Trans/Form/Ação, São Paulo,
13: 123 – 138, 1990.

TRADUÇÃO/TRANSLATION

A CONSTRUÇÃO E O PAPEL DO ESQUEMATISMO NA FILOSOFIA DA MATEMÁTICA DE KANT*

A.T. WINTERBOURNE**
Tradução do inglês e introdução de
Lauro Frederico Barbosa da SILVEIRA***

NOTA INTRODUTÓRIA

A adequada compreensão do estatuto da matemática para Immanuel Kant tem sido procurada insistentemente por vários autores. Em torno dos trabalhos de Jaakko Hintikka vem se desenvolvendo uma ampla investigação sobre as implicações decorrentes do caráter sintético *a priori* conferido por Kant à matemática, perguntando se dele necessariamente decorrem o privilégio da geometria relativamente à álgebra e a não aceitabilidade de geometrias não euclidianas.

O texto de A.T. Winterbourne aqui traduzido coloca-se no interior deste questionamento e, por certo, contribui para desmontar a interpretação tradicional que, baseada principalmente nas considerações presentes na *Estética Transcendental da Crítica da Razão Pura*, aceita ambas as decorrências acima mencionadas e acaba por rejeitar como irremediavelmente obsoleta a concepção matemática de Kant.

Percorrendo de modo acessível e instigante o conjunto da obra kantiana assim como os textos dos comentadores dedicados à questão, o artigo colabora para a obtenção de um

* WINTERBOURNE, A.T. Construction and the role of schematism in Kant's Philosophy of Mathematics. **Studies in History and Philosophy of Science**. Cambridge, 12 (1): 33-46, 1981.

** City of Birmingham Polytechnic, Birgham, U.K.
*** Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências – UNESP – 17500 – Marília – SP.

tríplice resultado: reavaliar uma questão central do pensamento kantiano; introduzir o leitor numa importante corrente de investigação acerca daquele pensamento e trazer subsídios para se pensar a questão do caráter construtivo da matemática, dentro ou fora do conjunto da obra do autor da *Crítica*.

I

A idéia que o kantianismo na filosofia da matemática deixou de ser sustentável dada a existência de geometrias não euclidianas ainda é, penso eu, amplamente sustentada, embora os defensores deste ponto de vista tenham recentemente perdido algum terreno. Sem dúvida é verdade que o desenvolvimento das geometrias hiperbólica e elíptica impõe uma certa recolocação das propostas de Kant sobre a ciência do espaço real, embora, mesmo aí, a rigidez do kantianismo possa ser exagerada. Entende-se hoje em dia de modo mais generalizado que a posição de Kant não só explicitamente permite possibilidades lógicas alternativas, mas implicitamente exige sua existência (1). A distinção que Kant estabelece é entre a possibilidade meramente lógica e a "construtibilidade", onde o último termo é entendido enquanto relacionado à intuição pura. Kant é usualmente interpretado como querendo dizer que as construções na intuição pura do espaço são indispensáveis para a ciência geométrica. Uma vez que tanto a geometria analítica quanto a não euclidiana dispensam as figuras espaciais (embora no último caso, tais figuras possam ser empregadas como "analogias"), a teoria de Kant parece demasiadamente restritiva para ainda prestar um serviço.

A ênfase que aparentemente coloca Kant nas figuras espaciais atuais pode parecer de algum modo ingênua, especialmente já que o programa cartesiano da geometria analítica dificilmente escapou à atenção de Kant. Como a existência da geometria algébrica afeta a visão ortodoxa – e obsoleta – que se supõe ter Kant sustentado, a saber, que as figuras espaciais são indispensáveis? Naturalmente, de um ponto de vista puramente histórico nenhuma explicação é exigida. A idéia fundamental de Descartes consistia em empregar a intuição geométrica para elucidar relações algébricas. Mas como Kant entendeu as relações epistemológicas entre a geometria analítica e a "sintética"? Pode ter ele resistido à idéia de que a essência qualitativa das figuras, pudesse reduzir-se a relações numéricas e, por isso, algébricas. Deve ter argumentado que a geometria analítica pode ser vista como uma representação analítica das determinações quantitativas de figuras mas não capta a essência de tais figuras enquanto entidades espaciais. Isto estaria de acordo com a visão geral da teoria de Kant, quando insiste que a geometria euclidiana é uma descrição de nossa intuição espacial.

Uma via alternativa de se estabelecer a relação entre a teoria de Kant e a geometria analítica é oferecida pela *Doutrina Transcendental do Método*, em que o autor tece alguns de seus mais interessantes comentários sobre a idéia de construção. Aí Kant distingue o raciocínio matemático e o raciocínio filosófico dizendo que, enquanto o último procede raciocinando a partir de conceitos, o primeiro procede "sinteticamente", e encontra sua formulação clássica no método axiomático de Euclides: o tema funda-se em noções geométricas independentes da álgebra, e os teoremas são deduzidos a partir de axiomas por raciocínio lógico. Ou seja, a filosofia é um raciocínio a partir de conceitos; a matemática é um raciocínio a partir da *construção* de conceitos. A geometria algébrica, por sua vez, procede analiticamente. Já que Kant estava convencido de que sua descoberta da distinção metodológica em matemática e filosofia era da maior importância, o método sintético euclidiano deve ter se apresentado como a exemplificação perfeita daquele fato. Desse modo, Kant enfatiza o método geométrico sintético, negligenciando o método analítico para seu propósito de fundar a metafísica como uma ciência que conduziria a resultados tão certos quanto os da geometria.

A terceira possibilidade é de que Kant via a álgebra como mais fundamental do que a aritmética na geometria; a geometria cartesiana simplesmente lança esta idéia de um modo tal que a teoria de Kant pode adaptá-la. Tem Kant alguma teoria da álgebra capaz de dar suporte a tal leitura? Não há resposta fácil, já que uma ênfase em figuras espaciais atravessa a maior parte da discussão de Kant neste campo. Naturalmente, uma vez que o contexto da maior parte desta discussão — a *Estética Transcendental* — explicitamente diz respeito ao espaço, pode-se argumentar que teria sido inapropriado Kant considerar aí a redução das relações espaciais às relações algébricas. As figuras espaciais, na teoria de Kant, aplicam-se ainda ao espaço da percepção, e é desta qualidade descritiva da geometria que Kant cuida na *Estética*. Isto sugeriria uma interpretação menos rígida de kantianismo em filosofia da matemática do que a que algumas vezes tem sido oferecida.

Entende-se bem, hoje em dia, que a teoria de Kant afirma a possibilidade de geometrias alternativas. A idéia de construção é, para Kant, um constrangimento imposto às geometrias, que podem ser chamadas "reais", isto é, a sistemas interpretados como destinados a serem aplicados ao espaço da experiência. Neste artigo darei ênfase a um modo de entender a idéia de construção nos escritos críticos e ligarei tal idéia à doutrina do esquematismo. Sugerirei então que tal ligação fornece uma base para uma teoria da álgebra que Kant poderia ter aceito (2).

II

Que a teoria de Kant permita geometrias não euclidianas é uma interpretação que se sustenta em duas considerações, uma direta, a outra indireta. A consideração indireta é que desde que Kant insiste no caráter sintético das proposições da geometria, a substituição do axioma das paralelas por seu contrário não geraria qualquer inconsistência no sistema como um todo. Já que este é o caso, Kant deve estar correto ao afirmar a não analiticidade dos axiomas e postulados da geometria euclidiana. Apresentei sumariamente este argumento, pois desejo concentrar-me no argumento direto empregado por Kant, e deixarei o argumento indireto sem mais comentários. Nada do que direi em seguida depende crucialmente desta primeira consideração ter sido aceita tal como se apresenta (3). A segunda consideração baseia-se principalmente na seguinte passagem da *Crítica*:

... "de onde derivaremos o caráter da possibilidade de um objeto pensado através de conceitos sintéticos *a priori*, a não ser a partir da síntese que constitui a forma do conhecimento empírico dos objetos? Trata-se com efeito de uma condição lógica necessária que o conceito do possível não possa conter qualquer contradição, mas esta não é de modo algum suficiente para determinar a realidade objetiva do conceito, isto é, a possibilidade de um tal objeto, como é pensado através do conceito. Assim, não há contradição alguma no conceito de uma figura inscrita em duas linhas retas, já que os conceitos de duas linhas retas e de sua intersecção não contêm nenhuma negação de uma figura. A impossibilidade surge não do próprio conceito, mas em conexão com sua construção no espaço, isto é, das condições do espaço e de sua determinação" (4).

Kant identifica aqui a "existência" matemática com a possibilidade de construção. Um objeto matemático – no caso presente, uma figura geométrica – "existe" na medida em que pode ser construído na intuição pura. Geralmente, julga-se que Kant entende que o espaço nos seja dado como sendo definitiva e irrevogavelmente euclidiano: o que realmente conta é a asserção de que o espaço perceptivo – o espaço de toda e qualquer experiência – não poderia ser "reconstruído" se coubesse à geometria não euclidiana fornecer a base formal para as construções espaciais intuitivas, isto é, particulares, a partir das quais os juízos sintéticos, válidos *a priori*, poderiam se seguir.

O que se encontra envolvido nesta idéia de construção? As proposições sintéticas da geometria são "objetivadas" e assim verificadas pela construção do "objeto" do conceito na intuição pura, isto é, "exibindo" *a priori* a intuição correspondente ao conceito. O teste de uma geometria "real" é este apelo à possibilidade de se construírem suas figuras – seus objetos – na intuição pura; mais em geral, o teste é a *possibilidade* de construção intuitiva. Isto significa apresentar *particulares* que manifestam aspectos verdadeiros para uma classe completa de entidades. Construções puras no espaço (e no tempo) são *concreções simbólicas (symbolic instantiations)*. Hintikka argumentou que um entendimento apropriado da filosofia da matemática de Kant depende do reconhecimento da existência de duas noções distintas, mas relacionadas, de "intuição" em Kant. A teoria madura liga diretamente a intuição à sensibilidade, e este significado tende a se confundir com aquele mais restrito e original, encontrado nos escritos pré-críticos e na *Disciplina da Razão Pura*. Neste caso, "intuitivo" significa aquilo que representa um indivíduo, e contrasta com os conceitos gerais (5). Não é o caráter espacial das construções "intuitivas" que é de crucial importância, mas o fato de que elas podem ser empregadas como exemplares de uma classe. A figura construída, um triângulo por exemplo, é a representação espacial das representações "abstratas" que constituem a "triangularidade". A figura nos é útil precisamente porque dá corpo àquelas relações que são menos facilmente captadas independentemente dela.

A apresentação *a priori* de um conceito por meio de uma construção intuitiva pode consistir num simples procedimento empírico, tal como fazer marcas no papel ou mover as contas de um ábaco. Uma interpretação natural do significado kantiano de construção – ou "apresentar na intuição" – faz-se por meio do procedimento lógico da concreção existencial. A construção é um "particular" que efetivamente é o conceito feito carne: assim, a construção é uma via geral de permitir a dedução de F(a) a partir da sentença existencialmente quantificada ($\exists$x) (Fx). O teste do significado de ser ou não um conceito significativo – sua possibilidade "real" e não "somente lógica" – é a construção de uma figura. Esta é produzida *a priori* – por uma via que é de algum modo análoga ao raciocínio silogístico, o qual é a determinação de conclusões particulares sob regras gerais por meio da faculdade de julgar –, sendo ao mesmo tempo "uma aparência presente aos sentidos" (6). Esta idéia – a saber, que a filosofia da matemática de Kant pode ser "reconstruída" fazendo apelo à teoria da quantificação – é um dos pontos principais da interpretação de Hintikka. O uso da regra da dedução natural da concreção existencial introduz novos representantes de indivíduos – e isto, do ponto de vista de Hintikka, é o que o uso kantiano da construção intuitiva envolve, e prenuncia (*pre-dates*) o uso da "intuição" na *Estética,* onde esta é relacionada diretamente à intuição espacial. De acordo com Hintikka, a idéia de que o método matemático baseia-se no uso de conceitos gerais *in concreto* – isto é, em forma de concreções individuais – fornece o ponto de partida para a madura teoria kantiana do raciocíno matemático (7). Pode-se de modo muito geral identificar o ponto de vista de Kant com sua argumentação contra a metafísica racionalista de que a "existência" não é um predicado:

..."todas as proposições existenciais são sintéticas... Tudo que quisermos pode servir como um predicado lógico, o sujeito pode mesmo ser predicado de si mesmo; pois a lógica abstrai de qualquer conteúdo. Mas um predicado determinante é um predicado que se adiciona ao conceito do sujeito e o amplia"...(8)

Veremos mais tarde que a função dos esquemas para Kant é "particularizar" certos conceitos, isto é, apresentar indivíduos na intuição os quais representam uma classe geral.

Não se poderia aceitar ter Kant pensado a construção figurativa como completa em si mesma; isto teria reduzido o processo de construção a um procedimento empírico, válido para a figura espacial apresentada, mas a ela limitado. Esta construção não produziria as características ligadas, para Kant, ao reconhecimento da verdade matemática, a saber: a necessidade e a universalidade. Com efeito, para se obter proposições sintéticas sobre triângulos, não é suficiente simplesmente considerar o *conceito* "triângulo": tal procedimento somente produz proposições analíticas. No entanto, se apresentamos o triângulo na intuição, isto é, se desenhamos um triângulo, ou o pensamos na imaginação, então tal construção presumidamente gera o corpo de proposições sintéticas, válidas *a priori*, com as quais a geometria euclidiana nos tornou familiar (9). É claro que isto mostra outra vez que deve haver alguma coisa mais na noção de construção do que meramente a produção de linhas no papel ou imagens na imaginação. E Kant efetivamente fornece o requerido aspecto. Já que a figura construída pode ser "adequada ao conceito" Kant avança, explicando o procedimento em termos de imaginação *transcendental*, isto é, em termos de condições *a priori*. Deve haver um elemento no procedimento que seja "pressuposto": deste modo, é dado um toque (*kick*) *a priori* à construção empírica. Perguntamos novamente: como podemos estar certos de que o que pode ser "lido" na figura individual é válido para todas as figuras possíveis desta espécie? A resposta de Kant é que, ao empregar a imaginação para construir um triângulo na intuição pura, nós descobrimos – por "análise regressiva" – as condições *a priori* pelas quais a própria imaginação está vinculada à produção de figuras particulares desta espécie.

"A figura singular que desenhamos é empírica, mas mesmo assim ela serve para *expressar* o conceito, sem prejudicar sua universalidade. Pois nesta intuição empírica *consideramos somente o ato* pelo qual construímos o conceito, e a abstraímos de várias determinações... as quais são totalmente indiferentes, pois não alteram o conceito 'triângulo'." (10)

Esta consideração de um *ato*, pressuposto na construção empírica, fornece o elemento pressuposto. (Voltarei a isto mais adiante.) A Matemática, insiste Kant, não estende o conhecimento tão-somente pela análise de conceitos: a verificação em matemática requer que ela "provoque a intuição" ("*hasten to intuition*"). Na intuição pura, o conceito é concretizado e considerado *in concreto*, embora não empiricamente, uma vez que a construção se faz na intuição pura e não na empírica. O conceito é particularizado, isto é, construído, e tudo o que decorre das condições universais da construção é universalmente válido do objeto do conceito assim construído. A fim de produzir uma construção particular que seja adequada ao conceito, requeremos alguma forma de mediação entre o entendimento – a faculdade das regras que ao mesmo tempo fornece conceitos *a priori* – e a sensibilidade, em cujo domínio as construções devem ser apresentadas caso devam adquirir significância existencial, isto é, *sentido* (11). Deste modo, nós produzimos um isomorfismo entre as verdades *a priori* que pertencem ao conceito de "triângulo" e as condições *a priori* identificáveis exemplificadas na construção. Na hierarquia kantiana das faculdades, é o *juízo* que tem a tarefa de subsumir sob leis, e este é em geral o procedimento de passar de uma premissa maior e de uma menor de um silogismo a uma conclusão particular. Deste modo Kant introduz – como parte da *Doutrina Transcendental do Juízo* – a idéia de esquemas dos conceitos puros do entendimento:

"Se o entendimento em geral deve ser visto como a faculdade das regras, o juízo será a faculdade de subsumir sob regras."(12)

O notoriamente difícil capítulo do *Esquematismo* é que estende as implicações da construção matemática e contribui para um entendimento menos restrito da filosofia kantiana da Matemática.

Vimos que a figura produzida na intuição, a partir da qual as proposições sintéticas, válidas *a priori*, podem ser "lidas", deve de algum modo ser representativa de *todas* as figuras daquela espécie (13). Qualquer característica possuída unicamente pela figura "empírica" pode ser abstraída e ignorada no processo de raciocínio. Como pode uma única figura realizar tal tarefa adequadamente? Como Kant admite, nenhuma imagem poderia adequar-se ao conceito geral de "triângulo" (14). A resposta está na noção do esquematismo transcendental.

III

Neste ponto é útil apresentar algumas idéias-chave relacionadas à "síntese" na filosofia crítica, como preparação para o uso que deste conceito se faz no próprio capítulo sobre o esquematismo. A idéia de construção é mais ampla e de significação mais geral em Kant do que pode sugerir seu enfoque na filosofia da Matemática. Inicialmente ela se localiza dentro daquela moldura, mas se generaliza como um processo de síntese do diverso empírico (15). Esta síntese, como acima sugeri, fornece o elemento pressuposto e transcendental por meio da "imaginação". A conexão dos conceitos e das intuições efetua-se por meio de uma síntese da qual o esquematismo é o exemplo focal.

"A síntese em geral... é o mero resultado da força da imaginação, uma função cega mas indispensável da alma, sem a qual não teríamos qualquer conhecimento seja lá do que fosse, mas da qual quase não temos consciência. Trazer esta síntese *a conceitos* é uma função que pertence ao entendimento, e é através desta função que primeiramente obtemos o conhecimento propriamente dito."(16)

Esta é a imagem especular do caso específico da construção matemática. Na construção matemática nós produzimos, por meio de uma "síntese imaginativa", uma imagem para um conceito:

"A imagem é um produto da faculdade empírica da imaginação reprodutora: o esquema dos conceitos sensíveis, como as figuras no espaço, é um produto e como que um monograma da imaginação pura *a priori*, através do qual, e de acordo com o qual, as próprias imagens tornam-se primeiramente possíveis". (17)

Subsumir particulares sob conceitos é uma tarefa da faculdade de julgamento em geral, e do esquematismo em particular. A síntese produtiva da imaginação é um ato transcendental:

"Não podemos pensar uma linha sem traçá-la em pensamento, ou um círculo sem descrevê-lo... Mesmo ao próprio tempo só podemos representá-lo na medida em que, ao se traçar uma linha (que deve servir de representação figurativa exterior do tempo) prestarmos atenção meramente no *ato* da síntese do diverso, ato este no qual nós sucessivamente determinamos o sentido interior, e, ao assim agir, prestamos a atenção na sucessão desta determinação no sentido interior". (18)

A conexão – síntese do diverso – não é um processo meramente passivo levado a cabo pela sensibilidade e a intuição, mas é um procedimento ativo da faculdade de imaginação. O tempo, como intuição *formal*, exige a síntese da imaginação enquanto ato transcendental: como *forma da intuição*, o tempo é o fenômeno indiferenciado do intervalo, e dá origem somente à possibilidade da sucessão determinada (19). A síntese sucessiva do diverso – um ato realizado por meio da imaginação produtora – insere, para Kant, todo este problema na filosofia transcendental (20). A própria geometria – "a matemática do espaço (*Ausdehnung*)" – fundamenta-se na imaginação produtora na geração de figuras. Com base nisso é que os axiomas são entendidos como condições da intuição *a priori* na construção figurativa.

Na dedução transcendental, Kant argumentara que os conceitos puros do entendimento aplicam-se aos objetos da intuição *em geral*. No entanto, tais conceitos são incapazes, por esta mesma razão, de fornecer um conhecimento *determinado* dos objetos:

"Os conceitos puros do entendimento relacionam-se... aos objetos da intuição *em geral*... através dos quais nenhum objeto determinado é conhecido". (21)

São os esquemas que "particularizam" os conceitos no requerido sentido. Somente o esquematismo, enquanto ato transcendental, pode fornecer um conhecimento determinado dos objetos.

IV

O esquema é um produto da imaginação. Ele é um procedimento universal – um ato – que fornece uma imagem ao conceito.

"É uma regra de síntese da imaginação, com respeito às figuras puras no espaço". (22)

O esquema de um conceito "sensibilizado" – neste caso, uma figura espacial – é um produto da imaginação pura *a priori*, através do qual, e de acordo com o qual, as imagens – alguma coisa empírica – tornam-se primeiramente possíveis. "Transcendentalmente", não é o triângulo construído enquanto tal que é o fundamento das proposições sintéticas *a priori* válidas, mas o fato de ele ter sido produzido de acordo com o esquema para "triângulo", quer como uma figura no papel quer imaginativamente. As imagens conectam-se com o conceito por meio do esquema que designam (23). Este esquema para "triângulo" é uma regra de procedimento para a construção na intuição. Sem uma tal regra *a priori* de construção não poderíamos ter certeza de que tínhamos de fato construído um triângulo. O desenho é um particular que "apresenta" um exemplar da classe "triângulo", representando deste modo esta classe. Isto nos capacita a reconhecer a figura mais como exemplar de uma classe geométrica do que como uma área espacial indiferenciada, ou do que qualquer uma das várias possibilidades implícitas na construção empírica (24). Como Kant aponta, na matemática consideramos o universal no particular,

"... ou ainda na concreção singular, embora ainda sempre *a priori* e por meio da razão. Deste modo, *assim como este objeto singular é determinado por certas condições universais de construção*, o objeto do conceito, ao qual o objeto singular corresponde tão-somente como seu esquema, deve semelhantemente ser pensado como universalmente determinado". (25)

Pode-se objetar contra esta idéia baseando-se em que ela é, num importante sentido, supérflua. Kant necessita de uma "imagem" – uma figura espacial produzida na intuição – a fim de que se possam extrair (*read off*) proposições sintéticas *a priori* válidas. Não seria ainda o caso de dizer que a construção empírica serve mais como uma ajuda heurística do que como um componente necessário do processo de raciocínio? O esquema, como uma *regra de procedimento* para construir-se qualquer imagem para um conceito, deve "conter", abstrata ou "pré-construtivamente", toda a "informação" que em princípio pode estar incluída na construção intuitiva enquanto concreção particular, e assim ser dela extraída. Se este não fosse o caso, a figura construída não poderia ser "adequada ao conceito" – isto é, haveria ou mais ou menos "informação" na figura empírica do que no conceito. Esta "regra" de construção conteria, em princípio, tudo o que o geômetra requer a fim de "raciocinar" sobre triângulos. O corpo de tais regras seria uma geometria sem figuras. Mais precisamente, ele forneceria uma "geometria" que dispensa construções *espaciais*.

Só se pode entender a idéia de um tal "ato" da imaginação no contexto da noção de síntese à qual antes já aludi. Todavia, para Kant, parece milagroso como tais funções da imaginação possam constituir o fundamento de um sistema de relações que, quando interpretado espacialmente, gera uma ciência *a priori* com aplicação na experiência, embora ainda que dele nada mais se possa dizer, senão que existe. Ao falar do esquematismo, Kant é levado a admitir que ele é:

"...uma arte escondida nas profundezas da alma humana, cujos modos reais de atividade a natureza parece dificilmente nos deixar descobrir e observar". (26)

A concepção do esquematismo implica, porém, que a ciência geométrica possa dispensar construções espaciais. Mas não pode dispensar as construções "temporais" uma vez que o tempo — como forma do sentido interior — é a condição necessária, tanto exterior — isto é, espacial — quanto interior — isto é, no mínimo temporal e no máximo espaço-temporal. É a síntese do diverso da intuição *a priori* pura que fornece o conhecimento dos objetos. Esta síntese, como "retenção e conexão", é o resultado dos procedimentos transcendentais da imaginação, e como uma função efetuando a subsunção da intuição sob conceitos gerais é a tarefa do esquematismo transcendental:

..."se o diverso deve ser conhecido, a espontaneidade do nosso pensamento requer que ele seja perpassado de uma certa maneira, retido e conectado. *A este ato denomino síntese*" (27).

Compreende-se isto melhor com relação à "definição" kantiana de número. Pensar o número "em geral" é a representação de um método ..."pelo qual a multiplicidade... pode ser representada numa imagem em conformidade com um certo conceito" (28).

O número, na formulação crítica de Kant, é:

..."simplesmente a unidade da síntese do diverso de uma intuição homogênea em geral". (29)

O "movimento" da consciência produz uma sucessão indiferenciada no diverso do sentido interior: "sintetizar" o diverso é "reter" e "conectar". O número *em geral* é o produto apresentado de tal síntese (30). Cruamente falando, o número é simplesmente um meio convencional de marcar uma determinada posição no diverso do sentido interior: os números são uma "ferramenta epistemológica sensual" (31). Dever-se-á lembrar que os esquemas não são, eles mesmos, imagens espaciais: eles são determinações *a priori do tempo* de acordo com regras, que tornam possíveis as imagens (32). Isto localiza "a ciência pura do tempo" kantiana no interior da filosofia transcendental. O tempo é mais geral — menos dispensável — do que o espaço: "a ciência do tempo" deve, portanto, ser mais fundamental do que a geometria como ciência do espaço. A ciência pura do tempo não é a aritmética, pois esta tem números atuais como seus objetos e é insuficientemente geral. A ciência do "número em geral", que, através de sua conexão com a síntese transcendental do diverso do sentido interior, diz respeito à "retenção" e à "conexão" de um modo arbitrário e é, portanto, a condição para a possibilidade tanto da aritmética quanto da geometria, é a álgebra.

"A matemática não constrói somente magnitudes (*quanta*) como na geometria; constrói também magnitudes enquanto tais (*quantitas*), como em álgebra. Nesta, *ela abstrai completamente* das propriedades do objeto aquilo que deve ser pensado em termos de um tal conceito de magnitude ...Uma vez que tenha adotado uma notação para o conceito geral de magnitude desde que nele as diferentes relações tenham sido contidas, a matemática apresenta na intuição, de acordo com certas regras universais, todas as várias operações pelas quais as magnitudes são produzidas e modificadas. Deste modo, em álgebra, por meio de uma *construção simbólica*, assim como na geometria por meio de uma construção ostensiva, chegamos a resultados aos quais o conhecimento discursivo jamais chegaria por meio de meros conceitos". (33)

Em sua teoria da geometria, Kant parece insistir na indispensabilidade das figuras no espaço. O próprio esquematismo tal como é exposto, centralizado na natureza fundamentalmente temporal das regras da síntese a fim de gerar figuras no espaço, liga a álgebra ao caráter intrinsecamente temporal da construção simbólica. A teoria kantiana indiretamente sugere que as construções espaciais são dispensáveis, desde que estejamos de posse de um sistema adequado de símbolos por meio dos quais qualquer relação intuitiva, ou particular, pode ser expressa. O método algébrico não é "geométrico", mas é construtivo no sentido exigido, pois emprega variáveis cujo único valor aceitável são *indivíduos* (34). Os conceitos expressos através dos símbolos e neles concretizados – sobretudo os que dizem respeito às relações de magnitude – apresentam-se na intuição: eles estão concretizados simbolicamente. O que é exigido na ciência geométrica para Kant não é a existência das figuras espaciais, mas a construção na intuição pura, isto é, a possibilidade de se considerar o universal na construção particular (35). Esta pode ser uma figura espacialmente externa, ou uma representação algébrica das *relações* expressas em tal figura. Na carta de Kant a Schulz ele diz que a "aritmética universal", isto é, a álgebra, é uma ciência ampliativa e que as outras partes da matemática pura (*mathesis*) progridem em grande parte por causa da álgebra, considerada como a teoria universal das quantidades. Como Hintikka fez notar, a teoria kantiana do raciocínio matemático e especialmente a interpretação da intuição que dá ênfase a seu caráter não espacial podem ser reconhecidas nos escritos denominados pré-críticos. Desde 1763, Kant distingue o raciocínio matemático do metafísico pelo uso "individual e sensível" que o primeiro faz *dos signos*, o qual fornece um conhecimento concreto de conceitos gerais (36).

V

Esta interpretação da construção e do esquematismo parece-me ser consistente com as notas explícitas sobre álgebra que se encontram na *Crítica da Razão Pura*. No entanto, um sério problema de exegese pareceria surgir em algumas observações feitas na *Crítica do Juízo*, que dizem respeito a este assunto, e que sugerem uma fundamental inconsistência no uso kantiano de termos-chave. Na secção 59 da *Crítica do Juízo*, Kant estabelece algumas distinções entre os esquemas e os símbolos que não podem facilmente ser conciliadas com seus comentários mais minuciosos feitos em outros lugares sobre o uso da notação matemática. Kant afirma que todos os conceitos exigem "verificação" por meio de intuições. Isto é parte daquilo que a asserção kantiana de que os pensamentos sem conteúdo são vazios e as intuições sem conceitos são cegas quer significar. Nem os conceitos sem uma intuição correspondente nem a intuição sem conceitos podem produzir conhecimento (37). Os conceitos empíricos verificam-se por "exemplos", e os conceitos puros pelos "esquemas". Este processo de verificação, ou de "apresentação em termos de sentido", pode ter lugar de dois modos:

"Ou é esquemático, como quando a intuição correspondente a um conceito compreendido pelo entendimento é dada *a priori*, ou é simbólico, como quando o conceito é tal que somente a razão pode pensá-lo, e ao qual intuição sensível alguma pode adequar-se. Neste último caso, supre-se o conceito com uma intuição, de modo que o procedimento do juízo lidando com ele é meramente análogo ao que se observa no esquematismo. Em outras palavras, é a regra de seu procedimento, e não a própria intuição, que concorda com o conceito". (38)

Deste modo não há mais qualquer dificuldade: quando o conceito é uma idéia da razão de tal modo que não haja, em princípio, intuição alguma que possa adequar-se a ele, expressa-se o conceito por meio de um símbolo. (Uma "Idéia da Razão" é um conceito que não é abstraído da experiência sensível nem a ela é aplicável: ela "transcende a possibilidade da experiência". 39) A relação entre um símbolo e seu conceito é meramente análoga à maneira pela qual o esquema relaciona-se ao seu conceito. Tanto o esquemático quanto o simbólico são, para Kant, modos intuitivos de representação: a diferença é que o primeiro "apresenta" diretamente o conceito através da demonstração, enquanto o último constitui-se somente de "apresentações" indiretas do conceito por meio da analogia. Esta é a interpretação do simbolismo que se poderia esperar, dada a insistência da filosofia crítica no caráter *transcendente* de certos conceitos da razão. Claro está que tais conceitos somente poderiam fornecer um significado intuitivo — e, pois, *imanente* — através de analogias de alguma espécie. Kant, porém, identifica tanto o esquematismo quanto o simbolismo como "hipotiposes", isto é, como apresentações (*Darstellungen, exhibitiones*) e não como simples marcas, (*Charakterismen*). As marcas são:

..."meramente designações de conceitos com a ajuda de signos sensíveis que os acompanham *destituídos de qualquer conexão intrínseca com a intuição do objeto*. Sua única função é providenciar um meio de reinvocar os conceitos de acordo com a lei da associação da imaginação — um papel puramente subjetivo. *Tais marcas são palavras ou signos visíveis* (*algébricos ou mesmo miméticos*), simplesmente como expressões de conceitos". (40)

Isto apresenta um sério problema: aqui Kant identifica os símbolos algébricos como meras marcas convencionais, cujo propósito é reinvocar conceitos por meio de simples associação. Anteriormente, sugeri que expressões algébricas apresentavam diretamente na intuição relações de magnitude enquanto tais, de modo que podiam conectar-se às regras da síntese descritas como esquematismo. Mas Kant parece aqui localizar a notação algébrica mais no interior de um conceito mais amplo de simbolismo do que de um conceito mais amplo de esquematismo. A relação entre um símbolo algébrico e um conceito de número seria direta e bastante diferente da relação que um *modelo* ou *analogia* tem para com o conceito de razão, para o qual é um modelo ou analogia. A conexão entre um símbolo enquanto analogia e seu conceito é mais frouxa do que aquela entre os esquemas e seus conceitos. Pode-se usar uma coisa como um símbolo para outra em virtude da similaridade na "estrutura de reflexão" em dois casos:

"Um estado monárquico é representado como um corpo vivo quando é governado por leis constitucionais, mas como uma simples máquina (tal como um moinho manual) quando é governado por uma vontade individual absoluta; mas em ambos os casos a representação é meramente *simbólica.* Pois, certamente, não há semelhança alguma entre um estado despótico e um moinho, embora seguramente haja entre as regras de reflexão sobre ambos e as relações causais (que os determinam)* ...Na linguagem temos várias apresentações indiretas tais como estas, modeladas sobre uma analogia, que permitem que a expressão em questão contenha, não o próprio esquema para o conceito, mas simplesmente um símbolo para reflexão". (41)

Assim, os símbolos enquanto analogias podem expressar conceitos para os quais o emprego de uma "intuição" estaria fora de questão. Na *Crítica do Juízo*, a idéia da representação por meio de analogia é usada como a designação central kantiana do simbolismo, e, embora esta idéia seja suficientemente clara, o simbolismo algébrico não poderia se localizar em seu domínio.

Uma explicação para esta confusão pode ser o comprometimento da *Crítica do Juízo* como o juízo denominado *reflexivo*, em contraste com um juízo determinante. Se um "universal" – sob a forma de uma regra, um princípio ou uma lei – é dado, o juízo que subsume sob ele um particular é determinante; se, de outro lado, somente é dado o particular, então cabe ao juízo reflexivo achar-lhe um universal. Um juízo determinante – como subsunção dos particulares sob regras – opera

"...mesmo onde um juízo é transcendental e, como tal, oferece as condições *a priori* em conformidade com as quais somente pode se efetuar a subsunção sob aquele universal". (42)

Deste modo, diferentemente dos juízos *transcendentes* – nos quais as idéias da razão só podem ser representadas por meio de *analogias* –, os juízos *transcendentais* – onde se acham envolvidas condições *a priori* do conhecimento – podem determinar-se por meio de esquemas. Uma vez, porém, que as regras da síntese da imaginação *a priori* são pressupostas em todas as construções de objetos matemáticos, tais objetos devem apresentar seus conceitos e torná-los *determinados*, de um modo bastante diferente do juízo reflexivo por meio de "símbolos", que, como diz Kant, é uma representação por "mera analogia". A teoria

* O acréscimo é do tradutor.

geral kantiana da construção matemática minimiza qualquer consideração da notação algébrica como simples marcas, mesmo que tal notação seja convencional.

Estes símbolos são importantes como recursos práticos, mesmo que o lugar *a priori* da construção matemática seja o procedimento da síntese imaginativa (43).

NOTAS

1 – Como exemplo, ver Gordon Brittan, *Kant's Theory of Science* (Princeton University Press, 1978), Chap. 3, p. 68.

2 – Cf. C. D. Broad, *Kant: An Introduction* (Cambridge: Cambridge University Press, 1978), p. 69.

3 – Cf. G. Brittan, op. cit., pp. 43 ss. e 68.

4 – Kant, *Critique of Pure Reason*, trans. by N. Kemp. Smith (Macmillan, 1973), B268.

5 – As várias interpretações da filosofia da Matemática de Kant feitas por Hintikka enfatizam o caráter "sintético" da idéia de "apresentar na intuição", e relacionam esta noção em Kant aos *Elementos* de Euclides. No que se segue, minha dívida a Hintikka será óbvia, e creio que minha compreensão da teoria da álgebra encontrável em Kant se encaixa com a posição geral de Hintikka. Ver J. Hintikka, "Kant on the Mathematical Method", *The Monist* 51 (1967), 352-375; "Kant's "New Method of Thought' and Theory of Mathematics", *Ajatus* 27 (1965), 37-47; "Kant's Motion of Intuition". The *First Critique*, T. Penelhum and J.H. Mac Intosh (eds.) (Belmont, 1969), pp. 38-53.

6 – A240/B299.

7 – J. Hintikka, "Kant on the mathematical method", *The Monist* 51 (1967), 359.

8 – A598/B626.

9 – A716/B744 – Se isto estiver estabelecido, Kant acredita ter justificado sua teoria do espaço como intuição *a priori*. A exposição transcendental tem a tarefa de mostrar que somente ao se assumir esta visão característica do espaço pode-se compreender a possibilidade da geometria como um corpo de proposições sintéticas, válidas *a priori*.

10 – A714/B742, a ênfase é minha. (n. do A.)

11 – A240/B299.

12 – A132 – 133/B171 – 172.

13 – Uma propriedade unicamente atribuível às figuras no espaço euclidiano. Em espaços não euclidianos de curvatura variável – por exemplo, Lobatschefskiano – não será possível construir triângulos semelhantes de diferentes magnitudes. No espaço homogêneo euclidiano isto é sempre possível.

14 – Este problema lembra-nos claramente o esforço de Berkeley contra as "idéias gerais abstratas". Cf. Gerd Buchdahl, *Metaphysics and the Philosophy of Science* (Blackwell, 1969) p. 285: "Quando um geômetra aparece 'raciocinando sobre um triângulo no quadro negro', não está tirando conclusões gerais a partir de um triângulo particular; mas também não está 'realmente pensando' em algum 'triângulo universal abstrato'. Ele está, de fato, raciocinando sobre algumas propriedades de seu triângulo mantidas em comum com a classe de triângulos a que a demonstração se refere, isto é, com todos aqueles triângulos que apresentam as propriedades mencionadas nas definições, postulados e axiomas".

15 – G. Buchdahl, op. cit., p. 556, especialmente a nota 1.

16 – A78/B103, a ênfase é de Kemp Smith: a linguagem aqui lembra-nos a do esquematismo: Cf. A141/B181.

17 – A141/B181.

18 – B154 – 155, a ênfase é do autor do artigo.

19 – G. Buchdahl, op. cit., p. 642.

20 – B155 e nota, também A163/B204.

21 – B150.

22 – A141/B180.

23 – A142/B181; (o autor declara que:) modifiquei aqui a tradução de Kemp Smith.

24 – O processo ativo e interpretativo de "ver um aspecto" requer imaginação num sentido kantiano. Wittgenstein confirma o enfoque kantiano quando conclui que o conceito de "ver um aspecto é semelhante ao conceito de (formar) uma imagem". *Philosophical Investigations* (Oxford, 1953) p. 213. A idéia geral, pode-se também encontrar em E. Cassirer, *The Philosophy of Symbolic Forms*, Vol. 3 (Yale University Press, 1957) p. 200.

25 – A714/B742, ênfase do autor do artigo.

26 – A141/B181; Cf. também B103.

27 – A77/B102, a ênfase é do autor de artigo.

28 – A140/B179.

29 – A143/B182.

30 – A103.

31 – Kant, *Selected Pre-critical Writings*, trans. by G. Kerferd and D. Walford (Manchester University Press, 1968), p. 24: "Enquiry concerning the Clarity of the Principles of Natural Theology and Ethics", 1763.

32 – A145/B185.

33 – A717/B745, ênfase do autor do artigo.

34 – Hintikka, "Kant on the mathematical method" etc., p. 359. Cf. também Kant, A159 – 160/B198 – 199.

35 – Cf. nota 14, e Brittan, op. cit., pp. 53 ff.

36 – Kant, "*Enquiry* etc.," pp. 13 e 24; também *Philosophical Correspondence*; ed. and trans. by A. Zweig (University of Chicago Press, 1967), p. 129.

37 – A51/B75.

38 – *Critique of Judgement; trans. by James Creed Meredith (Oxford, 1957), Section 59, p. 221.*

39 – A320/B377.

40 – *Critique of Judgement*, loc. cit., ênfase do autor do artigo.

41 – *Critique of Judgement*, p. 223.

42 – *Critique of Judgement*, p. 18.

43 – Cf. A. Heyting, "Constructivity in Mathematics", *Proceedings of Colloquium* (Amsterdam, 1957; North Holland 1959), p. 70.