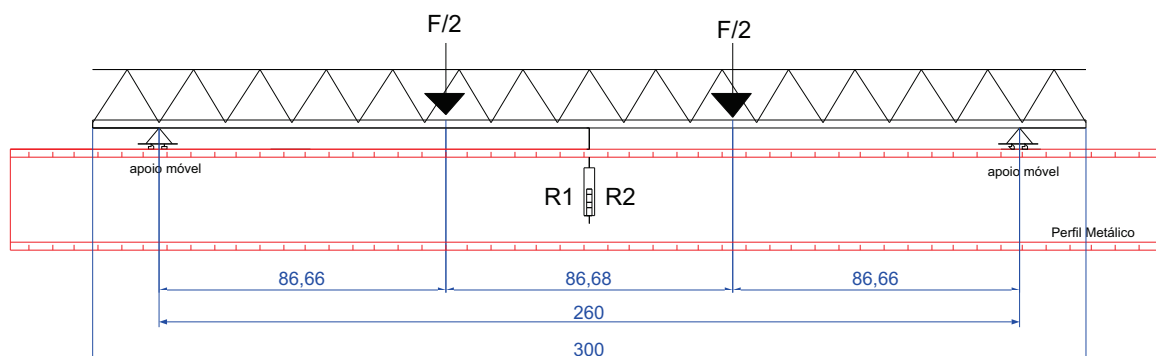


2.2.3 Ensaio de cisalhamento

A Figura 12 ilustra um ensaio de cisalhamento, e a Figura 13 representa um desenho esquemático correspondente.

Foi utilizado um perfil I que serviu de base para os apoios móveis que sustentavam a vigota treliçada. O apoio móvel da esquerda da vigota foi posicionado a 60 cm da extremidade, enquanto o apoio móvel da direita foi posicionado a 20 cm da extremidade oposta. O carregamento foi aplicado por meio do cilindro hidráulico no perfil metálico e no suporte fixo de madeira, que por sua vez transferiu a força para a posição a 30 cm do apoio esquerdo. Se o carregamento fosse aplicado mais perto do apoio esquerdo, a transferência para a base de concreto da vigota poderia dar-se através de mecanismos alternativos de resistência do concreto ao cisalha-

Figura 11 – Esquema do ensaio de flexão (cotas em cm) – base composta por uma viga I



Os apoios móveis foram colocados a 20 cm das extremidades da viga, gerando um vão teórico de 260 cm. As dimensões adotadas foram escolhidas em função da capacidade do laboratório e dos equipamentos de ensaio. Caso fossem utilizados vãos maiores, seria inviável a montagem dos ensaios. Vãos muito pequenos apresentariam problemas para a medida dos deslocamentos verticais. Portanto, observa-se que a flecha obtida para o vão em estudo é perfeitamente mensurável, justificando o vão adotado. No meio desse vão foram posicionados dois relógios comparadores (R1 e R2), para medir os deslocamentos verticais nessa posição.

A velocidade de carregamento foi de 3 mm/min no pistão da prensa⁴, e foi aplicado por meio de um cilindro hidráulico preso no perfil metálico, de forma que o dispositivo de madeira distribuía a força total F em dois pontos, distantes 86,66 cm dos apoios (além dessa carga foi considerado o peso próprio da peça). Foram ensaiados dois exemplares para cada altura de vigota, perfazendo 14 ensaios.

Uma observação importante é que o carregamento concentrado nos terços médios gera um trecho de momento fletor positivo “quase” constante. O “quase” é devido à presença do peso próprio, que é uma carga distribuída. Outro aspecto é que no trecho central pode ocorrer a flambagem do banzo superior.

Figura 12 – Ensaio de cisalhamento



⁴ O carregamento estático equivalente varia com a rigidez da peça. Aquelas com rigidez maior possuem carregamento estático equivalente maior. Observou-se ainda que a curva de carregamento não é linear, porém como referência pode ser adotado um valor médio de 100 kgf/min = 1,0 kN/min.

Figura 13 – Esquema do ensaio de cisalhamento (cotas em cm)

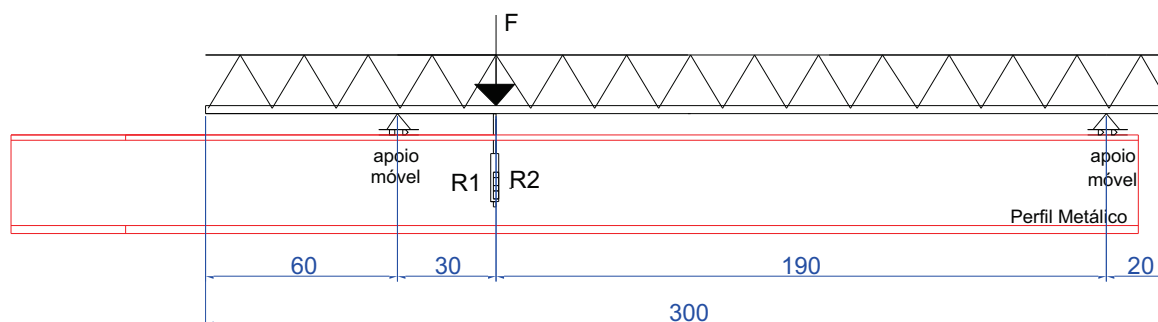


Tabela 2 – Resistência dos corpos de prova à compressão

CP	Resistência à compressão da massa de 2 de março de 2012 (em MPa)	Resistência à compressão da massa de 15 de março de 2012 (em MPa)
1	35,42	33,80
2	31,78	37,68
3	45,95	39,91
4	35,56	38,02
5	32,47	41,23
6	35,81	37,68

mento. Foram utilizados dois relógios comparadores (R1 e R2) no ponto de aplicação da carga, para medirem os deslocamentos verticais. A velocidade de carregamento foi de 3 mm/min, no pistão da prensa, e foram ensaiadas duas vigotas de cada altura, totalizando 14 ensaios.

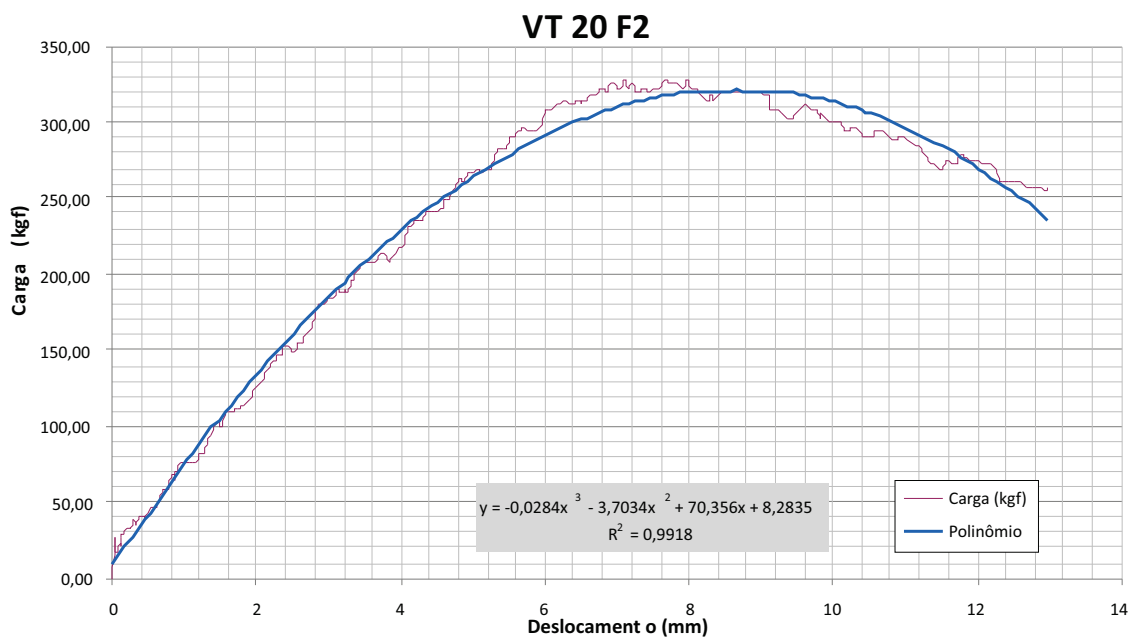
3. Resultados dos ensaios

Serão apresentados os resultados dos ensaios dos corpos de prova e dos ensaios de flexão e de cisalhamento.

3.1 Corpos de prova de concreto

Os seis pares de corpos de prova cilíndricos de 10 cm x 20 cm, moldados com o concreto da base das vigotas, foram ensaiados no dia 25 de abril de 2012 e os resultados resumidos encontram-se na Tabela 2. Analisando essa tabela, nota-se que a resistência média à compressão dos corpos de

Figura 14 – Gráfico de força aplicada versus deslocamento vertical da vigota VT 20 F2 (vigota com treliça de altura 20 cm; segundo exemplar ensaiado à flexão)



prova moldados em 2 de março de 2012 é $f_{cm} = 36,2$ MPa, e em 15 de março de 2012, $f_{cm} = 38$ MPa. Considerando-se um desvio padrão de 5,5 MPa (FUSCO [9]), as resistências características à compressão resultam 27,15 MPa e 28,95 MPa, respectivamente. Utilizando esses valores característicos, os módulos de elasticidade do concreto podem ser estimados pelas Equações 1 e 2, conforme indica a ABNT NBR 6118 (2007) [10].

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (1)$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (2)$$

E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto; E_{cs} o módulo de elasticidade secante do concreto e f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão (todos em MPa).

3.2 Resultados dos ensaios de flexão

Cada ensaio gerou um gráfico da força aplicada versus deslocamento vertical, como o ilustrado na Figura 14, do qual foram obtidas a força máxima resistida pela vigota e a força correspondente à flecha limite. Os resultados obtidos nos ensaios de flexão estão sintetizados na Tabela 3. As Figuras 15 a 17 ilustram a flambagem da barra superior, a ruptura da solda e a flambagem das diagonais, respectivamente.

3.3 Resultados dos ensaios de cisalhamento

Como no ensaio de flexão, cada ensaio cisalhamento gerou um



gráfico da força aplicada versus deslocamento vertical, como ilustrado na Figura 18, indicando a força máxima resistida pela vigota. Os resultados obtidos nos ensaios de cisalhamento estão sintetizados na Tabela 4.

As Figuras 15 a 17 ilustram os modos de ruína indicados na Tabela 4.

Figura 16 – Ruptura da solda



Figura 17 – Flambagem das diagonais



Tabela 3 – Resultados dos ensaios de flexão

Vigota	pp (kN)	PD (kN)	F _{limite} (kN)	F _{ruína} (kN)	Modo de ruína
VT 06 F1	0,2355	0,1230	0,4100	0,8608	Flambagem do banzo superior
VT 06 F2	0,2310	0,1230	0,3815	0,7667	Flambagem do banzo superior
VT 08 F1	0,2275	0,1230	0,6650	1,1292	Flambagem do banzo superior
VT 08 F2	0,2325	0,1230	0,6500	1,1344	Flambagem do banzo superior
VT 12 F1	0,2850	0,1230	1,0635	1,3897	Flambagem do banzo superior
VT 12 F2	0,2865	0,1230	1,0060	1,2456	Flambagem do banzo superior
VT 16 F1	0,2605	0,1230	2,2168	2,6331	Flambagem do banzo superior
VT 16 F2	0,2675	0,1230	1,9935	2,4128	Flambagem do banzo superior
VT 20 F1	0,3100	0,1230	2,5176	3,0637	Flambagem do banzo superior
VT 20 F2	0,3200	0,1230	2,7000	3,2138	Flambagem do banzo superior
VT 25 F1	0,2735	0,1230	2,3877	2,9661	Flambagem do banzo superior e ruptura da solda
VT 25 F2	0,2860	0,1230	2,0075	2,8193	Flambagem das diagonais e ruptura da solda
VT 30 F1	0,3380	0,1230	3,0411	4,5062	Flambagem das diagonais
VT 30 F2	0,3245	0,1230	2,7421	4,4563	Flambagem das diagonais

pp - peso próprio; PD - peso do dispositivo de ensaio; F_{limite} - força relativa à flecha de 5,2 mm ($\ell/500$); F_{ruína} - força que provoca flambagem de algum componente da treliça ou ruptura da solda de um nó.

4. Análise dos resultados¹

Para os ensaios de flexão e de cisalhamento, serão considerados os resultados e suas aplicações.

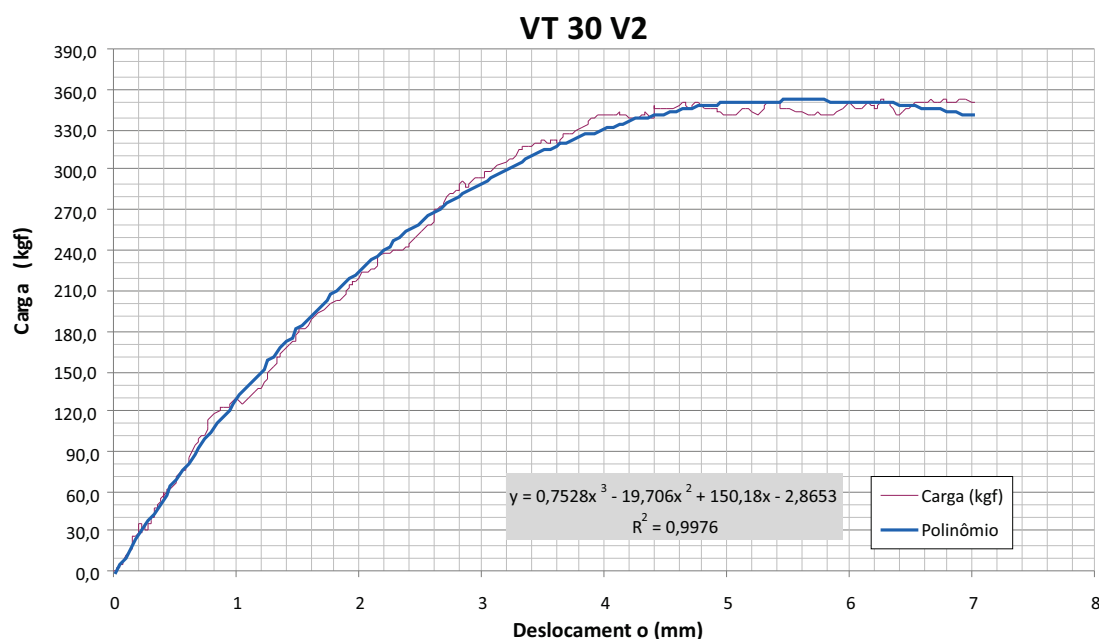
4.1 Ensaios de flexão

Nos ensaios de flexão, a maior parte das vigotas atingiu a ruína por flambagem do banzo superior ou das diagonais comprimidas, com exceção das treliças com 25 cm de altura que, por deficiência na soldagem, romperam também na solda (Figura 16).

Outro objetivo da análise dos resultados é determinar comprimentos efetivos de flambagem para as partes da treliça, uma vez que a consideração de nós articulados (Mecânica Clássica) não é real nessas peças. O comprimento real de flambagem possibilita a determinação de um carregamento limite para a vigota.

As Tabelas 5 e 6 apresentam os valores dos momentos resistentes e dos comprimentos de flambagem, calculados com base nos resultados obtidos nos ensaios, conforme procedimento indicado a seguir, para flambagem do banzo superior e flambagem das diagonais. Os valores apresentados nas Tabelas 5 e 6 foram obtidos conforme os itens 4.1.1 e 4.1.2.

Figura 18 – Gráfico de força aplicada versus deslocamento vertical da VT 30 V2 (vigota com treliça de altura 30 cm; segundo exemplar ensaiado ao cisalhamento)



⁵ Neste item, diversas equações são apresentadas. Elas foram obtidas por somatório de momentos fletores, forças cortantes e homogeneização de seção transversal. A equação de carga crítica de Euler também é utilizada, sendo que no item 4.3 essa equação é adaptada para torná-la adequada para emprego neste trabalho.

Tabela 4 – Resultados dos ensaios de cisalhamento

Vigota	pp (kN)	PD (kN)	F _{ruína} (kN)	Modo de ruína
VT 06 V1	0,2330	0,0145	1,6123	Flambagem do banzo superior
VT 06 V2	0,2320	0,0145	1,8478	Flambagem do banzo superior
VT 08 V1	0,2255	0,0145	2,1677	Flambagem do banzo superior
VT 08 V2	0,2380	0,0145	2,3358	Flambagem do banzo superior
VT 12 V1	0,2885	0,0145	2,4923	Flambagem do banzo superior
VT 12 V2	0,2750	0,0145	2,5695	Flambagem do banzo superior
VT 16 V1	0,2725	0,0145	4,3061	Flambagem das diagonais
VT 16 V2	0,2645	0,0145	3,9242	Flambagem das diagonais
VT 20 V1	0,3090	0,0145	3,5808	Flambagem das diagonais
VT 20 V2	0,3195	0,0145	4,1217	Flambagem das diagonais
VT 25 V1	0,2800	0,0145	3,7535	Flambagem das diagonais e ruptura da solda
VT 25 V2	0,2820	0,0145	4,3165	Flambagem das diagonais e ruptura da solda
VT 30 V1	0,3295	0,0145	3,8113	Flambagem das diagonais
VT 30 V2	0,3380	0,0145	3,5237	Flambagem das diagonais

pp - peso próprio; PD - peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} - força que provoca flambagem de algum componente da treliça ou ruptura da solda de um nó.

4.1.1 Ensaio de flexão com ruína por flambagem do banzo superior

Serão considerados o momento resistente e o comprimento de flambagem.

a) Momento resistente

O momento resistente obtido no ensaio é calculado pela Equação 3.

$$M_{ensaio} = \frac{pp \times 260}{8} + \left(\frac{PD + F_{ruína}}{2} \right) \times 86,67 = P_{CR,ensaio} \cdot h \quad (3)$$

O valor 260 cm é o vão teórico do ensaio; 86,67cm o comprimento do terço médio do vão, relativo à aplicação do carregamento; PD o peso do dispositivo de ensaio; P_{CR,ensaio} a carga crítica que provocou a flambagem e h a altura da vigota.

b) Comprimento de flambagem

Foram utilizadas as Equações 4 a 6 para calcular o comprimento de flambagem, quando a ruína foi por flambagem do banzo superior.

$$P_{CR,ensaio} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS}}{\ell_{f,ensaio}^2} \quad (4)$$

$$M_{ensaio} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS} \cdot h}{\ell_{f,ensaio}^2} \quad (5)$$

$$\ell_{f,ensaio} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS} \cdot h}{M_{ensaio}}} \quad (6)$$

E_s é o módulo de elasticidade do aço, admitido com o valor de

21000 kN/cm²; I_{BS} o momento de inércia da seção transversal do banzo superior; ℓ_{f,ensaio} o comprimento efetivo de flambagem; M_{ensaio} o momento fletor relativo ao ensaio; P_{CR,ensaio} a carga crítica que provocou a flambagem; h a altura da vigota.

4.1.2 Ensaio de flexão com ruína por flambagem das diagonais

Neste subitem consideram-se a força cortante, a força normal em uma diagonal e o respectivo comprimento de flambagem.

a) Força cortante

A força cortante de ensaio (V_{ensaio}) é calculada pela Equação 7.

$$V_{ensaio} = (PD + F_{ruína}) \times 0,5 + pp \times 130 \quad (7)$$

PD é o peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} a força máxima e p o peso próprio da vigota.

b) Força normal em uma diagonal

A força normal de ensaio em uma diagonal (N_{ensaio}) é determinada pela Equação 8⁶.

$$N_{ensaio} = \frac{V_{ensaio} \cdot \ell_{f,teórico}}{2 \cdot h} \quad (8)$$

V_{ensaio} é a força cortante de ensaio; h a altura da treliça e ℓ_{f,teórico} o comprimento de flambagem teórico da diagonal (Equação 9).

$$\ell_{f,teórico} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{\text{abertura da treliça} = 8 \text{ cm}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\text{passo do nó} = 20 \text{ cm}}{2} \right)^2} \quad (9)$$

c) Comprimento de flambagem

O comprimento efetivo de flambagem (ℓ_{f,ensaio}) é obtido com as Equações 10 e 11.

⁶ Esta equação é devida ao equilíbrio de forças em um nó superior da treliça.

Tabela 5 – Momento resistente e comprimento de flambagem obtidos com os resultados dos ensaios das vigotas que apresentaram flambagem do banzo superior

Vigota	pp (kN)	PD (kN)	F _{ruína} (kN)	M _{ensaio} (kN.cm)	M _{teórico} (kN.cm)	M _{ensaio} /M _{teórico}	ℓ _{f,ensaio} (cm)	ℓ _{f,ensaio} /20	Média
VT 06 F1	0,2355	0,1230	0,8608	50,2867	19,7781	2,54	12,54	0,63	0,64
VT 06 F2	0,2310	0,1230	0,7667	46,0626	19,7781	2,33	13,11	0,66	
VT 08 F1	0,2275	0,1230	1,1292	61,6578	26,3708	2,34	13,08	0,65	0,65
VT 08 F2	0,2325	0,1230	1,1344	62,0457	26,3708	2,35	13,04	0,65	
VT 12 F1	0,2850	0,1230	1,3897	74,8154	39,5563	1,89	14,54	0,73	0,74
VT 12 F2	0,2865	0,1230	1,2456	68,6195	39,5563	1,73	15,18	0,76	
VT 16 F1	0,2605	0,1230	2,6331	127,9018	97,7105	1,31	17,48	0,87	0,89
VT 16 F2	0,2675	0,1230	2,4128	118,5826	97,7105	1,21	18,15	0,91	
VT 20 F1	0,3100	0,1230	3,0637	148,1706	122,1381	1,21	18,16	0,91	0,90
VT 20 F2	0,3200	0,1230	3,2138	155,0002	122,1381	1,27	17,75	0,89	
VT 25 F1	0,2735	0,1230	2,9661	142,7549	152,6726	0,94	20,68	1,03	1,05
VT 25 F2	0,2860	0,1230	2,8193	136,7996	152,6726	0,90	21,13	1,06	
VT 30 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 30 F2	-	-	-	-	-	-	-	-	

pp - peso próprio; PD - peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} - força que provoca flambagem de algum componente da treliça ou ruptura da solda de um nó; M_{ensaio} - momento obtido no ensaio; M_{teórico} - momento resistente; ℓ_{f,ensaio} - comprimento efetivo de flambagem; 20 (cm) - comprimento entre os nós soldados do banzo superior; Média - valor médio de ℓ_{f,ensaio}/20, para vigotas de mesma altura.

$$P_{CR,ensaio} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_D}{\ell_{f,ensaio}^2} = N_{ensaio} \quad (10)$$

$$\ell_{f,ensaio} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_D}{N_{ensaio}}} \quad (11)$$

E_s é o módulo de elasticidade do aço, admitido com o valor de 21000 kN/cm²; I_D o momento de inércia da seção transversal de uma diagonal e N_{ensaio} a força normal de ensaio em uma diagonal.

Na Tabela 5 observa-se que, para as vigotas com altura menor ou igual a 20 cm, o comprimento efetivo de flambagem para o banzo superior é menor que a distância entre os nós (20 cm). Isto é explicado pela rigidez que o nó soldado confere a esse banzo superior. Em previsões teóricas, esse nó

Tabela 6 – Força cortante e comprimento de flambagem obtidos com os resultados dos ensaios das vigotas que apresentaram flambagem das diagonais

Joist	pp (kN)	PD (kN)	F _{ruína} (kN)	V _{ensaio} (kN.cm)	N _{ensaio} (kN.cm)	ℓ _{f,teórico} (cm)	N _{f,teórico} (kN)	N _{ensaio} /N _{f,teórico}	ℓ _{f,ensaio} (cm)	ℓ _{f,ensaio} /ℓ _{f,teórico}	Média
VT 06 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 06 F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
VT 08 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 08 F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
VT 12 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 12 F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
VT 16 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 16 F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
VT 20 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 20 F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
VT 25 F1	0,2735	0,1230	2,9661	1,6631	0,9054	27,22	0,8581	1,06	26,50	0,97	0,98
VT 25 F2	0,2860	0,1230	2,8193	1,5951	0,8684	27,22	0,8581	1,01	27,06	0,99	
VT 30 F1	0,3380	0,1230	4,5062	2,4611	1,3074	31,87	0,6259	2,09	22,05	0,69	0,69
VT 30 F2	0,3245	0,1230	4,4563	2,4303	1,2911	31,87	0,6259	2,06	22,19	0,70	

pp - peso próprio; PD - peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} - força que provoca flambagem de algum componente da treliça ou ruptura da solda de um nó; V_{ensaio} - força cortante obtida no ensaio; N_{ensaio} - força normal em uma diagonal; ℓ_{f,teórico} - comprimento teórico de flambagem; N_{f,teórico} - força normal resistente; ℓ_{f,ensaio} - comprimento efetivo de flambagem; Média - valor médio de ℓ_{f,ensaio}/ℓ_{f,teórico} para vigotas de mesma altura.

Tabela 7 – Determinação do produto de rigidez relativo ao ensaio

Vigota	Φ_{BS} (mm)	Φ_{BI} (mm)	F_{limite} (kN)	E_{cs} (kN/cm ²)	α_e	x (cm)	I_H (cm ⁴)	$E_{teórico}$ (kN.cm ²)	EI_{ensaio} (kN.cm ²)	$EI_{ensaio}/EI_{teórico}$	Média
VT 06 F1	6,0	4,2	0,4000	0,4000	8,20	1,71	91,20	23358202	2399383	1,03	1,00
VT 06 F2	6,0	4,2	0,3815	0,3815	8,20	1,71	91,20	33582038	2288411	0,98	
VT 08 F1	6,0	4,2	0,6463	0,6463	8,20	1,86	151,54	81253	3898997	1,00	0,99
VT 08 F2	6,0	4,2	0,6405	0,6405	8,20	1,86	151,54	3881253	3857008	0,99	
VT 12 F1	6,0	5,0	1,0635	1,0635	8,20	2,14	324,53	8311565	6379359	0,77	0,75
VT 12 F2	6,0	5,0	1,0060	1,0060	8,20	2,14	324,53	8311565	6034448	0,73	
VT 16 F1	7,0	5,0	2,2168	2,2168	8,47	2,82	768,59	19062852	13297379	0,70	0,66
VT 16 F2	7,0	5,0	1,9935	1,9935	8,47	2,82	768,59	19062852	11957924	0,63	
VT 20 F1	7,0	5,0	2,5176	2,5176	8,47	3,20	1196,73	29681592	151017151	0,51	0,53
VT 20 F2	7,0	5,0	2,7000	2,7000	8,47	3,20	1196,73	29681592	61958331	0,55	
VT 25 F1	7,0	6,0	2,3877	2,3877	8,47	3,61	1869,21	46360733	43225151	0,31	0,28
VT 25 F2	7,0	6,0	2,0075	2,0075	8,47	3,61	1869,21	46360733	20419021	0,26	
VT 30 F1	8,0	6,0	3,0411	3,0411	8,47	4,80	3417,07	84751225	82419071	0,22	0,20
VT 30 F2	8,0	6,0	2,7421	2,7421	8,47	4,80	3417,07	84751225	6448368	0,19	

Φ_{BS} - diâmetro do banzo superior; Φ_{BI} - diâmetro dos fios do banzo inferior; F_{limite} - força correspondente à flecha de 5,2 mm ($\ell/500$); E_{cs} - módulo de elasticidade secante do concreto; α_e - coeficiente modular E_s/E_{cs} ; x (cm) - posição do centro de gravidade da seção homogeneizada; I_H - momento de inércia da seção homogeneizada; $EI_{teórico}$ - produto de rigidez teórico; EI_{ensaio} - produto de rigidez relativo ao ensaio; Média - valor médio de $EI_{ensaio}/EI_{teórico}$ para as vigotas de mesma altura.

é considerado como uma rótula. Entretanto, quando o comprimento das diagonais cresce (treliça com 25 cm de altura), a rigidez dada pelo nó soldado é pequena, aumentando o comprimento de flambagem.

Nota-se que na Tabela 6 que a sapata de concreto fornece uma rigidez adicional às diagonais, diminuindo o comprimento de flambagem relativo ao ensaio. Esse comprimento relativo às diagonais da vigota de altura 25 cm é relativamente maior que o da vigota de 30 cm. A possível explicação para este fato é que a ruína da treliça de 25 cm foi caracterizada simultaneamente pela flambagem do banzo superior, flambagem das diagonais e, eventualmente, pela ruptura da solda. Esses efeitos combinados reduziram drasticamente a rigidez das diagonais, aproximando o comprimento efetivo de flambagem do seu respectivo valor teórico. Possivelmente esses valores seriam diferentes se a execução da solda fosse melhor.

4.1.3 Análise do deslocamento máximo (flecha)

Na Tabela 7 são apresentados os valores da rigidez à flexão (EI), calculados com base nos resultados dos ensaios, de acordo com o procedimento descrito neste item.

a) Flecha limite

A flecha limite é calculada com as Equações 12 e 13.

$$a_{limite} = \left[\frac{23 \cdot F_{limite} \cdot \ell^3}{1296} \right] \cdot \frac{1}{(EI)_{ensaio}} = \frac{\ell}{500} = \frac{260}{500} = 0,52cm \quad (12)$$

$$(EI)_{ensaio} = \left[\frac{23 \cdot F_{limite} \cdot \ell^3}{1296} \right] \cdot \frac{1}{a_{limite}} \quad (13)$$

F_{limite} é a força correspondente à flecha de 5,2 mm; a_{limite} a flecha obtida pela divisão do vão ℓ por 500, igual a 5,2 mm neste caso; ℓ o vão entre apoios, igual 260 cm; $(E)_{ensaio}$ o produto de rigidez relativo ao ensaio.

b) Valor teórico de (EI)

O valor de $(EI)_{teórico}$ foi calculado para possibilitar a determinação da relação $(EI)_{ensaio}/(EI)_{teórico}$. Ele foi determinado pela homogeneização da seção no estágio I (concreto não fissurado) e considerando o módulo de elasticidade secante do concreto, dado pela Equação 2. A razão modular é determinada pela Equação 14. A posição do centro de gravidade da seção homogeneizada e seu momento de inércia são obtidos pelas Equações 15 e 16.

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (14)$$

$$x = \frac{\left[\frac{\Phi_{BS}^2}{4} \left(h - \frac{\Phi_{BS}}{2} + c_{nom} \right) + \frac{\Phi_{BI}^2}{2} \cdot \left(\frac{\Phi_{BI}}{2} + c_{nom} \right) \right] \pi \cdot \alpha_e + \frac{h_s^2 \cdot b_s}{2}}{\left(\frac{\Phi_{BS}^2}{4} + \frac{\Phi_{BI}^2}{2} \right) \pi \alpha_e + h_s \cdot b_s} \quad (15)$$

$$I_H = \frac{\pi \phi_{BS}^4}{64} + \frac{\pi \phi_{BL}^4}{32} + \left[\frac{\phi_{BS}^2}{4} \left(h + c_{nom} - x - \frac{\phi_{BS}}{2} \right)^2 + \frac{\phi_{BL}^2}{2} \left(x - \frac{\phi_{BL}}{2} - c_{nom} \right)^2 \right] \pi \alpha_c + \frac{h_s^3 b_s}{12} + h_s b_s \left(x - \frac{h_s}{2} \right)^2 \tag{16}$$

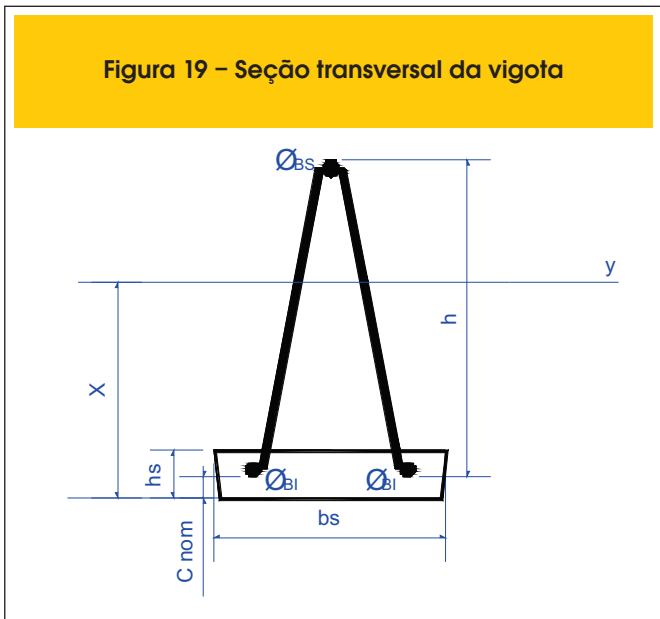
As variáveis indicadas nas Equações 15 e 16 estão ilustradas na Figura 19: x é a posição do centro de gravidade da seção homogeneizada, em relação à base; I_H o momento de inércia da seção homogeneizada; ϕ_{BS} o diâmetro do fio do banço superior; ϕ_{BL} o diâmetro dos fios do banço inferior; h a altura da treliça; c_{nom} o cobrimento dos fios inferiores, sempre igual a 1,5 cm nos ensaios; b_s é a largura inferior da sapata de concreto, sempre igual a 11 cm nos ensaios; h_s a altura da sapata de concreto, sempre igual a 2,5 cm nos ensaios.

O produto de rigidez teórico $(EI)_{teórico}$ é dado pela Equação 17.

$$(EI)_{teórico} = E_{cs} \cdot I_H \tag{17}$$

Na Tabela 7 observa-se que a resistência do concreto influencia mais o produto de rigidez efetivo de treliças baixas (menos de 12 cm de altura) do que o valor para treliças mais altas.

Figura 19 – Seção transversal da vigota



4.2 Ensaios de cisalhamento

Os resultados dos ensaios de cisalhamento são mostrados nas Tabelas 8 e 9. Ao se observar esses resultados percebe-se que ocorreu flambagem do banço superior nas vigotas mais baixas (alturas de 6 cm a 12 cm). Para alturas maiores (16 cm a 30 cm), houve flambagem das diagonais. Isto se deve ao fato de o comprimento de flambagem das diagonais ser reduzido pelo embutimento na sapata de concreto, menor altura das treliças e rigidez do nó soldado. A Tabela 8 refere-se a ensaios de cisalhamento em que a ruína ocorreu por flambagem do banço superior. Ela apresenta valores

Tabela 8 – Momentos e comprimentos de flambagem dos ensaios de cisalhamento em que as vigotas apresentaram flambagem do banço superior

Vigota	pp (kN)	PD (kN)	F _{ruína} (kN)	M _{ensaio} (kN.cm)	M _{teórico} (kN.cm)	M _{ensaio} /M _{teórico}	L _{f,ensaio}	L _{f,ensaio} /20	Média
VT 06 V1	0,2330	0,0145	1,6123	43,1339	19,7781	2,18	13,54	0,68	0,66
VT 06 V2	0,2320	0,0145	1,8478	49,2312	19,7781	2,49	12,68	0,63	
VT 08 V1	0,2255	0,0145	2,1677	57,4921	26,3708	2,18	13,55	0,68	0,66
VT 08 V2	0,2380	0,0145	2,3358	61,9002	26,3708	2,35	13,05	0,65	
VT 12 V1	0,2885	0,0145	2,4923	66,1685	39,5563	1,67	15,46	0,77	0,77
VT 12 V2	0,2750	0,0145	2,5695	68,1116	39,5563	1,72	15,24	0,76	
VT 16 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 16 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 20 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 20 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 25 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 25 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 30 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 30 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-

pp - peso próprio; PD - peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} - força que provoca flambagem de algum fio da treliça ou ruptura da solda de um nó; M_{ensaio} - momento máximo de ensaio; M_{teórico} - momento resistente teórico; L_{f,ensaio} - comprimento efetivo de flambagem; 20 (cm) - comprimento entre os nós soldados do banço superior; Média - valor médio do quociente L_{f,ensaio}/20 para vigotas de mesma altura.

Tabela 9 – Forças cortantes, forças normais nas diagonais e comprimentos de flambagem dos ensaios de cisalhamento em que as vigotas apresentaram flambagem das diagonais

Vigota	pp (kN)	PD (kN)	F _{ruína} (kN)	V _{ensaio} (kN)	N _{ensaio} (kN)	ℓ _{f,teórico} (cm)	N _{teórico} (kN)	N _{ensaio} /N _{teórico}	ℓ _{f,ensaio} (cm)	ℓ _{f,ensaio} /ℓ _{f,teórico}	Média
VT 06 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 06 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 08 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 08 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 12 V1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 12 V2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VT 16 V1	0,2725	0,0145	4,3061	3,8380	2,3132	19,29	0,8510	2,72	11,70	0,61	0,62
VT 16 V2	0,2645	0,0145	3,9242	3,5050	2,1126	19,29	0,8510	2,48	12,24	0,63	0,62
VT 20 V1	0,3090	0,0145	3,5808	3,2258	1,8319	22,72	0,6135	2,99	13,15	0,58	0,56
VT 20 V2	0,3195	0,0145	4,1217	3,6971	2,0995	22,72	0,6135	3,42	12,28	0,54	0,56
VT 25 V1	0,2800	0,0145	3,7535	3,3636	1,8313	27,22	0,8581	2,13	18,63	0,68	0,66
VT 25 V2	0,2820	0,0145	4,3165	3,8506	2,0964	27,22	0,8581	2,44	17,42	0,64	0,66
VT 30 V1	0,3295	0,0145	3,8113	3,4329	1,8237	31,87	0,6259	2,91	18,67	0,59	0,60
VT 30 V2	0,3380	0,0145	3,5237	3,1878	1,6935	31,87	0,6259	2,71	19,38	0,61	0,60

pp - peso próprio; PD - peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} - força que provoca flambagem de algum fio da treliça ou ruptura de um nó soldado; V_{ensaio} - força cortante de ensaio; N_{ensaio} - força normal em uma diagonal; ℓ_{f,teórico} - comprimento de flambagem teórico; N_{teórico} - força normal teórica; ℓ_{f,ensaio} - comprimento efetivo de flambagem; Média - valor médio do quociente ℓ_{f,ensaio}/ℓ_{f,teórico} para as vigotas de mesma altura.

de momento resistente e de comprimento de flambagem calculados de acordo com o procedimento indicado no item 4.2.1. A Tabela 9, relativa a flambagem das diagonais, além de comprimentos de flambagem, indica valores de força cortante e de força normal nas diagonais, obtidos com informações apresentadas no item 4.2.2.

4.2.1 Ensaio de cisalhamento com ruína por flambagem do banzo superior

a) Momento resistente

O momento resistente de ensaio (M_{ensaio}) foi determinado pela Equação 18.

$$M_{ensaio} = (PD + F_{ruína}) \times \frac{570}{22} + \frac{pp \times 93}{22} = P_{CR,ensaio} \cdot h \quad (18)$$

PD é o peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} força que provoca ruína; pp o peso próprio; P_{CR,ensaio} a carga crítica que provoca flambagem; h a altura da vigota.

b) Comprimento de flambagem

O comprimento efetivo de flambagem relativo ao ensaio (ℓ_{f,ensaio}) foi calculado usando as Equações 19 a 21.

$$P_{CR,ensaio} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS}}{\ell_{f,ensaio}^2} \quad (19)$$

$$M_{ensaio} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS}}{\ell_{f,ensaio}^2} \cdot h \quad (20)$$

$$\ell_{f,ensaio} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS}}{M_{ensaio}}} \cdot h \quad (21)$$

P_{CR,ensaio} é a carga crítica que provoca flambagem; E_s o módulo de elasticidade do aço, com o valor considerado de 21000 kN/cm²; I_{BS} o momento de inércia da seção transversal do fio superior; M_{ensaio} o momento máximo relativo ao ensaio; h a altura da vigota.

4.2.2 Ensaio de cisalhamento com ruína por flambagem das diagonais

a) Força cortante

A força cortante de ensaio (V_{ensaio}) é determinada pela Equação 22.

$$V_{ensaio} = (PD + F_{ruína}) \times \frac{19}{22} + \frac{pp \times 43}{110} \quad (22)$$

PD é o peso do dispositivo de ensaio; F_{ruína} a força máxima aplicada; p o peso próprio.

b) Força normal em uma diagonal

Para calcular a força normal de ensaio em uma diagonal (N_{ensaio}) foi utilizada a Equação 23⁷.

⁷ Idem NOTA 6.

$$N_{ensaio} = \frac{V_{ensaio} \cdot \ell_{f,teórico}}{2 \cdot h} \quad (23)$$

V_{ensaio} é a força cortante de ensaio; $\ell_{f,teórico}$ o comprimento teórico de flambagem da diagonal (Equação 9); h a altura da vigota.

c) Comprimento de flambagem

O comprimento efetivo de flambagem ($\ell_{f,ensaio}$) é determinado pelas Equações 24 e 25.

$$P_{CR,ensaio} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_D}{\ell_{f,ensaio}^2} = N_{ensaio} \quad (24)$$

$$\ell_{f,ensaio} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_D}{N_{ensaio}}} \quad (25)$$

I_D é o momento de inércia da seção transversal dos fios das diagonais; E_s o módulo de elasticidade do aço, admitido com o valor de 21000 kN/cm²; N_{ensaio} a força normal de ensaio em uma diagonal.

Observa-se na Tabela 8 que o comprimento efetivo de flambagem obtido no ensaio para o fio superior é menor que a distância de 20 cm entre os nós. Isto é explicado pela rigidez que os nós soldados

proporcionam ao banzo superior. Em um cálculo teórico, esses nós são considerados como articulações perfeitas.

Na Tabela 9, nota-se que a sapata de concreto oferece uma rigidez adicional às diagonais, diminuindo o comprimento efetivo de flambagem obtido pelo ensaio. Novamente nota-se que o nó soldado, com deficiência de acabamento na treliça de 25 cm de altura, gerou um comprimento de flambagem relativo maior que o da treliça de 30 cm.

4.3 Aplicação dos resultados

Como comentado no item 1, na montagem de laje treliçadas, há um espaçamento entre as linhas de escora. Conforme indicado, o principal objetivo deste trabalho é fornecer informações para o cálculo do espaçamento máximo que pode ser usado.

A posição das linhas de escora define um esquema estático da vigota, em que cada linha pode ser simulada como um apoio simples, como ilustrado na Figura 20. Com esse esquema estático são obtidos momentos fletores e forças cortantes, devidos ao peso próprio da vigota, peso do concreto fresco, peso do enchimento da laje, dos operários e dos equipamentos utilizados nas fases de montagem e de concretagem. Esses esforços devem ser resistidos pelas vigotas, como já foi comentado.

Os esforços resistentes da vigota treliçada são função dos comprimentos de flambagem dos fios que compõem a treliça. Esses comprimentos de flambagem foram determinados nos ensaios. Portanto, a aplicação dos resultados dos ensaios consiste em encontrar o momento resistente e a força cortante resistente de cada vigota. Os modos de ruína observados nos ensaios foram: flambagem do fio superior por efeito de momento fletor positivo; flambagem das

Figura 20 – Esquema estático e diagramas de esforços de uma vigota com as escoras

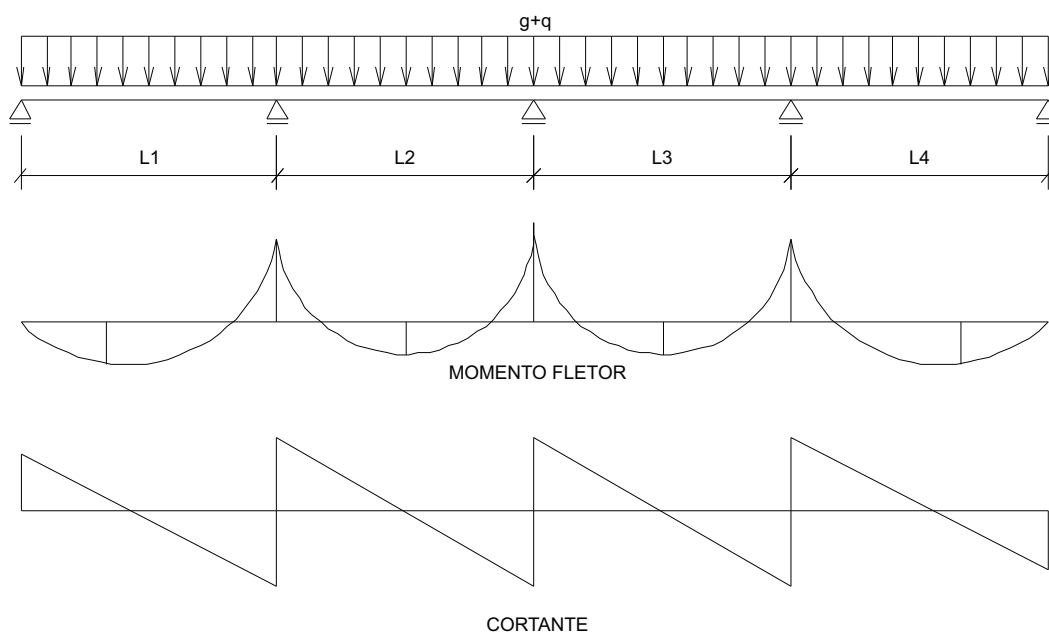
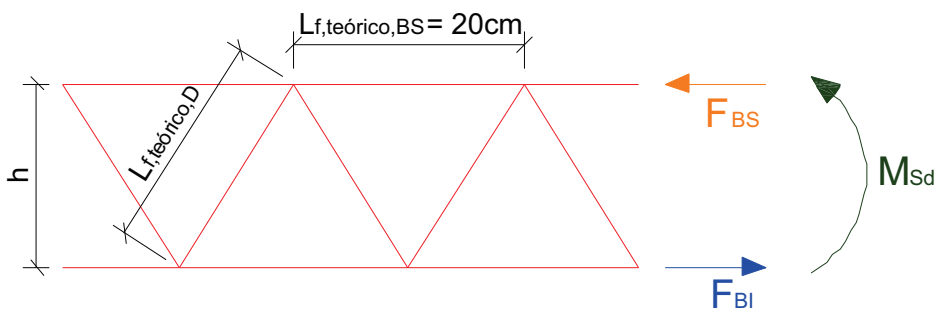


Figura 21 – Esquema de forças internas de uma vigota solicitada por momento fletor positivo



diagonais devida à força cortante e ruptura da solda em um nó, também por efeito da força cortante. Na sequência são determinadas equações para obter momentos resistentes e forças cortantes relativas à flambagem das diagonais e ruptura da solda.

4.3.1 Flambagem do banzo superior devida a momento fletor

Figura 21 – Esquema de forças internas de uma vigota solicitada por momento fletor positivo
 O momento resistente de cálculo ($M_{d,res}$) e o comprimento efetivo de flambagem ($\ell_{f,ensaio}$) são calculados utilizando as Equações 26 a 29:

$$M_{d,res} = P_{CR} \cdot h \tag{26}$$

$$P_{CR} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS}}{\ell_{f,ensaio}^2} \tag{27}$$

$$M_{d,res} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS}}{\ell_{f,ensaio}^2} \cdot h \tag{28}$$

$$\ell_{f,ensaio} = \ell_{f,teórico} \cdot Média = 20 \cdot Média \tag{29}$$

P_{CR} é a carga crítica de flambagem do banzo superior; h a altura da treliça; E_s o módulo de elasticidade do aço, admitido com valor de 21000 kN/cm²; I_{BS} o momento de inércia da seção transversal do fio superior e *Média* o valor indicado na última coluna da Tabela 8. A segurança é garantida quando respeitada a condição:

$$M_{d,res} \geq M_{Sd} \tag{30}$$

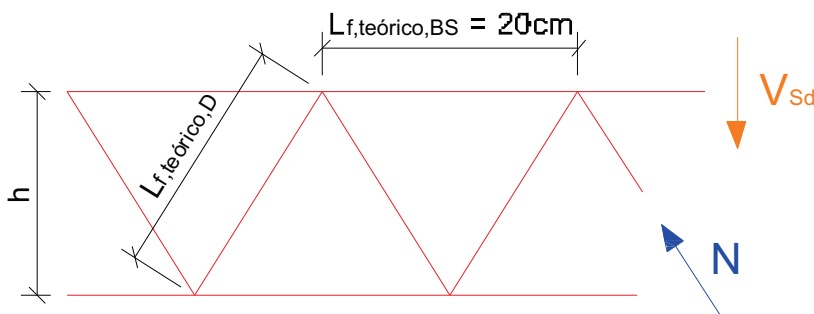
M_{Sd} é o momento solicitante de cálculo.

4.3.2 Flambagem das diagonais devida à força cortante

A Figura 22 ilustra o esquema de forças internas de uma vigota submetida a força cortante. O valor da força normal (N) de compressão em uma diagonal é dado pela Equação 31.

$$N = \frac{V_{Sd} \cdot \ell_{f,teórico,D}}{2 \cdot h} \tag{31}$$

Figura 22 – Esquema de forças internas de uma vigota submetida a força cortante



V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo; $\ell_{f,teórico,D}$ o comprimento teórico de flambagem da diagonal, dado pela Equação 9; e h é a altura da treliça.

A força normal crítica ($P_{CR,D}$) de flambagem de uma diagonal é dada pelas Equações 32 e 33.

$$P_{CR,D} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_D}{\ell_{f,ensaio}^2} \quad (32)$$

$$\ell_{f,ensaio} = \ell_{f,teórico,D} \cdot Média \quad (33)$$

E_s é o módulo de elasticidade do aço, admitido com valor de 21000 kN/cm²; I_D o momento de inércia da seção de cada barra diagonal; $\ell_{f,ensaio}$ o comprimento efetivo de flambagem; $\ell_{f,teórico}$ o comprimento teórico de flambagem e *Média* o valor indicado na última coluna da Tabela 9.

A segurança é garantida quando respeitada a condição:

$$P_{CR,D} \geq N \quad (34)$$

4.3.3 Ruptura da solda

A força cortante (V) relativa à resistência da solda do nó superior da treliça deve atender à Equação 35, adaptada da ABNT NBR 14862:2002 [3].

$$V = \frac{15 \pi \phi_{BS}^2 h}{4 \ell_{nó}} \quad (35)$$

ϕ_{BS} é o diâmetro do fio que constitui o banzo superior da treliça; h a altura da treliça; $\ell_{nó}$ o comprimento entre os nós da treliça, fixado em 20 cm.

Sendo V_{sd} a força cortante solicitante de cálculo na fase transitória, a segurança está garantida quando for respeitada a condição:

$$V_{sd} \leq V \quad (36)$$

4.3.4 Cálculo do deslocamento

Na fase transitória, é recomendável que o deslocamento máximo da vigota seja menor que o valor do vão dividido por 500 ($\ell/500$). Os valores do produto de rigidez (EI) devem ser calculados como mostra a Equação 37, utilizando as Equações 3, 15 e 16.

$$(EI) = (EI)_{teórico} \cdot Média = E_{cs} \cdot I_H \cdot Média \quad (37)$$

E_{CS} é o módulo de elasticidade secante do concreto, calculado com a resistência característica f_{ck} ; I_H o momento de inércia da seção homogeneizada; e *Média* o valor indicado na última coluna da Tabela 7.

4.3.5 Exemplo de aplicação

Este exemplo considera as equações apresentadas nos itens 4.3.1 a 4.3.4. O objetivo é determinar o máximo vão (ℓ) entre dois apoios para a vigota TR 16 745.

a) Dados do exemplo

A Figura 23 ilustra o esquema estático da vigota. Foi adotada uma capa de concreto de 5 cm, entreixo principal de 49 cm e entreixo transversal de 129 cm. A largura da nervura é de 9 cm e o enchimento é de poliestireno expandido (EPS), conforme ilustra a Figura 24. O concreto da sapata da vigota foi admitido com $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$.

p é o carregamento total uniformemente distribuído; g o carregamento permanente (inclui o peso próprio da vigota, enchimento e concreto fresco lançado sobre a laje); q o carregamento variável (inclui trabalhadores e equipamentos para concretagem).

b) Carregamento

Com as características indicadas, atua na laje um carregamento permanente de 2,23 kN/m². É adotado um carregamento variável de 1,50 kN/m².

O carregamento para as verificações de Estado Limite Último (ELU) é considerado com os coeficientes de majoração para combinação de ações de construção, indicados na ABNT NBR 6118 [10] (Equação 38).

$$p_d = 0,49 \cdot (2,23 \cdot 1,3 + 1,50 \cdot 1,2) = 2,30 \text{ kN} / \text{m.vigota} \quad (38)$$

No entanto, o carregamento para verificação de deformação excessiva no Estado Limite de Serviço (ELS) é indicado na

Figura 23 – Esquema estático da vigota

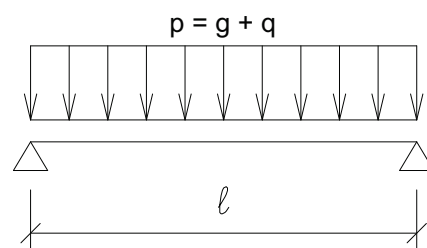
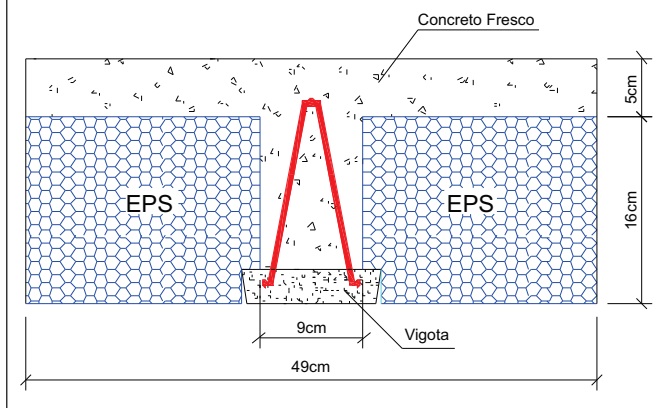


Figura 24 – Seção transversal da nervura principal



Equação 39, para combinação quase permanente de ações.

$$p_{d,ser} = 0,49 \cdot (2,23 + 1,50 \cdot 0,4) = 1,39 \text{ kN} / \text{m.vigota} \quad (39)$$

c) Esforços Solicitantes no ELU

Para a vigota isostática, os valores dos esforços são (Equação 40):

$$M_{sd} = \frac{p_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{0,023 \cdot \ell^2}{8} = 2,875 \times 10^{-3} \cdot \ell^2 \text{ (kN.cm / vigota)} \quad (40)$$

$$V_{sd} = \frac{p_d \cdot \ell}{2} = \frac{0,023 \cdot \ell}{2} = 11,5 \times 10^{-3} \cdot \ell \text{ (kN / vigota)}$$

ℓ é o vão procurado, em centímetros.

d) Flambagem do fio superior devida a momento fletor (ELU)

Esta verificação utiliza as equações do item 4.3.1. Pela Equação 29 determina-se $\ell_{f,ensaio}$ (Equação 41), na qual o valor da Média é obtido na Tabela 5, para a treliça TR16745.

$$\ell_{f,ensaio} = \ell_{f,teórico} \cdot Média = 20 \cdot 0,89 = 17,80 \text{ cm} \quad (41)$$

O momento resistente de cálculo é calculado com a Equação 28, resultando (Equação 42):

$$M_{d,res} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_{BS} \cdot h}{\ell_{f,ensaio}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot (\pi \cdot 0,7^4 / 64)}{17,80^2} \cdot 16 = 123,36 \text{ kN.cm / vigota} \quad (42)$$

O valor máximo de ℓ nessa verificação de flambagem é dado pela Equação 43, utilizando-se a condição:

$$M_{d,res} \geq M_{sd}$$

$$123,36 \geq 2,875 \times 10^{-3} \cdot \ell^2 \quad (43)$$

$$\ell \leq 207,14 \text{ cm} \Rightarrow \text{Valor 01}$$

e) Flambagem das Diagonais Devida a Força Cortante (ELU)
Esta verificação é feita com as equações do item 4.3.2. O valor de $\ell_{f,ensaio}$ é determinado pela Equação 33, com o valor da Média obtido na Tabela 9, para a treliça TR16 745 (Equação 44).

$$\ell_{f,ensaio} = \ell_{f,teórico,D} \cdot Média = 19,29 \cdot 0,62 = 11,96 \text{ cm} \quad (44)$$

A força normal crítica ($P_{CR,D}$) que provoca flambagem das diagonais é dada pela Equação 32, sendo o resultado indicado na Equação 45.

$$P_{CR,D} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_D}{\ell_{f,ensaio}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot (\pi \cdot 0,42^4 / 64)}{11,96^2} = 2,21 \text{ kN} \quad (45)$$

O valor da força normal de compressão (N) na diagonal é dado pela Equação 31, e o resultado é indicado na Equação 46.

$$N = \frac{V_{sd} \cdot \ell_{f,teórico,D}}{2 \cdot h} = \frac{11,5 \cdot 10^{-3} \cdot \ell \cdot 11,96}{2 \cdot 16} = 4,30 \cdot 10^{-3} \cdot \ell \text{ (kN)} \quad (46)$$

Nessa verificação de flambagem das diagonais, o valor máximo de ℓ é dado pela Equação 47, utilizando-se a condição:

$$P_{CR,D} \geq N$$

$$2,21 \geq 4,30 \times 10^{-3} \cdot \ell \quad (47)$$

$$\ell \leq 514,18 \text{ cm} \Rightarrow \text{Valor 02}$$

f) Ruptura da Solda (ELU)

A máxima força cortante que pode ser aplicada na vigota para que não haja ruptura da solda do nó superior é dada pela Equação 35, item 4.3.3. O resultado é indicado na Equação 48.

$$V = \frac{15 \cdot \pi \cdot \phi_{BS}^2 \cdot h}{4 \cdot \ell_{nó}} = \frac{15 \cdot \pi \cdot 0,7^2 \cdot 16}{4 \cdot 20} = 4,62 \text{ kN} \quad (48)$$

A segurança é garantida quando for respeitada a condição:

$$\begin{aligned} V_{sd} &\leq V \\ 11,5 \times 10^{-3} \ell &\leq 4,62 \\ \ell &\leq 401,74 \text{ cm} \Rightarrow \text{Valor 03} \end{aligned} \quad (49)$$

g) Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS)

Para determinar a flecha, é necessário calcular o produto de rigidez efetivo da vigota, conforme a Equação 37, na qual o valor da *Média* é obtido na Tabela 7, para a vigota TR16745. A Equação 50 ilustra esse cálculo, considerando o módulo de elasticidade secante do concreto E_{cs} obtido com a Equação 2, e o momento de inércia da seção homogeneizada I_H , com a Equação 16.

$$(EI) = E_{cs} \cdot I_H \cdot Média = 2816,05 \cdot 674,58 \cdot 0,66 = 1253769,67 \text{ kN.cm}^2 \quad (50)$$

O máximo deslocamento dessa vigota ocorre no meio do vão ℓ . Conforme a Mecânica Clássica, seu valor é dado por (Equação 51):

$$\text{Flecha} = \frac{5 p \ell^4}{384 EI} = \frac{5 \cdot 0,0139 \ell^4}{384 \cdot 1253769,67} = 1,44 \cdot 10^{-10} \ell^4 \text{ (cm)} \quad (51)$$

O estado limite de deformação excessiva é verificado quando for atendida condição:

$$\begin{aligned} \text{Flecha}_{\text{limite}} &\geq \text{Flecha} \\ \frac{\ell}{500} &\geq 1,44 \times 10^{-10} \ell^4 \\ \ell &\leq 240,18 \text{ cm} \Rightarrow \text{Valor 04} \end{aligned} \quad (52)$$

h) Vão máximo

Observando-se os quatro valores obtidos para ℓ , verifica-se, nas condições deste exemplo, que o máximo é o relativo à flambagem do fio superior. Portanto, o máximo vão que pode ser utilizado neste caso é 207,14 cm.

5. Conclusões

Como explicado no item 1, as lajes treliçadas são compostas por elementos independentes (vigotas treliçadas e elementos de enchimento), dispostos de maneira a formar um painel que, ao receber uma camada de concreto, passa a agir como um sistema único. Durante a montagem dessa estrutura, devem ser colocadas linhas de escora que garantam o posicionamento desses elementos, mesmo quando estrutura é submetida a cargas, tais como: peso da capa de concreto, movimento de trabalhadores, de equipamentos etc.

O objetivo deste trabalho foi fornecer dados úteis para o cálculo da distância econômica entre as linhas de escora, que garanta segu-

rança para os operários durante a construção da laje e resulte em uma estrutura sem patologias de execução.

Para isso, foi necessário realizar ensaios de vigotas treliçadas em laboratório, a fim de verificar o real comportamento desses elementos, quando submetidos a carregamento.

Foi verificado que, tanto para os ensaios de flexão quanto os de cisalhamento, as vigotas com altura inferior a 20 cm tiveram ruína por flambagem do banzo superior, enquanto que para alturas maiores, a ruína ocorreu por flambagem das diagonais, com exceção da vigota de 25 cm, que apresentou ruptura da solda.

Ao analisar as Tabelas 5 e 8, conclui-se que as vigotas mais baixas apresentaram comprimentos de flambagem do banzo superior menores que a distância de 20 cm entre os nós. Portanto, esses nós contribuíram com a rigidez do banzo superior.

De modo semelhante, com as Tabelas 6 e 9, percebe-se que a sapata de concreto fornece uma rigidez adicional às diagonais, diminuindo o comprimento efetivo de flambagem obtido nos ensaios.

Os comprimentos de flambagem obtidos nos ensaios serviram para calcular a máxima força de compressão que pode ser resistida pelos respectivos fios de aço da treliça. Com essa força resistente máxima à compressão, determinou-se o momento resistente e a força cortante resistente de cada vigota.

Em lajes treliçadas com qualquer distância entre as linhas de escora, são gerados momentos fletores e forças cortantes. Esses esforços solicitantes devem ser menores que os resistentes. O momento resistente é sempre igual para vigotas de mesma altura e os mesmos diâmetros dos fios, pois o comprimento de flambagem é constante para eles. Esse comprimento de flambagem foi definido e calculado nos ensaios.

A flecha é determinada pela linha elástica da vigota, que depende do esquema estático e da distância entre as linhas de escora.

Para calcular a flecha, foi necessário determinar um produto de rigidez (EI) que representa o que realmente ocorre em uma vigota treliçada, uma vez que o valor teórico de EI não pode ser utilizado, pois o material não é elástico nem linear e homogêneo, como admite a Mecânica Clássica.

Sendo assim, no ensaio determinou-se o valor real de EI para a vigota, o qual foi utilizado para calcular a flecha na fase transitória de montagem e de concretagem da laje. Deve-se ressaltar que essa flecha precisa ser menor que $\ell/500$, valor limite para aceitabilidade visual, de acordo com a ABNT NBR 6118:2007 [10], na verificação do estado limite de serviço relativo a deformação excessiva.

O exemplo detalhado no item 4.3.5 demonstra a aplicabilidade dos resultados e das equações indicadas neste artigo. Verifica-se que o cálculo apresentado é simples e de fácil programação computacional.

Esta pesquisa não encerra o assunto e, portanto, mais ensaios devem ser feitos para refinar os resultados e analisar vigotas com fios de outros diâmetros.

6. Referências

- [01] BOUNASSAR, J. Elaboração de normas: projeto, fabricação e execução de lajes mistas pré-moldadas. Coletânea Habitare, Paraná, v. 3, p. 79-109, 1997.
- [02] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7480. Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. Rio de Janeiro. ABNT: 1996.

- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14862. Armaduras treliçadas eletrossoldadas – requisitos. Rio de Janeiro. ABNT: 2002.
- [04] GASPAR, R. Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção. São Paulo, 1997. 103f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [05] DROPPA JÚNIOR, A. Análise estrutural das lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada. São Carlos, 1999. 177f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
- [06] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14860-1. Laje pré-fabricada – Pré-laje – requisitos – Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro. ABNT: 2002.
- [07] TERNI, A. W.; MELÃO, A. R.; OLIVEIRA, L. E. A utilização do método dos elementos finitos na análise comportamental da laje treliçada na fase construtiva. Congresso Brasileiro do Concreto, 50. IBRACON. Salvador, 2008.
- [08] CARVALHO, R. C.; PARSEKIAN, G. A.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; MACIEL, A. M. Estado da arte do cálculo das lajes pré-fabricadas com vigotas de concreto. Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado, 2. EESC – USP. São Carlos, 2010.
- [09] FUSCO, P. B. Tecnologia do concreto estrutural. 1. ed. PINI. São Paulo, 2008.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro. ABNT: 2007.