

## Análise de vigas de madeira reforçadas com barras de FRP pela técnica NSM

### Analysis of timber beams reinforced with FRP bars using the NSM technique

Letícia Freitas Assis<sup>1</sup> , Marcelo Rodrigo de Matos Pedreiro<sup>1</sup> , Pedro Ignácio Lima Gadêlha Jardim<sup>2,4</sup> ,  
Herisson Ferreira dos Santos<sup>3</sup> , André Luis Christoforo<sup>4</sup> 

<sup>1</sup>Universidade Estadual Paulista. Alameda Bahia, 550, Centro, Ilha Solteira, SP, Brasil.

<sup>2</sup>Universidade Federal de Rondônia. BR 364, km 9,5, Porto Velho, RO, Brasil.

<sup>3</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia. RO 257, km 13, Ariquemes, Rondônia, RO, Brasil.

<sup>4</sup>Universidade Federal de São Carlos. Rodovia Washington Luís, km 235, São Carlos, SP, Brasil.

e-mail: lf.assis@unesp.br, marcelo.pedreiro@universidadebrasil.edu.br, eng.pedrojardim@gmail.com, herisson.santos@ifro.edu.br, alchristoforo@ufscar.br.

#### RESUMO

A madeira é um material amplamente utilizado em estruturas desde tempos antigos, porém, devido ser um material orgânico, suas propriedades possuem grande variação, o que pode impactar no desempenho estrutural. O reforço com compósitos de polímeros reforçados com fibras (FRP), especialmente pela técnica NSM, oferece melhorias significativas nas propriedades mecânicas das estruturas de madeira. Alguns estudos visam avaliar o efeito da utilização de diferentes fibras, bem como diferentes disposições das barras na seção transversal. Ainda assim, a contribuição estrutural obtida ao adotar diferentes tipos de fibras como reforço em vigas de madeira e a utilização de barras nas faces inferior e superior da seção transversal da viga ainda não foi amplamente avaliada. Este estudo teve como objetivo investigar o impacto da adição de barras na região comprimida e do tipo de fibra na rigidez e capacidade de carga de vigas de madeira. Para isso, foi realizado um estudo paramétrico por meio de simulação numérica em um software de análise por elementos finitos. Os resultados obtidos permitiram concluir que uma taxa de reforço de 1% permitiu aumentar a capacidade resistente da viga em até 14,25%, similar ao obtido em outros estudos com maiores taxas de reforço, porém com outras disposições das barras. As barras de CFRP proporcionaram os melhores resultados, seguidas das barras de GFRP e BFRP respectivamente.

**Palavras-chave:** Recuperação estrutural; Materiais compósitos; Polímeros reforçados com fibras; Análise numérica.

#### ABSTRACT

Timber is a material that has been widely used in structures since ancient times, but because it is an organic material, its properties vary greatly, which can have an impact on structural performance. Strengthening with fiber-reinforced polymer (FRP) composites, especially using the NSM technique, offers significant improvements in the mechanical properties of timber structures. Some studies have evaluated the effect of using different fibers, as well as different arrangements of the bars in the cross-section. Even so, the structural contribution obtained by adopting different types of fibers as strengthening in timber beams and using bars in the lower and upper faces of the beam cross-section has not yet been widely evaluated. The aim of this study was to investigate the impact of adding bars in the compressed region and the type of fiber on the stiffness and load capacity of timber beams. To this end, a parametric study was carried out using numerical simulation in finite element analysis software. The results showed that a strengthening rate of 1% increased the beam's load-bearing capacity by up to 14.25%, similar to that obtained in other studies with higher strengthening rates, but with different bar arrangements. CFRP bars provided the best results, followed by GFRP and BFRP bars respectively.

**Keywords:** Structural recovery; Composite materials; Fiber-reinforced polymers; Numerical analysis.

## 1. INTRODUÇÃO

A madeira é conhecida por sua elevada relação resistência-densidade sendo considerada um material renovável e de baixo impacto ambiental. Além disso, é um dos materiais de construção mais antigos, utilizada há séculos na construção civil. No entanto, as propriedades físico-químicas da madeira variam e dependem do teor de umidade e da orientação dos grãos; mesmo as madeiras retiradas do mesmo tronco possuem resistências diferentes. Esses fatores e a presença de defeitos como nós e fendas dificultam a previsão e limitam a capacidade de carga das estruturas de madeira, o que pode ser agravado pela ação de fatores externos como a variação de umidade e o ataque por insetos e fungos xilófagos [1–3].

Uma forma de garantir um comportamento estrutural superior à madeira é a utilização de reforços. O emprego de compósitos de polímeros reforçados com fibras (FRP) tem sido amplamente estudado devido à sua alta resistência e rigidez, baixa densidade e boa resistência à corrosão [4, 5]. O reforço com FRP pode ser realizado de diversas formas, sendo uma delas a montagem de barras constituídas de FRP próximas à superfície da madeira (NSM).

A técnica NSM consiste na instalação de barras ou laminados de aço ou de FRP em ranhuras na superfície. Uma das razões pelas quais as tiras NSM são utilizadas em vez do reforço ligado externamente (EBR) é devido ao seu maior confinamento e maior resistência à corrosão. A inserção de tiras NSM mais profundamente proporciona uma superfície de contato maior e melhora a ligação e a capacidade de carga com relação ao EBR devido à ancoragem das barras na madeira circundante [6]. O NSM é um método eficiente para aumentar a resistência ao cisalhamento e à flexão de vigas de madeira, reduzindo a possibilidade de descolamento madeira-FRP e aumentando a resistência ao fogo do sistema compósito [7]. Além de ser uma forma de reforçar a madeira para a concepção de novas estruturas, a inserção destes materiais no interior dos elementos permite que este método seja utilizado no restauro de edifícios históricos antigos preservando a estética original [3, 8, 9].

Estudos apontam que a taxa de reforço afeta o modo de falha das vigas de madeira [9]. A utilização de barras de FRP como reforço em vigas de madeira (NSM) contribui para restringir a abertura de fissuras e rachaduras, podendo mudar o comportamento de falha de frágil para dúctil [10, 11]. O reforço também é capaz de aumentar a ductilidade da viga [12].

Existem diferentes tipos de fibras que podem ser usadas no FRP, proporcionando características específicas ao compósito. Os tipos mais comuns de fibras utilizadas nos FRP são o vidro (GFRP), o carbono (CFRP) e o basalto (BFRP) [13]. Os materiais compósitos de GFRP possuem uma boa resistência à tração, porém a rigidez é cerca de três vezes inferior ao CFRP [9]. O CFRP possui alta rigidez e resistência à fadiga, em contrapartida, são cerca de 10 a 30 vezes mais caros comparados aos tipos correspondentes de GFRP ou BFRP [7, 9]. Por sua vez, o BFRP possui boa resistência à corrosão, bom desempenho térmico e são mais leves que o GFRP e o CFRP [9]. Além dos reforços utilizando materiais compósitos, a aplicação de barras de aço também é observada na literatura, porém a utilização de FRP como reforço pode proporcionar melhores propriedades, tais como uma maior relação resistência-peso e uma melhor resistência à corrosão [8].

A aplicação de FRP para reforçar estruturas de madeira é amplamente estudada, sendo constatada sua eficiência no aumento da capacidade de suporte de carga e rigidez dos elementos estruturais, proporcionando alternativas rentáveis e competitivas tanto na nova concepção como no reequipamento de edifícios históricos existentes [7]. A utilização do FRP como reforço em vigas de madeira pela técnica NSM proporcionou um aumento da rigidez à flexão de 11% (CFRP) na investigação realizada por Bakalarz, Kossakowski e Tworzewski [14]. Os estudos que avaliaram o aumento da capacidade de carga do elemento encontraram melhorias de 16% ao utilizar BFRP [1], 36% ao utilizar CFRP [2, 14] chegando até 66,9% com taxas de reforço mais altas (4%) [15]. Ainda, o emprego de protensão nas barras de FRP pode aumentar ainda mais a efetividade do resultado encontrado [8].

Alguns trabalhos tiveram como objetivo analisar o desempenho estrutural ao adotar diferentes fibras na composição do FRP. YEBOAH e GKANTOU [9] fizeram um estudo experimental de vigas de madeira reforçadas com barras de GFRP e BFRP utilizando a técnica NSM. Apresentaram um modelo teórico geral para estimar a resistência e observaram um aumento significativo da carga final (33–69%) e da rigidez à flexão (22–33%). Com base nos resultados o modelo teórico proposto mostrou uma boa relação entre os resultados experimentais e teóricos. O reforço com FRP em conjunto com barras de aço também foi explorado, como no trabalho de ALKHUDERY *et al.* [6], onde os autores realizaram um trabalho experimental utilizando vigas de madeira laminada colada com reforço de barras de aço e folhas de CFRP. Foi observado um desempenho muito melhor das vigas reforçadas em comparação às vigas de referência não reforçadas, com melhorias na capacidade de carga final de 16 a 49%.

Apesar da barra ser mais comumente instalada na face inferior da viga (região tracionada), a instalação do reforço na região superior de vigas de madeira (região comumente comprimida) em complemento às barras da face inferior é capaz de aumentar a capacidade de carga da viga, sendo menos eficaz na melhoria da rigidez à flexão

[9, 12, 16]. YANG *et al.* [17] observaram que o reforço realizado nas zonas comprimida e tracionada da viga são capazes de melhorar o desempenho estrutural do elemento, porém apontam a necessidade em se realizar maiores estudos com materiais compósitos de diferentes módulos de elasticidade para melhor compreender esse efeito.

A combinação de diferentes tipos de fibras como reforço em vigas de madeira, alterando assim o módulo de elasticidade das barras de reforço, com o intuito de aproveitar as vantagens de cada uma delas e obter um desempenho superior ao que com apenas um tipo de fibra ainda não foi amplamente investigada. Estudos que descrevam o comportamento conjunto desses materiais, considerando diferentes taxas de reforço, bem como diferentes arranjos de fixação, são necessários para viabilizar soluções reais de reforços mais eficientes para cada situação, além de oferecer maior flexibilidade de projeto podendo combinar fibras mais baratas com outras mais caras, possibilitando obter uma solução de reforço mais econômica, sem comprometer a qualidade ou a durabilidade da estrutura reforçada.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho foi realizar um estudo paramétrico por meio de simulações computacionais para avaliar o comportamento estrutural de vigas de madeira reforçadas com FRP pela técnica NSM, visando compreender o impacto da utilização de barras adicionais na região comprimida na seção crítica e a influência do tipo de fibra na rigidez à flexão no estado limite de serviço (ELS) e na capacidade de carga das vigas. Para isso, foi realizado um estudo de validação do modelo numérico com posterior teste de sensibilidade da malha de elementos finitos.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

Para analisar o comportamento de vigas de madeira reforçadas com barras de FRP foram efetuadas simulações numéricas não lineares por meio do *software* Abaqus/CAE. O modelo foi validado com base nos experimentos realizados por YEBOAH e GKANTOU [9] que consistiram em uma série de ensaios de flexão em quatro pontos de vigas de madeira reforçadas com duas barras de GFRP na face inferior do elemento. Como a viga possui simetria longitudinal, a modelagem foi realizada considerando um plano de simetria a partir do centro da viga com o intuito de reduzir o esforço computacional e consequentemente o tempo de processamento, procedimento comumente realizado em simulações similares [15].

A geometria (Figura 1), as propriedades plásticas e o coeficiente de elasticidade longitudinal da madeira (Abeto Branco) foram assumidas de acordo com o estudo de referência. As demais propriedades elásticas da madeira tiveram como referências SAAD e LENGYEL [18] e MOYA e BAÑO [19], conforme apresentados na Tabela 1. O critério de HILL [20] foi adotado para previsão do comportamento não linear da madeira, com os coeficientes de plasticidade obtidos do estudo realizado por NOWAK *et al.* [21], conforme apresentado na Tabela 2. As barras de GFRP utilizadas na validação foram modeladas como material isotrópico e linear-elástico com módulo de elasticidade igual a 67300 MPa e coeficiente de Poisson de 0,21, conforme informações obtidas em YEBOAH e GKANTOU [9] e GEMI *et al.* [22], respectivamente. Destaca-se que a adoção do comportamento isotrópico das barras de FRP se deu em decorrência do alinhamento de suas fibras estarem, preponderantemente, no sentido longitudinal da barra, direção com maior sollicitação. Essa consideração é comumente adotada em estudos correlatos [7].

A viga de madeira foi modelada como um elemento sólido deformável e o FRP foi configurado como elemento de barra. A configuração de interação entre esses materiais foi definida com um método nativo no Abaqus,

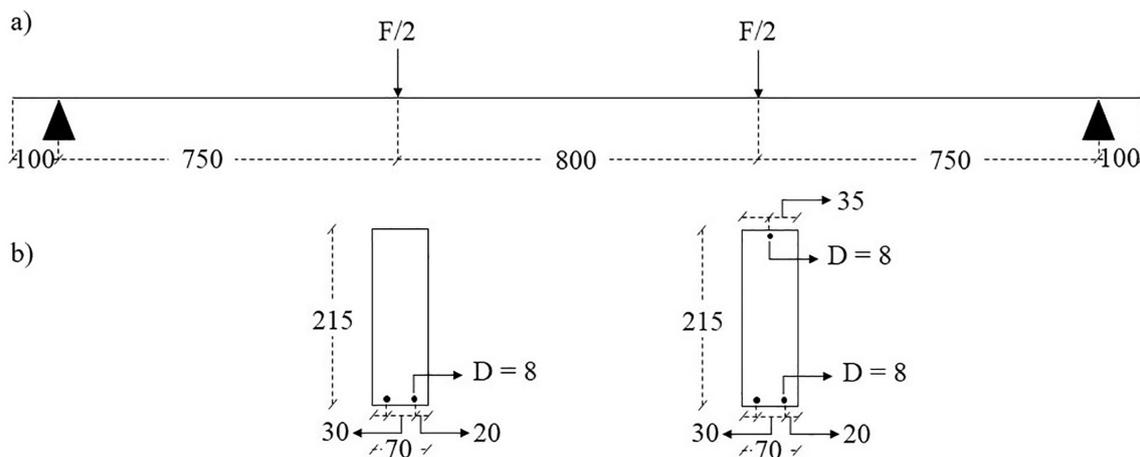


Figura 1: Esquema estático da viga (a) e dimensões da seção transversal (b). Medidas em mm.

**Tabela 1:** Propriedades elásticas da madeira.

MÓDULO DE ELASTICIDADE (MPa)			MÓDULO DE CISALHAMENTO (MPa)			COEFICIENTE DE POISSON		
$E_1$	$E_2$	$E_3$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
6382,19	216,99	216,99	293,58	293,58	19,15	0,51	0,42	0,14

**Tabela 2:** Coeficientes de plasticidade da madeira.

R1	R2	R3	R12	R13	R23
1,00	0,24	0,24	0,67	0,67	0,33

**Tabela 3:** Configuração do estudo de sensibilidade de malha.

CÓDIGO DA SIMULAÇÃO	TAMANHO DO ELEMENTO FINITO (mm)	CÓDIGO DO ELEMENTO FINITO [23]
#15-C3D8	15	C3D8
#15-C3D8R	15	C3D8R
#20-C3D8	20	C3D8
#20-C3D8R	20	C3D8R
#25-C3D8	25	C3D8
#25-C3D8R	25	C3D8R

**Tabela 4:** Configurações e materiais de reforço utilizados no estudo paramétrico.

CÓDIGO DA SIMULAÇÃO	QUANTIDADE DE BARRAS NO MODELO (INFERIOR-SUPERIOR)	COMPÓSITO (INFERIOR-SUPERIOR)
2G	2-0	GFRP - Nenhum
2C	2-0	CFRP - Nenhum
2B	2-0	BFRP - Nenhum
2G-1G	2-1	GFRP - GFRP
2G-1C	2-1	GFRP - CFRP
2G-1B	2-1	GFRP - BFRP
2C-1G	2-1	CFRP - GFRP
2C-1C	2-1	CFRP - CFRP
2C-1B	2-1	CFRP - BFRP
2B-1G	2-1	BFRP - GFRP
2B-1C	2-1	BFRP - CFRP
2B-1B	2-1	BFRP - BFRP

o “*embedded region*”. Essas configurações foram definidas tendo como referência um importante estudo desenvolvido por CHRISTOFORO *et al.* [15]. A análise incremental foi configurada com um tamanho de incremento inicial, máximo e mínimo de 0,01,  $10^{-15}$  e 0,1, respectivamente.

O processo de validação e estudo de sensibilidade da malha foi realizado considerando elementos tetraédricos com oito nós (C3D8), analisando a adoção de integração reduzida (R) no elemento finito da viga, bem como diferentes tamanhos dos elementos do modelo, conforme apresentado na Tabela 3.

Posteriormente, com o modelo devidamente validado, foi realizado o estudo paramétrico. Para isso, foram considerados compósitos de CFRP e BFRP, além das barras de GFRP já selecionadas na referência de validação. Ainda, a disposição das barras também foi considerada no estudo paramétrico, bem como a consideração de diferentes FRPs na mesma seção transversal. A Tabela 4 apresenta a configuração de cada modelo de forma detalhada. As barras de CFRP foram simuladas com módulo de elasticidade ( $E$ ) e coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) 148 GPa e 0,22, respectivamente [24], enquanto as barras de BFRP foram simuladas com  $E = 55$  GPa e  $\nu = 0,3$  [25].

Os resultados obtidos foram analisados por meio da rigidez à flexão ( $EI$ ), conforme a Equação 1 [26], calculada considerando a flecha limite do ELS, prevista em documentos normativos brasileiro e europeu [27, 28],

correspondente ao vão da viga entre apoios dividido por 300 ( $L/300$ ). Também foram analisadas as cargas respectivas ao limite do ELS e máxima.

$$EI = \frac{F \cdot a}{24 \cdot \delta} \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2) \tag{1}$$

Onde  $F$ ,  $a$  e  $\delta$  denotam a força obtida no ELS (N), a distância entre a aplicação da força e o apoio (mm) e o deslocamento obtido na seção crítica (mm). O resultado obtido foi dividido por  $10^{12}$  para representação da rigidez em  $MN \cdot m^2$ .

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados encontrados nas simulações realizadas, bem como os discute à luz do conhecimento disponível na literatura. Inicialmente, a validação e estudo de sensibilidade do modelo são apresentados, sendo seguido do resultado do estudo paramétrico.

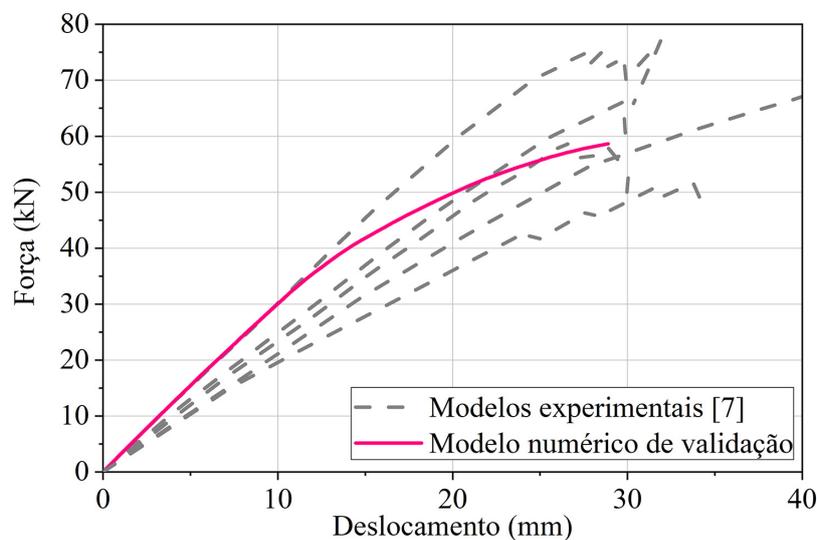
#### 3.1. Validação do modelo numérico e estudo de sensibilidade

O comportamento força-deslocamento do modelo de validação, elaborado conforme Tabela 1 e Tabela 2, é apresentado na Figura 2. Nota-se que a curva gerada pela simulação computacional da viga seguiu uma tendência próxima à média apresentada pelas vigas ensaiadas em laboratório por YEBOAH e GKANTOU [9]. A força última atingida pela viga simulada representou 93,46% da força última média atingida das cinco vigas ensaiadas em laboratório, resultando em um erro de 6,54%.

Destaca-se que o modelo apresentado na Figura 2 apresentou um comportamento similar aos obtidos no estudo experimental de YEBOAH e GKANTOU [9]. O percentual de erro encontrado é similar a outros estudos sobre reforços em vigas de madeira [15, 21], indicando que o modelo elaborado é adequado para a continuidade do estudo. Com o modelo validado, foi realizado o teste de sensibilidade de malha, conforme apresentado na Tabela 3. A comparação dos resultados do teste realizado, destacando o tempo de processamento para cada configuração e o erro percentual do modelo em relação ao estudo de referência pode ser verificada na Figura 3.

O teste efetuado com a malha de 15 mm com o elemento C3D8R não convergiu, portanto não foi apresentado na Figura 3. Observa-se que a curva que mais se aproximou da média das curvas de referência foi a curva obtida pelo modelo #25-C3D8, sendo seguido do modelo #20-C3D8, indicando que a adoção de modelos sem integração reduzida apresentou um melhor comportamento. Os outros três modelos exibiram um comportamento distante da média encontrada no estudo experimental de referência.

Ainda na Figura 3, no gráfico que relaciona o erro percentual obtido no teste de sensibilidade de malha com o tempo de processamento do modelo, pode ser observada a comparação entre os tamanhos de malha 20 e 25 milímetros utilizando os elementos C3D8 e C3D8R. É possível destacar que dentre as quatro possibilidades analisadas, a com o elemento C3D8R com 25 milímetros obteve menor tempo de processamento. Por outro lado,



**Figura 2:** Comportamento força-deslocamento do modelo de validação.

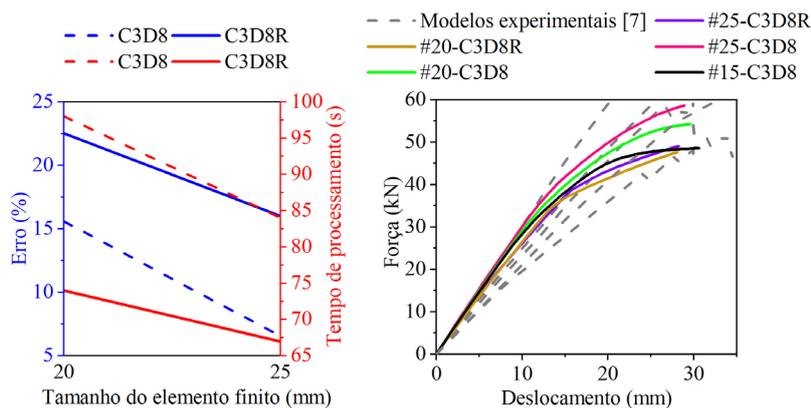


Figura 3: Gráficos do teste de sensibilidade de malha.

Tabela 5: Resultados do teste de sensibilidade.

ELEMENTO	TAMANHO DO ELEMENTO FINITO (mm)	F <sub>max</sub> (kN)	ERRO (%)	TEMPO DE PROCESSAMENTO (s)
C3D8	20	54,92	15,59	98
	25	60,81	6,54	84
C3D8R	20	50,40	22,53	74
	25	54,64	16,02	67

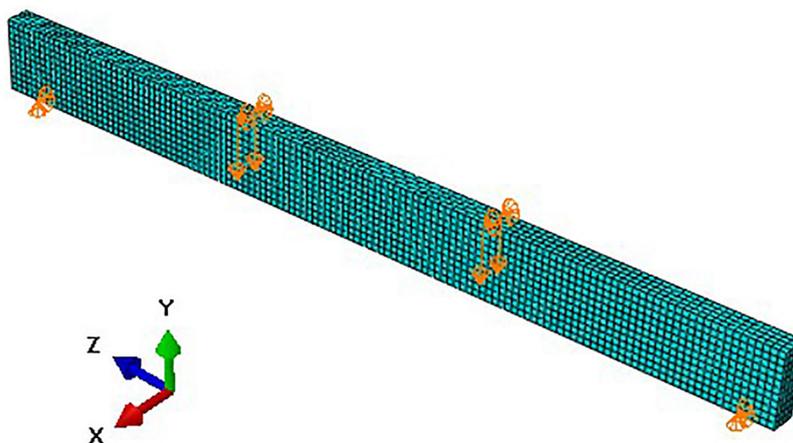


Figura 4: Modelo numérico da viga estudada.

verifica-se que o menor erro atingido foi obtido utilizando o elemento C3D8 com malha de 25 mm. Os dados comentados podem ser verificados também na Tabela 5.

Considerando que o tempo de processamento encontrado não foi um fator limitante para a realização deste estudo, foi optado pela configuração de malha com menor erro percentual, considerado adequado ao se comparar às outras simulações disponíveis na literatura [15, 21], sendo composta por elementos tetraédricos de oito nós, sem integração reduzida, com 25 mm. Com isso, os modelos compostos por apenas duas barras inferiores foram discretizados com 1450 elementos, enquanto os modelos que também possuíam a barra superior foram discretizados com 1500 elementos. A Figura 4 apresenta o modelo numérico após a validação.

### 3.2. Análise do estudo paramétrico

Com o modelo validado e otimizado, foi realizado o estudo paramétrico, conforme as configurações apresentadas na Tabela 4. O comportamento dos modelos simulados é apresentado na Figura 5. Os resultados encontrados são expressos na Tabela 6.

As próximas seções discutem os resultados obtidos, sendo primeiro analisado os resultados obtidos para a rigidez à flexão e, posteriormente, para a capacidade de carga.

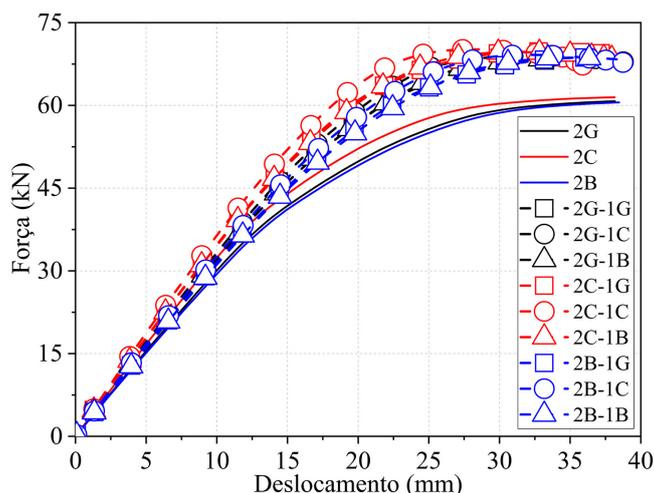


Figura 5: Curvas força-deslocamento do estudo paramétrico.

Tabela 6: Resultados do estudo paramétrico.

MODELO	F <sub>ELS</sub> (kN)	F <sub>ELU</sub> (kN)	EI (MN·m <sup>2</sup> )
2B	21,89	60,54	1,22
2B-1B	23,14	68,64	1,28
2B-1C	24,29	69,17	1,35
2B-1G	23,34	68,71	1,30
2C	24,68	61,48	1,37
2C-1B	26,22	69,66	1,46
2C-1C	27,65	70,16	1,53
2C-1G	26,46	69,78	1,47
2G	23,28	60,76	1,29
2G-1B	24,63	68,44	1,37
2G-1C	24,66	69,02	1,37
2G-1G	24,84	68,41	1,38

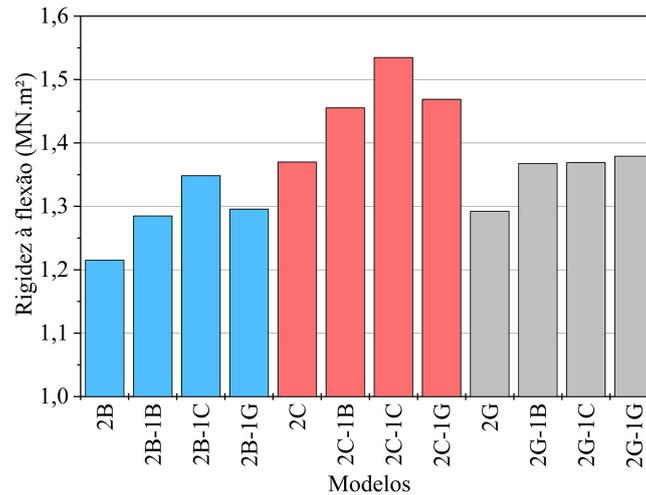
### 3.2.1. Influência do tipo de fibra do FRP e sua disposição na rigidez à flexão

Nota-se na Figura 5 que a inserção da barra adicional na região comprimida da viga proporcionou um aumento da capacidade de carga mais perceptível que nos demais parâmetros avaliados. A viga reforçada com três barras de CFRP apresentou maior rigidez entre todas as vigas ensaiadas. Ainda assim, de forma geral, o ganho de rigidez obtido ao se utilizar a barra adicional na região comprimida é discreto quando comparado ao aumento da capacidade resistente, com uma média de aumento de 5%. A Figura 6 apresenta a rigidez de cada modelo simulado no estudo paramétrico.

Como ilustrado na Figura 6, a variação do comportamento dos modelos 2C e 2B ao adicionar barras nas faces superiores é similar. As barras de CFRP proporcionaram a maior rigidez dentre as demais, sendo seguidas pelos modelos com barras adicionais de GFRP e BFRP, respectivamente, sem variações expressivas entre estas. Entretanto, as vigas com reforço na região inferior de GFRP (modelos 2G) apresentaram um comportamento diferente, as quais o tipo de fibra no reforço superior não impactou significativamente a rigidez à flexão.

Ainda assim, a utilização das barras de FRP na face superior apresentou uma contribuição discreta nesse comportamento. Isso pode ser explicado pela baixa taxa de reforço da seção transversal, chegando a 1% com as três barras (0,33% por barra), ainda que o compósito possua módulo de elasticidade elevado, como no caso do CFRP. Essa hipótese encontra amparo na literatura, sendo observado o mesmo efeito no estudo de CHUN *et al.* [29], com uma taxa de reforço de 0,34%, ou seja, equivalente à taxa de reforço adicional obtida ao utilizar a barra adicional na região comprimida.

O trabalho realizado por WADOWIAK-POSTULAK [2] também encontrou um aumento de rigidez pouco significativo, porém com uma taxa de reforço de 2,36%. Entretanto, neste estudo o autor considerou reforços



**Figura 6:** Rigidez à flexão dos modelos simulados.

nas faces laterais da viga, adotando duas camadas em cada lado, totalizando quatro barras de reforço. O distanciamento das barras da face mais tracionada da viga impacta diretamente no desempenho estrutural, reduzindo a participação dos compósitos na rigidez e capacidade resistente do elemento estrutural, conforme amplamente demonstrado em outros estudos [21, 30, 31].

Resultados mais promissores foram relatados por LUCA e MARANO [32], com um aumento de 25,9% na rigidez a uma taxa de reforço de 4%. Destaca-se que os autores realizaram o reforço pela técnica NSM utilizando barras de aço protendidas, aliando com a alta taxa de reforço, foi capaz de fornecer à viga um aumento de rigidez significativo. Isso indica que a utilização de protensão pode ser uma solução para melhoria desse comportamento.

### 3.2.2. Influência do tipo de fibra do FRP e sua disposição na capacidade de carga

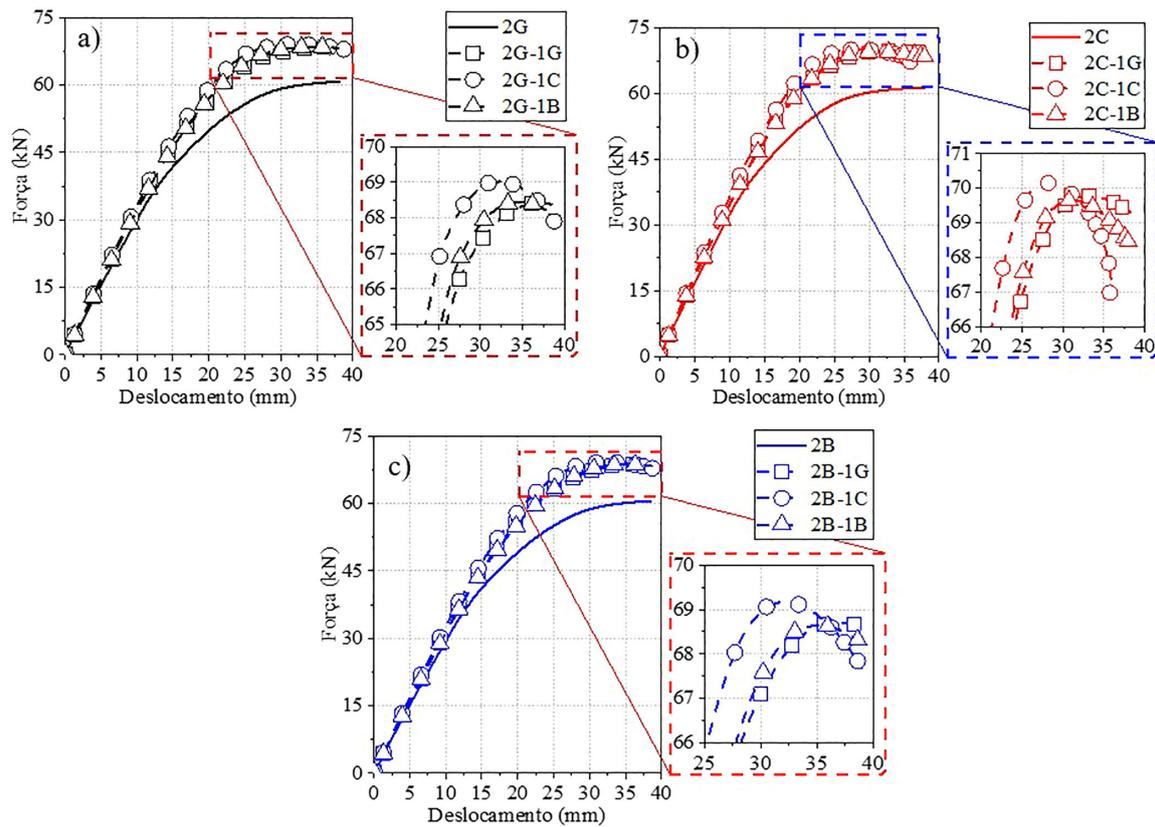
Visando compreender o impacto do tipo de compósito da barra instalada na face superior da viga na força última dos modelos, a Figura 7 apresenta os gráficos de força-deslocamento separando o tipo de compósito das barras inferiores.

A Figura 7 evidencia a melhoria no desempenho estrutural das vigas ao adicionar barras de FRP na face inferior, independentemente do tipo de fibra considerado. Esses resultados confirmam as observações realizadas por YEBOAH e GKANTOU [9].

Com base nos resultados apresentados na Tabela 6 e no comportamento observado na Figura 7a, a viga reforçada com GFRP na região tracionada e uma barra de GFRP na região comprimida (modelo 2G-1G) da viga apresentou um aumento da carga final de 12,58%. A viga modelo 2G-1C, apresentou um aumento da carga final ligeiramente superior, no valor de 13,59%. A viga 2G-1B foi a que apresentou aumento intermediário, com valor de 12,64% acima da carga final apresentada pela 2G. A baixa variabilidade dos resultados com barras de GFRP também foi observada por YEBOAH e GKANTOU [9].

Ao analisar os modelos com CFRP na região tracionada (modelo 2C), expressos na Figura 7b, foi observado que a viga 2C-G apresentou o maior aumento de carga final comparado à viga simulada com duas barras de CFRP (Figura 7c), obteve 12,73% de aumento. Em segundo lugar foi a 2C-1B, com aumento de 11,35%. E por fim, o modelo 2C-1C com o aumento de 8,95%, sendo este o menor aumento de todos os ensaios. Os resultados encontrados para esses modelos indicam que a taxa de reforço considerada é adequada e a utilização de barras na face superior proporcionam melhorias no comportamento da viga. A investigação realizada por BAKALARZ *et al.* [14] encontrou um aumento de 7% na resistência de vigas de madeira reforçadas com barras de CFRP a uma taxa de reforço de 0,62%.

Com relação às vigas reforçadas com barras de BFRP na face inferior e diferentes fibras na face superior (Figura 7c), foi obtido um aumento na capacidade de carga variando entre 13,38% e 14,25%, ao comparar com o modelo de BFRP sem a previsão de reforço na face superior (modelo 2B). A pequena variação dos resultados desses modelos confirmam as observações realizadas por Yeboah e Gkantou [9]. Assim como nos demais modelos, a utilização da barra de CFRP (modelo 2B-1C) proporcionou o maior aumento de resistência, sendo seguido pelos modelos 2B-1G (13,48%) e 2B-1B (13,38%). Os resultados encontrados concordam com estudos experimentais disponíveis na literatura. GAND *et al.* [1] observaram um aumento de 16% na capacidade de carga de vigas de



**Figura 7:** Gráficos de força-deslocamento dos modelos com GFRP (a), CFRP (b) e BFRP (c) na face inferior da viga.

madeira com uma taxa de reforço de 2,41% de barras de BFRP. Apesar da taxa ser superior ao utilizada neste estudo, o percentual é ligeiramente superior, o que indica um possível limite na melhoria da resistência ao utilizar esse elemento, visto que a falha encontrada geralmente ocorre na madeira ou na colagem das barras e não no reforço [1, 33, 34]. Percentuais similares de aumento da capacidade de carga foram obtidos por CHUN *et al.* [29].

O fato do percentual de melhoria na resistência dos modelos simulados neste estudo ser próximo dos percentuais encontrados nos demais estudos está de acordo com os resultados encontrados por LU *et al.* [34], onde foi verificado que a taxa de reforço de 0,992% (próximo à taxa de 1% considerada neste estudo) foi considerada a mais efetiva.

#### 4. CONCLUSÕES

O presente estudo foi direcionado a investigar o impacto da adição de barras na região comprimida e do tipo de fibra na rigidez e capacidade de carga de vigas de madeira reforçadas com FRP pela técnica NSM. A partir das análises realizadas, foi possível obter informações relevantes sobre o aumento na resistência última das vigas reforçadas com os diferentes FRPs pela técnica NSM. Com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que:

1. O aumento na taxa de reforço não resultou em uma melhoria perceptível na rigidez à flexão das vigas simuladas.
2. A inserção de barras de FRP adicionais na região comprimida proporcionou um aumento na capacidade de carga das vigas, independentemente do tipo de fibra, variando entre 12,64% e 14,25%.
3. A taxa de reforço de 1% foi capaz de atribuir uma resistência similar ao obtido em outros estudos com maiores taxas, indicando um limite no aproveitamento do reforço e consequente falha na madeira.
4. Os modelos reforçados com CFRP resultaram em um desempenho superior aos demais, ainda que possuam baixa variação entre si, tanto na capacidade resistente, quanto na rigidez à flexão.
5. As barras de CFRP proporcionaram os melhores resultados, seguidas das barras de GFRP e BFRP, sem maiores diferenças entre essas últimas.

Este estudo tende a contribuir significativamente para o avanço do conhecimento sobre o reforço de estruturas de madeira com compósitos de polímeros reforçados com fibras. No futuro, pesquisas adicionais podem explorar outras combinações de fibras e taxas de reforço, bem como investigar a aplicação de técnicas de protensão para melhorar ainda mais o desempenho das vigas de madeira reforçadas com FRP. Recomenda-se a realização de outros estudos paramétricos que considerem diferentes espécies de madeira.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] GAND, A.K., YEBOAH, D., KHORAMI, M., *et al.*, “Behaviour of strengthened timber beams using near surface mounted basalt fibre reinforced polymer (BFRP) rebars”, *Engineering Solid Mechanics*, v. 6, n. 4, pp. 341–352, 2018. doi: <http://doi.org/10.5267/j.esm.2018.7.001>.
- [2] WDOWIAK-POSTULAK, A., “Strengthening of structural flexural glued laminated beams of ashlar with cords and carbon laminates”, *Materials (Basel)*, v. 15, n. 23, pp. 8303, 2022. doi: <http://doi.org/10.3390/ma15238303>. PubMed PMID: 36499800.
- [3] BASHANDY, A.A., EL-HABASHI, A.E., DEWEDAR, A.K., “Repair and strengthening of timber cantilever beams”, *Wood Material Science & Engineering*, v. 13, n. 4, pp. 241–253, 2018. doi: <http://doi.org/10.1080/17480272.2017.1366944>.
- [4] KALIYAPPAN, S.P., PAKKIRISAMY, P., “Behavior of reinforced concrete beam with CFRP and GFRP laminates”, *Matéria (Rio de Janeiro)*, v. 28, n. 4, pp. e20230222, 2023. doi: <http://doi.org/10.1590/1517-7076-rmat-2023-0222>.
- [5] PALANISAMY, G., KUMARASAMY, V., “Rehabilitation of damaged RC exterior beam-column joint using various configurations of CFRP laminates subjected to cyclic excitations”, *Matéria (Rio de Janeiro)*, v. 28, n. 2, pp. e20230110, 2023. doi: <http://doi.org/10.1590/1517-7076-rmat-2023-0110>.
- [6] ALKHUDERY, H.H., AL-TAMEEMI, H.A., AL-KATIB, H.A.A., “Experimental and theoretical investigation of the structural behavior of reinforced glulam wooden members by NSM steel bars and shear reinforcement CFRP sheet”, *Open Engineering*, v. 13, n. 1, pp. 1–13, 2023. doi: <http://doi.org/10.1515/eng-2022-0481>.
- [7] SAAD, K., LENGYEL, A., “Strengthening timber structural members with CFRP and GFRP: a state-of-the-art review”, *Polymers*, v. 14, n. 12, pp. 2381, 2022. doi: <http://doi.org/10.3390/polym14122381>. PubMed PMID: 35745956.
- [8] WDOWIAK-POSTULAK, A., BAHLEDA, F., PROKOP, J., “An experimental and numerical analysis of glued laminated beams strengthened by pre-stressed basalt fibre-reinforced polymer bars”, *Materials (Basel)*, v. 16, n. 7, pp. 2776, 2023. doi: <http://doi.org/10.3390/ma16072776>. PubMed PMID: 37049070.
- [9] YEBOAH, D., GKANTOU, M., “Investigation of flexural behaviour of structural timber beams strengthened with NSM basalt and glass FRP bars”, *Structures*, v. 33, pp. 390–405, 2021. <http://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.04.044>.
- [10] XUEYU, X., YIQINGZI, W., RONGJUN, X., *et al.*, “Experimental study and theoretical analysis on flexural mechanical properties of reinforced timber beams”, *Advanced Composites Letters*, v. 27, n. 1, pp. 23–33, 2018. doi: <http://doi.org/10.1177/096369351802700103>.
- [11] RAFTERY, G.M., WHELAN, C., “Low-grade glued laminated timber beams reinforced using improved arrangements of bonded-in GFRP rods”, *Construction & Building Materials*, v. 52, pp. 209–220, 2014. doi: <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.11.044>.
- [12] FRANKE, S., FRANKE, B., HARTE, A.M., “Failure modes and reinforcement techniques for timber beams-State of the art”, *Construction & Building Materials*, v. 97, pp. 2–13, 2015. doi: <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.06.021>.
- [13] SBAHIEH, S., TAHIR, F., AL-GHAMDI, S.G., “Environmental and mechanical performance of different fiber reinforced polymers in beams”, *Materials Today: Proceedings*, v. 62, pp. 3548–3552, 2022. doi: <http://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.04.398>.
- [14] BAKALARZ, M.M., KOSSAKOWSKI, P.G., TWORZEWSKI, P., “Strengthening of bent LVL beams with near-surface mounted (NSM) FRP reinforcement”, *Materials (Basel)*, v. 13, n. 10, pp. 2350, 2020. doi: <http://doi.org/10.3390/ma13102350>. PubMed PMID: 32443770.

- [15] CHRISTOFORO, A.L., GOMES, A.F.F., ARROYO, F.N., *et al.*, “Reinforcement of timber beams with steel bars: parametric analysis using the finite element method”, *Buildings*, v. 12, n. 7, pp. 1036, 2022. doi: <http://doi.org/10.3390/buildings12071036>.
- [16] GENTILE, C., SVECOVA, D., RIZKALLA, S.H., “Timber beams strengthened with GFRP bars: development and applications”, *Journal of Composites for Construction*, v. 6, n. 1, pp. 11–20, 2002. doi: [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2002\)6:1\(11\)](http://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2002)6:1(11)).
- [17] YANG, H., LIU, W., LU, W., *et al.*, “Flexural behavior of FRP and steel reinforced glulam beams: Experimental and theoretical evaluation”, *Construction & Building Materials*, v. 106, pp. 550–563, 2016. doi: <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.135>.
- [18] SAAD, K., LENGYEL, A., “Inverse calculation of timber-CFRP composite beams using finite element analysis”, *Periodica Polytechnica. Civil Engineering*, v. 65, n. 2, pp. 437–449, 2021. doi: <http://doi.org/10.3311/PPci.16527>.
- [19] MOYA, L., BAÑO, V., “Elastic behavior of fast-growth uruguayan pine determined from compression and bending tests”, *BioResources*, v. 12, n. 3, pp. 5896–5912, 2017. doi: <http://doi.org/10.15376/biores.12.3.5896-5912>.
- [20] HILL, R., *The mathematical theory of plasticity*, New York, Oxford University Press, 1950.
- [21] NOWAK, T.P., JASIEŃKO, J., CZEPIZAK, D., “Experimental tests and numerical analysis of historic bent timber elements reinforced with CFRP strips”, *Construction & Building Materials*, v. 40, pp. 197–206, 2013. doi: <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.09.106>.
- [22] GEMI, L., MADENCI, E., ÖZKILIÇ, Y.O., “Experimental, analytical and numerical investigation of pultruded GFRP composite beams infilled with hybrid FRP reinforced concrete”, *Engineering Structures*, v. 244, pp. 112790, 2021. doi: <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112790>.
- [23] DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, “Abaqus 6.12 analysis user’s manual: prescribed conditions, constraints & interactions,” *Abaqus 6.12*, vol. 5, pp. 831, 2012.
- [24] GEORGE, G., SHREERAM, P.K., MINALAN, A.S., *et al.*, “Numerical investigation on the flexural behavior of geopolymer concrete beam reinforced with different types of fiber-reinforced polymer bars,” *Materials Today Proceedings*, 2023. In press. doi: <http://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.04.049>.
- [25] JIN, L., ZHENG, M., ZHANG, R., *et al.*, “Investigation on the impact response of concrete beams reinforced with hybrid steel-BFRP bars”, *Journal of Composites for Construction*, v. 27, n. 4, pp. 1–16, Aug. 2023. doi: <http://doi.org/10.1061/JCCOF2.CCENG-4185>.
- [26] TIMOSHENKO, S., *Strength of materials*, 2 ed. New York: D. Van Nostrand Company, 1940. vol. 1.
- [27] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7190-1: *Projeto de Estruturas de Madeira. Parte 1: Critérios de Dimensionamento*, Rio de Janeiro, ABNT, 2022.
- [28] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, *BS EN 1995-1-1: Design of Timber Structures. Part 1-1: General- Common Rules and Rules for Buildings*, Brussels, Eurocode 5, 2004.
- [29] CHUN, Q., VAN BALEN, K., PAN, J., “Flexural performance of small fir and pine timber beams strengthened with near-surface mounted carbon-fiber-reinforced polymer (NSM CFRP) plates and rods”, *International Journal of Architectural Heritage*, v. 10, n. 1, pp. 106–117, 2016. doi: <http://doi.org/10.1080/15583058.2014.971195>.
- [30] LUKIN, M., PRUSOV, E., ROSHCHINA, S., *et al.*, “Multi-span composite timber beams with rational steel reinforcements”, *Buildings*, v. 11, n. 2, pp. 46, 2021. doi: <http://doi.org/10.3390/buildings11020046>.
- [31] CORRADI, M., BORRI, A., CASTORI, G., *et al.*, “Fully reversible reinforcement of softwood beams with unbonded composite plates”, *Composite Structures*, v. 149, pp. 54–68, 2016. doi: <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.04.014>.
- [32] LUCA, V., MARANO, C., “Prestressed glulam timbers reinforced with steel bars”, *Construction & Building Materials*, v. 30, pp. 206–217, 2012. doi: <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.11.016>.
- [33] WADOWIAK-POSTULAK, A., “Natural fibre as reinforcement for vintage wood”, *Materials (Basel)*, v. 13, n. 21, pp. 4799, 2020. doi: <http://doi.org/10.3390/ma13214799>. PubMed PMID: 33121203.
- [34] LU, W., LING, Z., GENG, Q., *et al.*, “Study on flexural behaviour of glulam beams reinforced by Near Surface Mounted (NSM) CFRP laminates”, *Construction & Building Materials*, v. 91, pp. 23–31, Aug. 2015. doi: <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.04.050>.