

Análise numérica e estatística dos parâmetros que exercem influência sobre a resistência à força cortante em lajes maciças de concreto armadas em duas direções

Numerical and statistical analysis of parameters that influence the shear strength of reinforced concrete two-way slabs

Jackeline Santos de Oliveira¹, Rodrigo Gustavo Delalibera¹ 

¹Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Avenida João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil.

e-mail: jackeline.oliveira@ufu.br, delalibera@ufu.br

RESUMO

As lajes são definidas como elementos estruturais que tem como principal função a transmissão dos carregamentos oriundos das cargas permanentes e acidentais perpendiculares ao seu plano. Dentre os vários esforços ao qual a laje é submetida tem-se a força cortante que ocasiona tensão de cisalhamento no elemento estrutural. Existem fatores capazes de contribuir para o aumento da resistência à força cortante em estruturas de concreto sem armadura transversal. Nesse contexto, alguns estudos buscaram analisar a influência desses fatores sobre o ganho de resistência à força cortante em lajes armadas em duas direções. Diante disso, o presente trabalho visou, por meio da análise numérica, compreender a influência de três principais parâmetros como a espessura da laje, a resistência à compressão do concreto e a taxa de armadura longitudinal sobre a resistência à força cortante em lajes armadas em duas direções e, por meio da análise estatística, definir qual o fator que possuiu maior contribuição sobre esse ganho de resistência à força cortante. Dessa forma, verificou-se a necessidade da definição de novos fatores para lajes esbeltas. Já para o grupo de lajes espessas foi determinado como fator relevante a taxa de armadura longitudinal, sendo o parâmetro que exerce maior influência sobre o ganho de resistência à força cortante.

Palavras-chave: Resistência; Concreto Armado; Armadura; Cisalhamento; Lajes.

ABSTRACT

Slabs are defined as structural elements whose main function is the transmission of loads arising from permanent and accidental loads perpendicular to its plane. Among the various efforts to which the slab is subjected is the shear force that causes shear stress in the structural element. There are factors capable of contributing to the increase in shear strength in concrete structures without transverse reinforcement. In this context, some studies sought to analyze the influence of these factors on the shear strength gain in slabs reinforced in two directions. Therefore, the present work aimed, through numerical analysis, to understand the influence of three main parameters such as slab thickness, concrete compressive strength and longitudinal reinforcement ratio on shear strength in reinforced slabs in two directions and, by means of statistical analysis, to define which factor had the greatest contribution to this gain in shear strength. Thus, the need to define new factors for slender slabs was verified. For the group of thick slabs, the longitudinal reinforcement ratio was determined as a relevant factor, being the parameter that exerts the greatest influence on the gain in shear strength.

Keywords: Strength; Reinforced Concrete; Armor; Shear; Slabs.

1. INTRODUÇÃO

As lajes são definidas como elementos planos horizontais que contém duas dimensões de tamanho maior que a terceira dimensão, esta última é definida como a espessura ou altura. Esse elemento estrutural tem como principal função a transmissão dos carregamentos, oriundos das cargas permanentes e acidentais perpendiculares ao seu plano, para as vigas, e essas, por sua vez, transmitem os esforços para os pilares, e esses para as fundações.

As lajes podem ser armadas em uma ou duas direções, onde para lajes armadas em uma direção são calculadas considerando-as como vigas de largura unitária. Já para lajes armadas em duas direções pode ser empregado o modelo elástico-linear, com elementos de placa, onde os esforços de flexão e as flechas são determinadas aplicando-se a Teoria das Placas, além do método plástico denominado de Método das Charneiras Plásticas ou Método da Ruptura.

Dentre os vários esforços ao qual a laje é submetida tem-se a força cortante que ocasiona tensão de cisalhamento no elemento estrutural. Existem fatores que contribuem para o aumento da resistência à força cortante em estruturas de concreto sem armadura transversal, tais como a altura da seção transversal, a taxa de armadura longitudinal, o tamanho das fissuras e a resistência à compressão do concreto. Nesse contexto, alguns estudos como o de Hassan [1], Afefy e El-Tony [2], Zohrevand *et al.* [3] e Torabian *et al.* [4] buscaram estudar e compreender a influência desses fatores sobre o ganho de resistência ao cisalhamento em lajes armadas em duas direções.

Diante disso, o presente trabalho teve como objetivo, por meio dos ensaios numéricos, compreender o comportamento de lajes de concreto armadas em duas direções sem armadura transversal submetidas a carga vertical centralizada e a influência de parâmetros como a altura da laje, a resistência à compressão do concreto e a taxa de armadura de flexão, sobre o ganho na resistência da tensão de cisalhamento por meio de uma análise numérica. E, com isso, por meio de uma análise estatística definiu-se qual o parâmetro possuiu maior contribuição sobre o aumento resistência.

2. COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS CONCRETO ARMADO SEM ARMADURA TRANSVERSAL SUBMETIDOS A RUPTURA POR FORÇA CORTANTE

A ruptura por força cortante em estruturas de concreto armado ocorre de forma abrupta e inesperada, ao contrário do que ocorre na ruptura por flexão, o que dificulta a previsão devido à complexidade dos mecanismos que envolvem esse tipo de ruptura. Além disso, sabe-se que vigas e lajes submetidas a ruptura por força cortante tem seu comportamento ligado a quantidade de armadura transversal.

Segundo Wight e MacGregor [5], vigas sem armadura transversal podem ser classificadas em três tipos de vãos de cisalhamento, sendo eles: curtos; delgados; e muito estreitos. Além disso, vigas de vão de cisalhamento curto também são denominadas como vigas profundas. Em vigas muito curtas, em que a razão entre o comprimento do vão (a) e a altura útil da viga (d) esteja entre 0 e 1, são desenvolvidas fissuras inclinadas desde a área de aplicação de carga até a localização dos apoios, como mostra a Figura 1.

Com isso, ainda segundo Wight e MacGregor [5], ocorre a interrupção do fluxo de cisalhamento horizontal da armadura longitudinal para a zona de compressão da viga, fazendo com que ocorra a mudança de comportamento de viga para arco, como ilustra a Figura 2.

Para os casos em que se têm vãos de cisalhamento curtos, com a/d entre 1 e 1,25, em que a é o comprimento do vão e d é a altura útil da viga, há a ocorrência de fissuras inclinadas que tende a se expandir com a aplicação de carga e suportam carregamentos adicionais em função do seu comportamento de arco, o que faz com haja ruptura por cisalhamento antes que a resistência ao momento fletor seja atingida. Já para as vigas esbeltas,

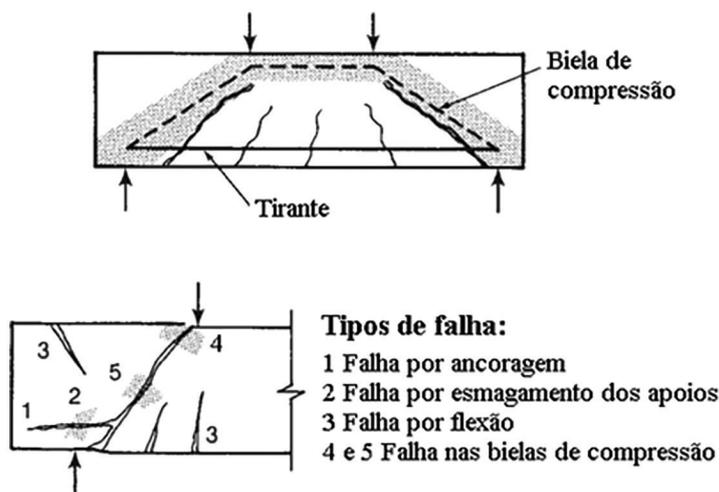


Figura 1: Modos de ruptura de vigas profundas [5].

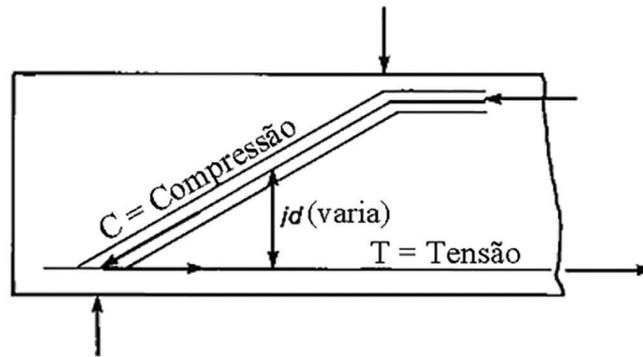


Figura 2: Ação de arco em vigas [5].

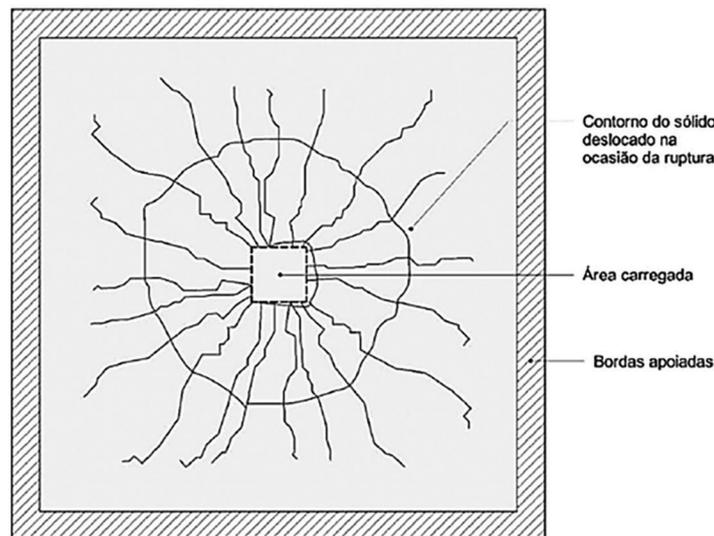


Figura 3: Fissuração na face tracionada da laje no momento da ruptura, de Cordovil [6] e adaptado por Palhares [7].

dadas por a/d entre 2,5 e 6,5, tem-se uma grande influência da formação de fissuras sobre o equilíbrio estrutural da viga, onde a ruptura acontece já na carga em que há a formação a fissuração inclinada. Em relação as vigas muito esbeltas, a ruptura se dá antes mesmo da formação das fissuras inclinadas [5].

Em relação ao comportamento de lajes de concreto armado sem a colocação de estribos submetidas a punção, verificou-se nos ensaios experimentais realizados por Cordovil [6] apud Palhares [7] uma tendência a formação, em sua maioria, de fissuras radiais na face tracionada no período que antepassa o ponto de ruptura. Além disso, constatou-se também que somente após a completa ruptura da laje, com a redução de todas as resistências, há a formação do cone de punção, criado com a fissura circunferencial, como mostra a Figura 3.

Tal fissura, presente na face tracionada de lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento, pode chegar a uma distância da face do pilar que varia entre duas e três vezes a altura útil (d) da laje, como mostra a Figura 4.

Já no estudo realizado por Hegger *et al.* [8], onde 39 modelos experimentais foram submetidos a punção, verificou-se que as fissuras radiais se originaram do centro da laje e se propagam até as bordas. Já a formação da fissura circular, que delimita o contorno do cone de punção, ocorreu apenas nos estágios elevados de carga. Além disso, quando a fissura inclinada, que iniciou na face tracionada da laje e se estendeu até a direção à base do pilar, atingiu a face comprimida da laje no perímetro do pilar teve-se a ocorrência da ruptura da laje por tensão de cisalhamento.

De acordo com Regan [9] apud [7], a inclinação da fissura da superfície de ruptura, que se origina a partir da face tracionada, está a um ângulo de aproximadamente 25° em relação ao plano horizontal da laje. O mesmo foi assegurado pelo CEB-FIP Model Code 1993 [10], no item 6.4.2.5, em que determinava um ângulo entre

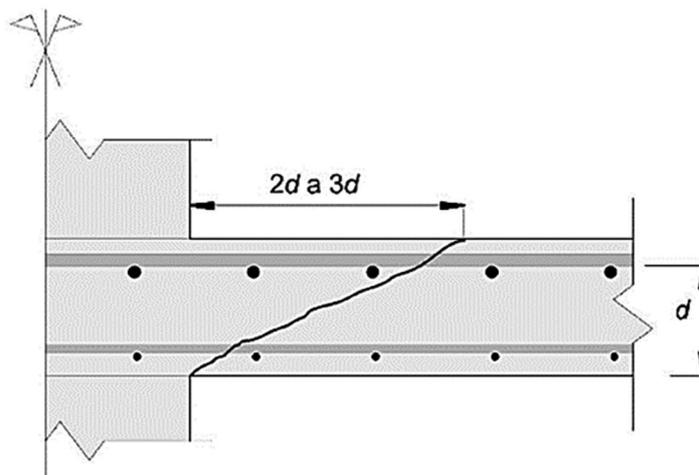


Figura 4: Extensão da fissura circunferencial, de Cordovil [6] e adaptado por Palhares [7].

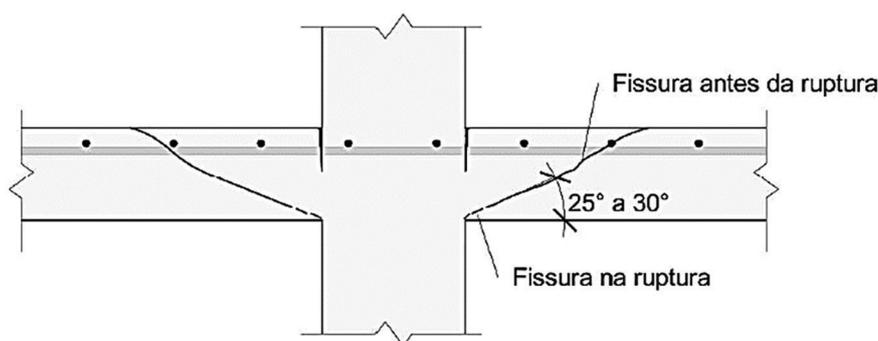


Figura 5: Ruptura por punção em lajes armadas em duas direções [10].

25° e 30° que em relação ao plano horizontal da laje, como mostra a Figura 5. Além disso, a norma traz que a formação de fissuras tangenciais ocorre entorno de 1/2 a 2/3 da carga de ruptura. No entanto, a atual versão da norma, CEB-FIP Model Code 2010 [11], não apresenta informações a respeito dessa inclinação ou sobre o ponto de carga relacionado a formação das fissuras tangenciais.

Em relação ao estudo de Ospina *et al.* [12], onde foram reunidos mais de 500 resultados de ensaios experimentais de lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento, constatou-se que esse tipo de laje segue um padrão de comportamento nas curvas de Força × Deslocamento e no desenvolvimento das fissuras, apesar da diferença em relação as propriedades do concreto utilizado, da taxa de armadura longitudinal e dos parâmetros geométricos do elemento estrutural empregado nos ensaios.

Diante disso, Huang *et al.* [13] subdividiram a curva Força × Deslocamento em quatro estágios, como mostra a Figura 6. O estágio I tem seu início na aplicação de carga e seu fim com a formação de primeira fissura. O estágio II inicia desde a formação da primeira fissura e tem seu fim no início do escoamento do aço da borda do pilar. No estágio III, com início no escoamento do aço da borda do pilar, é finalizado quando é atingido o limite de escoamento de grande parte da armadura longitudinal.

Por fim, no estágio IV, iniciando quando o limite de escoamento da armadura longitudinal é alcançado, finaliza com a ruptura da laje causada pela deformação excessiva ou quando a largura da fissura excedo o valor permitido. Além disso, os autores classificam três tipos de modo de ruptura observados nos ensaios realizados em lajes de concreto armado sem armadura transversal, sendo eles: ruptura por punção; ruptura por flexão e punção; e ruptura por flexão [13]. Ambos os modos de rupturas estão ilustrados na Figura 6.

Lajes que apresentam ruptura por punção têm sua resistência ao cisalhamento determinada a partir da resistência ao cisalhamento da zona de compressão. Nessa situação a falha ocorre antes que o limite de

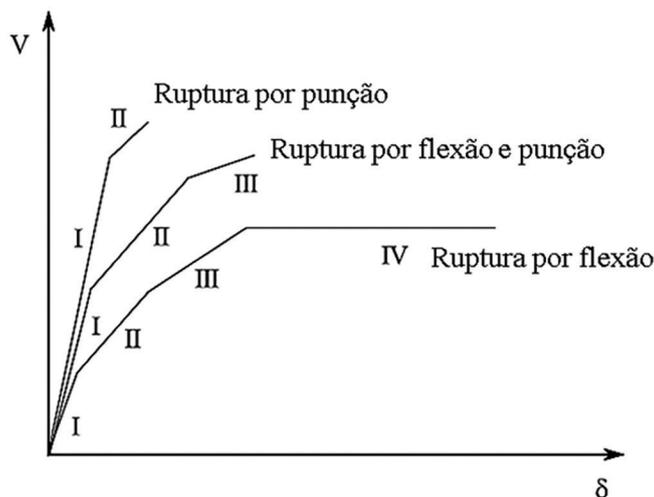


Figura 6: Estágios da curva Força × Deslocamento e modos de ruptura [13].

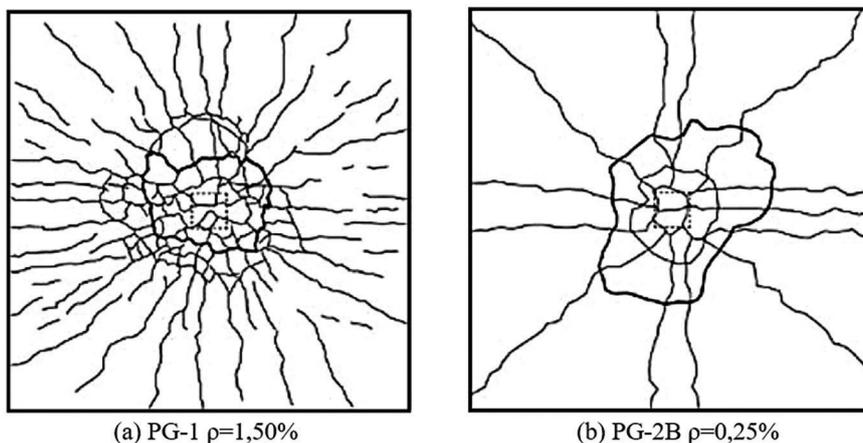


Figura 7: Fissura comum em lajes de concreto armado em ensaios de punção [14].

escoamento da armadura longitudinal seja atingido, além de permanecer com fissuras superficiais generalizadas de pequena abertura [13], como ilustra a Figura 7a.

Já a ruptura por flexão, conforme Huang *et al.* [13], ocorre devido à formação de um mecanismo de limite de elasticidade. Para esse modo de ruptura, ocorre o escoamento de toda a armadura de flexão o que faz com que a laje sofra grandes deformações, caracterizando o longo patamar na curva Força × Deslocamento, como mostra a Figura 6. Já as fissuras superficiais têm grandes aberturas e se concentram nas linhas de escoamento da laje, descritas na Figura 7b.

Para uma taxa de armadura intermediária aos dois modos de ruptura dão-se a ocorrência da falha por flexão e punção que acontece anterior ao escoamento de toda a armadura da laje, e a resistência ao cisalhamento é determinada pelo conjunto da resistência à força cortante da zona de compressão e a resistência à compressão do concreto na borda do pilar [13].

3. ESTUDOS REALIZADOS

3.1. Hassan *et al.* [1]

Em um estudo realizado por Hassan *et al.* [1] teve como objetivo analisar as propriedades que interferem diretamente no aumento da resistência ao cisalhamento para se evitar a ocorrência da chamada de falha por cisalhamento em lajes lisas de concreto armadas em duas direções. Para isso, foram considerados os seguintes

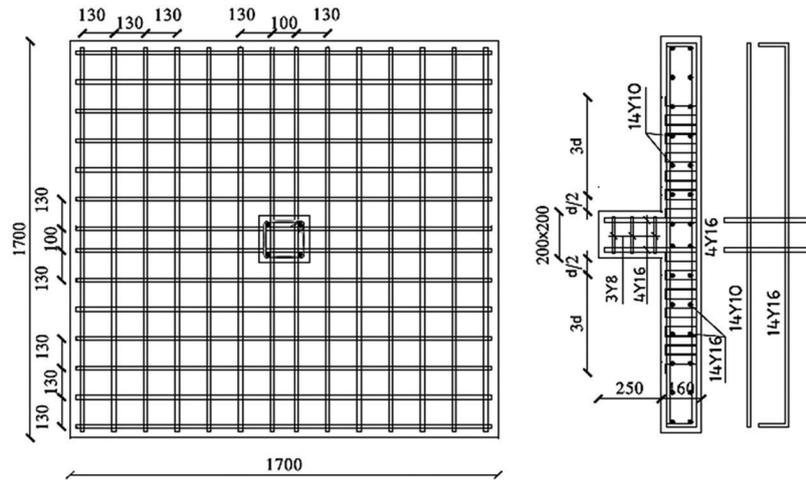


Figura 8: Detalhes da distribuição da armadura na amostra S1, todas as dimensões em mm [1].

Tabela 1: Grupo das amostras testadas [1].

GRUPO	FATOR INVESTIGADO	AMOSTRAS CONSIDERADAS		
		CONTROLE	VARIÁVEL 1	VARIÁVEL 2
1	Efeito do uso de estribos	S1	S2	S3
2	Efeito da inclinação dos estribos	S1	S3	S5
3	Efeito do aumento da quantidade de estribos	S1	S3	S7
4	Efeito da distribuição radial dos estribos	S1	S4	–
5	Efeito da distribuição em caixa dos estribos	S1	S5	–

Tabela 2: Resultados experimentais obtidos no estudo de Hassan *et al.* [1].

AMOSTRA	ESTÁGIO DE FISSURAÇÃO		ESTÁGIO DE FALHA	
	P_{cr} (kN)	Δ_{cr} (mm)	P_f (kN)	Δ_f (mm)
S1	92	4,76	378	20,33
S2	95	7,77	585	35,50
S3	80	4,68	475	28,15
S4	80	4,13	436	24,40
S5	90	6,11	440	25,24
S6	130	5,00	505	24,96
S7	75	4,02	500	29,29

parâmetros: o aumento da espessura da laje; o aumento da espessura do pilar; e, por fim, o uso de armadura de cisalhamento.

O programa experimental foi composto por sete amostras de lajes quadradas com colunas internas, todas testadas sob cargas gravitacionais. As lajes quadradas possuíam comprimento de 1700 mm, com espessura de 160 mm e taxa de armadura longitudinal de aproximadamente 1,2%. Na Figura 8 é possível observar a distribuição da armadura adotada no modelo experimental seguido na pesquisa.

No estudo foi considerada a laje S1 como a amostra de controle, sem a colocação de armadura de cisalhamento. As amostras foram divididas em 5 grupos, como descrito na Tabela 1. Em todas as amostras utilizou-se concreto com resistência cúbica (f_{cu}) de 36 MPa.

Após a realização dos testes foram obtidos os resultados de força e deslocamento das amostras, como disposto na Tabela 2. Além disso, na Figura 9 é possível observar o comportamento do Grupo 1, composto pelas amostras S1, S2 e S3.

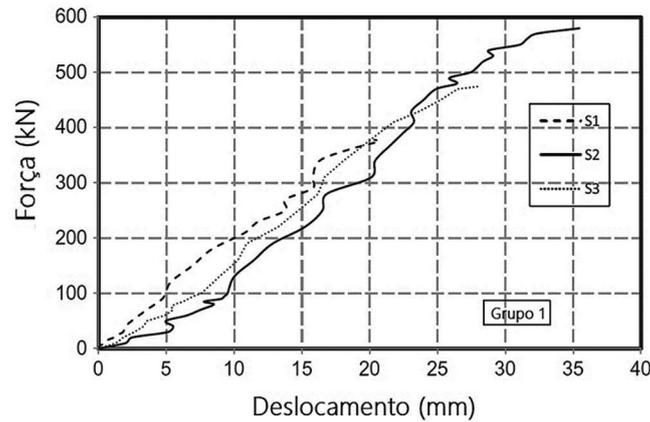


Figura 9: Força × Deslocamento das amostras do Grupo 1 [1].

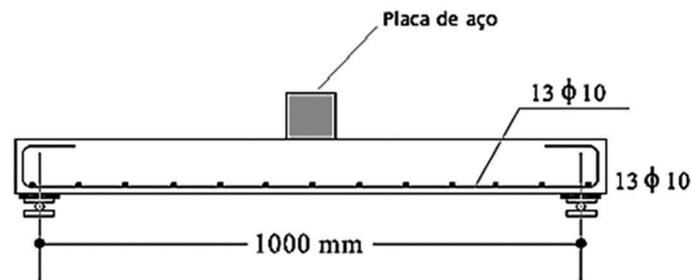


Figura 10: Detalhamento da armadura da amostra do Grupo 1 [2].

Ao analisar a Figura 9 Hassan *et al.* [1] concluiu que para a laje sem armadura de cisalhamento, S1, a falha ocorreu de forma abrupta e quebradiça. Já as amostras contendo estribos, S2 e S3, apresentaram falha comum ocorrida em falhas por cisalhamento após atingida a carga máxima de flexão, tendo um comportamento menos frágil fora da zona de cisalhamento.

3.2. Afefy e El-Tony [2]

Afefy e El-Tony [2] apresentaram um estudo onde foram analisados diferentes tipos de arranjo de armadura considerando o cisalhamento em lajes lisas de concreto armadas em duas direções. Para isso, foi considerado o efeito combinado de estribos internos de um ramo, da armadura de pele e do uso de folhas de polímero reforçado com fibra de vidro com ligação externa.

Foram construídas nove lajes quadradas, todas com comprimento de 1100 mm, espessura de 120 mm e taxa de armadura de flexão de 0,94%, sendo empregado concreto de resistência cúbica (f_{cu}) de 30 MPa em todas as amostras.

As amostras foram divididas em quatro grupos, sendo eles: Grupo 1, sem armadura de cisalhamento, composto apenas pela amostra SI-1; Grupo 2 composto pelas amostras SII-1 e SII-2 com uso de estribos internos de uma perna; e outros dois grupos aplicando-se diferentes técnicas de reforço.

A distribuição de armadura adotada nas lajes do Grupo 1 é ilustrada na Figura 10.

Nos ensaios foram considerados apoios simples para as lajes, permitindo a rotação dos cantos, sendo submetidas a aplicação de carga central sobre uma placa de aço quadrada com 150 mm de comprimento, como mostra a Figura 10. Além disso, foram utilizados quatro transdutores de medição de deslocamento vertical de 100 mm, chamados de LVDT's, abreviação para *Linear Variable Differential Transformer*, para acompanhar o deslocamento vertical nos pontos descritos na Figura 11.

Segundo o estudo de Afefy e El-Tony [2] em todos os ensaios as lajes apresentaram falhas causadas por tensão de cisalhamento, como foi previsto no estudo. As resistências à compressão médias de cada laje no dia dos ensaios, as respectivas cargas aplicadas no momento da ocorrência da primeira fissura, as cargas máximas

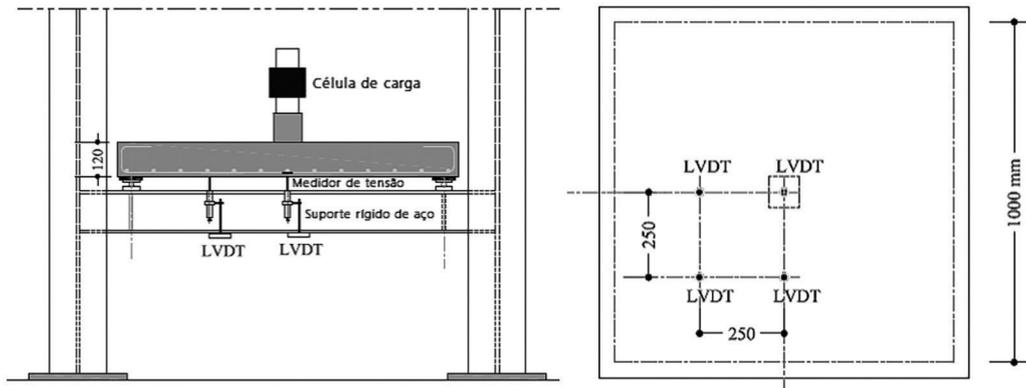


Figura 11: Montagem de ensaio realizado com todas as unidades em mm [2].

Tabela 3: Resultados experimentais obtidos no estudo de Afefy e El-Tony [2].

GRUPO	LAJE	f_{cu} (MPa)	CARGA APLICADA		Δ_f (mm)
			P_{cr} (kN)	P_f (kN)	
1	SI-1	29,2	57,9	190,2	6,80
2	SII-1	30,1	55,4	192,2	6,55
	SII-2	30,1	55,2	187,8	6,20
3	SIII-1	31,3	64,1	272,7	14,90
	SIII-2	31,3	69,2	321,7	18,30
	SIII-3	31,3	61,4	254,9	11,80
	SIII-4	31,3	66,7	317,2	17,70
4	SIV-1	32,7	93,3	255,5	7,30
	SIV-2	32,7	95,0	264,5	8,10

aplicadas até a ruptura, além dos máximos deslocamentos verticais obtidos no ponto central da laje são apresentados na Tabela 3.

A Figura 12 mostra o comportamento das lajes do Grupo 1 e 2. No estudo observou-se que o uso de estribos internos de uma perna, dispostos de forma ortogonal ou inclinada, não apresentaram contribuição significativa na deflexão no centro da laje.

Outro ponto observado foi a formação de diferentes patamares de escoamento após a aplicação de cargas maiores que a carga onde ocorre o escoamento do aço, como mostra a Figura 13.

Verificou-se também que para um mesmo nível de carga o deslocamento vertical central em lajes com armadura de cisalhamento foi menor quando comparado com a laje sem armadura, também ilustrado na Figura 13.

3.3. Zohrevand *et al.* [3]

Zohrevand *et al.* [3] realizaram uma pesquisa em que foi empregado o uso de concreto de alto desempenho (CAD) na confecção de lajes lisas de concreto armado, onde o CAD foi utilizado apenas dentro da área crítica de punção e para as demais partes da laje foi aplicado o concreto normal (CN).

Nesse estudo foram elaboradas dez amostras, onde foram variados os seguintes parâmetros: a taxa de armadura de aço; a área de punção contendo CAD; e a profundidade de CAD aplicado na área de punção, como mostra a Figura 14.

A Tabela 4 mostra as propriedades de cada laje, como a resistência característica à compressão e as respectivas profundidades e as dimensões das áreas de punção preenchidas com CAD.

A distribuição da armadura adotada para as duas configurações de taxa de armadura de 0,6% e 1,8% e os respectivos espaçamentos de 229 mm e 76 mm são ilustrados na Figura 15.

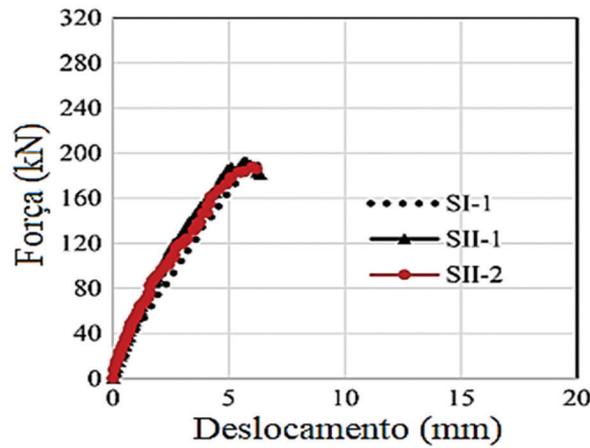


Figura 12: Comparação das lajes dos Grupos 1 e 2 [2].

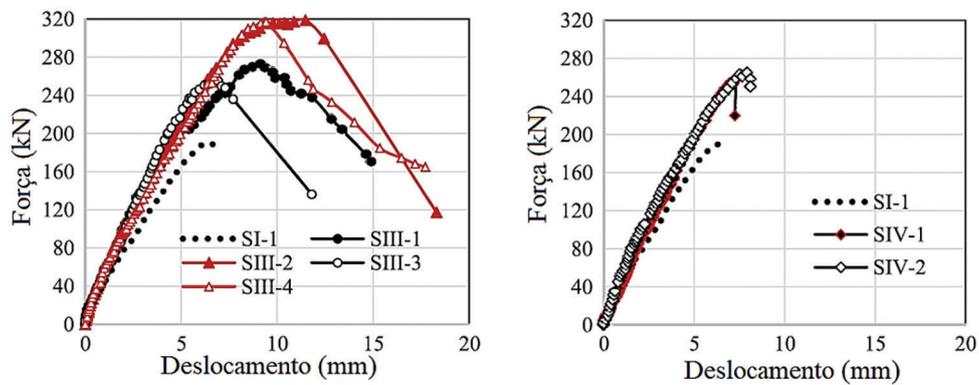


Figura 13: Comparação das lajes dos Grupos 1, 3 e 4 [2].

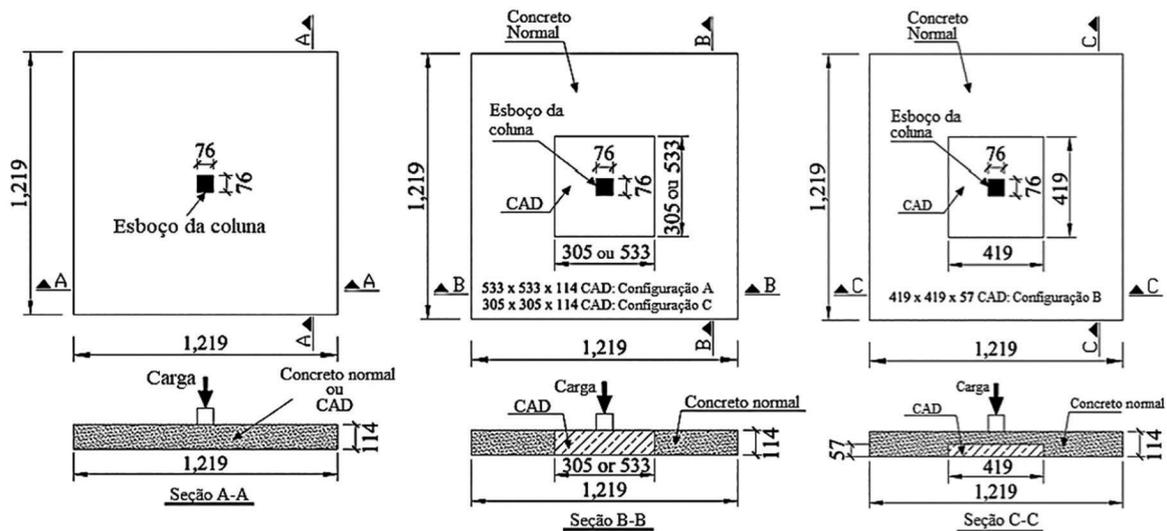


Figura 14: Layout das amostras elaboradas com todas as unidades em mm [3].

Todas as amostras foram submetidas a uma carga vertical concêntrica para ser analisado o efeito do uso de CAD no aumento da resistência à punção em lajes lisas de concreto armado, ilustrados na Figura 16.

Após a realização dos ensaios foram obtidos os dados descritos nas Figuras 17 e 18 de acordo com a taxa de armadura de 1,8% e 0,6%, respectivamente.

Tabela 4: Propriedades das amostras analisadas [3].

NOME DA AMOSTRA	MATERIAL	TAXA DE ARMADURA (%)	DIMENSÕES DA LAJE (MM)		DIMENSÕES DO CAD (MM)		RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA À COMPRESSÃO (MPA)	
			L	H	L	H	CN	CAD
C-1.8	CN	1,8	1 219	114	-	-	45	-
U-1.8	CAD				1 219	114	-	128,6
CU-A-F-1.8	CN/CAD				533	114	45	150,3
CU-B-H-1.8					419	57	45	139,7
CU-C-F-1.8					305	114	45	147,4
C-0.6	CN	0,6	1 219	114	-	-	45	-
U-0.6	CAD				1 219	114	-	136,8
CU-A-F-0.6	CN/CAD				533	114	45	151,4
CU-B-H-0.6					419	57	45	139,7
CU-C-F-0.6					305	114	45	139,7

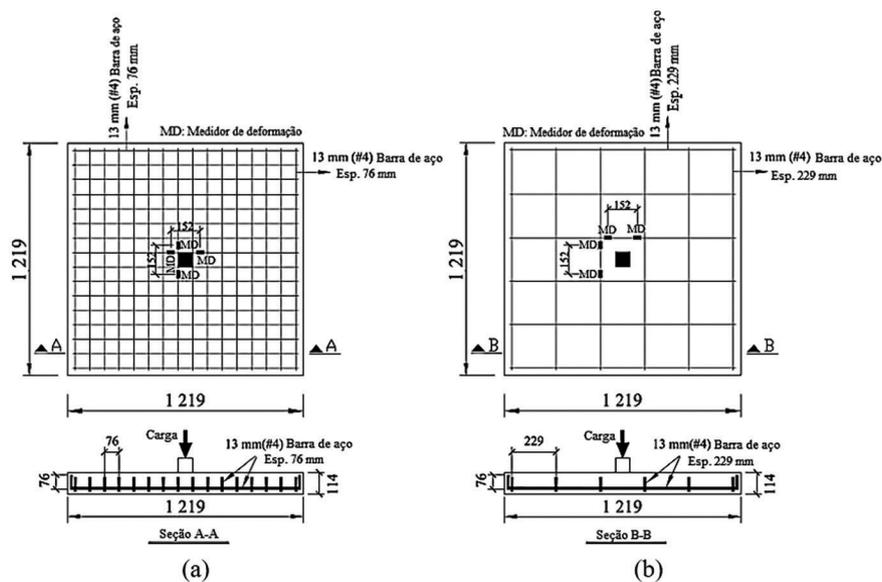


Figura 15: Distribuição da armadura para as taxas de armadura de (a) 1,8% e (b) 0,6% [3].

Os resultados dos testes indicaram que a utilização de CAD em uma profundidade igual a altura da laje e localizado em uma área delimitada por uma distância desde a face do pilar igual à espessura da laje obteve um ganho de resistência à força cortante de 70%, o que não foi percebido na aplicação em meia profundidade de CAD [3].

Já para as lajes sem armadura de cisalhamento e com diferentes taxas de armadura (0,6% e 1,8%) observou-se que um houve um aumento na capacidade de resistência à força cortante com o aumento da taxa de armadura. Além disso, verificou-se que após a formação da primeira fissura, nos modelos com menor taxa de armadura, a rigidez se mostrou menor quando comparada com as amostras com maior taxa de armadura longitudinal.

3.4. Torabian *et al.* [4]

Torabian *et al.* [4] investigaram o comportamento de lajes lisas de concreto armado submetidas a cargas verticais centradas, além do estudo da aplicação da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) em lajes.

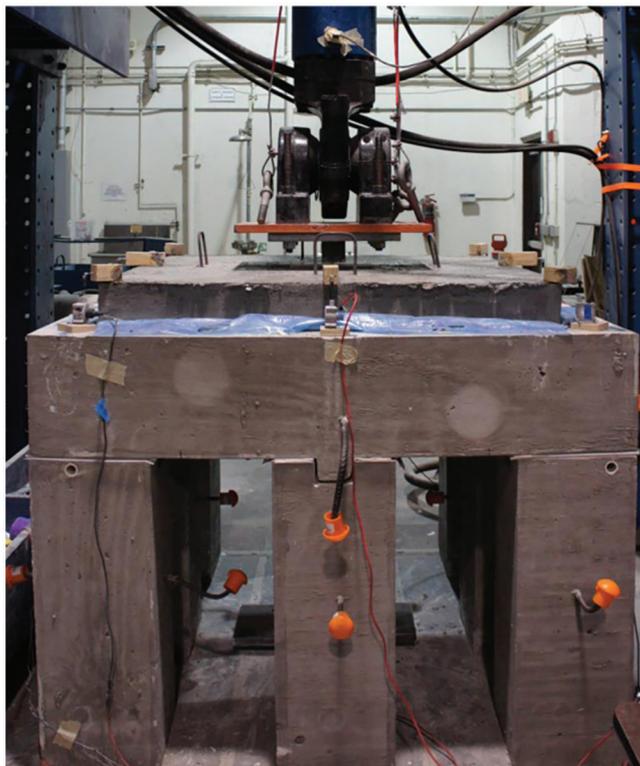


Figura 16: Montagem do ensaio realizado por ZOHREVAND et al. [3].

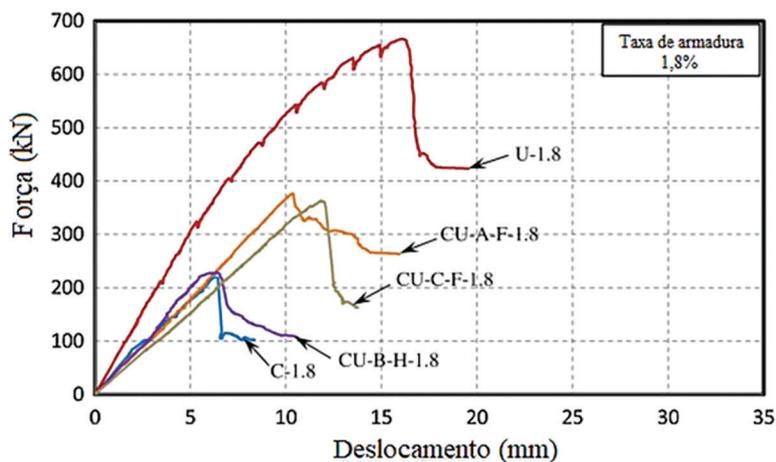


Figura 17: Força × Deslocamento para as taxas de armadura 1,8% [3].

No programa experimental foram elaboradas quatro lajes quadradas de 1850 mm de comprimento e 100 mm de altura, simplesmente apoiadas, adotando as respectivas taxas de armadura longitudinal de 0,38% e 1,00%, com ou sem a presença de armadura de cisalhamento, como descrito na Tabela 5.

Em todos os ensaios aplicou-se uma carga vertical no centro das lajes, sobre uma placa de aço de dimensões 200 × 200 mm, sendo o valor da carga aplicada definido através de uma célula de carga externa. A distribuição da armadura adotada nos modelos experimentais é descrita na Figura 19, assim como a montagem do ensaio realizado na pesquisa, descrita na Figura 20.

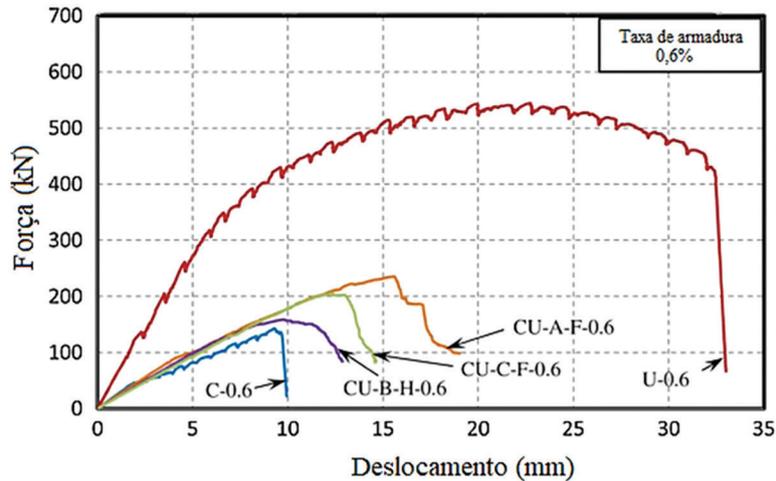


Figura 18: Força × Deslocamento para as taxas de armadura 0,6% [3].

Tabela 5: Propriedades e características das amostras [4].

AMOSTRA	f_{ck} (MPa)	TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO (%)	ARMADURA DE CISALHAMENTO	CARGA DE FALHA (KN)	ROTAÇÃO ÚLTIMA (RAD)
US-0.38	43,0	0,38	Não reforçado	101,6	0,075
US-0.38-stud	41,7	0,38	Reforçado	117,1	> 0,189
US-1.00	41,9	1,00	Não reforçado	186,3	0,035
US-1.00-stud	42,2	1,00	Reforçado	224,0	0,100

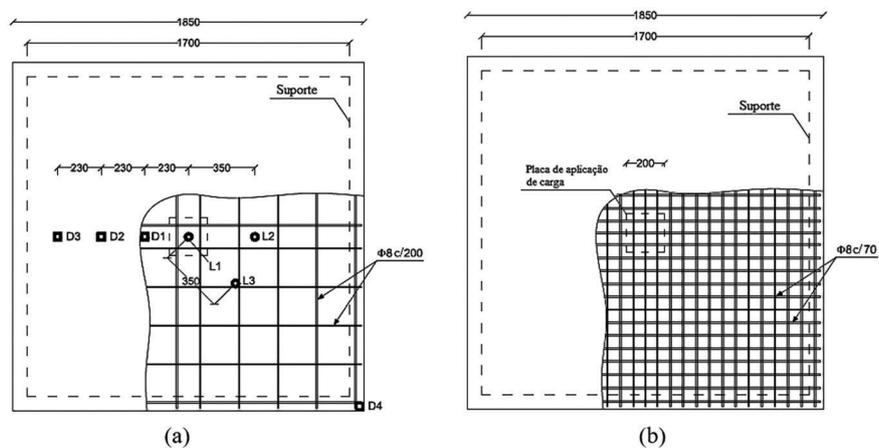


Figura 19: Disposição das armaduras nos modelos experimentais com taxa de armadura de (a) 0,38% e (b) 1,00% [4].

Com os resultados do estudo observou-se que o uso de armadura de cisalhamento contribuiu para o aumento da capacidade de carga da laje, além do aumento da rotação final da mesma, o que pode ser notado na Figura 21, em que as amostras contendo estribos apresentaram comportamento semelhante às amostras sem reforço até um certo nível de carga.

Além disso, os resultados do estudo mostraram que após a primeira fissura as amostras tiveram seu comportamento afetado pela taxa de armadura de flexão. Assim como no estudo de ZOHREVAND *et al.* [3], em que a formação da primeira fissura provocou redução significativa da rigidez das lajes com menor taxa de armadura, ao contrário do que ocorreu nos modelos com maior taxa de armadura.

Por fim, observou-se que a introdução de estribos nas modelos contribui para que as lajes apresentassem comportamento dúctil, fato que não tem relação com quantidade de armadura longitudinal.



Figura 20: Montagem do ensaio realizado por TORABIAN *et al.* [4].

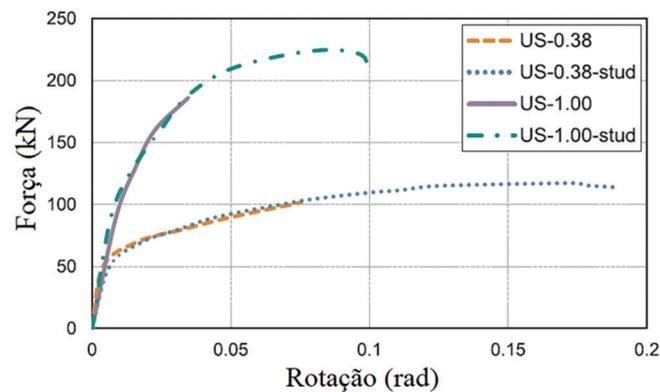


Figura 21: Força \times Rotação das amostras ensaiadas [4].

4. MODELO NUMÉRICO PROPOSTO

4.1. Dados dos modelos experimentais

Os modelos experimentais utilizados nas simulações estão listados na Tabela 6, sendo reproduzidos os ensaios citados anteriormente que estavam de acordo com a configuração estabelecida, acrescidos dos modelos experimentais de Xiao *et al.* [16], Meisami *et al.* [17], Francesconi *et al.* [18], Hegab [19] apud [20] que seguem o mesmo esquema de montagem de ensaio ilustrado na Figura 22.

Além disso, para os ensaios que apresentavam apenas a resistência à compressão cúbica do concreto foi utilizada a conversão para resistência à compressão do concreto de acordo com o estabelecido pela norma Eurocode 2 [21], como consta na Tabela 7.

Tabela 6: Modelos experimentais reproduzidos numericamente.

GRUPO	MOD.	BIBLIOGRAFIA	GRUPO	MOD.	BIBLIOGRAFIA
Lajes Espessas ($h > 100$ mm)	G-1	Afey e El-Tony [2]	Lajes Esbeltas ($h \leq 100$ mm)	F-1	Meisami <i>et al.</i> [17]
	G-2	Zohrevand <i>et al.</i> [3]		F-2	Torabian <i>et al.</i> [4]
	G-3	Zohrevand <i>et al.</i> [3]		F-3	Francesconi <i>et al.</i> [18]
	G-4	Xiao <i>et al.</i> [16]		F-4	Hegab [19] apud [20]

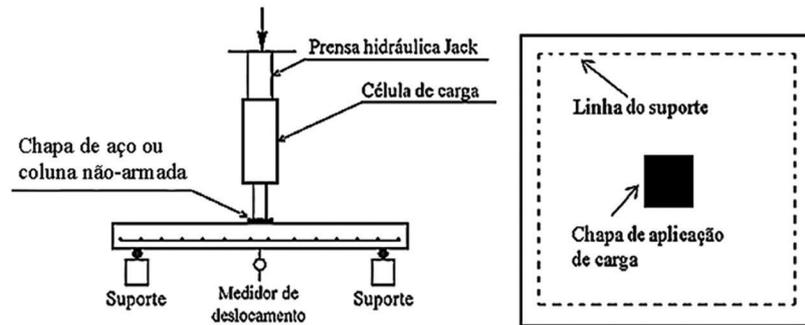


Figura 22: Montagem de ensaio considerada na simulação numérica.

Tabela 7: Classes do concreto de acordo com a norma Eurocode 2 [21].

CLASSES DO CONCRETO														
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
f_{cu} (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105

Tabela 8: Dados dos modelos experimentais [2], [3], [4], [16], [17], [18] e [20].

MODELO	COMPRIIMENTO (mm)	ALTURA (mm)	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO (MPa)	TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL (%)
G-1	1100	120	25 ¹	0,98
G-2	1219	114	45	1,97
G-3	1219	114	45	0,74
G-4	1500	120	39,9	1,14
F-1	1200	85	35	1,31
F-2	1850	100	43	0,36
F-3	1100	50	71,1	0,52
F-4	1100	100	27	1,05

¹valor obtido por meio da conversão estabelecida pelo Eurocode 2 [21], disposta na Tabela 7.

Para os respectivos modelos experimentais tem-se os dados dos ensaios e os resultados experimentais dos modelos estudados, dispostos na Tabela 8. Ao estudar as curvas de Força \times Deslocamento dos ensaios experimentais verificou-se que lajes com altura igual ou inferior a 100 mm e baixa taxa de armadura longitudinal apresentam comportamento dúctil, com maiores deslocamentos e valores de carga máxima aplicada menores. Já os modelos com altura superior a 100 mm e maior taxa de armadura apresentaram comportamento frágil, com a curva Força \times Deslocamento aproximadamente linear, além de atingir valores de força máxima maiores em relação às lajes com altura inferior.

Além disso, observou-se que o modelo G-4 apresentou comportamento inicialmente rígido, semelhante aos modelos com altura superior a 100 mm, porém em certo ponto de carga foram atingidos maiores deslocamentos. Este fato está relacionado ao escoamento da armadura longitudinal, caracterizando o patamar na curva Força \times Deslocamento.

Tabela 9: Propriedades dos aços utilizados nos ensaios experimentais [2], [3], [4], [16], [17], [18] e [20].

MODELO	CURVA DO AÇO	f_y (MPa)	E_s (GPa)	ARMADURA INFERIOR	ARMADURA SUPERIOR
G-1	Não informado	420	204	13 ϕ 10	–
G-2	Não informado	414	200	16 ϕ 13	–
G-3	Não informado	414	200	6 ϕ 13	–
G-4	Não informado	335	200	15 ϕ 12	–
F-1	Não informado	345	200	15 ϕ 10	12 ϕ 6
F-2	Informado	450	200	13 ϕ 10	–
F-3	Não informado	450	200	11 ϕ 5	11 ϕ 5
F-4	Não informado	360	200	11 ϕ 10	11 ϕ 10

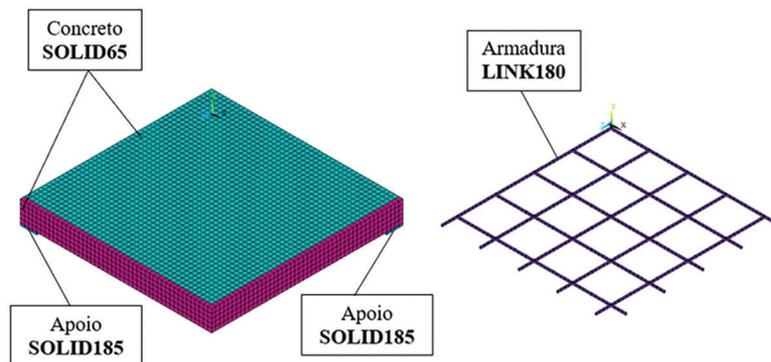


Figura 23: Elementos finitos definidos para cada material.

As propriedades mecânicas dos aços utilizados nos ensaios em estudo são descritas nas Tabela 9, onde têm-se modelos que possuem armadura superior e inferior, assim como apenas a utilização de armadura inferior.

4.2. Configuração dos ensaios experimentais reproduzidos numericamente

Para a realização da modelagem dos ensaios experimentais, adotou-se uma configuração única de montagem do ensaio experimental considerando a forma de aplicação da carga sobre a laje e a disposição dos apoios.

Sendo assim, foram reproduzidos os ensaios experimentais que apresentaram a configuração de montagem do ensaio semelhante ao ilustrado na Figura 21, onde a aplicação foi por meio de uma placa de aço ou coluna de concreto não-armada, contendo apenas a armadura longitudinal nas duas direções da laje. Além disso, considerou-se apenas os ensaios em que as lajes estavam simplesmente apoiadas, sem qualquer restrição na interface entre a laje e o suporte.

4.3. Modelagem

Para a modelagem foi utilizado o software ANSYS Mechanical APDL®, onde os elementos finitos utilizados na modelagem estão apresentados na Figura 23.

Os apoios foram considerados com largura igual a metade da chapa de aço e espessura de 10 mm, sendo definidos como apoios elásticos, com módulo de elasticidade reduzido para simular o contato entre a laje e o suporte, levando em conta a ocorrência do deslizamento da laje sobre os apoios. Estes são ilustrados na Figura 24.

Além disso, neste método tem-se a aplicação da simetria ao longo de todas as áreas da laje que possuem continuidade, simbolizada pelos triângulos em azul como mostra a Figura 25.

A malha empregada nas simulações foi de 20 × 20 mm, com exceção para o modelo F-3 em que foi adotada uma malha de 10 × 10 mm devido à dimensão de sua altura ser menor.

Observou-se que a variação do módulo de elasticidade (E) do apoio elástico exerceu influência sobre a rigidez da laje, como observado na Figura 26. Diante disso, foram admitidos dois valores de módulo de elasticidade das bases elásticas, sendo 150 MPa para lajes com taxa de armadura longitudinal inferior a 0,75% e para lajes com taxa superior foi adotado o valor de 300 MPa. Estes módulos foram obtidos por meio da homogeneização da seção transversal, considerado os Estádios I e II.

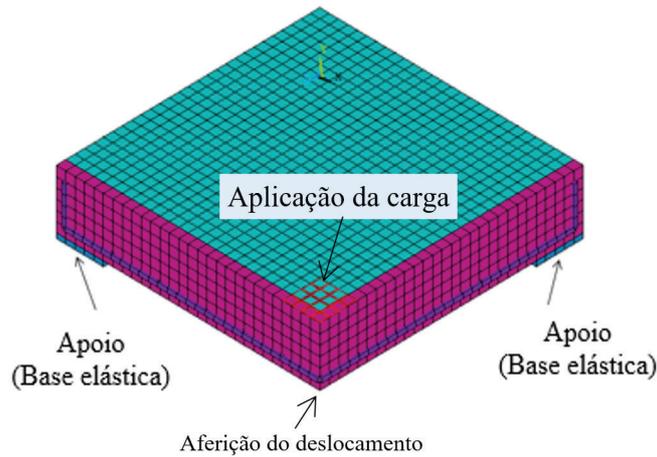


Figura 24: Localização dos apoios com base elástica.

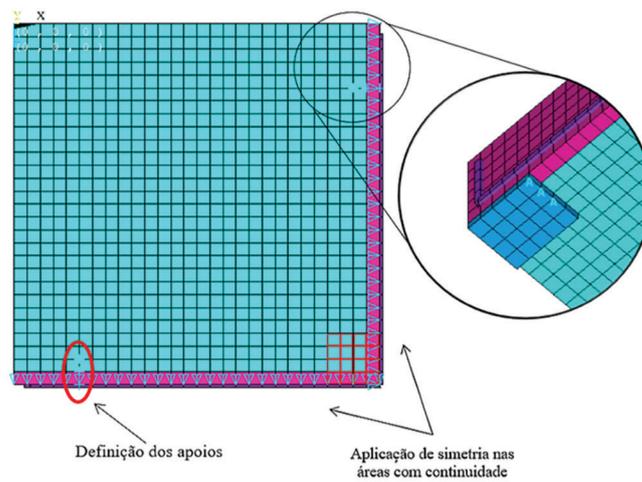


Figura 25: Definição dos apoios para lajes com altura maior que 100 mm.

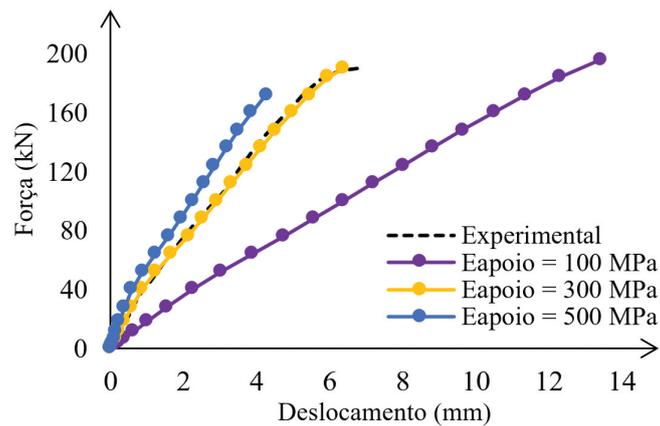


Figura 26: Variação do E do apoio elástico para lajes com taxa de armadura longitudinal superior a 0,75%.

Ao considerar o efeito de empenamento da laje, caracterizado pelos deslocamentos ascendente nos cantos das lajes armadas em duas direções, como descrito por Leonhart e Mönnig [15], foi restrito o deslocamento na direção y no trecho da laje correspondente a duas unidades de dimensão da malha para as lajes com altura superior a 100 mm, como descrito na Figura 25.

Essa consideração foi feita devido ao aumento da rigidez da laje que é gerado ao aplicar o apoio na metade da largura da chapa de aplicação. Já ao aplicar o apoio apenas nas duas unidades de malha não há essa

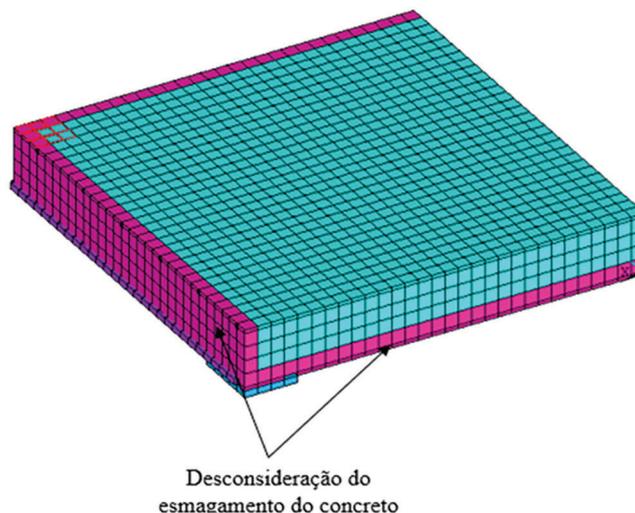


Figura 27: Região de desconsideração do esmagamento do concreto para situações onde tem-se aplicação da carga por coluna de concreto ou aço.

Tabela 10: Valores de tolerância e passos de carga adotados.

ALTURA (MM)	P (%)	TOLERÂNCIA		PASSO DE CARGA		
		FORÇA	DESLOCAMENTO	INICIAL	MÍNIMO	MÁXIMO
$h > 100$	$< 0,75$	0,3 kN	0,3 mm	2 kN	1 kN	10 kN
$h \leq 100$	$> 0,75$	0,3 kN	0,3 mm	2 kN	1 kN	10 kN
$h \leq 100$	$\leq 0,75$	0,5 kN	0,5 mm	2 kN	1 kN	5 kN

interferência na rigidez da laje. Já para as lajes com altura igual ou inferior a 100 mm o apoio foi definido como sendo igual a metade da largura da chapa de aplicação.

Em ambos os casos os apoios foram distanciados da borda da laje com valor igual à largura do perfil metálico utilizado como suporte ou igual a posição do apoio rotulado empregado no ensaio experimental, com seu valor aproximado de acordo com a malha adotada.

Além disso, neste método não foi considerada a chapa de aço na modelagem, visto que a rigidez da chapa exercia influência sobre a rigidez da laje, sendo necessária a modelagem da chapa com o auxílio de elemento de contato para que não houvesse a interferência da rigidez da chapa sobre a laje, causando uma certa discrepância dos resultados experimentais.

Para mais, desconsiderou-se a falha por esmagamento do concreto na região próxima à simetria (cor rosa na Figura 25), sendo definido na constate 4 do modelo *Concrete, Ansys*[®], com valor igual a -1, sem a inserção da curva de tensão-deformação, devido à grande concentração de tensões nessa região. Além disso, para os ensaios em que a aplicação de carga foi feita por meio de uma coluna de aço ou de concreto não-armada foi feita a desconsideração do esmagamento do concreto na região que envolve a armadura longitudinal, como mostra a Figura 27, (em rosa) na região inferior da laje.

Os valores de tolerância e os passos de carga adotados na simulação são descritos na Tabela 10.

4.4. Validação dos modelos numéricos

Para o presente método empregado foram obtidas as curvas de Força \times Deslocamento descritas nas figuras abaixo, onde foi possível comparar o deslocamento do centro da laje em relação a força aplicada para o ensaio experimental e o resultado obtido da simulação numérica.

Ao analisar as Figuras de 28 a 35 foi possível notar que o modelo numérico elaborado conseguiu apresentar resultados representativos dos modelos experimentais, com uma discrepância presente no modelo F-3, ilustrado na Figura 34, que possivelmente está relacionada a necessidade do conhecimento da curva do ensaio de tração do aço utilizado no experimento em questão. Dessa forma, em concretos de alta resistência fez-se necessária a utilização do modelo Multilinear Isotropic Hardening de von Mises, com a inserção da curva de tração do aço.

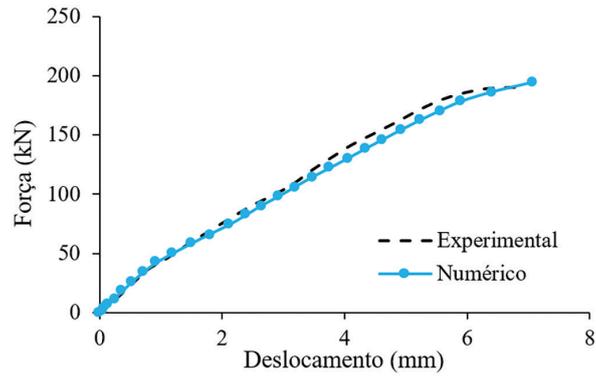


Figura 28: Curva Força × Deslocamento do modelo G-1.

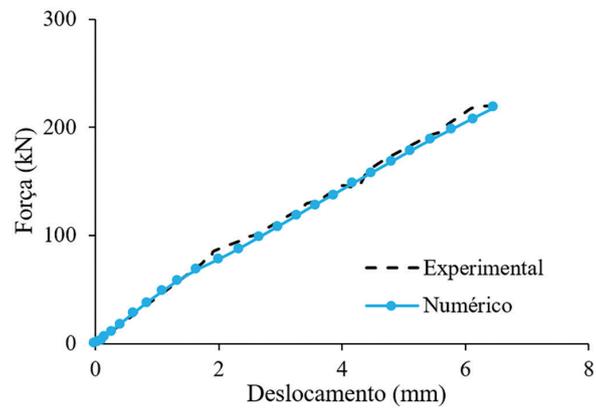


Figura 29: Curva Força × Deslocamento do modelo G-2.

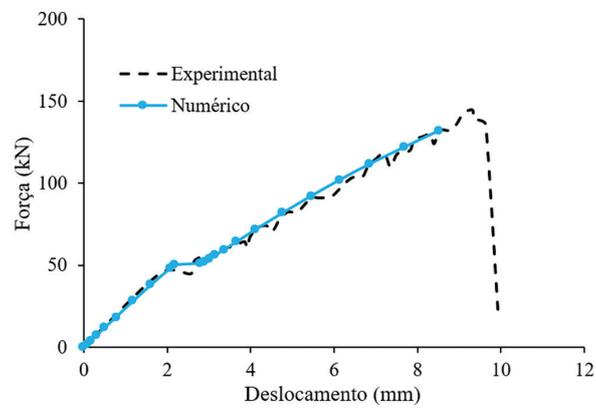


Figura 30: Curva Força × Deslocamento do modelo G-3.

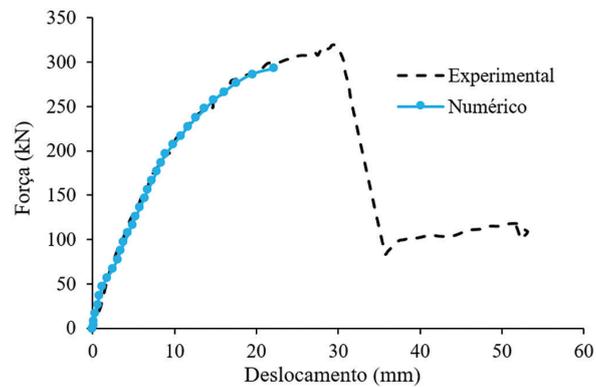


Figura 31: Curva Força × Deslocamento do modelo G-4.

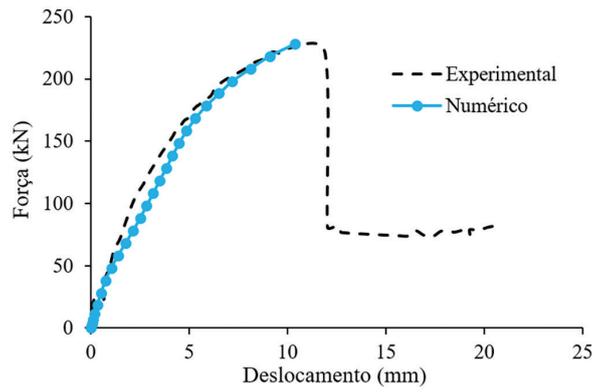


Figura 32: Curva Força × Deslocamento do modelo F-1.

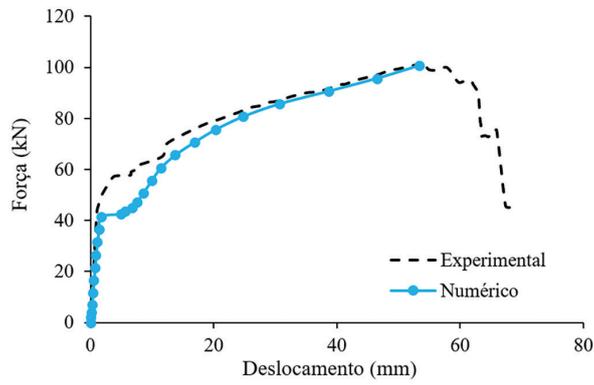


Figura 33: Curva Força × Deslocamento do modelo F-2.

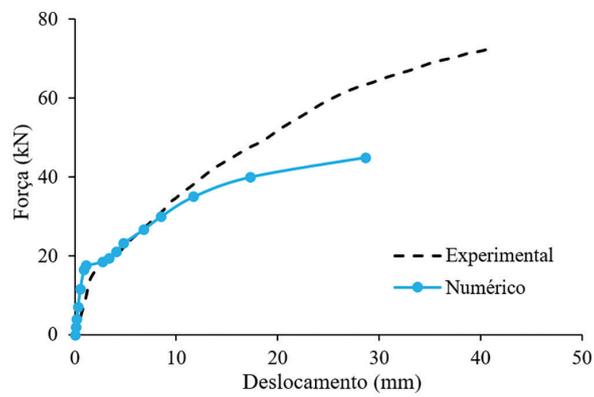


Figura 34: Curva Força × Deslocamento do modelo F-3.

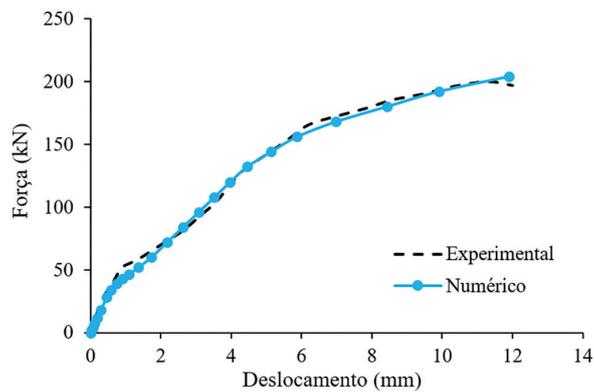


Figura 35: Curva Força × Deslocamento do modelo F-4.

Tabela 11: Deslocamento e força máxima experimental e numérico do grupo de lajes espessas.

MODELO	FORÇA MÁXIMA APLICADA			DESLOCAMENTO MÁXIMO		
	EXP. (kN)	NUM. (kN)	DIFERENÇA (%)	EXP. (mm)	NUM. (mm)	DIFERENÇA (%)
G-1	190,2	194,25	2,13	6,8	7,07	3,99
G-2	220	218,3	-0,80	6,5	6,47	-0,43
G-3	144	132,1	-8,25	9,3	8,5	-8,66
G-4	320	301,92	-5,65	29,4	33,28	13,64

Tabela 12: Deslocamento e força máxima experimental e numérico do grupo de lajes esbeltas.

MODELO	FORÇA MÁXIMA APLICADA			DESLOCAMENTO MÁXIMO		
	EXP. (kN)	NUM. (kN)	DIFERENÇA (%)	EXP. (mm)	NUM. (mm)	DIFERENÇA (%)
F-1	224,7	228,25	1,59	10,1	10,36	2,28
F-2	101,6	100,6	-0,96	54,4	53,32	-2,03
F-3	72,5	45	-37,93	40,79	28,61	-29,85
F-4	199,8	204,13	2,17	11,3	11,90	5,29

O comparativo entre os deslocamentos máximos experimentais e numéricos e as forças máximas aplicadas no modelo experimental e numérico de cada modelo são apresentados nas Tabelas 11 e 12.

Com as informações dispostas nas Tabelas 11 e 12 foi possível observar que a discrepância entre os valores numérico e experimental de força e deslocamento se mantêm dentro da faixa de 15% de diferença, com exceção do modelo F-3 como verificado anteriormente. Sendo assim, o modelo numérico elaborado exibiu resultados representativos dos modelos experimentais.

Além disso, observou-se por meio do diagrama de tensões de cisalhamento dos modelos numéricos, a formação das bielas de compressão, comuns em ensaios de punção em lajes de concreto armado, o que não foi possível observar no método anterior. Além da formação do cone de punção visualizado após a primeira abertura da fissura na laje.

5. VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS COM A APLICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO PROPOSTO

5.1. Dados considerados na simulação numérica

Para a realização do estudo foi considerado no modelo numérico a divisão de dois grupos de lajes esbeltas (8, 9 e 10 cm) e lajes espessas (12, 13 e 14 cm) conforme as observações de comportamento descritas anteriormente. Para isso, considerou-se uma laje quadrada de comprimento fixo de 100 cm, variando sua altura e taxa de armadura em 0,25%, 0,50% e 0,75% em ambos os grupos.

Para a aplicação da carga “P” foi delimitada uma área considerando uma chapa de aço quadrada com dimensões de 20 × 20 cm e as dimensões do apoio de 10 cm, como ilustra a Figura 36, em que tem-se a aplicação de carga P no centro da laje sobre a área delimitada.

Por fim, foi admitido para todos os casos a utilização de aço da categoria CA-60, com limite de escoamento de 600 MPa, sendo definida a curva de tração e compressão do aço seguindo o regime elastoplástico perfeito.

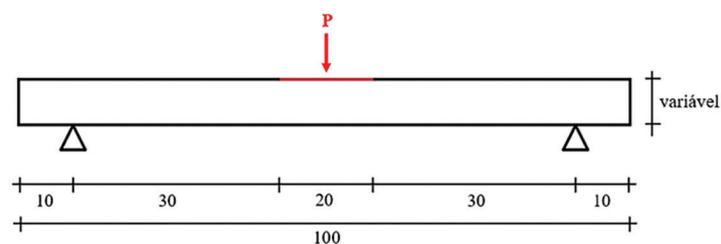


Figura 36: Dimensões consideradas no modelo numérico, em cm.

5.2. Resultados das simulações

5.2.1. Lajes esbeltas

Para a verificação dos resultados da modelagem foi seguida a nomenclatura conforme a legenda disposta na Figura 37.

Com aplicação do modelo numérico elaborado e admitindo a variação dos parâmetros de f_{ck} , altura e taxa de armadura foram obtidas as curvas de Força \times Deslocamento dos modelos numéricos elaborados, descritas nas Figuras de 38 a 46.

Analisando as curvas de Força \times Deslocamento dos modelos numéricos do grupo de lajes esbeltas, por meio das figuras anteriores, foi possível observar que o aumento da taxa de armadura longitudinal contribui para maiores valores de força máxima aplicada, além de contribuir para o aumento da rigidez da laje.

Uma análise mais completa sobre a influência dos parâmetros sobre o comportamento das lajes estudadas é apresentado na seção 6, em que será utilizada a Análise de Variância (Anova) para se obter maiores conclusões.

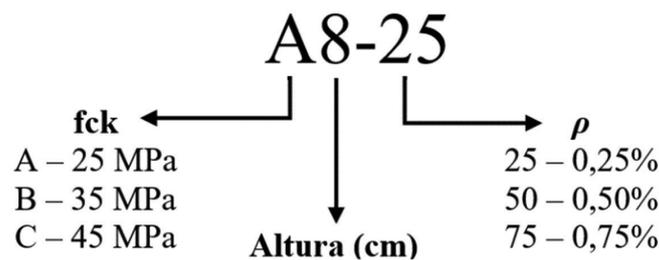


Figura 37: Legenda considerada na nomenclatura dos modelos numéricos.

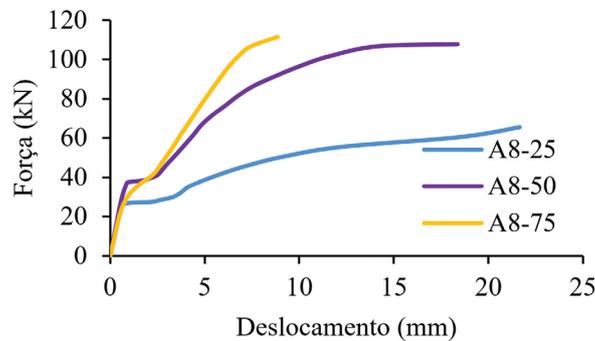


Figura 38: Curva Força \times Deslocamento para f_{ck} de 25 MPa, altura de 8 cm e variação da taxa de armadura.

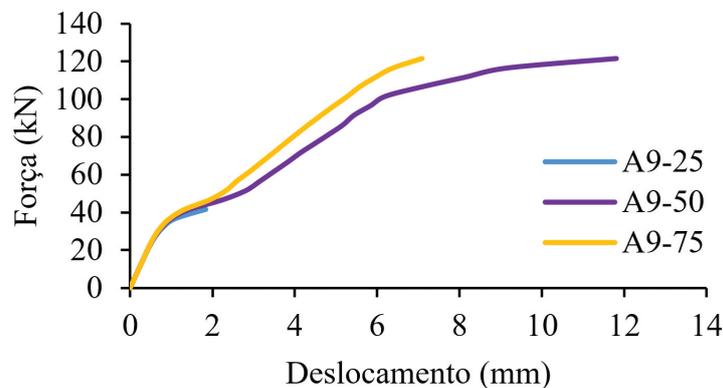


Figura 39: Curva Força \times Deslocamento para f_{ck} de 25 MPa, altura de 9 cm e variação da taxa de armadura.

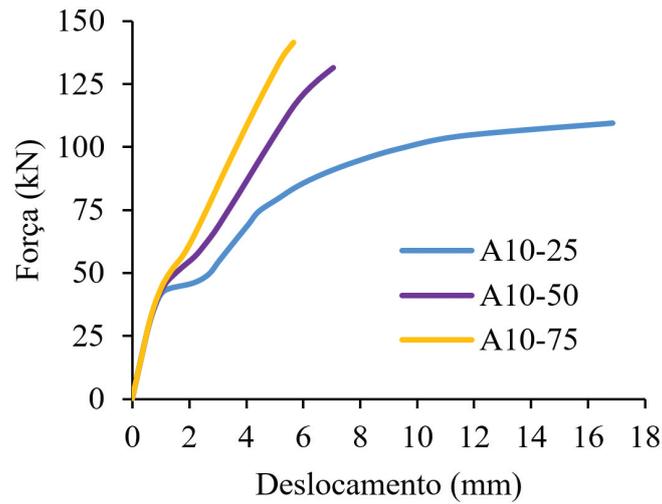


Figura 40: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 25 MPa, altura de 10 cm e variação da taxa de armadura.

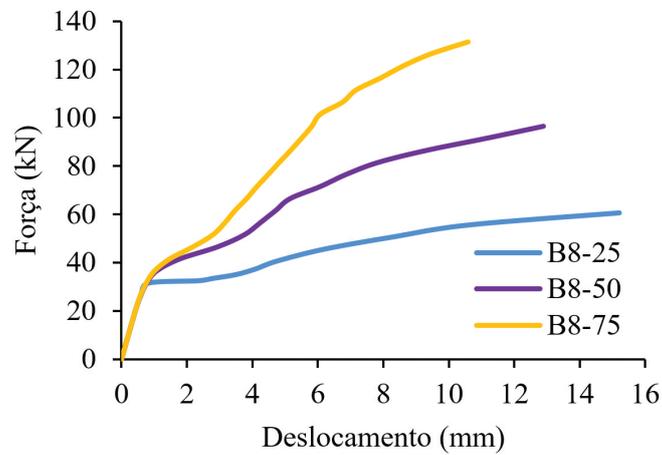


Figura 41: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 35 MPa, altura de 8 cm e variação da taxa de armadura.

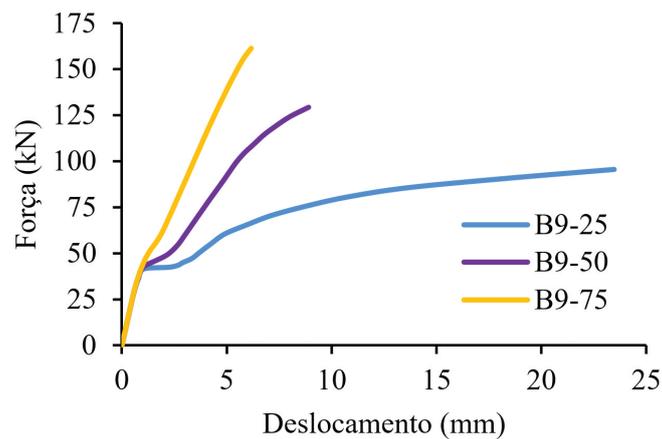


Figura 42: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 35 MPa, altura de 9 cm e variação da taxa de armadura.

Em relação ao diagrama de tensão de cisalhamento dos modelos em estudo, notou-se a presença da formação das bielas de compressão com o fluxo de tensões de cisalhamento sendo direcionado para a localização dos apoios.

Ao analisar a formação da primeira fissura aberta nos modelos numéricos verificou-se a ocorrência da formação da fissura na diagonal (tração diagonal) que é característico em lajes submetidas a ensaios de punção, em que a fissura se propaga na diagonal, em direção a localização aos vértices do pilar.

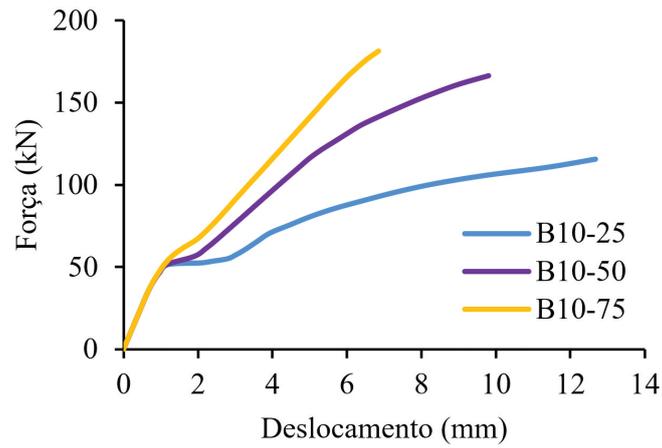


Figura 43: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 35 MPa, altura de 10 cm e variação da taxa de armadura.

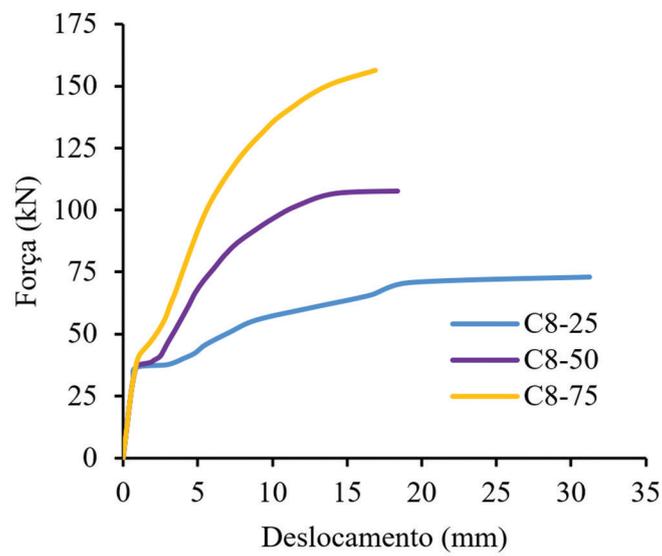


Figura 44: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 45 MPa, altura de 8 cm e variação da taxa de armadura.

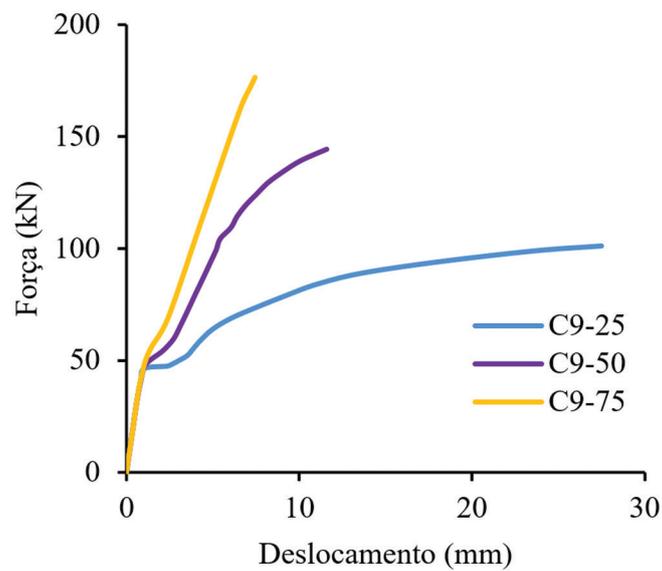


Figura 45: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 45 MPa, altura de 9 cm e variação da taxa de armadura.

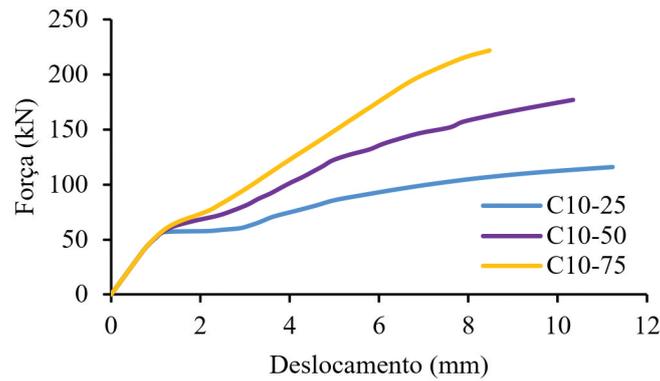


Figura 46: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 45 MPa, altura de 10 cm e variação da taxa de armadura.

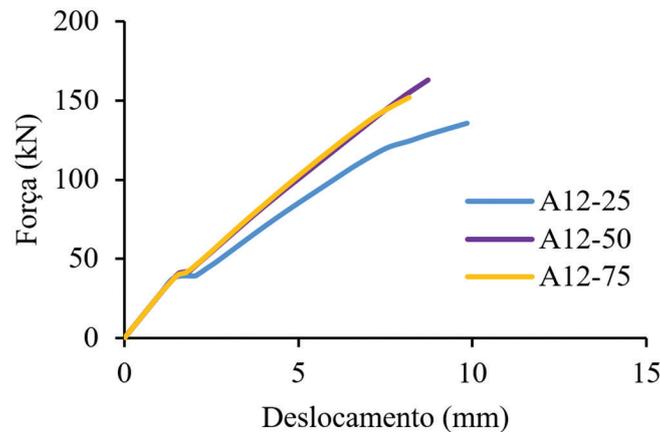


Figura 47: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 25 MPa, altura de 12 cm e variação da taxa de armadura.

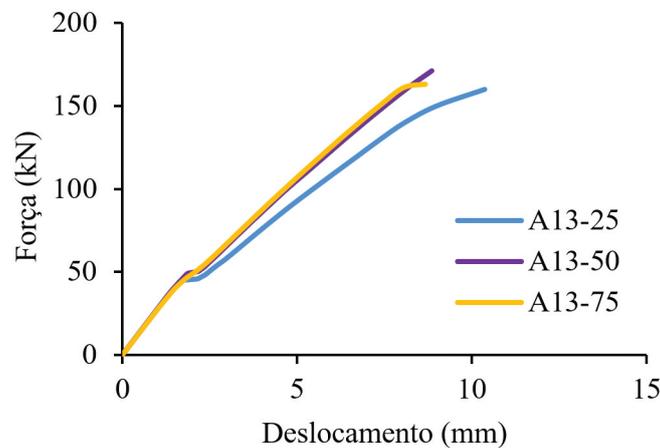


Figura 48: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 25 MPa, altura de 13 cm e variação da taxa de armadura.

5.2.2. Lajes espessas

Seguindo a mesma metodologia e considerando a variação dos parâmetros em estudo, foram obtidas curvas de Força × Deslocamento dos modelos numéricos descritas nas figuras abaixo, conforme a nomenclatura descrita na Figura 37.

Observando as Figuras de 47 a 55 verificou-se que o aumento da taxa de armadura longitudinal de 0,25% para 0,50% provocou aumento da força máxima resistida. No entanto, quando aplicada a taxa de armadura de 0,75% não há um aumento considerável da força aplicada. O mesmo é verificado para a rigidez, diferente do ocorrido no grupo de lajes esbeltas. Para maiores avaliações sobre o comportamento, assim como no grupo de lajes esbeltas, foi empregada a Análise de Variância (Anova), descrita na seção 6.

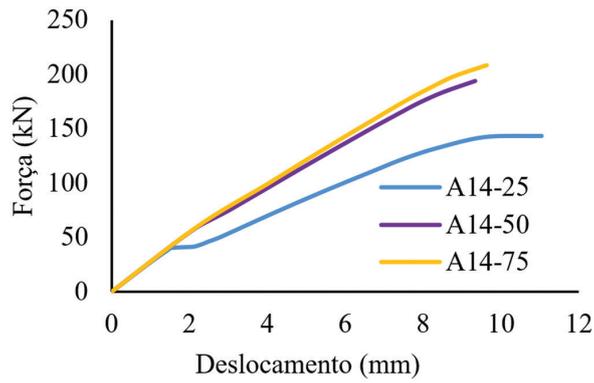


Figura 49: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 25 MPa, altura de 14 cm e variação da taxa de armadura.

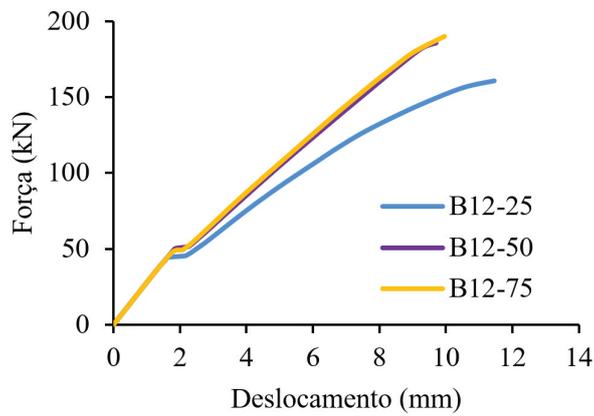


Figura 50: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 35 MPa, altura de 12 cm e variação da taxa de armadura.

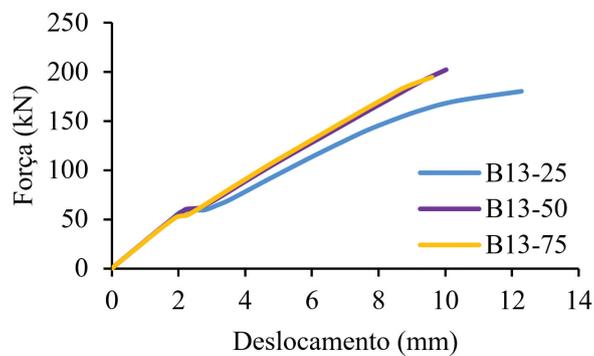


Figura 51: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 35 MPa, altura de 13 cm e variação da taxa de armadura.

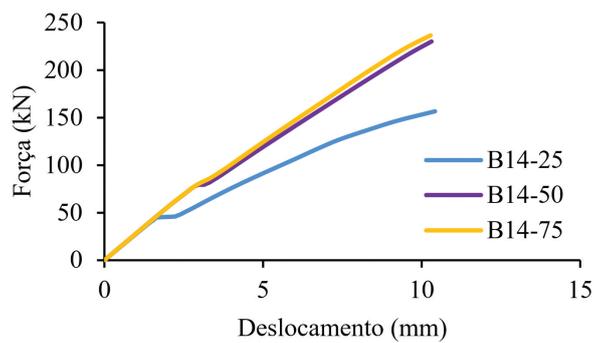


Figura 52: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 35 MPa, altura de 14 cm e variação da taxa de armadura.

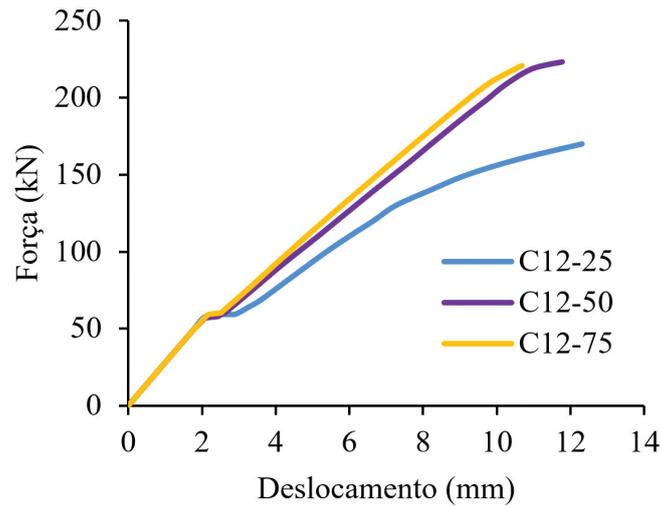


Figura 53: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 45 MPa, altura de 12 cm e variação da taxa de armadura.

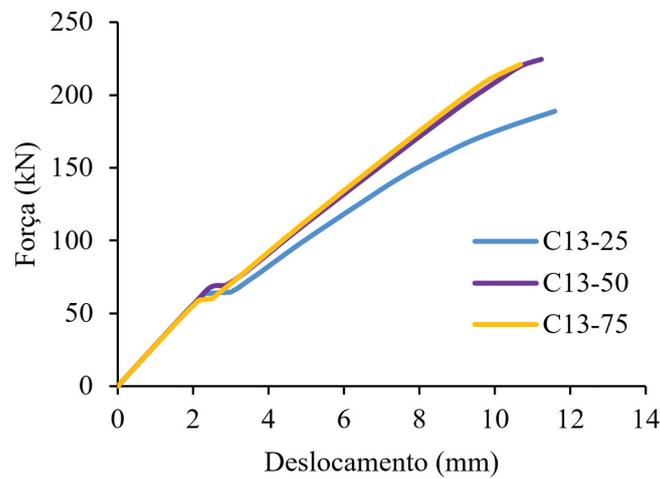


Figura 54: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 45 MPa, altura de 13 cm e variação da taxa de armadura.

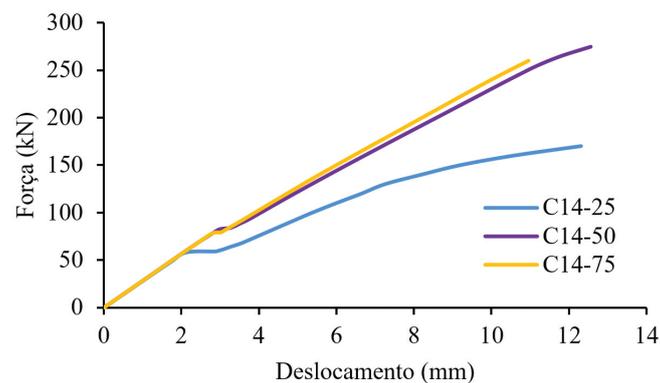


Figura 55: Curva Força × Deslocamento para f_{ck} de 45 MPa, altura de 14 cm e variação da taxa de armadura.

Ao analisar os diagramas do fluxo da tensão de cisalhamento nos modelos foi possível notar que há a formação das bielas de compressão com fluxo direcionado para os apoios, assim como no grupo de lajes esbeltas. Além disso, observou-se a formação da fissura inclinada que se estende até os vértices do pilar, se tornando mais evidente para a menor taxa de armadura longitudinal, como no caso da taxa de 0,25%. Já com o aumento da taxa de armadura para 0,50% e 0,75% a abertura da fissura foi predominante na parte inferior das lajes.

6. ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Por meio da análise de variância determinou-se a significância de um determinado fator através do comparativo entre as médias dos grupos de amostras, além de verificar se houve algum fator que exerceu influência sobre os demais. Sendo assim, segundo Delalibera [22], para se determinar a relevância de um fator ou da combinação de vários fatores deve-se aplicar a relação entre a média dos quadrados dos fatores principais ou das combinações consideradas pela média dos quadrados dos erros, essa relação é denominada de .

Além disso, o número de graus de liberdade é igual ao número de variações reduzidas em uma unidade. Já o número de graus de liberdade de combinações é igual ao produto dos graus de liberdade dos fatores principais. A Tabela 13 exemplifica essas relações para a aplicação da análise de variância considerando três fatores principais.

A soma dos quadrados de cada fator principal pode ser calculada através das Equações 1, 2 e 3.

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{y_i^2}{bc} - \frac{y_t^2}{abc} \tag{1}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^b \frac{y_j^2}{ac} - \frac{y_t^2}{abc} \tag{2}$$

$$SS_C = \sum_{k=1}^c \frac{y_k^2}{ab} - \frac{y_t^2}{abc} \tag{3}$$

Para determinar a soma dos quadrados da combinação dos fatores pode-se aplicar as Equações 4, 5 e 6.

$$SS_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij}^2}{c} - \frac{y_t^2}{abc} - SS_A - SS_B \tag{4}$$

$$SS_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{y_{ik}^2}{b} - \frac{y_t^2}{abc} - SS_A - SS_C \tag{5}$$

$$SS_{BC} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{jk}^2}{a} - \frac{y_t^2}{abc} - SS_B - SS_C \tag{6}$$

Já a soma dos quadrados total (SST) e a soma dos quadrados do erro são dadas pelas Equações 7 e 8, respectivamente.

Tabela 13: Equações aplicadas na análise de variância [23].

FATORES	SQ	GL	MQ	F ₀
A	SS _A	(a - 1)	MS _A = SS _A /(a - 1)	MS _A /MS _E
B	SS _B	(b - 1)	MS _B = SS _B /(b - 1)	MS _B /MS _E
C	SS _C	(c - 1)	MS _C = SS _C /(c - 1)	MS _C /MS _E
A × B	SS _{AB}	(a - 1)(b - 1)	MS _{AB} = SS _{AB} /[(a - 1)(b - 1)]	MS _{AB} /MS _E
A × C	SS _{AC}	(a - 1)(c - 1)	MS _{AC} = SS _{AC} /[(a - 1)(c - 1)]	MS _{AC} /MS _E
B × C	SS _{BC}	(b - 1)(c - 1)	MS _{BC} = SS _{BC} /[(b - 1)(c - 1)]	MS _{BC} /MS _E
A × B × C	SS _{ABC}	(a - 1)(b - 1)(c - 1)	MS _{ABC} = SS _{ABC} /[(a-1)(b-1)(c-1)]	MS _{ABC} /MS _E
Erro	SS _E	abc(n - 1)	MS _E = SS _E /[abc(n-1)]	–
Total	SS _T	abcn - 1	–	–

SQ – Soma dos quadrados GL – Grau de liberdade MQ – Média dos quadrados.

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{ijk}^2 - \frac{y_t^2}{abc} \tag{7}$$

$$SS_E = SS_{ABC} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c y_{ijk}^2 - \frac{y_t^2}{abc} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{AC} - SS_{BC} \tag{8}$$

Por fim, para a definição do fator de maior relevância foi necessário aplicar o Teste F, sabendo-se o valor crítico tabelado de F de acordo com o nível de confiança definido. Dessa forma, caso o valor de F_0 seja superior ao de $F_{crítico}$ sugere-se que este fator ou combinação apresenta relevância sobre os demais, caso contrário, o fator ou combinação não apresenta significância considerável.

6.1. Aplicação da análise de variância

De posse dos valores de tensão de cisalhamento máximos e mínimos dos modelos numéricos elaborados, dos valores dos parâmetros considerados no presente estudo e empregando a análise de variância, foram obtidos os valores de F_0 de cada fator considerado e suas combinações, além do valor de $F_{crítico}$ definido através da tabela de Distribuição F de Snedecor levando em conta um nível de confiança de 95% e os graus de liberdade de cada fator ou combinação, ambos descritos nas Tabelas 14, 15, 16 e 17.

Ao analisar as Tabelas 14 e 15 verificou-se que a resistência à compressão característica do concreto se destaca como fator que, dentre os outros parâmetros, exercendo maior influência sobre o aumento da resistência à força cortante nas lajes simuladas, apesar de que o valor de F_0 para esse parâmetro não ser superior ao valor de $F_{crítico}$, o que significa ser uma variável que não exerce uma influência relevante para o estudo.

Sendo assim, faz-se necessária a avaliação para a escolha de novas variáveis para verificar o fator que apresenta uma influência com relevância considerável, ou seja, que apresenta valor de F_0 superior a $F_{crítico}$. Como sugestão, recomenda-se analisar as dimensões e formas dos pilares.

Tabela 14: Resultado da análise de variância das tensões de cisalhamento mínimas do grupo de lajes esbeltas.

FONTE	GL	SQ	MQ	F_0	$F_{crítico}$
f_{ck}	2	126,41	63,203	1,61	3,37
Altura	2	25,51	12,753	0,32	3,37
Taxa	2	17,05	8,524	0,22	3,37
$f_{ck} \times$ Altura	4	32,07	8,017	0,20	2,74
$f_{ck} \times$ Taxa	4	124,85	31,212	0,79	2,74
Altura \times Taxa	4	68,68	17,169	0,44	2,74
Erro	8	314,28	39,285		
Total	26	708,83			

SQ – Soma dos quadrados GL – Grau de liberdade MQ – Média dos quadrados.

Tabela 15: Resultado da análise de variância das tensões de cisalhamento máximas do grupo de lajes esbeltas.

FONTE	GL	SQ	MQ	F_0	$F_{crítico}$
f_{ck}	2	36,645	18,322	0,87	3,37
Altura	2	9,281	4,640	0,22	3,37
Taxa	2	26,362	13,181	0,62	3,37
$f_{ck} \times$ Altura	4	56,895	14,224	0,67	2,74
$f_{ck} \times$ Taxa	4	31,809	7,952	0,38	2,74
Altura \times Taxa	4	50,271	12,568	0,60	2,74
Erro	8	168,968	21,121		
Total	26	380,231			

SQ – Soma dos quadrados GL – Grau de liberdade MQ – Média dos quadrados.

Tabela 16: Resultado da análise de variância das tensões de cisalhamento mínimas do grupo de lajes espessas.

FONTE	GL	SQ	MQ	F_0	$F_{crítico}$
f_{ck}	2	25,57	12,78	0,57	3,37
Altura	2	23,85	11,92	0,53	3,37
Taxa	2	203,99	101,99	4,55	3,37
$f_{ck} \times$ Altura	4	124,60	31,15	1,39	2,74
$f_{ck} \times$ Taxa	4	163,90	40,97	1,83	2,74
Altura \times Taxa	4	243,59	60,90	2,72	2,74
Erro	8	179,18	22,40		
Total	26	964,66			

SQ – Soma dos quadrados GL – Grau de liberdade MQ – Média dos quadrados.

Tabela 17: Resultado da análise de variância das tensões de cisalhamento máximas do grupo de lajes espessas.

FONTE	GL	SQ	MQ	F_0	$F_{crítico}$
f_{ck}	2	9,961	4,9804	5,79	3,37
Altura	2	2,325	1,1625	1,35	3,37
Taxa	2	18,921	9,4607	11,00	3,37
$f_{ck} \times$ Altura	4	1,977	0,4942	0,57	2,74
$f_{ck} \times$ Taxa	4	4,611	1,1527	1,34	2,74
Altura \times Taxa	4	6,931	1,7327	2,01	2,74
Erro	8	6,882	0,8602		
Total	26	51,607			

SQ – Soma dos quadrados GL – Grau de liberdade MQ – Média dos quadrados.

Por meio das Tabelas 16 e 17, sobre o grupo de lajes espessas, fica evidenciada a relevância da taxa de armadura longitudinal sobre o aumento da resistência ao cisalhamento, visto que, dentre os demais parâmetros, este fator apresentou maior valor de F_0 , além de ser superior ao valor de $F_{crítico}$, o que reafirma a sua significância sobre o ganho de resistência ao cisalhamento.

Observou-se que dentre as combinações de fatores, a relação da altura e da taxa de armadura longitudinal exerceu influência sobre o ganho de resistência à força cortante, podendo estar relacionado ao aumento da zona de compressão do concreto, sendo um dos mecanismos de transferência de cisalhamento em elementos estruturais de concreto armado.

7. CONCLUSÃO

Constatou-se que o modelo numérico elaborado conseguiu reproduzir o comportamento das lajes armadas em duas direções, onde os resultados se aproximaram da curva Força \times Deslocamento experimental e o diagrama do fluxo de tensões de cisalhamento apresentou a formação das bielas de compressão.

Além disso, a validação do modelo F-3 levanta a questão sobre a necessidade de conhecer a curva do ensaio de tração do aço utilizado em concretos de alta resistência para o tipo de simulação realizada nesta pesquisa, exigindo-se conhecer a capacidade máxima do aço, visto que a ruptura do modelo poderia estar relacionado não à resistência máxima do concreto, mas sim à resistência máxima do aço utilizado.

Por meio da análise de variância, permitiu-se verificar a necessidade da escolha de novas variáveis para a determinação dos parâmetros que possuem influências significativas nas lajes de pequena espessura. Em relação as lajes espessas, por meio análise de variância observou-se que a taxa de armadura longitudinal foi parâmetro relevante para o estudo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] HASSAN, N.Z., OSMAN, M.A., EL-HASHIMY, A.M., *et al.*, “Enhancement of punching shear strength of flat slabs using shear-band reinforcement”, *HBRC Journal*, v. 14, n. 3, pp. 393-399, 2018.
- [2] AFEFY, H.M., EL-TONY, E.M., “Retrofitting of Interior Slab-to-Column Connections for Punching Shear Using Different Techniques”, *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 33, n. 1, 04018088, 2019.

- [3] ZOHREVAND, P., YANG, X., JIAO, X., *et al.*, “Punching shear enhancement of flat slabs with partial use of ultrahigh-performance concrete”, *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 27, n. 9, 04014255, 2015.
- [4] TORABIAN, A., ISUFI, B., MOSTOFINEJAD, D., *et al.*, “Behavior of thin lightly reinforced flat slabs under concentric loading”, *Engineering Structures*, v. 196, 109327, 2019.
- [5] WIGHT, J.K., MACGREGOR, J.G., JAMES, G., *Reinforced concrete: mechanics and design*. 6 ed. New Jersey: Person, 2009.
- [6] CORDOVIL, F.A.B., *Lajes de concreto armado – punção*. Santa Catarina: UFSC, 1997. 221 p.
- [7] PALHARES, R.A., *Análise experimental da punção em lajes lisas de concreto armado com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento*. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) Universidade de Brasília, 2018.
- [8] HEGGER, J., SHERIF, A.G., “Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs”, *ACI Structural Journal*, v. 114, n. 3, pp. 631, 2017.
- [9] REGAN, P.E., “Shear combs, reinforcement against punching”, *The Structural Engineer*, v. 63, pp.76-84, 1985.
- [10] COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. *Model Code 1990 for Concrete Structures*. London: International Federation for Structural Concrete, 1993
- [11] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. *Model Code 2010: First complete draft*. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2010, 311 p.
- [12] OSPINA, C.E., BIRKLE, G., WIDIANTO, “Databank of concentric punching shear tests of two-way concrete slabs without shear reinforcement at interior supports”, In: CARRATO J., BURNS., J.G. (ORG), *Structures Congress 2012*. Chigago: ASCE, 2012. p. 1814-1832.
- [13] HUANG, C., PU, S., DING, B., “An analytical punching shear model of RC slab-column connection based on database”, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, v. 35, n. 1, pp. 469-483, 2018.
- [14] GUANDALINI, S., BURDET, O.L., MUTTONI, A., “Punching tests of slabs with low reinforcement ratios”, *ACI Structural Journal*, v. 1, n. 106, pp.87-85, 2009.
- [15] LEONHART, F., MÖNNIG, E., *Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. Rio de Janeiro: Interciência, v.1, 2008.
- [16] XIAO, J., WANG, W., ZHOU, Z., *et al.*, “Punching shear behavior of recycled aggregate concrete slabs with and without steel fibres”, *Frontiers of Structural and Civil Engineering* v. 13, n. 3, pp. 725-740, 2019.
- [17] MEISAMI, M.H., MOSTOFINEJAD, D., NAKAMURA, H., “Punching shear strengthening of two-way flat slabs using CFRP rods”, *Composite Structures*, v. 99, pp. 112-122, 2013.
- [18] FRANCESCONI, L., PANI, L., STOCHINO, F., “Punching shear strength of reinforced recycled concrete slabs”, *Construction and Building Materials*, v. 127, pp. 248-263, 2016.
- [19] HEGAB, A., *Behavior of RC Flat Slabs with Horizontal and Vertical Shear Reinforcement in Punching*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Cairo University, Cairo, 2016.
- [20] MABROUK, R.T.S., HEGAB, A.A., “Analysis of the punching behavior of RC flat slabs with horizontal and vertical shear reinforcement”, *MATEC Web Conf*, v. 120, 01006, 2017.
- [21] EUROCODE 2 – Comité European de Normalisation. *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Stockholm: CEN, 2004.
- [22] DELALIBERA, R.G., *Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e excêntrica*. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- [23] MONTGOMERY, D.C., RUNGER, C., *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*, 2 ed, Rio de Janeiro: LTC, 2008.